

3.1 Recht evenredig

Inleiding

Nogal wat variabelen die we in het dagelijks leven tegenkomen, zijn recht evenredig met een andere variabele. In dit onderdeel leer je wat recht evenredig zijn inhoudt en hoe je een recht evenredig verband tussen variabelen kunt beschrijven met formules en weergeven met grafieken.

Je leert in dit onderwerp

- wat recht evenredig betekent;
- situaties waarin de éne variabele recht evenredig is met de andere weergeven in een grafiek;
- situaties waarin de éne variabele recht evenredig is met de andere beschrijven met een formule;
- berekeningen uitvoeren met recht evenredige variabelen.

Voorkennis

- grafieken tekenen bij formules, ook met de grafische rekenmachine.

Verkennen

Opgave V1

In welke van de volgende gevallen is het verband tussen beide variabelen recht evenredig? Probeer er steeds een mogelijke formule bij te bedenken.

- Je beltegoed afhankelijk van je gebelde minuten bij een prepaid abonnement.
- De omtrek van een cirkel afhankelijk van de diameter.
- De lengte van een stuk kaars dat is opgebrand afhankelijk van de brandtijd bij een zuiver cilindervormige kaars.
- De lengte van een stuk kaars afhankelijk van de brandtijd bij een zuiver cilindervormige kaars.
- De temperatuur van het water afhankelijk van de diepte onder water.
- Het bedrag dat je betaalt voor het kopen van dollars met euro's.

Uitleg

Een winkelier verkoopt een artikel voor € 12,50 per stuk.

De totale opbrengst TO in euro's bereken je uit het aantal artikelen q dat hij verkoopt. De formule daarvoor is:

$$TO = 12,50 \cdot q$$

Je ziet de grafiek die hierbij hoort. Deze grafiek

- is een rechte lijn en
- gaat door $(0,0)$.

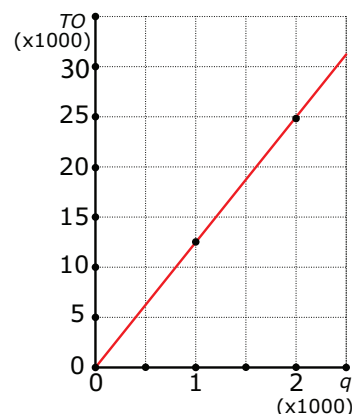
Bij zo'n grafiek en formule geldt ook altijd:

- De tabel bij zo'n formule en grafiek is een verhoudingstabel.

Bij zo'n formule, grafiek en tabel geldt dus:

- Als je niets verkoopt, heb je geen opbrengst.
- Als je 2 keer zo veel verkoopt, heb je ook 2 keer zoveel opbrengst.
- Als je 3 keer zo veel verkoopt, heb je ook 3 keer zoveel opbrengst, enzovoort.

Zo'n verband tussen TO en q noem je een recht evenredig verband.



Figuur 1

Opgave 1

Bekijk de **Uitleg**. De prijs van elektriciteit is op een zeker moment € 0,22 per kWh (kilowattuur).

- Is het bedrag dat je betaalt voor het verbruik van elektriciteit, recht evenredig met het aantal kWh dat je verbruikt?
- Welke formule geldt voor de kosten van het elektriciteitsverbruik E afhankelijk van het aantal verbruikte kWh a ?
- Je verbruikt gemiddeld met een elektrische auto 15 kWh per 100 km. Zijn in dit geval de kosten voor het energieverbruik recht evenredig met het aantal gereden kilometers k ?
- Welke formule geldt voor het verband tussen E en k ?
- Zijn de totale kosten voor een auto recht evenredig met het aantal gereden kilometers? Geef een toelichting.

Theorie en voorbeelden

Om te onthouden

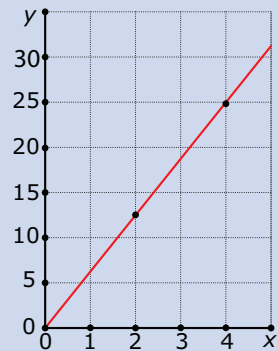
Bekijk de applet: Recht evenredig

Als een verband tussen x en y **recht evenredig** is, dan gelden de volgende eigenschappen:

- De formule kan worden geschreven als: $y = a \cdot x$
- De grafiek is een rechte lijn door $(0,0)$.
- De tabel is een verhoudingstabel.
- Als x bijvoorbeeld 2 keer zo groot wordt, wordt y ook 2 keer zo groot; dit geldt ook voor alle andere waarden van x en y .

Als een van deze eigenschappen geldt, gelden de andere eigenschappen ook. Als een van deze eigenschappen niet geldt, gelden de andere eigenschappen ook niet.

- a noem je de **evenredigheidsconstante**.
- a is ook het **hellingsgetal** van de grafiek die erbij hoort.



Figuur 2

Voorbeeld 1

Een fietser rijdt met een constante snelheid van A naar B. Op tijdstip $t = 0$ start hij bij A en 12 minuten later heeft hij precies 5 km afgelegd. Met hoeveel kilometer per uur fietst hij? Geef een formule voor de afgelegde afstand a vanaf A in kilometers afhankelijk van de tijd t in uren.

Antwoord

Bij een constante snelheid en afstand 0 op $t = 0$, hoort altijd de berekening:

afgelegde afstand = snelheid \cdot tijd, dus: $a = \text{snelheid} \cdot t$

Dit is de formule van een recht evenredig verband tussen a en t , dus de snelheid is de evenredigheidsconstante. Deze kun je uitrekenen door a te delen door t :

$$\text{snelheid} = \frac{5}{12} \text{ km/min} = 25 \text{ km/h.}$$

De formule wordt: $a = 25 \cdot t$.

Opgave 2

Een auto rijdt met een constante snelheid van 120 km/h over de snelweg van A naar B. Op $t = 0$ vertrekt de auto uit A. Zijn afgelegde afstand ten opzichte van A is a km.

- Geef een formule voor a als functie van t (uur).
- Hoe groot is de snelheid van de auto in km/min?
- Wat is de betekenis van de evenredigheidsconstante hier?
- Hoe ziet de formule voor a eruit als a in meters en t in seconden wordt gemeten?
- Hoort bij een twee keer zo grote waarde van t ook een twee keer zo grote waarde van a ? Licht je antwoord toe.

Opgave 3

Een auto rijdt met een constante snelheid van 120 km/h over de snelweg van A naar B. B ligt 60 km van A af. Op $t = 0$ bevindt de auto zich in A. Zijn afgelegde afstand ten opzichte van B is b kilometers.

- Geef een formule voor het verband tussen b en t (uur).
- Is b recht evenredig met t ? Hoe zie je dit aan de grafiek van b als functie van t ?
- Hoe ziet de formule voor b eruit als b in meters en t in seconden wordt gemeten?
- Hoort bij een twee keer zo grote waarde van t ook een twee keer zo grote waarde van b , bij een drie keer zo grote waarde ook, enzovoort? Licht je antwoord toe.

Voorbeeld 2

Wij (Nederlanders) gebruiken meestal de temperatuurschaal van Celsius. Wetenschappers gebruiken vaak de temperatuurschaal van Kelvin. Ook worden andere temperatuurschalen nog steeds gebruikt:

- De temperatuurschaal van Réamur (in gebruik bij de verwerking van suiker): het aantal graden Réamur bereken je door het aantal graden Celsius te delen door 10 en dan te vermenigvuldigen met 8.
- De temperatuurschaal van Fahrenheit (in gebruik in de Verenigde Staten): het aantal graden Fahrenheit bereken je door het aantal graden Celsius te delen door 10, dan te vermenigvuldigen met 18 en er vervolgens nog 32 bij te tellen.

Laat zien dat het aantal graden Réamur R wel recht evenredig is met het aantal graden Celsius, maar het aantal graden Fahrenheit (F) niet.

Antwoord

Om te laten zien dat een verband wél recht evenredig is, moet je een formule maken. Voor het omrekenen van $^{\circ}\text{C}$ naar $^{\circ}\text{R}$ kun je uit de gegevens de formule $R = 0,8 \cdot C$ afleiden. Dit is een formule van een recht evenredig verband.

Om te laten zien dat iets niet waar is, geef je een tegenvoorbeeld. Voor het omrekenen van C naar F , onderzoek je of er bij 0°C ook 0°F uitkomt. Dat is niet zo, dus het verband is niet recht evenredig. Een andere aanpak is: controleren of er bijvoorbeeld bij 200°C twee zo veel uitkomt als bij 100°C .

Opgave 4

Bestudeer [Voorbeeld 2](#).

- Licht toe hoe de formule $R = 0,8C$ is ontstaan.
- Als C twee keer zo groot wordt, geldt dit dan ook voor R ?
- Uit de gegevens kun je de formule $F = 1,8 \cdot C + 32$ afleiden. Licht toe hoe deze formule ontstaat.
- Als C twee keer zo groot wordt, geldt dit dan ook voor F ? Licht je antwoord toe.

Opgave 5

Voor de temperatuurschaal van Kelvin geldt dat het aantal kelvin te berekenen is door 273 bij het aantal graden Celsius op te tellen.

- a Welke formule geldt voor het omrekenen van het aantal graden Celsius C naar het aantal kelvin K ?
- b Is K recht evenredig met C ? Licht je antwoord toe.

Verwerken

Opgave 6

Bij welke van de formules is y recht evenredig met x ? Geef in die gevallen de evenredigheidsconstante.

- a $y = 3x + 1$
- b $y = 3x$
- c $y = x + 3$
- d $y = \frac{x}{3}$
- e $y = \frac{1}{3}x$
- f $x + 3y = 0$

Opgave 7

Leg uit in welke van de situaties er sprake is van een recht evenredig verband.

- a Uien betaal je per kilogram. Is het bedrag dat je betaalt voor een hoeveelheid uien recht evenredig met het gewicht?
- b Uien betaal je per kilogram. Is de prijs van een hoeveelheid uien recht evenredig met het aantal uien?
- c Is de afgelegde weg recht evenredig met de tijd als je met een constante snelheid rijdt?
- d Is de afgelegde weg recht evenredig met de tijd als een auto uit stilstand optrekt?
- e Is de lengte van een rechthoek recht evenredig met de breedte als het gaat om gelijkvormige rechthoeken?
- f Is de lengte van een rechthoek recht evenredig met de breedte als het gaat om rechthoeken met dezelfde omtrek?

Opgave 8

Een loodgieter rekent € 30,00 voorrijkosten en daarbovenop rekent hij € 22,50 per gewerkt uur.

- a Leg uit waarom het verband tussen zijn arbeidsloon en het aantal gewerkte uren recht evenredig is.
- b Leg uit waarom het verband tussen de totale kosten die hij in rekening brengt, en het aantal gewerkte uren niet recht evenredig is.
- c Welke formule geldt voor zijn totale kosten T afhankelijk van het aantal gewerkte uren u ?

Opgave 9

De marathon van Rotterdam is een slijtageslag. Het laatste stuk is een vrijwel vlak stuk. Vanaf de Erasmusbrug moet dan nog een lus met een lengte van zes km worden gelopen. Een deelnemer begint na drie uur lopen aan het laatste stuk. Hij loopt het laatste stuk met een vrijwel constante snelheid. Na drie kwartier loopt hij over de finish op de Coolsingel en heeft hij totaal 42 km afgelegd.

- a Met welke snelheid heeft hij het laatste deel van de tocht gelopen?
- b Stel, t is de tijd in uren en $t = 0$ op het moment dat deze deelnemer aan het laatste stuk van de marathon van Rotterdam begint. Verder is a de afgelegde afstand. Welke formule voor a geldt voor het laatste deel van de loop van deze deelnemer?

Opgave 10

Fietser 1 gaat met een constante snelheid van 20 kilometer per uur (km/h) van A naar B. Fietser 2 gaat met een constante snelheid van 25 km/h van B naar A. De afstand tussen A en B is voor beide fietsers 150 kilometer. a is de afstand tot A in kilometer en t is de tijd in uren.

- Teken in een a, t -assenstelsel de grafiek van beide fietstochten.
- Stel voor beide fietsers een passende formule op voor het verband tussen a en t .
- Bij welke fietser is a recht evenredig met de tijd t ?
- Bepaal met de grafische rekenmachine het tijdstip waarop beide fietsers elkaar passeren.

Opgave 11

Vroeger reden auto's op benzine en soms op diesel.

Ga ervan uit dat benzine € 1,82 per liter kost en dat je met benzine gemiddeld 1 op 12 (1 liter per 12 kilometer) rijdt.

Ga er ook van uit dat diesel € 1,51 per liter kost en dat je met diesel gemiddeld 1 op 25 rijdt. Het aantal kilometers dat iemand in een jaar aflegt is a .

- Stel een formule op voor de brandstofkosten K (in euro) van een auto die op benzine rijdt, afhankelijk van het aantal afgelegde kilometers in een jaar.
- Stel een formule op voor de brandstofkosten K (in euro) van een auto die op diesel rijdt, afhankelijk van het aantal gereden kilometers in een jaar.
- Een auto die op diesel rijdt, is duurder in aanschaf en bovendien duurder qua wegenbelasting dan eenzelfde auto op benzine. Als dit betekent dat de auto op diesel per jaar € 800,00 duurder is, hoeveel kilometer per jaar moet je dan minimaal rijden als je een dieseluitlevering wilt kopen?

Toepassen

Opgave 12: Kolibries

De kolibrie kan door de zeer snelle vleugelslag (gemiddeld zo'n 50 slagen per seconde, afhankelijk van de grootte van de vogel) in de lucht stil blijven hangen. Door deze snelle vleugelslag kan de kolibrie als enige vogel ook achteruit vliegen. Deze vogel kan zelfs recht omhoog en recht omlaag vliegen. Kolibries worden daarom de 'helikopters' onder de vogels genoemd. De jongen worden gedurende de eerste vier weken van hun leven 140 keer per dag door de vrouwtjeskolibrie gevoerd met nectar en insecten. De mannetjeskolibrie bemoeit zich niet met zijn kroost. De voedervluchten van de vrouwtjeskolibrie duren gemiddeld 2,5 minuut. We gaan er voor het gemak van uit dat de vrouwtjeskolibrie tijdens de voederperiode al haar vliegtijd besteedt aan het voederen van haar jongen.



Figuur 3

- Is het aantal vleugelslagen die de vrouwtjeskolibrie maakt, evenredig met het aantal vliegminuten?
- Stel een formule op die het verband weergeeft tussen v (het aantal vleugelslagen van de vrouwtjeskolibrie in de voederperiode) en m (het aantal vliegminuten).
- Bereken het aantal vleugelslagen dat een vrouwtjeskolibrie in de voederperiode per dag maakt.

Opgave 13: Stadswandeling

Bij een stadswandeling in Amsterdam gebruikt Nigel een stadskaart met een schaal van 1 : 20000.

- Is het werkelijke aantal meters recht evenredig met het aantal centimeters op de stadskaart?
- Stel een formule op die het verband weergeeft tussen w (het werkelijke aantal meters) en k (het aantal centimeter op de kaart).

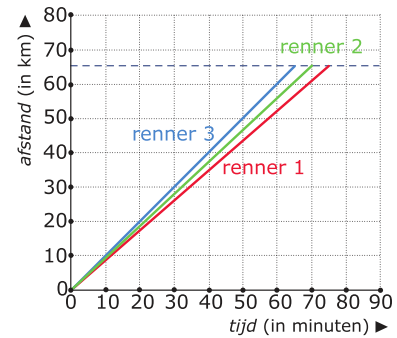
- c De afstand van station Amsterdam Centraal naar het Museumplein is op de kaart 16 cm hemelsbreed. Nigel weet dat hij daar nog 30% bij op moet tellen om aan de loopafstand te komen. Hij loopt met een snelheid van 7 kilometer per uur. Bereken in minuten nauwkeurig hoeveel tijd Nigel nodig heeft om van Amsterdam Centraal naar het Museumplein te lopen.

Testen

Opgave 14

In de Tour de France wordt een aantal keren een tijdrit gereden. In deze grafieken vind je gegevens over een tijdrit van 65 km.

- a Welke renner heeft de tijdrit gewonnen?
- b Bereken van iedere renner de gemiddelde snelheid. Rond waar nodig af op één decimaal nauwkeurig.
- c Schrijf voor elke grafiek een passende formule voor het verband tussen a in kilometers en t in uren.
- d Waarom kunnen deze grafieken nooit het werkelijke verloop van deze tijdrit correct beschrijven?



Figuur 4

Opgave 15

In een inkjetprinter gaan inktpatronen. Zo'n inktpatroon kost € 42,50. Je kunt er (gemiddeld) 500 afdrukken mee maken.

- a Welk bedrag ben je aan inkt kwijt als je 1800 afdrukken per jaar maakt?
- b Met welke formule kun je de jaarlijkse kosten voor inkt berekenen?
- c Zijn de jaarlijkse kosten voor inkt recht evenredig met het aantal afdrukken? Zo ja, hoe groot is dan de evenredigheidsconstante?
- d Zijn de jaarlijkse kosten voor het werken met deze printer ook recht evenredig met het aantal afdrukken? Licht je antwoord toe.



© 2021

Deze paragraaf is een onderdeel van het Math4All wiskundemateriaal.

Math4All stelt het op prijs als onvolkomenheden in het materiaal worden gemeld en ideeën voor verbeteringen in de content of dienstverlening kenbaar worden gemaakt.

Email: f.spijkers@math4all.nl

Met de Math4All maatwerkdienst kunnen complete readers worden samengesteld en toetsen worden gegenereerd. Docenten kunnen bij a.f.otten@xs4all.nl een gratis inlog voor de maatwerkdienst aanvragen.
