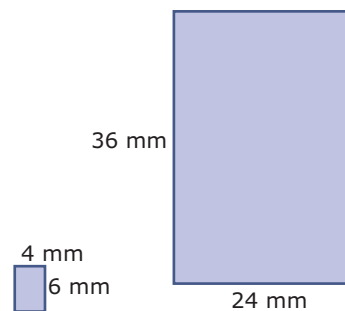


## 1.5 Vergrotingsfactoren

### Inleiding

Je ziet twee gelijkvormige rechthoeken.

De vergrotingsfactor is duidelijk 6, dus de zijden van de grote rechthoek zijn 6 keer die van de kleine rechthoek. Maar is de oppervlakte ook 6 keer zo groot geworden?



Figuur 1

### Je leert in dit onderwerp

- het begrip oppervlaktevergrotingsfactor;
- bij vergroting of verkleining van een figuur de oppervlaktevergrotingsfactor berekenen vanuit de lengtevergrotingsfactor en omgekeerd.

### Voorkennis

- wat congruente (gelijke) figuren en wat gelijkvormige figuren zijn;
- overeenkomstige hoeken en zijden herkennen en zijden berekenen met behulp van de vergrotingsfactor;
- de eigenschappen van middelloodlijnen, zwaartelijnen, bissectrices en hoogtelijnen in een driehoek;
- de begrippen ingeschreven en omgeschreven cirkel.

### Verkennen

#### Opgave V1

In een assenstelsel is  $\triangle ABC$  gegeven door  $A(0,2)$ ,  $B(4,1)$  en  $C(2,4)$

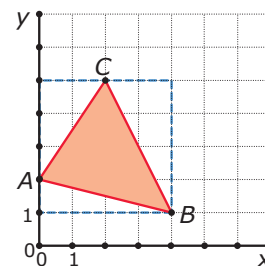
- a** Bereken de omtrek en de oppervlakte van  $\triangle ABC$ .

Van  $\triangle ADE$  zijn alle zijden 2 keer zo groot.

- b** Teken  $\triangle ADE$  en bereken de omtrek en de oppervlakte ervan.

Van  $\triangle AFG$  zijn alle zijden 5 keer zo groot.

- c** Bereken de omtrek en de oppervlakte ervan.



Figuur 2

### Uitleg

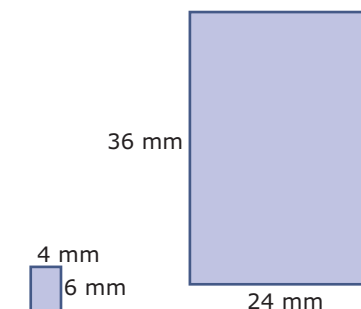
Je ziet hier een kleine rechthoek met zijden van 4 mm en 6 mm. Daarnaast zie je een grotere rechthoek waarvan de zijden 6 keer zo groot zijn.

- De omtrek van de kleine rechthoek is  $6 + 4 + 6 + 4 = 24$  mm.
- De omtrek van de grote rechthoek is  $36 + 24 + 36 + 24 = 120$  mm.

Dus de omtrek van de grotere rechthoek is 6 zo groot als die van de kleine rechthoek.

Geldt dit ook voor de oppervlakte van de rechthoeken?

- De oppervlakte van de kleine rechthoek is  $6 \cdot 4 = 24$  mm<sup>2</sup>.
- De oppervlakte van de grote rechthoek is  $36 \cdot 24 = 864$  mm<sup>2</sup>.



Figuur 3

Door de vergroting is de oppervlakte  $864/24 = 36 = 6^2$  keer zo groot geworden.

En dat is ook logisch: zowel de lengte als de breedte wordt 6 keer zo groot en voor de oppervlakte moet je ze vermenigvuldigen.

De vergrotingsfactor van de lengtes noem je de 'lengtevergrotingsfactor'. De bijbehorende 'oppervlaktevergrotingsfactor' is het kwadraat van de lengtevergrotingsfactor.

### Opgave 1

In de **Uitleg** zie je dat de oppervlakte van een rechthoek  $6^2$  keer zo groot wordt als alle zijden 6 keer zo groot worden.

- Teken de rechthoek van 24 bij 36 mm en laat zien, dat de rechthoek van 4 bij 6 mm er inderdaad 36 keer op past.
- Stel dat de zijden van de kleine rechthoek met vergrotingsfactor 4 worden vermenigvuldigd. Hoeveel keer zo groot wordt dan de oppervlakte?
- En hoeveel bedraagt de oppervlaktevergrotingsfactor als de lengtevergrotingsfactor 0,5 bedraagt? De kleine rechthoek wordt vergroot tot zijn oppervlakte 9 keer zo groot is geworden.
- Hoeveel bedraagt de lengtevergrotingsfactor dan?

### Opgave 2

Gegeven is een parallellogram  $ABCD$  met  $AB \parallel CD$ .  $AB = 10$  cm en  $AD = 5$  cm. De hoogte  $DE = 4$  cm.

- Teken het parallellogram en bereken de omtrek en de oppervlakte ervan.
- Het parallellogram wordt verkleind met lengtevergrotingsfactor 0,2. Bereken de oppervlakte en de omtrek van het kleinere trapezium.

## Theorie en voorbeelden

### Om te onthouden

Hier zie je wat er gebeurt als je van een vierkant alle zijden 3 keer zo groot maakt:

- alle lengtes worden 3 keer zo groot;
- de oppervlakte wordt  $3 \cdot 3 = 3^2 = 9$  keer zo groot.

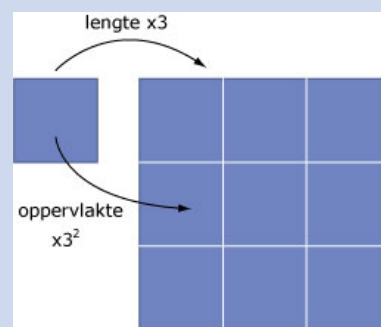
Omdat de oppervlakte van een figuur niet meer is dan de som van een (niet altijd geheel) aantal eenheidsvierkanten, geldt dit voor elke figuur. Bovendien kun je het veralgemeniseren tot een lengtevermenigvuldiging met factor  $k$ :

Als alle lengtes  $k$  keer zo groot worden, worden alle oppervlaktes  $k^2$  keer zo groot.

Omdat de vorm van beide figuren bij vergroten hetzelfde blijft heten ze **gelijkvormig**.

Ofwel: is bij twee gelijkvormige figuren de **lengtevergrotingsfactor**  $k$ , dan is de **oppervlaktevergrotingsfactor**  $k^2$ .

- Als  $k > 1$  is er sprake van een vergroting.
- Als  $k < 1$  is er sprake van een verkleining.
- Als  $k = 1$  verandert er niets.



Figuur 4

### Voorbeeld 1

Bekijk de figuur hiernaast. Gegeven is dat  $PQ = 8$ ,  $ST = 5$  en  $PR = QR = 13$  cm. Bereken de oppervlakte van  $\triangle STR$ .

Antwoord

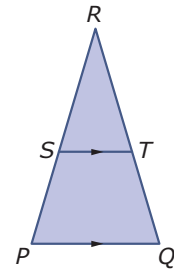
De driehoeken  $PQR$  en  $STR$  zijn gelijkvormig.

De hoogte van driehoek  $PQR$  is gelijk aan  $\sqrt{153}$ , dus de oppervlakte van die driehoek is  $\frac{1}{2} \cdot 8 \cdot \sqrt{153} = 4\sqrt{153}$  cm<sup>2</sup>.

$ST$  is  $5/8 = \frac{5}{8}$  van  $PQ$ , dus de lengtevergrotingsfactor van driehoek  $PQR$  naar driehoek  $STR$  is  $\frac{5}{8}$ .

De bijbehorende oppervlaktevergrotingsfactor is  $\left(\frac{5}{8}\right)^2 = \frac{25}{64}$ .

De oppervlakte van  $\triangle STR$  is daarom  $\frac{25}{64} \cdot 4\sqrt{153} = \frac{25}{16}\sqrt{153}$  cm<sup>2</sup>.



Figuur 5

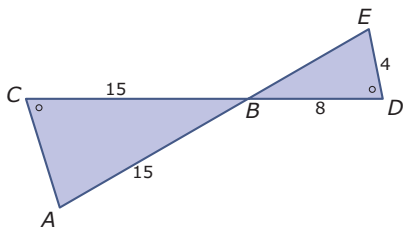
### Opgave 3

Bekijk **Voorbeeld 1**.

- Waarom is  $\triangle PQR \sim \triangle STR$ ?
- Laat zien dat de hoogte van driehoek  $PQR$  gelijk is aan  $\sqrt{153}$ .
- Loop de berekening van de oppervlakte van  $\triangle STR$  zelf na.

### Opgave 4

Deze figuur bestaat uit twee gelijkbenige driehoeken.



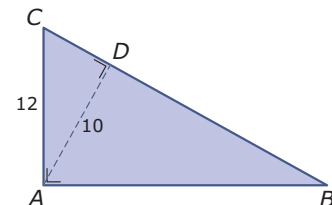
Figuur 6

- Laat zien dat deze twee driehoeken gelijkvormig zijn.
- Bereken de totale oppervlakte van deze twee driehoeken samen.

### Opgave 5

Je ziet hier een rechthoekige driehoek  $ABC$  met enkele afmetingen erbij.

Bereken de oppervlakte van deze driehoek.



Figuur 7

### Voorbeeld 2

De vierhoeken  $ABCD$  en  $KLMN$  zijn gelijkvormig. De oppervlakte van vierhoek  $KLMN$  is gelijk aan  $240 \text{ cm}^2$  en de oppervlakte van vierhoek  $ABCD$  is gelijk aan  $20 \text{ cm}^2$ . De omtrek van vierhoek  $ABCD$  is  $18 \text{ cm}$ .

Bereken de omtrek van vierhoek  $KLMN$ .

Antwoord

De oppervlaktevergrotingsfactor van vierhoek  $ABCD$  naar vierhoek  $KLMN$  is  $12$ .

De lengtevergrotingsfactor van vierhoek  $ABCD$  naar vierhoek  $KLMN$  is daarom  $\sqrt{12}$ .

De omtrek van vierhoek  $KLMN$  is daarom  $\sqrt{12} \cdot 18 = 36\sqrt{3}$ .

### Opgave 6

Bekijk **Voorbeeld 2**.

- a Waarom is de oppervlaktevergrotingsfactor  $12$ ?
- b Waarom is de lengtevergrotingsfactor dan  $\sqrt{12}$ ?

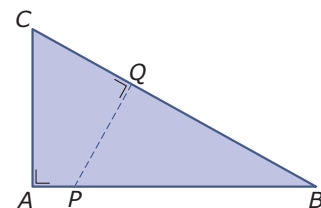
Van een blad papier op A4-formaat is de oppervlakte de helft van een blad papier op A3-formaat. Een blad A4 is  $297 \text{ mm}$  bij  $210 \text{ mm}$ .

- c Welke afmetingen heeft een blad A3?

### Opgave 7

Je ziet hier een rechthoekige driehoek  $ABC$  met  $AC = 5$  en  $AB = 10 \text{ cm}$ . Lijnstuk  $PQ$  staat loodrecht op  $BC$  en verdeelt de driehoek in twee stukken met gelijke oppervlaktes.

Bereken de lengte van  $AP$ .



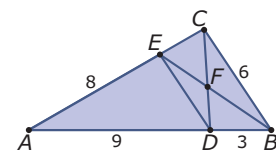
Figuur 8

## Verwerken

### Opgave 8

Je ziet hier  $\triangle ABC$  met enkele afmetingen. De lijnstukken  $DE$  en  $BC$  zijn evenwijdig.

- a Waarom zijn de driehoeken  $ADE$  en  $ABC$  gelijkvormig? Bepaal ook de lengtevergrotingsfactor van  $\triangle ABC$  naar  $\triangle ADE$ .
- b Welke twee gelijkvormige driehoeken zitten er nog meer in deze figuur? Hoe verhouden zich de oppervlaktes van deze twee driehoeken?



Figuur 9

### Opgave 9

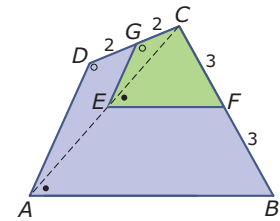
Marian heeft van een vakantiefoto van  $7 \text{ cm}$  hoog en  $10 \text{ cm}$  breed een vergroting laten maken. De vergroting is  $24 \text{ cm}$  breed.

- a Hoe hoog wordt de vergroting? Geef je antwoord in  $\text{mm}$  nauwkeurig.  
Op deze foto staat een vuurtoren. Op de vergroting is deze toren  $15 \text{ cm}$  hoog.
- b Hoe hoog is deze toren op de originele vakantiefoto?  
Op de originele foto staat een reclamebord met een oppervlakte van  $6 \text{ cm}^2$ .
- c Welke oppervlakte heeft dit reclamebord op de vergroting? Geef je antwoord in  $\text{mm}^2$  nauwkeurig.

**Opgave 10**

Bekijk de twee vierhoeken  $ABCD$  en  $EFCG$ .

- a Waarom zijn deze vierhoeken gelijkvormig?
- b Hoe groot is de oppervlaktevergrotingsfactor van de grote vierhoek naar de kleinere?



Figuur 10

**Opgave 11**

In **Madurodam** is een deel van Nederland op schaal 1 : 25 nagebouwd.

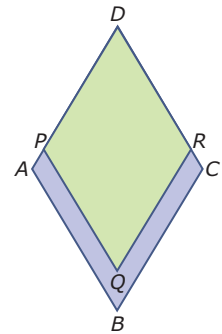
- a De Dom in Utrecht is in Madurodam 448 cm hoog. Hoe groot is de toren in werkelijkheid?
- b De oppervlakte van Paleistuin Het Loo is 1,1 ha. Hoe groot zou dit dan in Madurodam zijn? (1 ha = 1 hm<sup>2</sup>)

**Opgave 12**

De ruit  $ABCD$  heeft zijden van 6 cm en twee hoeken van 60°.

De ruit  $PQRD$  is gelijkvormig met  $ABCD$  en de oppervlakte van ruit  $PQRD$  is  $\frac{3}{4}$  van de oppervlakte van ruit  $ABCD$ .

Bereken de lengte van  $BQ$ .



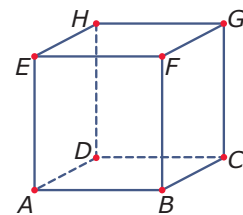
Figuur 11

**Toepassen**

Met lengtevergroting en oppervlaktevergroting heb je ook in ruimtelijke figuren te maken. Neem bijvoorbeeld deze kubus met ribben van 4 cm. De **oppervlakte** van deze kubus (en van elke ruimtelijke figuur) is de totale oppervlakte van alle grensvlakken samen.

Bij deze kubus is dat de oppervlakte van zes gelijke vierkanten met afmetingen van 4 bij 4 cm.

Als de lengte van de ribben 3 keer zo groot wordt, wordt de oppervlakte  $3^2 = 9$  keer zo groot. Dat kun je eenvoudig zelf nagaan.



Figuur 12

**Opgave 13: Kubus vergroten**

Je ziet hierboven een kubus met ribben van 4 cm.

- a Bereken de oppervlakte van deze kubus.
- b Laat zien, dat een kubus waarvan de ribben 3 keer zo groot zijn ook inderdaad een 9 keer zo grote oppervlakte heeft.
- c Laat zien, dat een kubus waarvan de ribben  $k$  keer zo groot zijn ook inderdaad een  $k^2$  keer zo grote oppervlakte heeft.

**Opgave 14: Verfblikken**

Verfblikken zijn er in allerlei maten. In deze opgave ga je uit van een wiskundig model van een verfblik: een cilinder met een cirkel als bodem en een cirkel als deksel. Je houdt geen rekening met de dikte van het blik.

- Bereken de oppervlakte van een verfblik met een hoogte van 14 cm en een straal van 8 cm.
- Bereken de oppervlakte van een verfblik waarvan zowel de hoogte als de diameter 2 keer zo groot is.
- Als je de straal van een blik verdubbelt en de hoogte halveert, blijft de oppervlakte van het blik dan hetzelfde? Licht je antwoord toe.

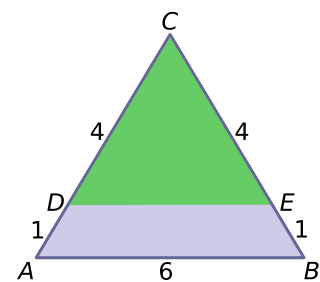


Figuur 13

**Testen****Opgave 15**

In deze figuur is  $AB \parallel DE$ .

- Bereken de lengte van  $DE$ .
- Bereken de oppervlakte van het gedeelte van  $\triangle ABC$  dat niet binnen  $\triangle DEC$  ligt.



Figuur 14

**Opgave 16**

In **Miniworld Rotterdam** is veel van Rotterdam nagebouwd op schaal 1 : 87.

- Onder andere is voetbalstadion 'De Kuip' nagebouwd. Het veld in De Kuip is  $105 \times 68$  m. Welke afmetingen zou dit veld in Miniworld Rotterdam moeten hebben?
- Hoeveel van die voetbalveldjes in Miniworld Rotterdam passen er op het veld in De Kuip?



© 2024

Deze paragraaf is een onderdeel van het Math4All wiskundemateriaal.

Math4All stelt het op prijs als onvolkomenheden in het materiaal worden gemeld en ideeën voor verbeteringen in de content of dienstverlening kenbaar worden gemaakt. Klik op  in de marge bij de betreffende opgave. Uw mailprogramma wordt dan geopend waarbij het emailadres en onderwerp al zijn ingevuld. U hoeft alleen uw opmerkingen nog maar in te voeren.

Email: [f.spijkers@math4all.nl](mailto:f.spijkers@math4all.nl)

Met de Math4All Foliostaat kunnen complete readers worden samengesteld en toetsen worden gegenereerd. Docenten kunnen bij [a.f.otten@math4all.nl](mailto:a.f.otten@math4all.nl) een gratis inlog voor de maatwerkdienst aanvragen.

---

