

1.3 Grafieken

Inleiding

Het woord 'grafiek' wordt wel voor elke soort getekende voorstelling van gegevens gebruikt. Hier gaat het alleen om grafieken die horen bij tabellen met twee variabelen: bijvoorbeeld van het aantal mensen in een bepaalde gemeente afhankelijk van de tijd (het jaartal). Een grafiek laat dan het verloop van de bevolking van die gemeente heel duidelijk zien, duidelijker vaak dan een tabel. Er zijn verschillende soorten grafieken. Belangrijk is welke soort grafiek je wanneer gebruikt. En verder hebben grafieken eigenschappen zoals dalend en stijgend. Die moet je leren herkennen.

Je leert in dit onderwerp

- grafieken gebruiken om gegevens overzichtelijk te presenteren;
- soorten grafieken onderscheiden;
- eigenschappen van grafieken herkennen.

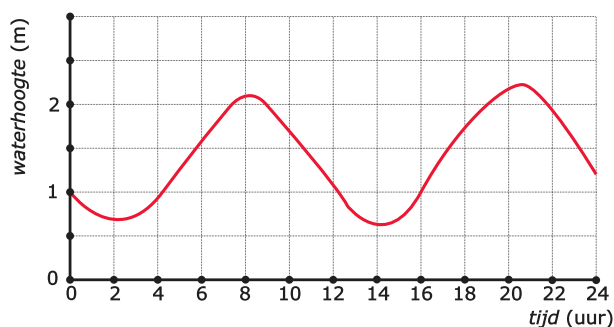
Voorkennis

- een grafiek tekenen bij een tabel;
- werken met procenten.

Verkennen

Opgave V1

Bekijk de grafiek.

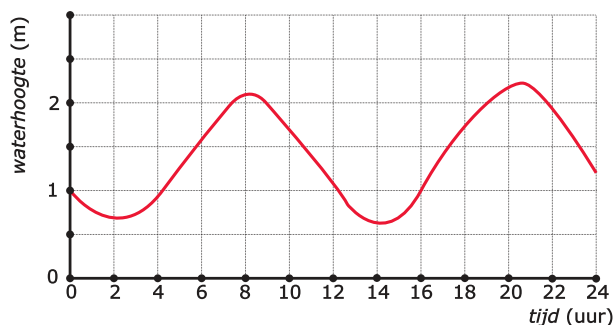


Figuur 1

- Tussen welke grootheden en eenheden geeft deze grafiek een verband weer?
- Beschrijf in je eigen woorden het verloop van de grafiek.

Uitleg

Je ziet een grafiek van de waterstand voor de komende uren op een locatie in Nederland.



Figuur 2

Er is sprake van twee variabelen: de hoogte van het water ten opzichte van NAP (Normaal Amsterdams Peil) is uitgezet tegen de tijd in uren. Op de verticale as vind je de variabele *waterhoogte* (in m), op de horizontale as staat de variabele *tijd* (in uren). De grafiek stijgt en daalt afwisselend. De waterhoogte is:

- stijgend als hij toeneemt met de tijd;
- dalend als hij afneemt met de tijd;
- maximaal als hij overgaat van stijgend naar dalend (hoogwater of vloed);
- minimaal als hij overgaat van dalend naar stijgend (laagwater of eb).

Omdat de waterhoogte voortdurend verandert, is er sprake van een vloeiend lopende grafiek. De waterstanden variëren tussen hoogwater en laagwater met een tijdsduur van ongeveer 6 uur en 10 minuten. Tussen twee opeenvolgende tijdstippen van laagwater zit een periode van ongeveer 12 uur en 20 minuten. Hetzelfde geldt voor twee opeenvolgende tijdstippen van hoogwater. Een grafiek die zichzelf (ongeveer) herhaalt, noem je periodiek.

Opgave 1

Bekijk de grafiek van de waterstanden in de [Uitleg](#).

- Tussen welke tijdstippen is de grafiek stijgend?
- Geef de tijden waarop de waterstand maximaal is (hoogwater). Hoe hoog staat het water dan?
- Geef de tijden waarop de waterstand minimaal is (laagwater). Hoe hoog staat het water dan?

Opgave 2

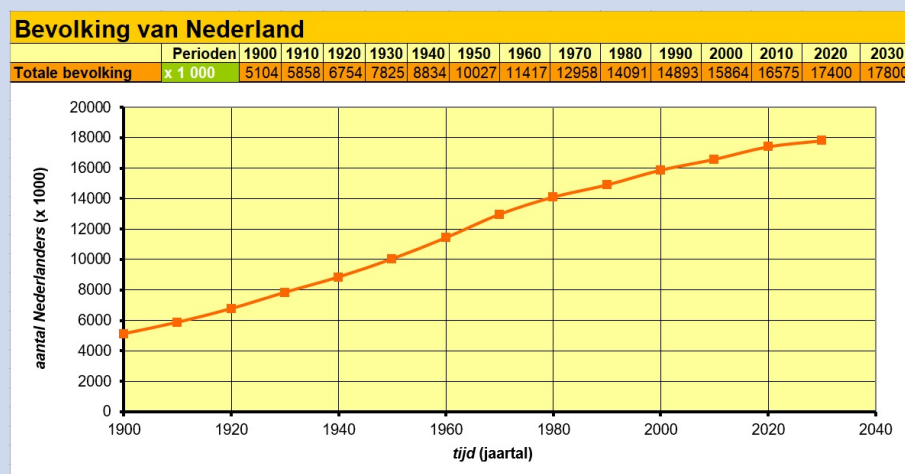
De grafiek van de waterstanden wordt in de [Uitleg](#) ‘periodiek’ genoemd.

- Om de hoeveel tijd herhaalt zich de waterstand (ongeveer)?
- Stel dat deze grafiek geldt voor 10 mei 2015. Op welke tijdstippen was het dan hoogwater op 12 mei 2015?
- Kun je uitleggen waarom deze grafiek niet zuiver periodiek zal zijn?

Theorie en voorbeelden

Om te onthouden

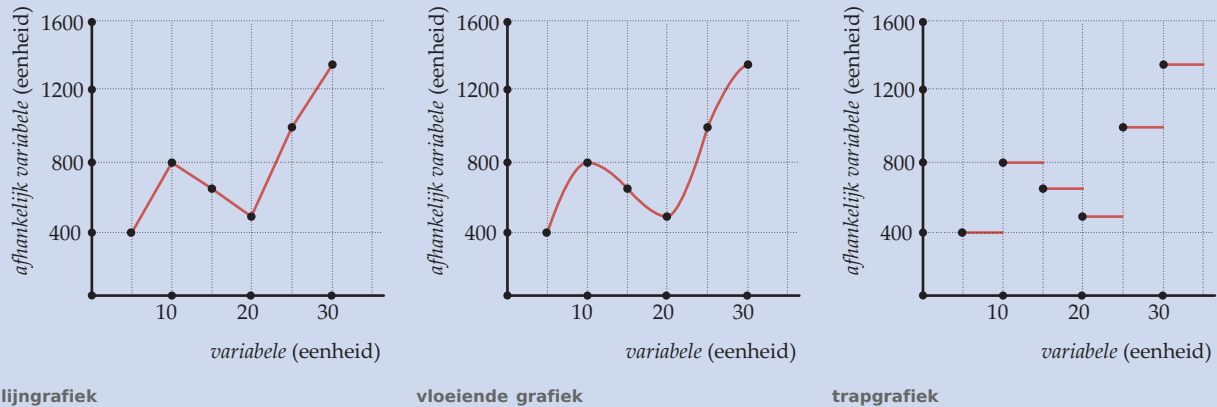
Bij een tabel met twee **variabelen** kun je een grafiek maken. Bij de CBS-tabel van de Nederlandse bevolking komen de twee variabelen *tijd* (jaartal) en *aantal Nederlanders* ($\times 1000$) voor. Hierbij hangt het *aantal Nederlanders* af van de *tijd*. Je maakt er daarom een grafiek bij met op de horizontale as de variabele *tijd* en op de verticale as de **afhankelijke variabele** *aantal Nederlanders*.



Figuur 3

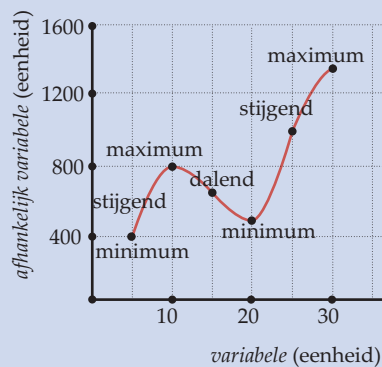
Bij de assen zet je de namen van de variabelen als **bijschriften**. Ook gebruik je maatstreepjes met getallen. Soms krijgt een grafiek nog een **grafiektitel** mee. Er zijn verschillende soorten grafieken:

- bij een **lijngrafiek** verbind je de punten die bij de tabel horen met dunne lijnstukjes omdat je de tussenwaarden niet weet;
- bij een **vloeiende grafiek** verbind je de punten die bij de tabel horen met een kromme lijn omdat je aan kunt nemen dat je weet dat de tussenwaarden zonder grote sprongen toenemen of afnemen;
- bij een **trapgrafiek** ga je ervan uit dat de afhankelijke variabele sprongsgewijs verandert.



Figuur 4

Grafieken hebben bepaalde eigenschappen.



Figuur 5

Een (vloeiende) grafiek is:

- **stijgend** als de afhankelijke variabele toeneemt;
- **dalend** als de afhankelijke variabele afneemt.

De grafiek heeft:

- een **maximum** als hij overgaat van stijgend naar dalend;
- een **minimum** als hij overgaat van dalend naar stijgend.

Ook in randpunten zit vaak een maximum of een minimum. Je noemt de maxima en de minima wel **extremen** of **uiterste waarden**.

Soms varieert de afhankelijke variabele met een vaste **periode**. Een grafiek die zichzelf (ongeveer) herhaalt, noem je **periodiek**. Een grafiek met een periode van 1 seconde heeft een **frequentie** van 60 per minuut.

Voorbeeld 1

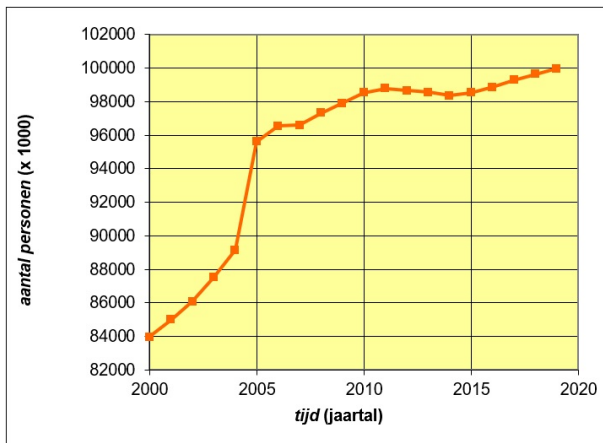
Bekijk de tabel van de bevolking van Deventer. Het *aantal personen* hangt af van de *tijd* (jaartal).

- Maak een bijpassende grafiek. Welke soort grafiek maak je en waarom?
- In de loop van 2004 is de gemeente Deventer uitgebreid. Hoe zie je dat in de grafiek?

Bevolking Deventer	
jaartal	aantal personen
2000	83956
2001	85008
2002	86072
2003	87526
2004	89142
2005	95620
2006	96540
2007	96596
2008	97328
2009	97904
2010	98541
2011	98779
2012	98673
2013	98558
2014	98356
2015	98540
2016	98869
2017	99295
2018	99653
2019	99957
telling 1-1-20XX	

Antwoord

Zet de punten uit de tabel in een assenstelsel en verbind ze.



Figuur 7

Er is gekozen voor een lijngrafiek, omdat de tussenwaarden niet bekend zijn. Hier past ook wel een vloeiende grafiek bij, want er zullen waarschijnlijk geen rare uitschieters zijn gedurende een jaar. Zelfs een trapgrafiek is te verdedigen: je baseert je dan uitsluitend op de tellingen van 1 januari van elk jaar en neemt dat als waarde voor een heel jaar.

De uitbreiding van de gemeente is terug te vinden in de snelle stijging tussen de punten bij 2004 en 2005. Die stijging heeft in de loop van 2004 plaatsgevonden. Kennelijk nam het aantal personen toen sneller toe vanwege gebiedsuitbreiding.

Opgave 3

Je ziet een tabel van het aantal Nederlanders in de loop van de jaren. Deze tabel is afkomstig van de website van het CBS.

Bevolking, huishoudens en bevolkingsontwikkeling; vanaf 1949										
Onderwerp		Perioden								
		1950	1960	1970	1980	1990	2000	2010	2016	2017
Bevolking op 1 januari Naar geslacht										
Mannen en vrouwen	x 1 000	10027	11417	12958	14091	14893	15864	16575	16979	17082
Mannen	x 1 000	4998	5686	6465	6994	7358	7846	8203	8417	8475
Vrouwen	x 1 000	5029	5731	6493	7097	7534	8018	8372	8562	8606
Bevolkingsontwikkeling										
Levendgeborenen	x 1 000	230	239	239	181	198	207	184	173	
Overledenen	x 1 000	76	88	110	114	129	141	136	149	
Geboorteoverschot	x 1 000	154	151	129	67	69	66	48	24	
Totale bevolkingsgroei	x 1 000	174	139	162	118	118	123	81	102	
Totale bevolkingsgroei, relatief	%	1,7	1,2	1,2	0,8	0,8	0,8	0,5	0,6	
Bevolkingsdichtheid										
Bevolkingsdichtheid	aantal	309	352	384	415	439	468	491	502	510
Bron: CBS										

Figuur 8

- Maak een grafiek van het aantal inwoners van Nederland in de loop van de jaren.
- Welke twee variabelen heb je tegen elkaar uitgezet?
- Welke van beide variabelen is de onafhankelijke variabele?
- Hoe zie je dat aan de grafiek?
- Waarom kun je eigenlijk geen vloeiende grafiek maken?

- f Wat is het voordeel van een grafiek boven een tabel?
- g Zijn er ook nadelen?

Opgave 4

Bekijk in de tabel in [Opgave 3](#) de rijen 'levendgeborenen', 'overledenen' en 'geboorteoverschot'.

- a Teken de drie grafieken van deze variabelen uitgezet tegen de tijd (in jaren) in één figuur.
- b Waarom noem je de grafiek van *geboorteoverschot* ook wel de 'verschilgrafiek' van de andere twee?
- c In welke periode is de grafiek van *geboorteoverschot* stijgend?
- d Het geboorteoverschot in Nederland is over het algemeen dalend. Wat betekent dat?

Voorbeeld 2

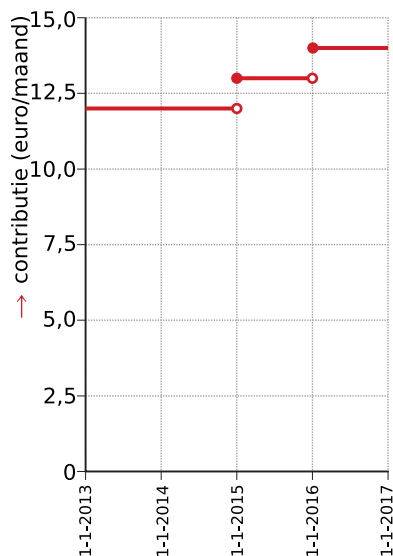
De maandelijkse contributie van de voetbalvereniging was:

- van 1 januari 2013 tot 1 januari 2015: € 12,00;
- van 1 januari 2015 tot 1 januari 2016: € 13,00;
- vanaf 1 januari 2016: € 14,00.

Teken een grafiek met daarin de maandelijkse contributie in euro uitgezet tegen de tijd.

Antwoord

De bijpassende grafiek moet een trapgrafiek zijn. Let goed op de open rondjes. Die zorgen ervoor dat er overall precies één uitkomst is.



Figuur 9

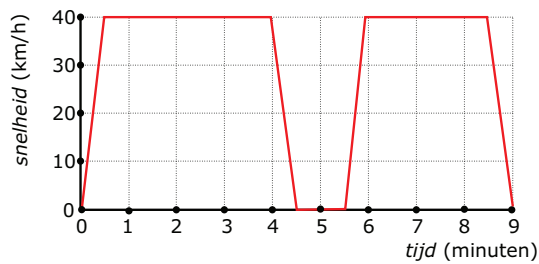
Opgave 5

Bekijk de grafiek van de maandelijkse contributie van de voetbalvereniging in [Voorbeeld 2](#).

- a Waarom moet de grafiek een trapgrafiek zijn?
- b Hoeveel betaal je in juli 2011?
- c In welk jaar was de maandcontributie € 13,00?

Voorbeeld 3

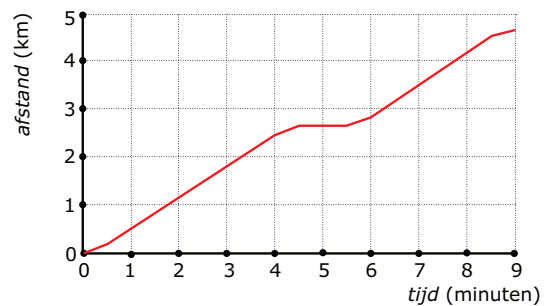
Deze grafiek geeft de snelheid aan van iemand die vanaf huis met zijn scooter naar school gaat. Je ziet dat hij de eerste halve minuut gemiddeld 20 km/h rijdt. Hoeveel km legt hij die eerste halve minuut af? Teken een grafiek van de afgelegde afstand afhankelijk van de tijd.



Figuur 10

Antwoord

De eerste halve minuut rijdt hij gemiddeld 20 km/h = $\frac{1}{3}$ km/min. In die halve minuut legt hij $\frac{1}{6}$ km af. Daarna rijdt hij drieënhalve minuut met 40 km/h = $\frac{2}{3}$ km/min. Hij legt dan elke halve minuut $\frac{1}{3}$ km af. Hierbij kun je een tabel maken voor de eerste vier minuten. De volgende halve minuut rijdt hij gemiddeld weer met 20 km/h = $\frac{1}{3}$ km/min. Dan staat hij een minuut stil. Zo kun je je tabel en je grafiek voortzetten en afmaken. Ga na dat er in totaal $4\frac{2}{3}$ km wordt afgelegd.

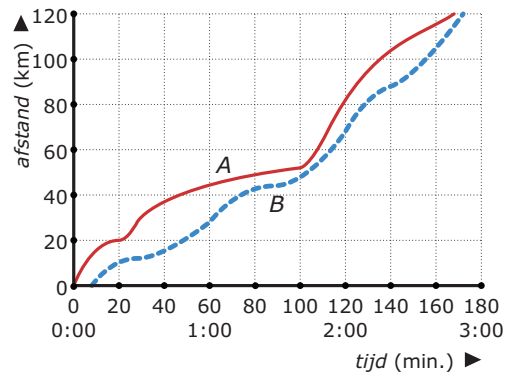


Figuur 11

Opgave 6

Je ziet de grafiek van twee wielrenners die een wedstrijd over 120 km rijden. Het is een individuele tijdrit, dus ze starten na elkaar.

- Welke van beide wielrenners startte het snelst? Hoe zie je dat aan de grafiek?
- Hoeveel bedroeg de gemiddelde snelheid van renner A gedurende de rit? Geef je antwoord in één decimaal nauwkeurig.
- Welk stuk van de route gaan ze bergop? Licht je antwoord toe.
- Wie van beiden is de beste klimmer? Licht je antwoord toe.
- Wie wint de tijdrit? Licht je antwoord toe.
- Waarom hebben deze grafieken geen dalende stukken?



Figuur 12

Opgave 7

Op de intensive care van een ziekenhuis bewaakt men met hartbewakingsapparatuur de hartfunctie van patiënten. Je ziet een grafische weergave van de hartslag van een patiënt. De hartslag wordt gewoonlijk uitgedrukt in het aantal slagen per minuut.



Figuur 13

- Wat is het aantal hartslagen van deze patiënt per minuut?
- Hoe groot is de hartslagfrequentie per seconde?
- De grafiek herhaalt zich steeds. Hoe groot is de periode van dit periodieke verschijnsel?
- Iemand die een zware lichamelijke inspanning heeft geleverd, heeft kort daarna meestal een verhoogde hartslagfrequentie. Hoe zal de grafiek van deze persoon eruitzien na een zware lichamelijke inspanning qua periode en hartslagfrequentie?

Verwerken

Opgave 8

De tabel geeft het aantal dodelijke ongelukken ten gevolge van branden in de periode 1950 tot en met 1982 in de Verenigde Staten weer.

- Teken een geschikte grafiek bij de eerste twee kolommen.
- Welke variabele is de afhankelijke variabele?
- Kun je een conclusie trekken over het aantal doden als gevolg van brand?
- Zie je dat het best terug in de tabel of in de grafiek?
- Waarom is ook de derde kolom nodig om te concluderen dat het nemen van maatregelen voor brandpreventie na 1980 vruchten begon af te werpen?
- Schat met behulp van de tabel hoeveel inwoners de Verenigde Staten in 1982 had.

Dodelijke ongelukken als gevolg van brand in de U.S.A.		
jaar	aantal doden	aantal doden per 1000 inwoners
1950	6405	4,2
1952	6922	4,4
1954	6003	3,7
1956	6405	3,8
1958	7291	4,2
1960	7645	4,2
1962	7534	4
1964	7379	3,8
1966	8084	4,1
1968	7335	3,7
1970	6718	3,3
1972	6714	3,2
1974	6236	2,9
1976	7480	3,5
1978	7440	3,4
1979	6245	2,8
1980	5765	2,6
1981	5860	2,6
1982	5325	2,3

Figuur 14

Opgave 9

In de maand december van 2014 was het koud in Nederland. Vanaf sinterklaas tot en met eerste kerstdag waren de minimumtemperaturen per dag in °C achtereenvolgens -1; -3; -8; 3; -12; -10; 0; 1; -1; -1; -3; -2; 0; -5; -4; -3; -6; -11; 9; 7; 6

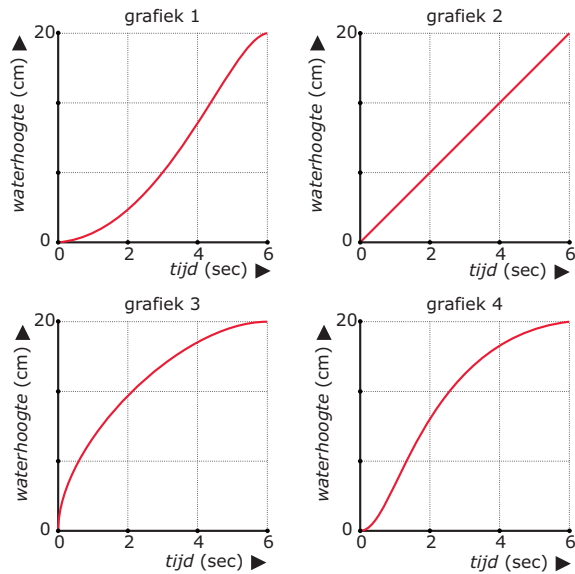
- Teken een lijndiagram bij deze gegevens.
- Wat is de gemiddelde minimumtemperatuur in deze periode? Geef je antwoord in één decimaal nauwkeurig.
- Op hoeveel procent van de dagen vroom het in deze periode? Geef je antwoord in één decimaal nauwkeurig.

Opgave 10

Als je een glazen vaas onder een gelijkmatig stromende kraan houdt, zie je de waterspiegel in de vaas stijgen. De vier vazen hebben dezelfde hoogte, maar een verschillende vorm. De vier grafieken geven de waterhoogte h (in centimeter) uitgezet tegen de tijd t (in seconden).



Figuur 15

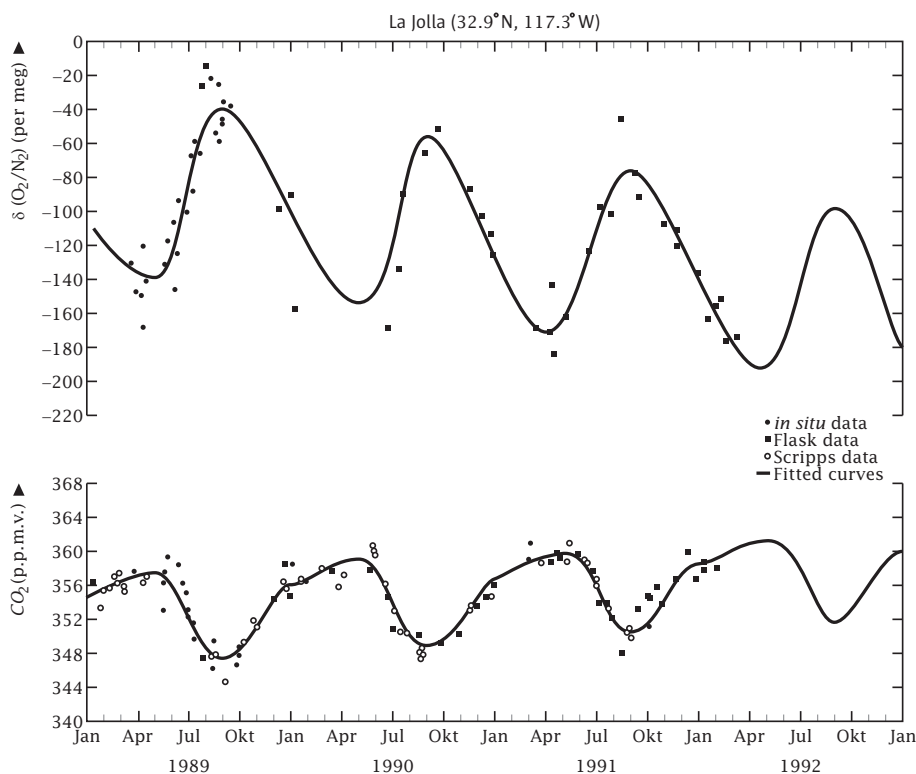


Figuur 16

- Geef aan welke grafiek bij welk glas hoort. Waarom zijn dit allemaal vloeiend lopende grafieken?
- Leg uit waarom grafiek 3 bij glas 4 hoort.
- Teken de grafieken van h afhankelijk van t als het water twee keer zo snel stroomt.

Opgave 11

De hoeveelheid kooldioxide (CO₂) en de hoeveelheid zuurstof (O₂) in de lucht worden onder andere in balans gehouden doordat de planten op aarde kooldioxide omzetten in zuurstof. Deze grafieken laten dat zien.



p.p.m.v. = parts per million by volume = cm³ per m³
 δ(O₂/N₂) (per meg) = afname verhouding zuurstof tot stikstof

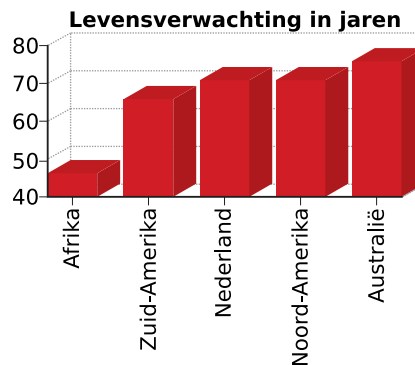
Figuur 17

- a Hoe groot is de periode van de grafiek van CO₂?
- b Waarom daalt de hoeveelheid CO₂ in de atmosfeer in de periode mei tot en met augustus?
- c Hoeveel cm³ CO₂ zat er in 1990 per m³ minimaal in de atmosfeer en hoeveel maximaal?
- d De maxima van de bovenste grafiek komen overeen met de minima van de onderste grafiek en andersom. Verklaar dit.
- e Teken een trendlijn voor de kooldioxidegrafiek.
- f Voorspel het gehalte kooldioxide in januari 2010 als deze trend zich voortzet.

Opgave 12

Bekijk de figuur met de levensverwachting in verschillende delen van de wereld.

- a Leg uit waarom er geen lijngrafiek getekend is.
- b Alle staven van de figuur zijn minimaal drie keer zo hoog als die van Afrika. Worden de mensen in Australië drie keer zo oud als in Afrika? Licht je antwoord toe.
- c Welke gegevens zijn in deze figuur tegen elkaar uitgezet?
- d Wat zou je moeten veranderen om een betere grafische voorstelling van de werkelijkheid te krijgen?



Figuur 18

Toepassen

Om de groei van kinderen te volgen zijn er zogenaamde **schoolartsenkaarten** ontwikkeld. Je kunt ze hier downloaden:

- [schoolartsenkaart voor jongens](#)
- [schoolartsenkaart voor meisjes](#)

Je kunt er twee groeigrafieken op bijhouden: een grafiek voor *lengte* in cm en een grafiek voor *gewicht* in kg, beide afhankelijk van *leeftijd* in jaren.

Opgave 13

Bekijk de schoolartsenkaart voor jongens. Als een grafiek op deze kaart een P-waarde van 50 heeft, betekent dit dat 50% van de jongens daar onder zit.

- Welke twee variabelen worden er in het onderste deel van deze kaart tegen elkaar uitgezet?
- Waarom staan er op deze kaart al grafieken voorgedrukt?
- Hoe kun je met behulp van deze schoolartsenkaart de lengte voorspellen van een gemiddelde man van 20 jaar?
- Welke twee variabelen worden er in het bovenste deel van deze kaart tegen elkaar uitgezet?
- Hoe zwaar is een gemiddelde jongen van 15 jaar ongeveer?

Opgave 14

Bekijk de schoolartsenkaart voor meisjes. Een uitdrukking als P_{10} bij een grafiek op deze kaart betekent dat 10% van de meisjes daar onder zit.

- Hoe lang is een gemiddeld meisje van 15 jaar ongeveer?
- Hoe zwaar is een gemiddelde vrouw van 15 jaar?
- Hoe lang en hoe zwaar is 90% van de vrouwen van 15 jaar minstens?

Testen

Opgave 15

In de tabel vind je de levensverwachting van mannen en vrouwen bij hun geboorte in Nederland.

jaar	1950	1960	1970	1980	1990	2000	2010
mannen	70,0	71,0	71,0	72,2	74,3	75,5	78,8
vrouwen	72,5	75,5	76,9	77,8	79,5	80,6	82,7

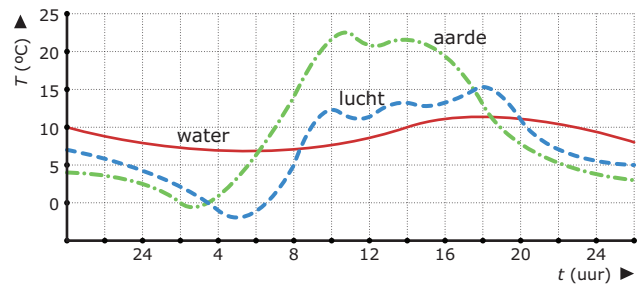
Tabel 1

- Teken de twee bijbehorende grafieken in één figuur.
- Hoe heb je de punten die horen bij waarden uit de tabel met elkaar verbonden? Motiveer je keuze.
- In een bepaalde periode is het verschil tussen de levensverwachting bij vrouwen sterk toegenomen. In welke periode was dat?

Opgave 16

De grafieken geven het temperatuurverloop van het aardoppervlak, de lucht en het water op een zonnige voorjaarsdag in Nederland weer.

- Leg uit hoe je aan de grafieken kunt zien dat het om een zonnige voorjaarsdag in Nederland gaat.
- Hoeveel bedroeg de minimale temperatuur van de atmosfeer die dag? Op welk tijdstip werd die temperatuur bereikt?
- Op een deel van de dag was het die dag zo bewolkt dat de temperatuur van de aarde daalde. Welk deel van de dag was dat?
- Wat houdt de temperatuur het beste vast: aarde, lucht of water? Hoe zie je dat aan de grafieken?
- De volgende dag is het dicht bewolkt. Maak een schets van het verloop van de drie grafieken op die dag.
- Leg uit waarom deze temperatuurgrafieken wel een vaste periode hebben, maar dat er toch geen sprake is van een zuiver periodiek verschijnsel.



Figuur 19

Practicum

Met **Excel** (een spreadsheetprogramma, een rekenblad) werken is ook handig bij het maken van grafieken bij tabellen. Je kunt bij gegeven tabellen gemakkelijk diagrammen en grafieken maken.

Als je nog weinig met Excel hebt gewerkt, doe dan ook het eerste practicum. Anders is het tweede voldoende.

- [Basistechnieken Excel](#)
- [Grafieken bij tabellen met Excel](#)



© 2021

Deze paragraaf is een onderdeel van het Math4All wiskundemateriaal.

Math4All stelt het op prijs als onvolkomenheden in het materiaal worden gemeld en ideeën voor verbeteringen in de content of dienstverlening kenbaar worden gemaakt.

Email: f.spijkers@math4all.nl

Met de Math4All maatwerkdienst kunnen complete readers worden samengesteld en toetsen worden gegenereerd. Docenten kunnen bij a.f.otten@xs4all.nl een gratis inlog voor de maatwerkdienst aanvragen.
