

5.5 Grote en kleine getallen

Inleiding

Schaakliefhebber Sven ontdekt een heel oud verhaal over het ontstaan van het schaakbord.

Volgens dit verhaal zou Sissah ben Dahir eeuwen geleden dit spel hebben bedacht voor een koning uit India. Als beloning vroeg hij de koning om rijstkorrels: één korrel op het eerste vakje, 2 korrels op het tweede, 2^2 op het derde, 2^3 op het vierde en zo door tot 2^{63} korrels op het laatste vakje.

Dat moet voor zo'n koning te doen zijn, toch?



Figuur 1

Je leert in dit onderwerp

- werken met de wetenschappelijke notatie voor grote en kleine getallen.

Voorkennis

- rekenen (optellen, aftrekken, vermenigvuldigen en delen) met positieve en negatieve getallen en met breuken en alle begrippen die daarbij horen;
- kwadrateren, worteltrekken en rekenen met kwadraten en wortelvormen;
- machten en wortels uitrekenen en de juiste rekenvolgorde hanteren.

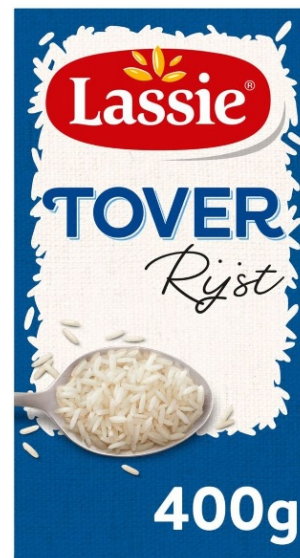
Verkennen

Opgave V1

Sissah ben Dahir heeft (volgens een legende) eeuwen geleden het schaakspel uit voor een koning uit India.

Als beloning vroeg hij de koning om rijstkorrels: één korrel op het eerste vakje, 2 korrels op het tweede, 2^2 op het derde, 2^3 op het vierde en zo door tot 2^{63} korrels op het laatste vakje.

- Hoeveel rijstkorrels komen er op het tiende vakje?
- Hoeveel rijstkorrels komen er op het twintigste vakje?
Dat lijken bij b al best veel rijstkorrels te zijn. Maar is dat ook zo? In een pak rijst zit 400 gram aan korrels.
- Maak een schatting hoeveel rijstkorrels er in zo'n pak rijst gaan.
- Hoeveel pakken rijst komen er dus op het twintigste vakje?
- Hoeveel pakken rijst komen er dus op het éénentwintigste vakje?
- Enig idee hoeveel rijst er op het 64e vakje zou moeten komen? En in totaal?



Figuur 2

Uitleg 1

Hele grote getallen zoals 135 miljard = 135.000.000.000 zijn door het grote aantal cijfers moeilijk te lezen. Je schrijft zo'n getal daarom als:

$$135.000.000.000 = 1,35 \cdot 100.000.000.000 = 1,35 \cdot 10^{11}.$$

Deze manier van opschrijven van getallen noem je de wetenschappelijke notatie.

Daarbij staat er altijd één cijfer voor de decimale komma.

Vooral bij machten kan deze notatie handig zijn: 2^{63} bijvoorbeeld kunnen de meeste rekenmachines niet precies uitrekenen. Je krijgt een benadering te zien, zoals:

$$2^{63} \approx 9,223372037 \cdot 10^{18}.$$

En omdat dit toch een benadering is, kun je ook wel wat meer afronden, afhankelijk van de situatie.

$$\begin{aligned} 1 \text{ tiental} &= 10^1 \\ 1 \text{ honderdtal} &= 10^2 \\ 1 \text{ duizendtal} &= 10^3 \\ 1 \text{ miljoen} &= 10^6 \\ 1 \text{ miljard} &= 10^9 \end{aligned}$$

Opgave 1

Bekijk de.

- Waarom is $100.000.000.000 = 10^{11}$?
- Schrijf 100.000 als macht van 10.
- Schrijf 350.000 in de wetenschappelijke notatie.
- $2^{63} \approx 9,223372037 \cdot 10^{18}$.
Rond deze benadering af op vier decimalen.

Opgave 2

Grote getallen zijn bijvoorbeeld 1 miljoen en 1 miljard.

- Schrijf deze getallen als macht van 10.
Schrijf de volgende getallen in de wetenschappelijke notatie.
- Ongeveer 3 miljoen jaar geleden zijn de dinosauriërs uitgestorven.
- Volgens het ministerie komt ons nationaal inkomen uit op 468 miljard.

Uitleg 2

Voor machten van 10 (en ook voor andere machten) kun je rekenregels opstellen:

- bij vermenigvuldigen van machten tel je de exponenten op:
 $10^5 \cdot 10^3 = 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 = 10^8.$
- bij het delen van machten trek je de exponenten van elkaar af:
 $10^5 / 10^3 = \frac{10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10}{10 \cdot 10 \cdot 10} = 10 \cdot 10 = 10^2.$

Hieruit volgt:

- $1 = 10^1 / 10^1 = 10^{1-1} = 10^0$ dus $10^0 = 1$
- $0,1 = \frac{1}{10} = 10^0 / 10^1 = 10^{-1}$
- $0,01 = \frac{1}{100} = 10^0 / 10^2 = 10^{-2}$
- $0,001 = \frac{1}{1000} = 10^0 / 10^3 = 10^{-3}$

enzovoorts.

$$\begin{aligned} 1 \text{ tiende} &= 10^{-1} \\ 1 \text{ honderdste} &= 10^{-2} \\ 1 \text{ duizendste} &= 10^{-3} \\ 1 \text{ miljoenste} &= 10^{-6} \\ 1 \text{ miljardste} &= 10^{-9} \end{aligned}$$

Dus ook hele kleine getallen zoals 32 miljoenste = 0,000032 kun je schrijven als:
 $0,000032 = 3,2 \cdot 0,00001 = 3,2 \cdot \frac{1}{100000} = 3,2 \cdot 10^{-5}$.

Ook voor hele kleine getallen kun je de wetenschappelijke notatie gebruiken.

Opgave 3

Bekijk de.

- Schrijf 1 tienduizendste = 0,0001 als macht van 10.
- Schrijf 0,00314 in de wetenschappelijke notatie.
- Sommige eencelligen zijn slechts 2,5 miljoenste mm breed.

Theorie en voorbeelden

Om te onthouden

Je schrijft hele grote en hele kleine getallen vaak in de **wetenschappelijke notatie**.

- Een groot getal krijgt dan de vorm $a \cdot 10^n$.
- Een klein getal krijgt dan de vorm $a \cdot 10^{-n}$.

Hierin is $1 \leq a < 10$.

Ga ook na hoe je je rekenmachine in de wetenschappelijke notatie kunt laten rekenen.

Getallen die uit veel cijfers bestaan ga je om die notatie te gebruiken eerst afronden. Op hoeveel decimalen je afrondt, hangt af van hoeveel cijfers belangrijk zijn. Deze belangrijke cijfers noem je de **significante cijfers**.

1 tiental = 10^1
1 honderdtal = 10^2
1 duizendtal = 10^3
1 miljoen = 10^6
1 miljard = 10^9
1 tiende = 10^{-1}
1 honderdste = 10^{-2}
1 duizendste = 10^{-3}
1 miljoenste = 10^{-6}
1 miljardste = 10^{-9}

Voorbeeld 1

De **lichtsnelheid** is in vacuüm (het luchtledige) gelijk aan 299.792.458 m/s.
 Dat is ongeveer 300.000.000 m/s.

Schrijf dit getal in de wetenschappelijke notatie met twee significante cijfers.

Antwoord

Het licht legt ongeveer $3,0 \cdot 100.000.000$ m per seconde af (bij twee significante cijfers).
 De wetenschappelijke notatie van de lichtsnelheid is dan $3,0 \cdot 10^8$ m/s.

Opgave 4

Bekijk. Je ziet hoeveel de lichtsnelheid in m/s bedraagt.
 Je gaat dit omrekenen naar km/uur.

- Het omrekenen van m/s naar km/uur kan in twee stappen. Bereken eerst de lichtsnelheid in m/uur.
- Reken de lichtsnelheid in m/uur nu om naar km/uur. Geef je antwoord in de wetenschappelijke notatie.

Opgave 5

De omtrek van de Aarde is 40.000 km. Als mensen hand in hand staan met de armen gespreid zitten de middens van hun lichamen ongeveer 1,5 m van elkaar.

- a Hoeveel mensen moeten er hand in hand staan met de armen gespreid om de Aarde te omspannen? Geef je antwoord in de wetenschappelijke notatie in één decimaal nauwkeurig. Er zijn ongeveer 7,5 miljard mensen op Aarde.
- b Hoeveel keer kunnen die op de beschreven manier de Aarde te omspannen? Geef je antwoord in de wetenschappelijke notatie in één decimaal nauwkeurig.

Voorbeeld 2

Er is afgesproken dat 1 meter de afstand is die het licht in $1/299792458$ seconde aflegt. Hoe lang doet het licht over het afleggen van 1 meter? Geef je antwoord in de wetenschappelijke notatie in drie decimalen nauwkeurig, dus met vier significante cijfers.

Antwoord

Met de rekenmachine krijg je waarschijnlijk $0,000000003 = 3 \cdot 10^{-9}$ seconden. Dat is niet in twee decimalen nauwkeurig.

Maar je kunt de rekenmachine in de wetenschappelijke notatie zetten.

Ga na, hoe dat kan.

Dan wordt de berekening ineens veel nauwkeuriger.

Je vindt dan ongeveer $3,336 \cdot 10^{-9}$. De vraag is natuurlijk wel of je die nauwkeurigheid nodig hebt...

Opgave 6

Neem voor de lichtsnelheid $3,0 \cdot 10^8$ m/s. De afstand van de Aarde tot de Zon is ongeveer $1,5 \cdot 10^8$ km.

Hoe lang is het licht onderweg vanaf de Zon naar de Aarde?

Opgave 7

Hier zie je een foto van de huisstofmijt. Deze diertjes leven van menselijke huidschilfers, in een hoofdkussen van je bed kunnen er wel 12000 voorkomen en dan ben je echt niet onhygiënisch. Sommige mensen zijn allergisch voor hun uitwerpselen. Zo'n huisstofmijt weegt gemiddeld slechts $1,5 \cdot 10^{-3}$ gram en heeft afmetingen van ongeveer 0,3 mm breed tot 0,5 lang. Je kunt ze met het blote oog niet zien.



Figuur 3

Hoeveel wordt je kussen zwaarder tengevolge van de huisstofmijt er in?

Verwerken

Opgave 8

Schrijf als macht van 10:

- a 1000
- b 100000000
- c 10 miljard

- d 0,001
- e $\frac{1}{100000}$
- f 10 miljardste

Opgave 9

Schrijf in de wetenschappelijke notatie:

- a 123 miljoen
- b 614000000000
- c 0,00001496
- d 0,000000000000042

Opgave 10

Gebruik bij de volgende berekeningen de wetenschappelijke notatie. Geef je antwoord ook in die vorm.

- a In Nederland wonen ongeveer 17,5 miljoen mensen. Het gemiddeld inkomen van een Nederlander is ongeveer € 18.000. Bereken het nationaal inkomen (het inkomen van alle Nederlanders samen).
- b In Nederland zijn er jaarlijks ongeveer 1,5 miljoen middelbare scholieren. Zo'n scholier kost de overheid gemiddeld € 4500. Hoeveel geeft de overheid jaarlijks ongeveer uit aan middelbaar onderwijs?

Opgave 11

Bacteriën zijn micro-organismen. Een bepaald soort bacterie heeft een gewicht van $2,4 \cdot 10^{-8}$ kg.

- a Op een plant bevinden zich 3,2 miljoen van deze bacteriën. Hoeveel wegen deze bacteriën samen? Geef je antwoord met drie significante cijfers.
- b Hoeveel van deze bacteriën wegen samen 1 kg? Geef je antwoord met drie significante cijfers.

Opgave 12

Uit Wikipedia (13-11-2009):

Een amoebe (spreek uit als 'ameube') is een eencellig organisme dat bestaat uit protoplasma met één of meerdere kernen. Het endoplasma (binnenste laagje) is troebel en korrelig terwijl het ectoplasma (buitenste laagje) meestal helder is. Het organisme behoort tot de wortelpotigen en varieert afhankelijk van de soort tussen de 30 en 800 μm .

1 μm is $\frac{1}{1000}$ mm. Hoeveel meter is een amoebe van 800 μm ? Geef je antwoord in de wetenschappelijke notatie.

Toepassen

In deze video wordt je de wereld getoond als je erop inzoomt en uitzoomt in stappen van 10. Hij is Engelstalig. (Als je hem via YouTube bekijkt, kun je ondertiteling in het Nederlands instellen. Sla wel eerst de advertenties over.)

Bekijk de videoclip: Machten van 10.

Opgave 13: Machten van 10

Bekijk de video 'Machten van 10' (Engelstalig).

Je ziet eerst steeds groter wordende vierkanten. De zijden ervan worden in machten van 10 gegeven.

- Hoe groot is de zijde van het vierkant waar de aarde precies in past? Geef je antwoord in m en in km.
- Hoe groot is de zijde van het vierkant waar het zonnestelsel precies in past? Geef je antwoord in m en in km.
- Hoe groot is de zijde van het vierkant waar de Melkweg precies in past? Geef je antwoord in m en in km.

Nadat je maximaal hebt uitgezoomd, ga je eerst weer snel inzoomen.

Na een tijdje kom je onder de 1 m en wordt het vierkantje nog kleiner.

- Hoe groot is de zijde van het vierkant waar de cel van een lymfociet precies in past? Geef je antwoord in m en in mm.
- Hoe groot is de zijde van het vierkant waar een atoomkern van koolstof (Engels: 'carbon') precies in past? Geef je antwoord in m en in km.

Opgave 14: Lichtjaren

Een lichtjaar is de afstand die het licht in een jaar aflegt. De lichtsnelheid is ongeveer $3 \cdot 10^8$ m/s. Een astronomische eenheid is de gemiddelde afstand van de Aarde tot de Zon: 1 AE = 149,6 miljoen kilometer. Vooral in de sterrenkunde zijn lichtjaar en AE nuttige maten.

De **dubbelster Alpha Centauri** vormt samen met de veel zwakkere Proxima Centauri een drievoudig systeem, dat zich van alle sterren het dichtst bij ons zonnestelsel bevindt. De afstand tot de Zon bedraagt 4,36 lichtjaar.

- Hoeveel km is 1 lichtjaar? En hoeveel AE?
- Hoeveel km is Alpha Centauri van onze Zon verwijderd? En van de Aarde?
- Stel je voor dat je in een ruimteschip met 20000 km/uur van de Aarde rechtstreeks naar de Zon zou kunnen vliegen. Hoe lang doe je daar dan over? En hoe lang doe je over de reis naar Alpha Centauri?

Testen

Opgave 15

Schrijf in de wetenschappelijke notatie:

- a 185.000.000
- b 0,0000059

Opgave 16

De afstand van de aarde tot de maan is ongeveer 384.400 km.

- a Schrijf dit getal in de wetenschappelijke notatie met drie significante cijfers.
Op 21 juli 1996 plaatste de bemanning van de Apollo 11 een reflector van 46 centimeter op de maan.
Een laserstraal is een lichtbundel die met $3,0 \cdot 10^8$ m/s voortbeweegt. Er wordt een laserstraal vanaf de aarde naar de maan gestuurd en die wordt weerkaatst door de reflector.
- b Na hoeveel seconden wordt deze laserstraal op aarde weer ontvangen?

Practicum

Met *AlgebraKIT* kun je oefenen met de **de wetenschappelijke notatie**. Je kunt telkens een nieuwe opgave oproepen. Je maakt elke opgave zelf op papier.

Met 'Toon uitwerking' zie je het verder uitklapbare antwoord.

Met  krijg je een nieuwe opgave.

Werk met AlgebraKIT.



© 2022

Deze paragraaf is een onderdeel van het Math4All wiskundemateriaal.

Math4All stelt het op prijs als onvolkomenheden in het materiaal worden gemeld en ideeën voor verbeteringen in de content of dienstverlening kenbaar worden gemaakt.

Email: f.spijkers@math4all.nl

Met de Math4All maatwerkdienst kunnen complete readers worden samengesteld en toetsen worden gegenereerd. Docenten kunnen bij a.f.otten@xs4all.nl een gratis inlog voor de maatwerkdienst aanvragen.
