

5.3 Machten

Inleiding

Sven is een echte spelletjesfanaat. Hier zie je zijn Rubik's Cube.

De Rubik's Cube is bedacht door de Hongaarse wiskundige, architect en uitvinder Ernő Rubik die nog meer puzzels heeft bedacht en via [zijn website](#) aan de man/vrouw brengt. Deze kubus lijkt uit allemaal kleine kubusjes te bestaan die om het midden kunnen draaien. Hoeveel kleine kubusjes passen er in een grotere kubus van 3 bij 3 bij 3?



Figuur 1

Je leert in dit onderwerp

- het begrip macht en machten uitrekenen;
- het begrip derdemachtswortel en derdemachtswortels uitrekenen;

Voorkennis

- rekenen (optellen, aftrekken, vermenigvuldigen en delen) met positieve en negatieve getallen en met breuken en alle begrippen die daarbij horen;
- kwadrateren en worteltrekken.

Verkennen

Opgave V1

Hier zie je Sven's Rubik's Cube in de stand waarin hij uit de verpakking kwam.

Ga er van uit dat hij helemaal is gevuld met dezelfde kleine kubusjes.

- Hoeveel van die kubusjes zijn er dan?
- Hoeveel bedragen de afmetingen van een Rubik's Cube met een inhoud van 216 cm^3 ?
- Waarom wordt de inhouds-eenheid 'kubieke' meter geschreven als m^3 ?



Figuur 2

Uitleg

Als je een getal met zichzelf vermenigvuldigt, krijg je een kwadraat: $3 \cdot 3 = 3^2$.

Er is een meer algemene schrijfwijze voor het vermenigvuldigen met steeds hetzelfde getal. Bijvoorbeeld:

$$3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 3^5.$$

Reken je zo'n getal uit, dan wordt de uitkomst machtig groot: $3^5 = 243$.

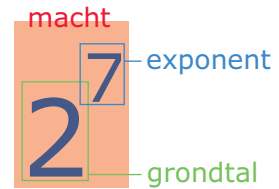
Je spreekt van machtsverheffen en je zegt '3 tot de macht 5', of kortweg '3 tot de vijfde'.

En 3^5 heet een macht met grondtal 3 en exponent 5.

Een kwadraat zoals 3^2 is een macht met grondtal 3 en exponent 2.

$$2^7 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 128.$$

Op de rekenmachine:



Figuur 3

Opgave 1

Bekijk in de wat een macht is en hoe je een macht uitrekent. Bereken nu:

- a 2^5
- b 3^3
- c 1^{12}
- d $3,5^3$
- e $\left(\frac{1}{3}\right)^4$
- f $\left(\frac{2}{5}\right)^4$

Opgave 2

Je kunt ook van negatieve getallen machten nemen. Daarbij zijn haakjes nodig.

- a Wat betekent $(-3)^4$? En hoeveel komt daar uit?
- b Wat betekent -3^4 ? Wat komt er uit?

Opgave 3

Uit een kwadraat kun je terugrekenen met worteltrekken. Bij derdemachten bestaat ook zoiets.

Ga na dat $6^3 = 216$.

Dit betekent dat de derdemachtswortel van 216 gelijk is aan 6: $\sqrt[3]{216} = 6$.

Bereken de volgende derdemachtswortels: $\sqrt[3]{64}$, $\sqrt[3]{8}$, $\sqrt[3]{-8}$.

Theorie en voorbeelden

Om te onthouden

Voor het vermenigvuldigen met steeds hetzelfde getal gebruik je een **macht** met **grondtal** en een **exponent**. Bijvoorbeeld:

$$3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 3^5.$$

Reken je zo'n getal uit, dan wordt de uitkomst snel groot: $3^5 = 243$.

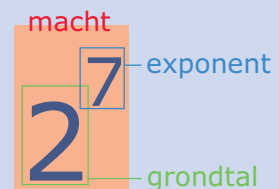
Je spreekt van **machtsverheffen** en je zegt '3 tot de macht 5', of kortweg

'3 tot de vijfde'.

Je kunt ook terugrekenen vanuit machten.

Bij terugrekenen vanuit derde machten spreek je van **derdemachtswortels**.

Omdat $2^3 = 8$ geldt: $\sqrt[3]{8} = 2$. De derdemachtswortel van 8 is 2.



Figuur 4

Voorbeeld 1

Het rekenen met machten is eenvoudig als je de betekenis kent:

- $17^4 = 17 \cdot 17 \cdot 17 \cdot 17 = 83521$
- $(-17)^4 = -17 \cdot -17 \cdot -17 \cdot -17 = 83521$
- $-17^4 = -17 \cdot 17 \cdot 17 \cdot 17 = -83521$
- $100000 - 17^4 = 100000 - 17 \cdot 17 \cdot 17 \cdot 17 = 100000 - 83521 = 16479$

Je ziet dat machten voorrang hebben op optellen en aftrekken.

Opgave 4

Bereken:

- a 3^4
- b $100 - 2^6$
- c 7^1
- d $\left(\frac{1}{2}\right)^4$
- e $\left(2\frac{2}{3}\right)^3$
- f $(-3)^5$

Voorbeeld 2

De inhoud van een kubus met ribben van 4 is: $4 \cdot 4 \cdot 4 = 4^3 = 64$.

De inhoud van een kubus is een derde macht.

Als je de inhoud van de kubus weet, kun je ook de lengtes van de zijden proberen te vinden.

Dat heet derdemachts worteltrekken: $\sqrt[3]{64} = 4$.

Als de inhoud 125 cm^3 is, dan is elke zijde $\sqrt[3]{125}$.

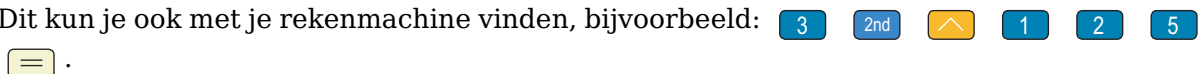
Hoeveel is dat?

Antwoord

Gewoon machten van 3 proberen: $3^3 = 27$, $4^3 = 64$, $5^3 = 125$.

Dus $\sqrt[3]{125} = 5$.

Dit kun je ook met je rekenmachine vinden, bijvoorbeeld:



Bekijk vooral goed hoe je $\sqrt[3]{125}$ op je eigen rekenmachine moet invoeren.

Opgave 5

Bekijk.

- a Hoe bereken je de lengte van de zijde van een kubus als je de inhoud van die kubus weet?
- b Ga uit van een kubus met een inhoud van 8 m^3 . Leg uit waarom $\sqrt[3]{8} = 2$.
- c Laat zien, dat je rekenmachine ook $\sqrt[3]{8} = 2$ geeft.
- d Wat geeft je rekenmachine als uitkomst van $\sqrt[3]{10}$? Waarom komt dit niet op een geheel getal uit?

Opgave 6

Bereken (probeer dit zoveel mogelijk uit het hoofd te doen):

- a $\sqrt[3]{216}$
- b $\sqrt[3]{1728}$
- c $\sqrt[3]{3,375}$
- d $\sqrt[3]{\frac{8}{27}}$

Opgave 7

Benader met je rekenmachine op twee decimalen nauwkeurig:

- a $\sqrt[3]{18}$
- b $\sqrt[3]{100}$
- c $\sqrt[3]{49}$
- d $\sqrt[3]{400}$

Verwerken

Opgave 8

Bereken:

- a 4^5
- b $0,5^3$
- c $\left(\frac{2}{3}\right)^4$
- d $\left(1\frac{3}{5}\right)^3$
- e $(-2)^6$
- f $-0,2^4$

Opgave 9

Je ziet hier een kruisgetallenpuzzel. Hij staat ook op het [werkblad](#).
Vul de puzzel in.

1		2		3
4	5			
			6	
7				

Horizontaal		Verticaal	
1	11^4	1	5^3
4	24^2	2	26^2
6	2^6	3	2^{10}
7	92^2	5	28^2
		6	4^3

Figuur 5

Opgave 10

Bereken:

- a $\sqrt[3]{1000}$
- b $\sqrt[3]{1000000}$
- c $\sqrt[3]{10^6}$
- d $\sqrt[3]{0,001}$
- e $\sqrt[3]{0,000001}$
- f $\sqrt[3]{0,125}$

Opgave 11

Je hebt een kubus met een inhoud van 20 liter, dus 20 dm^3 .

- a Hoeveel bedraagt de lengte van elke ribbe van deze kubus in mm nauwkeurig?
- b Bereken de totale oppervlakte van deze kubus in mm^2 nauwkeurig.

Toepassen

Hier zie je een Rubik's Cube van 5 bij 5 bij 5.

Je kunt de binnenkant niet zien.

Misschien zit hij helemaal vol met kleine kubusjes.

Maar waarschijnlijk bestaat alleen de buitenste (zichtbare) laag uit kubusjes.



Figuur 6

Opgave 12: De 5-kubus

In zie je een Rubik's Cube als 5-kubus.

Neem aan dat hij helemaal is opgebouwd uit kubusjes.

- a Laat met een macht zien uit hoeveel kubusjes deze kubus dan bestaat.
- b Stel je voor dat elk kleine kubusje ribben van 2 cm heeft. Hoe groot is dan het volume van de 5-kubus?
- c En hoe lang zijn de ribben van elk klein kubusje als het volume 729 cm^3 is?

Opgave 13: Alleen de buitenkant van de 5-kubus

In zie je een Rubik's Cube als 5-kubus.

Neem aan dat alleen de buitenkant is opgebouwd uit kubusjes.

- a Uit hoeveel kubusjes deze kubus bestaat de 5-kubus dan?
- b Van hoeveel van die kubusjes zijn drie vlakken gekleurd?
- c Van hoeveel van die kubusjes zijn twee vlakken gekleurd?
- d Van hoeveel van die kubusjes is één vlak gekleurd?

Testen

Opgave 14

Bereken:

- a 3^7
- b -2^6
- c $(-0,5)^4$
- d $\left(1\frac{1}{5}\right)^3$

Opgave 15

Een kubus heeft een volume van 50 cm^3 .

- a Hoe groot zijn de zijden van deze kubus exact?
- b Bereken de lengte van elke zijde van deze kubus in twee decimalen nauwkeurig in cm.

Practicum

Met *AlgebraKIT* kun je oefenen met **machten uitrekenen**. Je kunt telkens een nieuwe opgave oproepen. Je maakt elke opgave zelf op papier.

Met 'Toon uitwerking' zie je het verder uitklapbare antwoord.

Met  krijg je een nieuwe opgave.

Werk met AlgebraKIT.

Werkblad bij.

1		2		3
4	5			
			6	
7				



© 2022

Deze paragraaf is een onderdeel van het Math4All wiskundemateriaal.

Math4All stelt het op prijs als onvolkomenheden in het materiaal worden gemeld en ideeën voor verbeteringen in de content of dienstverlening kenbaar worden gemaakt.

Email: f.spijkers@math4all.nl

Met de Math4All maatwerkdienst kunnen complete readers worden samengesteld en toetsen worden gegenereerd. Docenten kunnen bij a.f.otten@xs4all.nl een gratis inlog voor de maatwerkdienst aanvragen.
