

1.5 Wegen en bomen

Inleiding

Je ziet hier een weg en bomen.

Dit onderdeel gaat over wegen en bomen. Maar dan wel met een andere betekenis dan hier. Je moet meer denken aan wegendiagrammen en boomdiagrammen.



Figuur 1

Je leert in dit onderwerp

- kansen bepalen met behulp van een wegendiagram of een boomdiagram.

Voorkennis

- werken met statistische gegevens, (frequentie)tabellen en diagrammen;
- rekenen met breuken;
- het begrip kans gebruiken en kansen bepalen.

Verkennen

Opgave V1

De menukaart bij een uitgebreid diner geeft de keuze uit 2 voorgerechten, 4 hoofdgerechten en 3 nagerechten.

- Hoeveel verschillende menu's van één voorgerecht, één hoofdgerecht en één nagerecht zijn er mogelijk?
- Er zijn mensen die geen voorgerecht en/of geen nagerecht willen, maar iedereen neemt een hoofdgerecht. Hoeveel menu's zijn er nu mogelijk?

Opgave V2

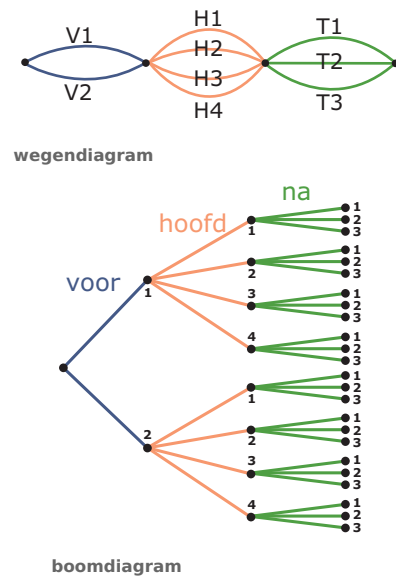
Je gooit met drie dobbelstenen. Je kijkt welke drie ogen aantallen er boven komen te liggen. Hoeveel verschillende mogelijkheden zijn er?

Uitleg

Soms kun je kansen bepalen door de relatieve frequenties te beredeneren. Dan is het handig om een overzicht te hebben van alle mogelijkheden.

Stel je voor dat in een restaurant het basismenu bestaat uit een voorgerecht, een hoofdgerecht en een toetje. Je hebt keuze uit 2 voorgerechten, 4 hoofdgerechten en 3 toetjes. Je wilt een voorgerecht, een hoofdgerecht en een toetje en je mag er maar één van elk kiezen. Als je alles even lekker vindt, zijn alle mogelijke keuzes even waarschijnlijk. Deze diagrammen brengen alle mogelijkheden in beeld, het zijn er $2 \times 4 \times 3 = 24$.

Het 'wegendiagram' is overzichtelijk, maar laat niet alle mogelijke menu's afzonderlijk zien. Het 'boomdiagram' laat wel alle mogelijkheden zien.



Figuur 2

Opgave 1

In de **Uitleg** zie je hoe je een overzicht van keuzemogelijkheden kunt maken.

- Waarom moet je bij het berekenen van alle mogelijke menu's de keuzemogelijkheden voor het voorgerecht, het hoofdgerecht en het nagerecht met elkaar vermenigvuldigen?
- Hoe ziet het wegendiagram er uit als je één van de hoofdgerechten absoluut niet lekker vindt? Hoeveel mogelijkheden zijn er dan nog?
- Je neemt alleen een voorgerecht en een hoofdgerecht en koffie na. Hoe ziet nu het bijpassende boomdiagram er uit? En hoeveel mogelijke menu's zijn er?

Opgave 2

Je gooit met drie dobbelstenen. Je kijkt welke drie ogen aantallen er boven komen te liggen.

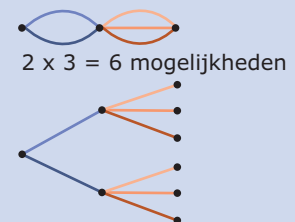
- Teken in een wegendiagram alle mogelijkheden. Laat zien dat het er 216 zijn.
- Hoe groot is de kans dat je drie zessen gooit?
- In hoeveel gevallen gooi je twee zessen en een vijf? Hoe groot is dus de kans daar op?
- Hoe groot is de kans dat je met drie dobbelstenen in totaal 17 ogen gooit?
- Hoe groot is de kans dat je met drie dobbelstenen in totaal 16 ogen gooit?

Theorie en voorbeelden

Om te onthouden

- Bij het berekenen van kansen kun je heel vaak goed gebruik maken van
- een **wegendiagram**, overzichtelijk maar laat niet alle mogelijkheden afzonderlijk zien;
 - een **boomdiagram**, laat alle mogelijkheden zien.

Dergelijke diagrammen kunnen al snel erg veel paden bevatten. Je hoeft ze echter niet altijd te tekenen. Ze 'in je hoofd tekenen' is vaak voldoende (al is het verstandig om het ook op papier te zetten als je iemand anders wilt laten zien hoe je aan je antwoorden bent gekomen).



Figuur 3

Voorbeeld 1

Je PIN (Persoonlijk Identificatie Nummer) bestaat uit 4 cijfers. Je bent je PIN-code vergeten. Je weet alleen nog dat alle cijfers verschillend waren. Hoe groot is de kans dat een willekeurige code van vier verschillende cijfers de juiste is?



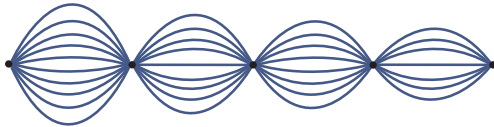
Figuur 4

Antwoord

Er is maar één PINcode de juiste.

Een overzicht van alle mogelijkheden afzonderlijk is niet nodig, je moet alleen weten hoeveel er in totaal zijn. Het wegendiagram laat dat zien.

Het zijn er $10 \times 9 \times 8 \times 7 = 5040$.



Figuur 5

De gevraagde kans is $\frac{1}{5040} \approx 0,0002$.
Heel klein dus...

Opgave 3

Bekijk je kans op het vinden van de juiste PINcode in **Voorbeeld 1**.

- Hoe zie je aan het wegendiagram dat het gaat om vier verschillende cijfers?
- Hoe ziet het wegendiagram er uit als de cijfers niet verschillend hoeven te zijn? Hoeveel mogelijke PINcodes zijn er dus?
- Je weet alleen dat in je PINcode de cijfers 2, 3, 4 en 5 voorkomen. Hoe groot is de kans dat je de juiste PINcode intoetst?
- Je weet alleen dat in je PINcode de cijfers 2, 2, 4 en 5 voorkomen. Hoe groot is de kans dat je de juiste PINcode intoetst?

Opgave 4

Een voorbeeld van een bepaalde generatie Nederlandse nummerborden is 09-PXR-3.

Het gaat hier dus om nummerborden met eerst twee cijfers, dan drie letters en dan één cijfer. Alle cijfers zijn mogelijk, voor de letters mag niet alles. Ga er in deze opgave van uit dat alleen alle medeklinkers zijn toegestaan.

- Hoeveel van die nummerborden zijn er dan mogelijk?
- Jan weet alleen nog dat de letters van zijn nummerbord TRJ (in die volgorde) zijn en dat het van de generatie is die hierboven wordt beschreven. Hoe groot is de kans dat hij zijn nummerbord goed gokt?
- Sabrina weet alleen nog dat de letters van haar nummerbord N, X en P zijn (maar niet per sé in die volgorde) en dat het van de generatie is die hierboven wordt beschreven. Hoe groot is de kans dat zij haar nummerbord goed gokt?

Opgave 5

Sahin gooit met drie geldstukken. Hij let op wat er boven komt, kop of munt.

- Hoe groot is de kans op drie keer kop?
- Hoe groot is de kans op twee keer kop?

Voorbeeld 2



Figuur 6

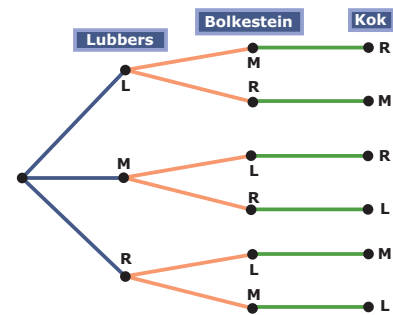
Je ziet hier foto's van drie bekende politici uit het eind van de vorige eeuw. Je hebt kaartjes met hun namen: Lubbers, Bolkestein en Kok. Stel je voor dat je geen idee hebt welke naam bij welk foto hoort, hoe groot is dan de kans dat je precies één kaartje bij de goede foto plaatst?

Antwoord

Noem de foto's van links naar rechts L, M, R. Nu helpt een boomdiagram om alle mogelijkheden in beeld te krijgen.

Stel dat Lubbers = L, Bolkestein = R en Kok = M. Je ziet dan in het boomdiagram dat er in totaal 6 mogelijkheden zijn waarbij er 3 zijn met precies één kaartje goed. De gevraagde kans is dus $\frac{3}{6} = 0,5$.

Snap je waarom de kans op twee goede 0 is?



Figuur 7

Opgave 6

Bekijk [Voorbeeld 2](#).

- Waarom is de kans op twee goede kaartjes 0?
- Hoe groot is de kans dat je alle kaartjes fout hangt?
- Hoe groot is de kans dat je alle kaartjes goed hangt?
- Ga na, dat het geen verschil zou maken voor je kansen als je had gedacht dat Kok = L, Bolkestein = M en Lubbers = R.

Opgave 7

Op een toernooi spelen vijf ploegen A, B, C, D, E een hele competitie tegen elkaar.

- Laat met een boomdiagram alle mogelijke wedstrijden zien. Hoeveel zijn het er?
- Je gaat de competitie indelen door willekeurig uit deze mogelijke wedstrijden te kiezen. Hoe groot is de kans dat de eerste wedstrijd A tegen C is, waarbij A 'thuis' speelt?
- Hoe groot is de kans dat de eerste wedstrijd tussen de ploegen A en C is?

Opgave 8

Op een toernooi spelen vijf ploegen A, B, C, D, E een halve competitie tegen elkaar.

- Laat met een boomdiagram alle mogelijke wedstrijden zien. Hoeveel zijn het er?
- Je gaat de competitie indelen door willekeurig uit deze mogelijke wedstrijden te kiezen. Hoe groot is de kans dat de eerste wedstrijd A tegen C is?

Verwerken

Opgave 9

Je ziet hier een cijferslot kan kan worden geopend door drie goede cijfers te kiezen. De mogelijke cijfers zijn 0 t/m 9.

- a** Laat met een wegendiagram zien hoeveel cijfercombinaties er in totaal mogelijk zijn. Hoeveel zijn het er?

Je kiest met de ogen dicht een cijfercombinatie.

- b** Hoe groot is de kans dat deze cijfercombinatie allemaal verschillende cijfers heeft?
- c** Hoe groot is de kans dat deze cijfercombinatie drie gelijke cijfers heeft?



Figuur 8

Opgave 10

In de Eredivisie van de Nederlandse voetbalcompetitie spelen 18 clubs een hele competitie.

- a** Hoeveel wedstrijden moeten er worden gespeeld?
- b** Hoeveel wedstrijden kunnen er per competitieronde maximaal worden gespeeld?
- c** Hoe groot is de kans dat in de eerste competitieronde Ajax en Feijenoord tegen elkaar spelen?

Opgave 11

Iemand gaat naar een feestje en vraagt zich af wat hij aan zal trekken. Hij kan kiezen uit 3 paar schoenen, 6 paar sokken, 4 broeken en 5 T-shirts.

- a** Laat met een wegendiagram zien hoeveel combinaties er mogelijk zijn.
- b** Hoeveel kans heeft elke combinatie om gekozen te worden als dit volstrekt willekeurig gaat?
- c** Maar één bepaald paar schoenen is geschikt voor de gelegenheid en er zijn ook maar 2 broeken geschikt. Hoe groot is de kans dat hij die aanheeft als hij de kleren willekeurig pakt?

Opgave 12

Je gooit met vier geldstukken en let op het aantal keren kop en het aantal keren munt dat boven komt.

- a** Laat met een boomdiagram alle mogelijk uitkomsten zien. Hoeveel zijn het er?
- b** Hoe groot is de kans op drie keer munt?
- c** Hoe groot is de kans op twee keer munt?

Opgave 13

Iemand pakt willekeurig twee kaarten uit een volledig kaartspel van 52 kaarten, 13 van elke soort (harten, schoppen, klaveren, ruiten).

- a** Een boomdiagram dat alle mogelijk uitkomsten laat zien is niet goed te tekenen. Hoeveel uitkomsten zijn er mogelijk?
- b** Hoe groot is de kans op twee schoppenkaarten?
- c** Hoe groot is de kans op een schoppenkaart en een hartenkaart?

Toepassen

In casino's kun je terecht om tegen betaling mee te mogen doen aan allerlei spelletjes. Sommige daarvan zijn zuivere kansspelen, waarbij alleen het toeval een rol speelt. Bij andere spellen is ook je eigen vaardigheid van belang.

Kennelijk is er geld te verdienen aan het organiseren van dergelijke spelen, hoewel soms op onvoorspelbare moment veel geld moet worden uitgekeerd aan bezoekers die hebben gewonnen. Hoe kan dat?

Het volgende spel maakt dat duidelijk.

Bij het spel 'Heads up!' wordt met vier precies gelijke muntstukken geworpen. Het aantal keren dat kop boven komt wordt geteld. Je mag met een spelletje meedoen als je een euro betaalt. Gooi je dan vier keer kop dan krijg je 10 euro terug (je winst is dan dus 9 euro). Gooi je drie keer kop dan krijg je 2 euro terug (je winst is dan 1 euro). In de andere gevallen ben je je euro kwijt. Je kunt nu zelf wel berekenen of het casino op dit spel winst maakt.



Figuur 9

Opgave 14: Heads up!

Bekijk het spel 'Heads up!' in [Toepassen](#).

- Hoe groot is de kans dat dat je vier keer kop gooit?
- Hoe groot is de kans dat je drie keer kop gooit?
- Hoeveel zal voor de speler de gemiddelde winst per spel zijn als er veel spelletjes worden gespeeld?
- Hoeveel winst verwacht het casino te maken op 1000 spelletjes waarbij telkens 1 euro wordt ingezet?

Testen

Opgave 15

Het spel **Rummikub** heeft 106 steentjes: twee sets van de getallen 1 tot en met 13 in de kleuren rood/geel/blauw/zwart, en twee jokers. Deze hebben een rood en een zwart gezichtje. Bij het delen liggen alle stenen omgekeerd en door elkaar gehusseld op tafel, zodat je niet kunt zien welke steen je pakt.

Je pakt als eerste twee stenen.

- Hoe groot is de kans dat het beide jokers zijn?
- Hoe groot is de kans dat op één van beide het cijfer 11 staat?



Figuur 10

Opgave 16

Postcodes bestaan uit vier cijfers gevolgd door twee letters.

Neem aan dat alle cijfers zijn toegestaan, behalve een 0 op de eerste positie. Neem ook aan dat alle letters zijn toegestaan.

- Hoeveel postcodes zijn er in dat geval mogelijk?
- Aisha weet dat haar postcode begint met 2623, maar ze is de lettercombinatie vergeten. Hoe groot is de kans dat ze haar postcode goed raadt?



© 2022

Deze paragraaf is een onderdeel van het Math4All wiskundemateriaal.

Math4All stelt het op prijs als onvolkomenheden in het materiaal worden gemeld en ideeën voor verbeteringen in de content of dienstverlening kenbaar worden gemaakt.

Email: f.spijkers@math4all.nl

Met de Math4All maatwerkdienst kunnen complete readers worden samengesteld en toetsen worden gegenereerd. Docenten kunnen bij a.f.otten@xs4all.nl een gratis inlog voor de maatwerkdienst aanvragen.
