2.6 Totaalbeeld

Samenvatten

In dit onderwerp heb leren werken met vectoren en hun componenten. Maar vooral met sinus, cosinus en tangens. Met deze goniometrische verhoudingen kun je vanuit gegeven lengtes hoeken berekenen. Je werkt vooral in rechthoekige driehoeken, al moet je die vaak wel zelf nog verzinnen. Goniometrie is een heel krachtig hulpmiddel in de meetkunde en je zult dit in de bovenbouw vooral bij wiskunde B en D veel tegenkomen.

De onderstaande opgaven zijn bedoeld om overzicht over het onderwerp **'Goniometrie'** te krijgen. Dit betreft de onderdelen 1, 2, 3, 4 en 5 van dit onderwerp. Het is nuttig om er een eigen samenvatting bij te maken. De opgaven hieronder zijn bedoeld om je daarbij te helpen.

Begrippenlijst

- vector — richtingshoek, draaihoek — componenten van een vector;
- sinus — cosinus — eenheidsvector — richtingshoek;
- hoeken berekenen met sinus en cosinus;
- tangens — hellingshoek;
- goniometrische verhoudingen — formules voor sinus, cosinus en tangens.

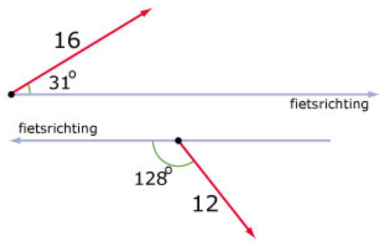
Activiteitenlijst

- een vector ontbinden in een zijwaartse en een centrale component;
- sinus en cosinus gebruiken om componenten van vectoren te berekenen;
- hoeken berekenen met behulp van sinus en cosinus;
- berekeningen met helling, tangens en hellingshoeken uitvoeren;
- zijden en hoeken berekenen in rechthoekige driehoeken en dit toepassen meetkundige situaties.

Opgave 1

Hiernaast en op het **werkblad** zie je twee windvectoren (in m/s) en de fietsrichting getekend.

Ontbind deze windvectoren in een component in de fietsrichting en een component loodrecht op de fietsrichting. Bereken deze componenten in één decimaal nauwkeurig.



Figuur 1

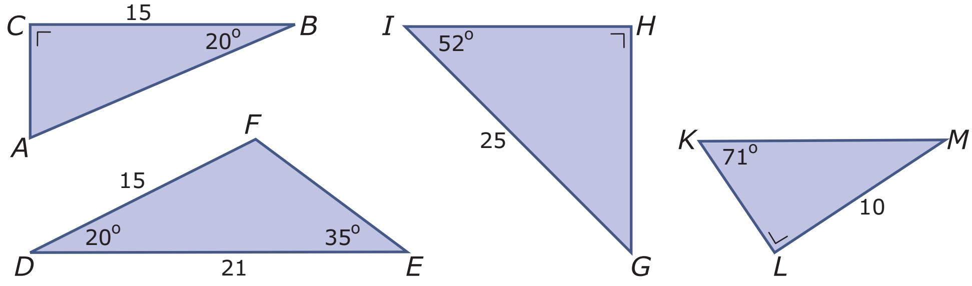
Opgave 2

Je fietst met een snelheid van 16 km/uur op een lange rechte weg. Je hebt de wind schuin tegen. De windsnelheid is 10 km/uur. Zonder deze wind zou je snelheid 22 km/uur bedragen.

Teken de situatie en bereken de hoek die de windvector met jouw fietsrichting maakt in graden nauwkeurig.

Opgave 3

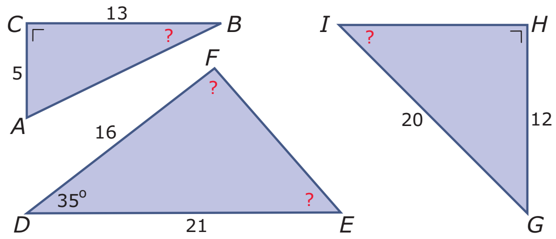
Bereken van deze driehoeken alle zijden die nog niet bekend zijn in één decimaal nauwkeurig.



Figuur 2

Opgave 4

Bereken van deze driehoeken alle hoeken waar een vraagteken in staat in graden nauwkeurig.



Figuur 3

Opgave 5

Bij een helling staat een bord dat een hellingspercentage van 15% aangeeft.

a Hoe groot is de bijbehorende hellingshoek?

b Als deze helling 2,3 km lang is, welk hoogteverschil zit er dan tussen het beginpunt en het eindpunt ervan?

Opgave 6

Van vlieger $ABCD$ is $BD = 20$ cm, $\angle A = 60°$ en $\angle C = 100°$.

a Bereken de oppervlakte van deze vlieger.

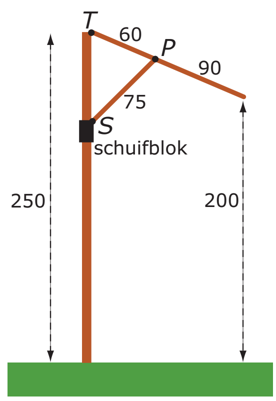
b Bereken de omtrek van deze vlieger.

Opgave 7

Je ziet hier één van de stangen van een parasol die het doek opspannen. Deze stang draait om punt T. Het doek wordt opgespannen door het schuifblok om de paal van de parasol omhoog te schuiven. Aan dit schuifblok zit een steun SP die de stang omhoog duwt. Als de parasol is uitgeklapt zit het laagst punt van de stang 2,00 m boven de grond. Er zijn zes van deze stangen.
In de figuur zijn alle afmetingen in cm.

a Bereken de hoek die de stang maakt met de paal van de parasol in graden nauwkeurig.

b Bereken hoe hoog punt S boven de grond zit.



Figuur 4

Testen

Opgave 8

Er wordt op **Cape Canaveral** een raket gelanceerd. De raket stijgt 8 km loodrecht op en krijgt dan een koerscorrectie, waarna hij 5 km onder een hoek van 40° met zijn oorspronkelijke richting vliegt. Dan wordt een deel van de raket afgestoten. Dit deel keert onder een hoek van 120° met de vorige vliegrichting terug naar de Aarde.

Hoe ver van het vertrekpunt komt dit afgestoten deel van de raket in zee terecht? (Neem voor het gemak aan dat de Aarde plat is.)

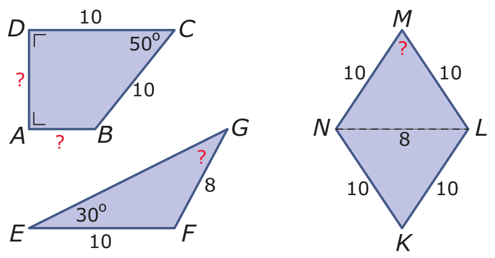
Opgave 9

Een fietser beweegt zich voort op een lange rechte weg. Bij windstil weer zou haar snelheid 18 km/uur zijn geweest, maar een stevige tegenwind zorgt ervoor dat haar snelheid lager is. De windsnelheid is 12 km/uur en maakt een hoek van 220° met haar fietsrichting.

Hoe snel zal ze nu nog fietsen?

Opgave 10

Bereken in de volgende figuren alle lijnstukken en hoeken waar een vraagteken bij staat. Bereken de lengtes van de lijnstukken in één decimaal en de hoeken in graden nauwkeurig.



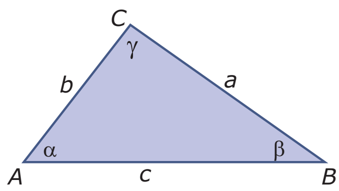
Figuur 5

Opgave 11

Je ziet hier ΔABC. Neem aan dat $\alpha = 40°$, $b = 20$ en $c = 12$.

a Bereken in één decimaal nauwkeurig de oppervlakte van deze driehoek.

b Bereken in de grootte van $\angle A$ in één decimaal nauwkeurig.



Figuur 6

Opgave 12

Een landmeter berekent de hoogte van een schoorsteen met behulp van een theodoliet, dat is een hoekmeter op een statief. Hij meet vanaf een willekeurige afstand van de schoorsteen een hoek van 10° naar de top van de schoorsteen. Daarna plaatst hij zijn theodoliet 100 m dichter bij de schoorsteen en meet hij een hoek van 15° naar de top van de schoorsteen. De hoeken worden gemeten op 1,70 m boven de grond.

Hoe hoog is die schoorsteen?

Opgave 13

Van een rechthoek is de omtrek 20 cm en maken de diagonalen een hoek van 40° met elkaar.

Hoe groot is de oppervlakte van die rechthoek? Geef je antwoord in één decimaal nauwkeurig.

Opgave 14

Je ziet hier een foto van een huis met een zogenaamd mansardedak. Het dak bestaat uit vier delen die allemaal de vorm van een rechthoek van 2,5 m bij 10 m hebben (houd geen rekening met de dakkapel boven de voordeur en de schoorsteen). De onderste twee delen van het dak maken een hellingshoek van 65° met een horizontaal vlak. De vloer van het huis is een rechthoek van 6 m bij 10 m. De dakgoot zit op 3 m boven de grond.

Figuur 7

a Maak een tekening van de zijgevel op schaal met de maten erin. Je kunt ze afleiden uit bovenstaande tekst.

b Bereken de hoogte van het huis in cm nauwkeurig.

Vanwege de druk van eventuele sneeuw op het dak, mag volgens de aannemer het dak geen hellingshoek lager dan 35° hebben, want anders dan moet het dak verstevigd worden.

c Bereken de hellingshoek van de bovenste twee delen van het dak in graden nauwkeurig en beslis of het dak verstevigd moet worden.

Opgave 15

In de Amsterdamse St. Gabriëlskerk vind je dit veelkleurige vijfhoekige glas-in-loodraam. Het is ontworpen en vervaardigd door de Haarlemse glazenier W. Bogtman. De complete vijfhoek past precies in een cirkel met een straal van 1 m. Alle zijden van het raam zijn even lang.

Figuur 8

a Teken deze vijfhoek en licht toe hoe je dat doet.

b Bereken de lengtes van de zijden van deze vijfhoek in mm nauwkeurig.

c Bereken de totale oppervlakte van het glas-in-loodraam in cm^2 nauwkeurig.

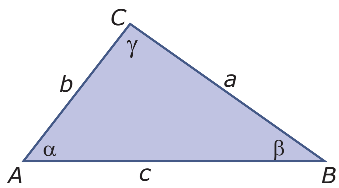
In het vijfhoekige roosvenster zit een vijfpuntige ster van metalen strips.

d Hoeveel meter van die strips is er in totaal nodig voor deze vijfpuntige ster? Geef je antwoord in mm nauwkeurig.

e In feite bestaat deze ster uit 15 lijnstukken met twee verschillende lengtes. Bereken die twee verschillende lengtes in mm nauwkeurig.

Toepassen

Je hebt nu geleerd om sinus, cosinus en tangens te gebruiken om lengten van zijden en hoeken uit te rekenen. Je moest daarbij steeds op zoek naar rechte hoeken, rechthoekige driehoeken.



Figuur 9

Het is echter mogelijk om formules af te leiden die het zoeken naar rechthoekige driehoeken overbodig maken. Eén van deze regels is de **sinusregel**. Je gaat daarbij uit van een driehoek ABC zoals je die hiernaast ziet. Let goed op de keuze van de letters voor de hoeken en de lengtes van de zijden.

De sinusregel luidt: $\frac{a}{\sin(\alpha)} = \frac{b}{\sin(\beta)} = \frac{c}{\sin(\gamma)}$.

In de volgende opgaven ga je deze regel afleiden en toepassen.

Opgave 16: De sinusregel

Teken zelf een driehoek zoals je die in **Toepassen** ziet. Zorg er voor dat hij drie scherpe hoeken heeft en zet bij de hoekpunten, de hoeken en de zijden op eenzelfde manier de letters.

a Teken hoogtelijn CD. Laat zien, dat $CD = b \cdot \sin(\alpha)$ en ook $CD = a \cdot \sin(\beta)$.

Uit wat je bij a hebt gevonden volgt: $\frac{a}{\sin(\alpha)} = \frac{b}{\sin(\beta)}$.

b Hoe kom je nu aan de rest van de sinusregel?

c Neem aan dat in jouw driehoek $\alpha = 70°$, $\beta = 50°$ en $a = 5$. Bereken b met behulp van de sinusregel.

d Teken een driehoek ABC met $\alpha = 70°$, $a = 5$ en $b = 4$.

e Bereken in de driehoek die je bij c hebt getekend hoek β met behulp van de sinusregel. Controleer je antwoord door nameten.

Opgave 17: De sinusregel toepassen

Gegeven is ΔABC door $\alpha = 40°$, $a = 4$ en $b = 6$ cm.

a Teken de twee mogelijke driehoeken die hieraan voldoen.

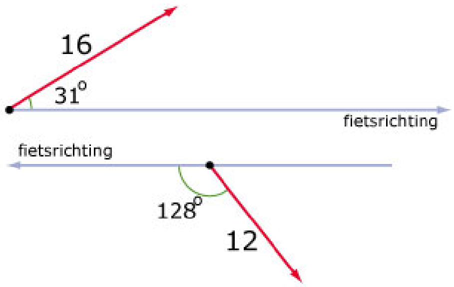
b Bereken in de driehoek die je bij a hebt getekend hoek β met behulp van de sinusregel. Laat zien dat er inderdaad twee mogelijkheden zijn.

Gegeven is ΔABC door $a = 4$, $b = 6$ en $c = 7$ cm.

c Teken deze driehoek.

d Laat zien, dat je in de driehoek bij c de hoeken niet met behulp van de sinusregel kunt berekenen. Waarom kan dit wel met de cosinusregel?

Werkblad bij Opgave 1 op pagina 1



© 2022

Deze paragraaf is een onderdeel van het Math4All wiskundemateriaal.

Math4All stelt het op prijs als onvolkomenheden in het materiaal worden gemeld en ideeën voor verbeteringen in de content of dienstverlening kenbaar worden gemaakt.

Email: f.spijkers@math4all.nl

Met de Math4All maatwerkdienst kunnen complete readers worden samengesteld en toetsen worden gegenereerd. Docenten kunnen bij a.f.otten@xs4all.nl een gratis inlog voor de maatwerkdienst aanvragen.