2.6 Totaalbeeld

Samenvatten

In dit onderwerp heb je meer technieken geleerd om vergelijkingen op te lossen. Het terugrekenen en de balansmethode zijn de twee krachtigste daarvan. Deze twee technieken kende je al uit voorgaande leerjaren, je oefent er mee in wat verdergaande situaties. Bij kwadratische vergelijkingen is soms ontbinden in factoren handig. Je zult het onderwerp 'Kwadratische functies' nog meer methoden leren voor het oplossen van kwadratische vergelijkingen. En ook valt er nog wel meer de zeggen over vergelijkingen in het algemeen, maar dat gebeurt in een volgend onderwerp.

De onderstaande opgaven zijn bedoeld om overzicht over het onderwerp **'Vergelijkingen'** te krijgen. Dit betreft de onderdelen 1, 2, 3, 4 en 5 van dit onderwerp. Het is nuttig om er een eigen samenvatting bij te maken. De opgaven hieronder zijn bedoeld om je daarbij te helpen.

Begrippenlijst

- vergelijking — snijpunt — nulpunt;
- terugrekenen — rekenschema — terugrekenschema;
- balansmethode — oplossen van vergelijkingen;
- ontbinden in factoren — buiten haakjes halen — som product methode — vergelijkingen splitsen — op 0 herleiden;
- gebroken vergelijking oplossen — analogierekenen.

Activiteitenlijst

- het begrip vergelijking en een vergelijking grafisch (en met inklemmen) oplossen;
- vergelijkingen algebraïsch oplossen door terugrekenen;
- vergelijkingen algebraïsch oplossen door de balansmethode te gebruiken;
- vergelijkingen algebraïsch oplossen door ontbinden in factoren;
- vergelijkingen waarin de onbekende in de noemer van een breuk voorkomt algebraïsch oplossen.

Opgave 1

Bij een vergelijking vergelijk je twee formules met dezelfde invoervariabele met elkaar. Je probeert de waarde(n) voor die invoervariabele te vinden waarbij beide formules dezelfde uitkomst hebben.

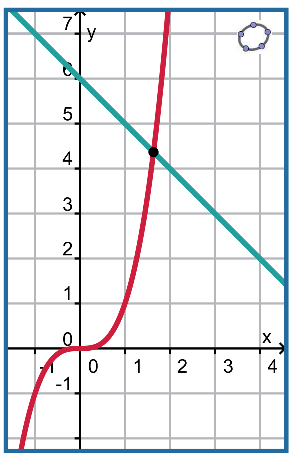
Neem bijvoorbeeld de vergelijking $x^3 = 6 - x$.

a Om welke twee formules gaat het hier? En wat is de invoervariabele?

b Je ziet hier de grafieken van beide formules. Hoe kun je met behulp hiervan de oplossing van de gegeven vergelijking vinden?

c Geef een oplossing in twee decimalen nauwkeurig.

d Welke twee grote nadelen heeft deze manier van oplossen van een vergelijking?



Figuur 1

Opgave 2

Bij een vergelijking waarin de invoervariabele maar op één plaats voor komt kun je gebruik maken van terugrekenen.

Neem bijvoorbeeld de vergelijking $-0{,}01(x - 40)^2 + 1{,}5 = 1$.

a Om welke twee formules gaat het hier? Maak een schets van de bijbehorende grafieken.

b Waarom weet je in dit geval uit hoeveel waarden de oplossing van de vergelijking bestaat?

c Los deze vergelijking exact op met behulp van terugrekenen.

d Kun je deze vergelijking ook oplossen door eerst de haakjes uit te werken?

Opgave 3

Bij veel vergelijkingen komt de onbekende op meerdere plaatsen voor en dan wil je toewerken naar $x = ...$ door termen bij elkaar te nemen als dat kan en/of de balansmethode te gebruiken.

Neem bijvoorbeeld de vergelijking $(x-20)(x-30) = x^2 + 40$.

a Waarom is bij zo'n vergelijking de eerste stap het wegwerken van de haakjes?

b Los de vergelijking algebraïsch op.

Opgave 4

Bij sommige vergelijkingen kun je gebruik maken van ontbinden in factoren.

Neem bijvoorbeeld de vergelijking $(x-20)(x-30) = 0$.

a Waarom is bij zo'n vergelijking het wegwerken van de haakjes geen verstandige keuze?

b Los de vergelijking algebraïsch op.

Bekijk nu de vergelijking $(x-20)(x-30) = 600$.

c Waarom is bij zo'n vergelijking het wegwerken van de haakjes wel een verstandige keuze?

d Los de vergelijking algebraïsch op.

Opgave 5

Bij sommige vergelijkingen kun je gebruik maken van ontbinden in factoren. Soms gebruik je daarbij de som-product-methode.

Neem bijvoorbeeld de vergelijking $(x-20)(x-30) = 300 - x^2$.

Los de vergelijking algebraïsch op.

Opgave 6

Vergelijkingen waarin de onbekende voorkomt in de noemer van een breuk noem je wel gebroken vergelijkingen. De beste strategie is dan om zo snel mogelijk alle breuken weg te werken.

Neem bijvoorbeeld de vergelijking $\frac{4}{x} + x = 6 - x$.

a Hoe kun je hier meteen alle breuken wegwerken?

b Los de vergelijking algebraïsch op.

c Waarom moet je nu nog wel even kijken of alle waarden van je oplossing ook voldoen?

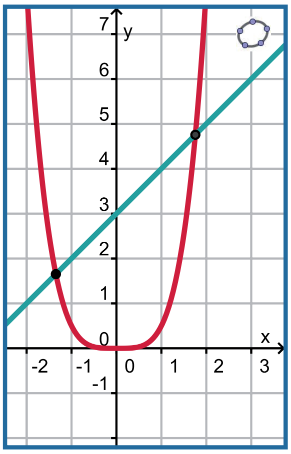
Testen

Opgave 7

Hier zie je grafieken bij de formules $y_1 = 0{,}5x^4$ en $y_2 = x + 3$. Alle snijpunten van beide grafieken zijn in beeld.

a Welke vergelijking moet je oplossen om de snijpunten van de grafieken te berekenen?

b Bereken de coördinaten van de snijpunten van deze grafieken in één decimaal nauwkeurig.



Figuur 2

Opgave 8

Los de volgende kwadratische vergelijkingen algebraïsch op.

a $x^2 + 3x - 4 = 0$

b $x^2 - 2x = 24$

c $\frac{1}{2}x^2 + 5x = 0$

d $0{,}5(x - 6)^2 = 11$

e $2(x - 3)(2x + 5) = 0$

f $2(x - 3)(2x + 5) = -30$

g $9x^2 = 16$

h $x(x - 3) = 2 + x^2$

Opgave 9

Los de volgende vergelijkingen algebraïsch op.

a $\frac{x}{3} + \frac{5}{6} = \frac{1}{4}x - 1$

b $\frac{3}{x} + \frac{5}{6} = -1$

c $\frac{3}{x} + \frac{5}{6} = \frac{1}{4x} - 1$

Opgave 10

Bij een ruilverkaveling worden stukken land verruild voor even grote stukken land die voor beide partijen gunstiger liggen (dichter bij huis bijvoorbeeld). Onder andere wordt een vierkant stuk land verruild voor een rechthoekig stuk land dat 40 m langer, maar 30 m minder breed is.

a Met welke vergelijking kun je de zijde van het vierkante stuk land berekenen?

b Los deze vergelijking op en bepaal de oppervlakte van het land dat bij deze ruil betrokken was in ha.

Opgave 11

In een stroomkring kun je twee weerstanden R_1 en R_2 die parallel zijn geschakeld vervangen door één weerstand R_s. Die weerstand R_s heet dan de substitutieweerstand van de andere twee. Er geldt:

$$\frac{1}{R_s} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$$

waarin elke weerstand R in Ω wordt uitgedrukt.

a Bereken de substitutieweerstand van $R_1 = 2$ Ω en $R_2 = 5$ Ω.

b De substitutieweerstand van de parallel geschakelde weerstanden R_1 en R_2 is $R_s = 3$ Ω. Nu is R_2 precies twee keer zo groot als R_1. Bereken de grootte van R_1.

Als je vaak substitutieweerstanden moet berekenen, dan is het handig om de formule in de vorm $R_s = \ldots$ te schrijven.

c Laat zien hoe je dat kunt doen.

Toepassen

Waarschijnlijk ben je al eens eerder een opgave, een vraagstuk, een puzzel, tegengekomen waarvan je niet meteen de oplossing wist. Je moet dan gaan zoeken naar een manier om het probleem op te lossen. Je zoekt een **probleemaanpak**. En daarbij heb je soms kennis op allerlei terreinen nodig.

Bij de onderstaande problemen heb je behalve kennis op het gebied van vergelijkingen oplossen ook meetkundige kennis nodig. Denk aan gelijkvormigheid en de stelling van Pythagoras.

Hier kun je meer lezen over probleemaanpak.

Opgave 12: Rechthoekige driehoek

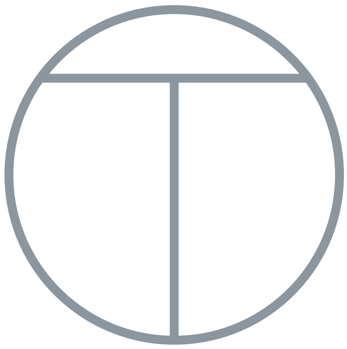
Van een rechthoekige driehoek is éne rechthoekszijde precies 1 groter dan de andere en precies 8 kleiner dan de hypotenusa.

Bereken met behulp van een vergelijking de drie zijden van deze driehoek.

Opgave 13: Orhan-Teerenstra logo

Dit is het lijnsymmetrische logo van transportbedrijf Orhan-Teerenstra. De twee lijnstukken die de T vormen zijn elk 6 dm lang en staan loodrecht op elkaar. Het logo wordt gemaakt van dunne stalen buizen en aan de gevel van hun bedrijfspand opgehangen.

Hoe groot moet de straal van de cirkel worden die de letter O voorstelt?



Figuur 3

© 2024

Deze paragraaf is een onderdeel van het Math4All wiskundemateriaal.

Math4All stelt het op prijs als onvolkomenheden in het materiaal worden gemeld en ideeën voor verbeteringen in de content of dienstverlening kenbaar worden gemaakt. Klik op in de marge bij de betreffende opgave. Uw mailprogramma wordt dan geopend waarbij het emailadres en onderwerp al zijn ingevuld. U hoeft alleen uw opmerkingen nog maar in te voeren.

Email: `f.spijkers@math4all.nl`

Met de Math4All Foliostraat kunnen complete readers worden samengesteld en toetsen worden gegenereerd. Docenten kunnen bij `a.f.otten@math4all.nl` een gratis inlog voor de maatwerkdienst aanvragen.