

1.2 Procenten

Inleiding

In veel tabellen komen procenten voor. 'Pro centum' is Latijn en betekent per honderd, dus één van elke honderd, dus $\frac{1}{100}$ deel. Met procenten rekenen is daarom rekenen met honderdsten: $45\% = \frac{45}{100} = 0,45$. 45% ergens van uitrekenen komt neer op vermenigvuldigen met 0,45. Het werken met procenten is al heel oud, zelfs de Oude Grieken kenden al het werken 'per honderd'. Het teken voor procenten is echter nog niet heel oud en is vermoedelijk ontstaan uit de afkorting p.c. (pour cent).



Figuur 1

Je leert in dit onderwerp

- opnieuw rekenen met procenten;
- werken met indexcijfers.

Voorkennis

- werken met tabellen, tabellen maken en interpreteren;
- werken met procenten in eenvoudige situaties.

Verkennen

Opgave V1

Een mobiele telefoon is in de aanbieding. Normaal kost deze € 189,00. Nu krijg je 20% korting. Hoeveel kost de telefoon nu?

Opgave V2

Een spijkerbroek kost in de opruiming met 30% korting nog maar € 42,00. Wat was de prijs van de broek zonder korting?

Uitleg

Regelmatig kom je procenten tegen. 'Pro centum' is Latijn en betekent per honderd, dus één van elke honderd, dus $\frac{1}{100}$ deel. Met procenten rekenen is daarom rekenen met honderdsten: $45\% = \frac{45}{100} = 0,45$.

45% van een geheel is het $\frac{45}{100}$ deel ervan en dat kun je berekenen door te vermenigvuldigen met 0,45.

Het werken met procenten is al heel oud, zelfs de Oude Grieken kenden al het werken 'per honderd'. Een voorbeeld van het werken met procenten is het indexcijfer. Een indexcijfer geeft een procentuele stijging of daling aan. Een indextabel begint op een bepaald moment met een index van 100 (= 100%).

Stel dat de prijs van een bepaald artikel in 2015 een index van 100 heeft gekregen. Na één jaar is de prijs 10% toegenomen; het indexcijfer wordt dan $100 + 0,10 \cdot 100 = 110$. Het jaar daarna is die prijs met 10% afgenomen; het indexcijfer wordt dan: $110 - 0,10 \cdot 110 = 99$. Het derde jaar is de prijs met 5% toegenomen; het indexcijfer is dan $99 + 0,05 \cdot 99 = 103,95$ geworden. In de tabel wordt dit weergegeven.

jaar	index	jaarmutatie
2015	100	
2016	110	+10
2017	99	-11
2018	103,95	+4,95

Tabel 1



Figuur 2

Opgave 1

Bekijk in de **Uitleg** wat je onder een percentage verstaat.

45% komt overeen met $\frac{45}{100}$ deel.

- a Met welk deel komt 23% overeen?
- b Bereken 23% van 150.
- c Laat zien dat 25% overeenkomt met $\frac{1}{4}$ deel.
- d Waarom is 33% niet precies gelijk aan $\frac{1}{3}$ deel? Is het meer of minder?

Opgave 2

Bekijk de tabel met indexcijfers in de **Uitleg**.

- a Hoe zie je dat de prijs in 2018 verjaardag 3,95% hoger was dan in 2015?
- b Als de prijs in 2015 65 euro bedroeg, hoeveel bedroeg dit dan in 2018?
- c Is de prijs in 2018 gestegen ten opzichte van die in 2016?

Theorie en voorbeelden

Om te onthouden

1 **procent** is $\frac{1}{100} = 0,01$. Dus 1% ergens van is $\frac{1}{100}$ deel daarvan.

Bij het rekenen met procenten kun je werken met verhoudingstabellen.

Daarin bereken je bijvoorbeeld hoeveel procent 150 is als 125 overeenkomt met 100%:

$$\frac{150}{125} \cdot 100 = 120\%.$$

Je gebruikt procenten vooral om te vergelijken. Het is niet eenvoudig om te zeggen of 11 van de 43 een groter of kleiner deel is dan 23 van de 81. Wanneer je berekent hoeveel procent 11 van de 43 is (25,58...%) en hoeveel procent 23 van de 81 is (28,39...%), dan kun je het antwoord zo geven.

Het werken met een **index** en met een **indexcijfer** is een voorbeeld van het werken met procenten.

getal	125	150
procent	100	?

Tabel 2

Voorbeeld 1

Wat is meer: 23 van de 53 of 31 van de 64?

Antwoord

Je kunt werken met een verhoudingstabel: $? = \frac{23}{53} \cdot 100 \approx 43,4\%$.

Of je deelt: $\frac{23}{53} \approx 0,434$, dus is het 43,4%.

aantal	53	23
procent	100	?

Tabel 3

Je kunt werken met een verhoudingstabel: $? = \frac{31}{64} \cdot 100 \approx 48,4\%$.

Of je deelt: $\frac{31}{64} \approx 0,484$, dus is dit 48,4%.

Conclusie: 31 van 64 is meer dan 23 van 53.

aantal	64	31
procent	100	?

Tabel 4

Opgave 3

Schrijf als percentage.

- a 0,25
- b 0,375
- c 0,001
- d 3,14

Opgave 4

Bereken.

- a 24% van 150
- b 11% van 2150
- c 3,4% van 15600
- d 0,4% van 530

Opgave 5

Schrijf als percentage.

- a $\frac{1}{4}$ deel
- b $\frac{1}{8}$ deel
- c 5 van de 40
- d $\frac{12}{50}$ deel
- e 8 van de 25
- f $\frac{11}{500}$ deel

Opgave 6

Wat is naar verhouding meer?

- a 5 van de 11 of 45 van de 100
- b 23% of $\frac{15}{71}$ deel

Voorbeeld 2

Ooit was al ons gas om te koken en het huis te verwarmen afkomstig uit Nederland, maar tegenwoordig wordt ook gas uit het buitenland gekocht. In 2013 was 63% van het gebruikte gas afkomstig uit Nederland. Dit was samen 38,7 miljard m³ gas. Hoeveel aardgas was afkomstig uit het buitenland?

Antwoord

Het buitenland leverde $100 - 63 = 37\%$.

Met een verhoudingstabel: $? = \frac{37}{63} \cdot 38,7 \approx 22,7$ miljard m³.

miljard m ³ gas	38,7	?
procent	63	37

Tabel 5

Opgave 7

Bereken de nieuwe prijs of het nieuwe bedrag.

- a Je koopt een fiets van € 650,00 en krijgt 12,5% korting.
- b De contributie van de tafeltennisclub is € 120,00 per jaar en wordt met 5% verhoogd.
- c Sinds 1960 is de prijs van de benzine met ongeveer 180% gestegen. Toen kostte 1 liter benzine € 0,54.

Opgave 8

Je haalt van een bedrag eerst 10% af en doet er dan weer 10% van het nieuwe bedrag bij. Laat met een berekening zien of je weer hetzelfde bedrag hebt gekregen.

Opgave 9

Btw is de afkorting van 'belasting over de toegevoegde waarde'. Als consument moet je btw betalen. Ondernemers mogen de btw aan de belastingdienst terugvragen, omdat hun klanten de btw al betalen.

- a De btw op een fiets die € 650,00 kost (dus zonder btw) is 21% van de prijs. Hoeveel betaal je voor de fiets inclusief btw?
- b Je koopt een oudere versie van de iPad met 25% korting voor € 185,00. Hoeveel kostte deze iPad oorspronkelijk exclusief de 21% btw?

Voorbeeld 3

De tabel 'consumentenprijsindex (CPI); alle huishoudens', geeft de gemiddelde prijsverandering weer van goederen en diensten die huishoudens aanschaffen. De CPI is een voorbeeld van het werken met procenten en indexcijfers. Het jaar 2006 is het indexjaar. De totale prijs van de 1600 artikelen en diensten waarvan het CBS de prijsontwikkeling volgt, wordt aan het begin van het jaar 2006 op 100 gesteld, dus 100% genoemd. Vervolgens wordt berekend hoeveel die totale prijs aan het begin van een ander jaar is en uitgerekend met hoeveel procent hij is gestegen of gedaald ten opzichte van de prijs in 2006. Dat is het indexcijfer voor dat jaar.

Voor 2013 is het indexcijfer 112,8. De prijzen zijn dus gemiddeld voor de consument met 12,8% gestegen ten opzichte van die in 2006.

De prijsstijging begin 2014 ten opzichte van begin 2013 reken je zo uit:

De toename is $114,4 - 112,8 = 1,6$.

Dat is $\frac{1,6}{112,8} \cdot 100 \approx 1,4\%$.

De prijsstijging ten opzichte van januari 2013 is daarom 1,4%. In de tabel heet dit de 'jaarmutatie'.

Hoeveel is de prijsstijging van begin 2011 ten opzichte van begin 2009?

Antwoord

De toename begin 2011 ten opzichte van begin 2009 is $106,9 - 104,1 = 2,8$.

En dat is: $\frac{2,8}{104,1} \cdot 100 \approx 2,7\%$.

Consumentenprijsindex (CPI); alle huishoudens		
onderwerpen	CPI	jaarmutatie
perioden	2006=100	CPI
2006	100	
2007	100,1	0,1
2008	102,1	2,0
2009	104,1	1,9
2010	104,9	0,8
2011	106,9	1,8
2012	109,5	2,5
2013	112,8	3,0
2014	114,4	1,4

Tabel 6

index	112,8	1,6
procent	100	?

Tabel 7

index	104,1	2,8
procent	100	?

Tabel 8

Opgave 10

Bekijk de tabel van de consumentenprijsindex in [Voorbeeld 3](#).

- a Welk jaar is het indexjaar en wat betekent dat?
- b Hoeveel bedraagt het indexcijfer voor 2010?
- c Met hoeveel procent zijn de prijzen dus gestegen ten opzichte van 2006?
- d Met hoeveel procent zijn de prijzen in 2010 gestegen ten opzichte van 2009?
- e Met hoeveel procent zijn de prijzen in 2010 gestegen ten opzichte van 2008? Geef je antwoord in één decimaal nauwkeurig.

Opgave 11

Stel dat in 2015 de jaarmutatatie van de consumentenprijsindex 1,6 bedroeg.

- a Welk indexcijfer krijgt 2014 dan? Geef je antwoord in één decimaal nauwkeurig.
- b Met hoeveel procent zijn de prijzen in 2013 gestegen ten opzichte van het indexjaar 2006?

Verwerken

Opgave 12

Bereken het percentage.

- a Hoeveel procent is $\frac{1}{10}$ deel?
- b Hoeveel procent is 5 van de 20?
- c Hoeveel procent is € 3,50 van € 21,00? Geef je antwoord in één decimaal nauwkeurig.
- d Een bedrag neemt af van € 125,00 naar € 100,00. Hoeveel procent is de korting?
- e Een bedrag neemt toe van € 100,00 naar € 125,00. Hoeveel procent is de toename?

Opgave 13

Bereken het bedrag.

- a Hoeveel is 4% van € 1000,00?
- b Een bedrag van € 1,34 wordt met 12% verhoogd. Bereken de nieuwe prijs.
- c Een bedrag van € 24,65 wordt met 28% verlaagd. Bereken de nieuwe prijs.
- d Een bedrag is met 10% verhoogd en is nu € 127,50. Bereken de oude prijs.
- e Een bedrag is met 24% verlaagd en is nu € 40,80. Bereken de oude prijs.

Opgave 14

Zet op volgorde, van klein naar groot met behulp van het < teken.

- a $\frac{2}{3}$; 18%; $\frac{1}{7}$; 34%; $\frac{5}{6}$; 75%
- b 42 van de 712; 12 van de 216; 8 van de 150.
- c 20% van € 39,00; 12% van € 25,00; 90% van € 11,75.

Opgave 15

Bereken.

- a Je krijgt $\frac{2}{7}$ deel van € 140,00. Hoeveel procent is dat? Geef je antwoord in één decimaal nauwkeurig.
- b Een trui is afgeprijsd van € 39,00 voor € 34,50. Hoeveel procent is de korting? Geef je antwoord in één decimaal nauwkeurig.
- c Een telefoonabonnement is duurder geworden, van € 15,00 naar € 18,00. Hoeveel procent is het duurder geworden?

Opgave 16

Prijzen worden vaak geïndexeerd om de ontwikkeling bij te kunnen houden. Dit geldt bijvoorbeeld voor de aandelenbeurs (AEX), de koopkracht en woningprijzen.

In de tabel is de prijsindex van koopwoningen in een bepaalde provincie af te lezen.

- a Welk jaar is het indexjaar?
- b In 2005 kostte een koopwoning € 150000. Hoeveel kostte de woning in 2012?
- c Een koopwoning werd in 2013 verkocht voor € 189000. Hoeveel kostte de woning in 2005?
- d Was de koopwoning in 2004 of in 2012 het meeste waard? Licht je antwoord toe.
- e Was er tussen 2005 en 2010 een prijsstijging of een prijsdaling? Licht je antwoord toe.

jaar	index	jaarmutatie
2003	90	
2004	96	6,7
2005	100	4,2
2006	104	4,0
2007	108	3,8
2008	112	3,7
2009	109	-2,7
2010	103	-5,5
2011	96	-6,8
2012	92	-4,2
2013	89	-3,3
2014	86	-3,4

Tabel 9

Opgave 17

Beantwoord de volgende vragen door middel van een berekening.

- a Je mag kiezen of je 20% of € 15,00 korting krijgt op een prijs van € 85,00. Wat kies je?
- b Je hebt een telefoonabonnement van € 16,50 per maand. Dit abonnement wordt 7% duurder. Blijf je bij de provider of kies je een nieuw abonnement bij een andere provider voor € 17,75 per maand?
- c Je hebt een spijkerbroek met 20% korting gekocht voor € 49,00. Hoeveel was de oorspronkelijke prijs?
- d Een jonge scooterrijder betaalt € 20,83 per maand voor een scooterverzekering, inclusief de toeslag van 15% voor jonge scooterrijders. Hoeveel kost de verzekering zonder toeslag?

Toepassen

Onder **BTW** wordt Belasting Toegevoegde Waarde verstaan. Elke ondernemer die een goed levert of een dienst verricht brengt deze omzetbelasting in rekening aan de afnemer. Vervolgens moet de ondernemer deze omzetbelasting afdragen aan de Belastingdienst. De afnemer kan de betaalde btw als voorbelasting terugkrijgen van de fiscus als hij kan aantonen dat hij een belastingplichtig ondernemer is en dat hij het geleverde goed/dienst gebruikt binnen zijn onderneming.

Er zijn verschillende tarieven:

- Het 21% tarief:
Dit betaal je over vrijwel alle onroerende goederen en geleverde diensten.
- Het 9% tarief:
Dit betaal je vooral voor voedsel en sommige diensten.
- Het 0% tarief:
Dit geldt vaak voor zaken met het buitenland.
- In sommige gevallen is er vrijstelling van BTW.

Voor meer details kun je bij de belastingdienst terecht.

Opgave 18

Je koopt een nieuwe laptop van € 400 exclusief btw. Daar moet je 21% btw bij betalen.

- a Hoeveel moet je inclusief btw betalen?
- b De leverancier van de laptop geeft 15% korting. Heb je die korting liever over de prijs zonder btw of de prijs met btw?

Opgave 19

Een rijwielhandelaar koopt voor € 500,00 een tweedehands fiets terug van een klant. Dat is inclusief 21% btw. De btw moet worden afgedragen aan de Belastingdienst. Hij berekent dat de btw € 105,00 bedraagt.

Is dat juist? Zo nee, laat dan zien hoe je de btw wel moet berekenen.

Testen

Opgave 20

Bereken.

- a 12% van 364 is ...
- b 162 is ongeveer ...% van 364.
- c 364 is 54% van ...
- d 364 neemt toe tot 432, dat is een toename van ...%
- e 364 neemt met 6% toe tot ...
- f 364 neemt af met 6% tot ...
- g 364 neemt af tot 320, dat is een afname van ongeveer ...%.

Opgave 21

Het Centraal Bureau voor de Statistiek (CBS) houdt voor Nederland alle prijzen bij. De index in het jaar 2006 is gesteld op 100. De huidige index is 112.

- a Wat kost een brood, dat in 2006 € 1,20 kostte?
- b Wat kostte een pak koffie, dat nu € 6,05 kost, in 2006?

Opgave 22

In Nederland hebben we in 2008 ongeveer 2360 km aan autosnelweg, in België is dat 1763 km. Nederland kent 56,8 km snelweg per 1000 km².

- a Hoeveel procent aan kilometersnelweg heeft Nederland meer dan België?
- b Hoeveel procent aan kilometer snelweg heeft België minder dan Nederland?
- c Hoe groot is de oppervlakte van Nederland?
- d Neem aan dat een autosnelweg gemiddeld ongeveer 20 m breed is (een rijstrook is 3,50 m breed). Hoeveel procent van Nederland is autosnelweg?
- e België heeft de grootste snelwegdichtheid van de Europese Unie. België heeft een oppervlakte van 30528 km². Hoeveel km snelweg per 1000 km² heeft België?
- f Hoeveel procent is de landoppervlakte van Nederland groter dan die van België?
- g Stel dat Nederland er in de periode 2009-2011 in het totaal 6% km snelweg bij krijgt. Hoeveel kilometer snelweg heeft Nederland dan in 2012?
- h Stel dat in België het aantal kilometer snelweg in 2009 toegenomen is tot 1940 km. Met hoeveel procent nam het aantal km snelweg daar dan toe?



© 2021

Deze paragraaf is een onderdeel van het Math4All wiskundemateriaal.

Math4All stelt het op prijs als onvolkomenheden in het materiaal worden gemeld en ideeën voor verbeteringen in de content of dienstverlening kenbaar worden gemaakt.

Email: f.spijkers@math4all.nl

Met de Math4All maatwerkdienst kunnen complete readers worden samengesteld en toetsen worden gegenereerd. Docenten kunnen bij a.f.otten@xs4all.nl een gratis inlog voor de maatwerkdienst aanvragen.
