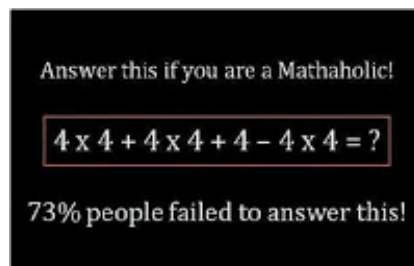


1.3 Rekenvolgorde

Inleiding

Bij het rekenen moet je een zekere volgorde in acht nemen, anders krijg je onbedoelde uitkomsten. Die rekenvolgorde kun je echter beïnvloeden met haakjes. En soms is het ook weer handig om die haakjes weg te werken; bepaalde uitdrukkingen met variabelen kun je dan overzichtelijker maken.



Figuur 1

Je leert in dit onderwerp

- de rekenvolgorde toepassen;
- haakjes wegwerken in uitdrukkingen met variabelen.

Voorkennis

- rekenen met getallen (met de hand en met de rekenmachine);
- rekenen met wortels;
- het begrip variabele en hoe je ermee kunt rekenen.

Verkennen

Opgave V1

Je zit met drie vriend(inn)en op een terras en jij trakteert jullie vieren op een kop koffie met een appelpunt. De koffie kost € 2,25 per kop en een appelpunt is € 3,10.

- Je wilt even uitrekenen hoeveel dit samen gaat kosten, pakt een rekenmachine en toetst in $2,25 + 3,10 \cdot 4$. Wat gaat daar fout?
- Hoe moet dit worden ingevoerd op de rekenmachine (als één berekening)?
- Hoeveel moet je dus in totaal betalen?

Opgave V2

Je wilt de uitdrukking $8x - 4(5 - 2x)$ korter schrijven.

- Wat moet je dan als eerste doen?
- Schrijf deze uitdrukking zo kort mogelijk.

Uitleg 1

Bij het rekenen moet je de juiste rekenvolgorde hanteren:

- H: eerst doe je wat binnen haakjes staat;
- MW: vervolgens machten en wortels van links naar rechts;
- VD: daarna vermenigvuldigen en delen van links naar rechts;
- OA: ten slotte optellen en aftrekken van links naar rechts.

Je ziet dat machten en wortels gelijkwaardig zijn. Hetzelfde geldt voor vermenigvuldigen en delen en voor optellen en aftrekken. Met haakjes kun je de volgorde beïnvloeden: wat binnen haakjes staat doe je eerst.

In de rekenvolgorde zijn machtsverheffen en worteltrekken opgenomen.

Machtsverheffen: $3^4 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 81$.

Worteltrekken: $\sqrt{81} = 9$ want $9^2 = 81$.

Wortels kun je met elkaar vermenigvuldigen: $\sqrt{2} \cdot \sqrt{8} = \sqrt{16} = 4$.

Wortels kun je op elkaar delen: $\frac{\sqrt{8}}{\sqrt{2}} = \sqrt{4} = 2$.

Optellen en aftrekken kan pas als je de wortels hebt uitgerekend of benaderd.

Je kunt wel gelijksoortige wortels optellen of aftrekken. Bijvoorbeeld: $7\sqrt{5} + 3\sqrt{5} = 10\sqrt{5}$

Haakjes gebruik je om de volgorde van het rekenen naar je hand te zetten. Als je eerst 3,10 en 2,25 wilt optellen en de uitkomst daarvan met 4 wilt vermenigvuldigen, dan schrijf je $(3,10 + 2,25) \cdot 4 = 21,40$. Als je de haakjes vergeet komt er heel wat anders uit!

Deze rekenvolgorde gebruik je ook bij het rekenen met variabelen.

Opgave 1

Bekijk de uitleg.

Bereken zonder rekenmachine.

- a $8 \cdot 5 - \frac{4}{2}$
- b $40 - \frac{5+7}{3}$
- c $\frac{6}{4+2} \cdot \sqrt{3} \cdot \sqrt{8+4}$
- d $\frac{5^3}{2^5} - 5^{6-4}$

Uitleg 2

Bij het rekenen met variabelen wil je soms uitdrukkingen vereenvoudigen door haakjes weg te werken.

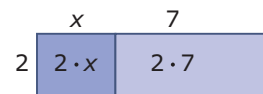
Figuur 1 laat zien dat:

$2 \cdot (x + 7) = 2 \cdot x + 2 \cdot 7 = 2x + 14$. Het product van de factoren 2 en $x + 7$ herleid je zo tot de tweeterm $2x + 14$.

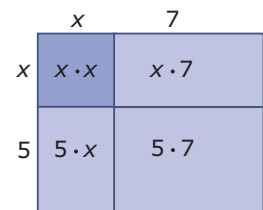
Figuur 2 laat zien dat:

$(x + 5) \cdot (x + 7) = x \cdot x + 7 \cdot x + 5 \cdot x + 5 \cdot 7 = x^2 + 12x + 35$. Het product van de factoren $x + 5$ en $x + 7$ herleid je zo tot de drieterm $x^2 + 12x + 35$.

Een product bestaat uit factoren en een optelling (of aftrekking) uit termen. Je ziet in de eerste figuur dat de factor 2 wordt verdeeld over de twee termen van de factor $x + 7$. In de tweede figuur gebeurt iets soortgelijks.



Figuur 1



Figuur 2

Figuur 2

Opgave 2

In de uitleg zie je hoe je in uitdrukkingen met variabelen de haakjes kunt wegwerken.

- a Maak een rechthoek waarmee je laat zien dat:
 $5(2x + 3) = 10x + 15$.
- b Maak een rechthoek waarmee je laat zien dat:
 $(2x + 3)(x + 4) = 2x^2 + 11x + 12$.
- c Werk van $x(2x + 3)$ de haakjes weg.
- d Wat krijg je dan als je het antwoord zo ver mogelijk herleidt?
- e Werk van $(x + 5)(2x - 3)$ de haakjes weg.
- f Laat zien dat $-(x - 3) = -x + 3$.

Opgave 3

Werk de haakjes weg en herleid.

- a $3(a + 4b)$
- b $3a(a - 4b)$
- c $(x + 3)(x + 5)$
- d $(2x - 4)(x - 5)$
- e $4(3p + 2) + 5(4 - p)$
- f $3(2p + 4) - (4 - p)$

Theorie en voorbeelden

Om te onthouden

Rekenvolgorde:

- H: eerst voer je uit wat binnen haakjes staat;
- MW: vervolgens machten en wortels van links naar rechts;
- VD: daarna vermenigvuldigen en delen van links naar rechts;
- OA: ten slotte optellen en aftrekken van links naar rechts.

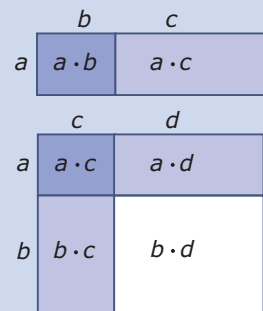
Als je met variabelen rekt moet je de juiste rekenvolgorde hanteren.

Soms is het gemakkelijk om uitdrukkingen met variabelen te vereenvoudigen door **haakjes weg te werken**.

De figuren laten zien dat:

- $a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c$. Het product van de factoren a en $b + c$ herleid je tot de **tweeterm** $ab + ac$.
- $(a + b) \cdot (c + d) = a \cdot c + a \cdot d + b \cdot c + b \cdot d$. Het product van de factoren $a + b$ en $c + d$ herleid je tot de **vierterm** $ac + ad + bc + cd$.

Een product bestaat uit **factoren** en een optelling (of aftrekking) uit **termen**. Je ziet in de bovenste figuur dat de factor a wordt verdeeld over de twee termen van de factor $b + c$. In de onderste figuur gebeurt iets soortgelijks.



Figuur 3

Voorbeeld 1

Voer de volgende berekeningen uit zonder de rekenmachine te gebruiken. Controleer ze daarna met de rekenmachine.

- $2 \cdot \sqrt{16} + 2 \cdot 3 - 4 \cdot \frac{2+6}{2^3}$
- $\sqrt{40+10} \cdot \sqrt{2} - \frac{\sqrt{48}}{\sqrt{3}} \cdot \frac{5}{2^5-12}$

Antwoord

- $2 \cdot \sqrt{16} + 2 \cdot 3 - 4 \cdot \frac{2+6}{2^3} =$
 $2 \cdot 4 + 2 \cdot 3 - 4 \cdot \frac{8}{8} =$
 $8 + 6 - 4 \cdot 1 =$
 $14 - 4 = 10$
- $\sqrt{40+10} \cdot \sqrt{2} - \frac{\sqrt{48}}{\sqrt{3}} \cdot \frac{5}{2^5-12} =$
 $\sqrt{50} \cdot \sqrt{2} - \sqrt{16} \cdot \frac{5}{32-12} =$
 $\sqrt{100} - 4 \cdot \frac{5}{20} =$
 $10 - \frac{20}{20} = 10 - 1 = 9$

Opgave 4

Bereken zonder de rekenmachine te gebruiken.

a $4 \cdot 2^5 - \frac{400}{\sqrt{16}}$

b $\frac{(2^3+3^2)^2}{17} - \sqrt{64}$

c $(2 \cdot \sqrt{2})^2$

d $\frac{2^{1+\sqrt{25}}}{12-2 \cdot \frac{6}{3}}$

Opgave 5

Zet haakjes in de uitdrukkingen, zodat er een goede berekening staat.

a $3^4/8 - 5 = 27$

b $2^5 - \sqrt{256}/2^3 = 2$

c $3 \cdot 3^2/\sqrt{49} - 4 = 27$

Voorbeeld 2

Werk in de uitdrukkingen de haakjes weg en herleid.

- $3(5 + 2x)$
- $-2k(k - 4)$
- $(p + 3)(p - 4)$
- $2(x + 1)(x - 1)$
- $2(q + 1) - 2(2 - q)$
- $q(q + 1) - (q - 1)$

Antwoord

- $3(5 + 2x) = 3 \cdot 5 + 3 \cdot 2x = 15 + 6x$
- $-2k(k - 4) = -2k(k + -4) = -2k \cdot k + -2k \cdot -4 = -2k^2 + 8k$
- $(p + 3)(p - 4) = (p + 3) \cdot (p + -4) = p \cdot p + -4 \cdot p + 3 \cdot p + 3 \cdot -4 = p^2 - p - 12$
- $2(x + 1)(x - 1) = 2(x^2 - x + x - 1) = 2(x^2 - 1) = 2x^2 - 2$
- $2(q + 1) - 2(2 - q) = 2q + 2 - 4 + 2q = 4q - 2$
- $q(q + 1) - (q - 1) = q^2 + q - q + 1 = q^2 + 1$

Opgave 6

Bekijk van de uitdrukking $-(2x + 4)^2 + 5x$ de uitwerkingen. Er is een fout gemaakt. Ontdek de fout en bereken vervolgens het juiste antwoord.

$$\begin{aligned} &(-2x - 4)^2 + 5x \\ &(-2x - 4)(-2x - 4) + 5x \\ &4x^2 + 8x + 8x + 16 + 5x \\ &4x^2 + 21x + 16 \end{aligned}$$

Opgave 7

Werk in de uitdrukkingen de haakjes weg en herleid.

- a $2x + 3(4 - x)$
- b $(2k + 3)(k + 4)$
- c $4x(x - y + 5)$

Opgave 8

In het **practicum** kun je het wegwerken van haakjes oefenen met behulp van AlgebraKIT.

Oefen jezelf tot je (vrijwel) geen fouten meer maakt.

Verwerken

Opgave 9

Werk in de uitdrukkingen de haakjes weg en herleid.

- a $2a(a + 5)$
- b $2a - (a + 5)$
- c $(2a - 1)(a + 5)$
- d $3(2a - 1) - 4(a + 5)$

Opgave 10

Welk getal moet er op de plaats van de puntjes staan?

- a $8 \cdot -3 + \dots = 12$
- b $-3 \cdot \frac{3-8}{\dots} = 7,5$
- c $\frac{3 \cdot 16}{8-\dots} = 4,8$
- d $\frac{-19,6}{\dots} + 12,8 = 10$

Opgave 11

Herleid de formules tot de kortst mogelijke vorm. Neem aan dat $x \geq 0$.

- a $y = 2x - 4(x - 3)$
- b $y = (x + 3)(x + 4) + (1 - x)(1 + x)$
- c $y = \sqrt{x} \cdot (\sqrt{x} + 1)$
- d $y = 2x(x - 3) - (x - 1)^2$

Opgave 12

Bereken zonder rekenmachine.

- a $\frac{15}{3} + 2 - (1 + 2)^2$
- b $\frac{15}{3+2} - 1 + 2^2$
- c $\frac{15}{3} + 2 \cdot (1 + 2)^2$
- d $\frac{15}{3+2} - \sqrt{5 + 2^2} = \frac{15}{5} - \sqrt{9} = 3 - 3 = 0$

Opgave 13

Bereken.

$$\frac{\sqrt{11} \cdot \sqrt{600}}{\sqrt{2+2^6}}$$

Toepassen

Opgave 14: Rekenpuzzle

Bereken.

$$\left((\sqrt{2} + 1)^7 + (\sqrt{2} - 1)^7 \right)^2 - \left((\sqrt{2} + 1)^7 - (\sqrt{2} - 1)^7 \right)^2$$

Testen

Opgave 15

Bereken.

a $\frac{3^4-1}{2^4} + 4 - \sqrt{3} \cdot \sqrt{27}$

b $\frac{3^4-1}{2^4+4} - \frac{\sqrt{27}}{\sqrt{3}}$

Opgave 16

Werk de haakjes weg en schrijf zo kort mogelijk.

a $2(p + 3) - 4(4 - 2p)$


b $(x + 3)(4 - 2x)$

c $(2x + 3)^2 - 4x(x - 3)$

Practicum

Met *AlgebraKIT* kun je oefenen met **het wegwerken van haakjes**. Je kunt telkens een nieuwe opgave oproepen. Je maakt elke opgave zelf op papier.

Met 'Toon uitwerking' zie je het verder uitklapbare antwoord.

Met  krijg je een nieuwe opgave.

Werk met AlgebraKIT.



© 2021

Deze paragraaf is een onderdeel van het Math4All wiskundemateriaal.

Math4All stelt het op prijs als onvolkomenheden in het materiaal worden gemeld en ideeën voor verbeteringen in de content of dienstverlening kenbaar worden gemaakt.

Email: f.spijkers@math4all.nl

Met de Math4All maatwerkdienst kunnen complete readers worden samengesteld en toetsen worden gegenereerd. Docenten kunnen bij a.f.otten@xs4all.nl een gratis inlog voor de maatwerkdienst aanvragen.
