

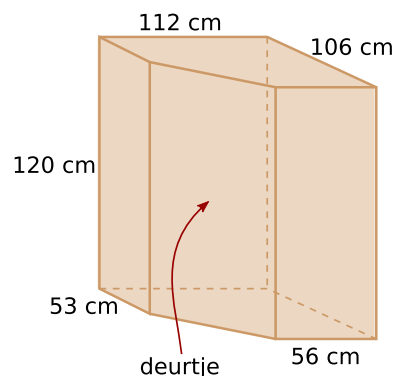
8.4 Oppervlakte ruimtelijke figuren

Inleiding

Als je zo'n hoekkastje wilt bouwen en verkopen, moet je weten hoeveel materiaal er voor nodig is. In de meubelfabriek mag Kees de oppervlakte aan materiaal uitrekenen.

Het kastje bestaat uit een vijfhoekige onderkant en bovenkant en uit vijf rechthoeken.

Van elk van die onderdelen moet Kees de oppervlakte bepalen.



Figuur 1

Je leert in dit onderwerp

- de stelling van Pythagoras toepassen bij het berekenen van oppervlaktes;
- de oppervlakte berekenen van een ruimtelijke figuur waarvan je een uitslag kunt tekenen.

Voorkennis

- berekeningen maken met de stelling van Pythagoras, onder andere ook in ruimtelijke figuren.
- de oppervlakte en de omtrek van een (halve) rechthoek, een driehoek en een cirkel bepalen;
- werken met coördinaten.

Verkennen

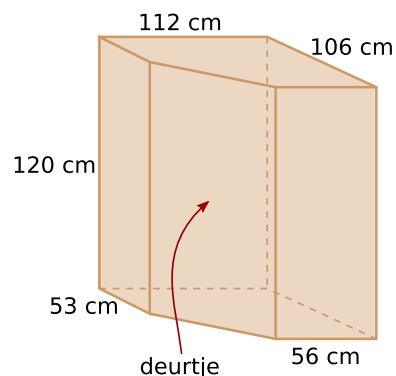
Opgave V1

Kees wil van zo'n hoekkastje de oppervlakte aan materiaal uitrekenen.

- a** Bereken de oppervlakte van het bovenvlak.

Alle opstaande grensvlakken zijn rechthoeken. Van de meeste kun je de afmetingen meteen zien, alleen van het deurtje niet.

- b** Hoe bepaal je de afmetingen van het deurtje?
- c** Bereken nu de totale oppervlakte aan materiaal die voor dit kastje nodig is.



Figuur 2

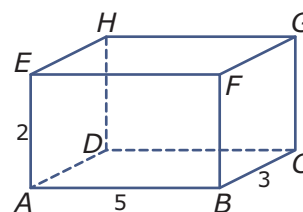
Uitleg

Je ziet hier een balk $ABCD.EFGH$ met $AB = 5$ cm, $BC = 3$ cm en $AE = 2$ cm. Je wilt de oppervlakte bepalen.

Die oppervlakte is de som van de oppervlaktes van alle afzonderlijke grensvlakken:

- ondervlak en bovenzvlak zijn elk $5 \cdot 3 = 15$ cm²
- voorvlak en achtervlak zijn elk $5 \cdot 2 = 10$ cm²
- linker en rechter zijvlak zijn elk $3 \cdot 2 = 6$ cm²

De totale oppervlakte is $2 \cdot 15 + 2 \cdot 10 + 2 \cdot 6 = 62$ cm².

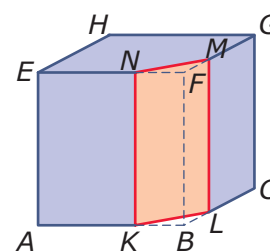


Figuur 3

Opgave 1

Je ziet hier een kubus waar een stuk van af is gezaagd. Het zaagvlak is $KLMN$. De kubus heeft ribben van 6 cm. De lijnstukken AK , CL , EN en GM zijn allemaal 4 cm lang. De overblijvende figuur is een prisma.

- Welke vorm heeft het zaagvlak $KLMN$?
- Bereken de lengte van KL .
- Bereken de totale oppervlakte van het prisma in mm² nauwkeurig.



Figuur 4

Opgave 2

De balk $ABCD.EFGH$ heeft ribben $AB = 12$, $AD = 6$ en $AE = 8$ cm. Punt P is het midden van EF en punt Q is het midden van GH .

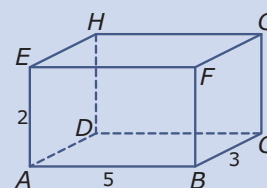
Bereken de totale oppervlakte van het prisma $ABPE.DCQH$.

Theorie en voorbeelden

Om te onthouden

De **oppervlakte van een ruimtelijke figuur** is de som van de oppervlaktes van alle afzonderlijke grensvlakken. Dat klinkt niet al te moeilijk, vooral niet als alle grensvlakken (vlakke) veelhoeken zijn. Wanneer de grensvlakken gebogen zijn (zoals bij een bol, een kegel, een cilinder, ...) dan is dat meteen al veel moeilijker. Voorlopig kun je de oppervlakte alleen bepalen van ruimtelijke figuren waar je een **uitslag** van kunt maken.

Bekijk de voorbeelden. Soms heb je de stelling van Pythagoras nodig.



Figuur 5

Voorbeeld 1

Hier zie je een regelmatig vierzijdige piramide $T.ABCD$ met grondvlak 4 cm bij 4 cm en hoogte 6 cm. Het grondvlak is een vierkant en de top T zit loodrecht boven het midden S van het grondvlak.

Bereken de totale oppervlakte van deze piramide.

Antwoord

Het grondvlak is $4 \cdot 4 = 16 \text{ cm}^2$.

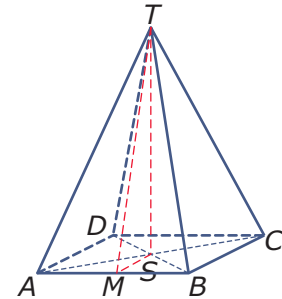
De vier opstaande grensvlakken zijn gelijkbenige driehoeken met een basis van 4 cm en een hoogte die je kunt uitrekenen met de stelling van Pythagoras. Ga na dat deze hoogte $\sqrt{40}$ is.

De oppervlakte van één opstaand grensvlak is

$$\frac{1}{2} \cdot 4 \cdot \sqrt{40} = 2\sqrt{40} \text{ cm}^2.$$

De totale oppervlakte van de piramide is

$$16 + 4 \cdot 2\sqrt{40} = 16 + 8\sqrt{40} \text{ cm}^2.$$



Figuur 6

Opgave 3

Bekijk in **Voorbeeld 1** hoe je de oppervlakte van een piramide berekent.

- Laat zien, waarom de hoogte van de opstaande grensvlakken $\sqrt{40}$ is.
- Bereken zelf de oppervlakte van de regelmatige vierzijdige piramide zonder naar het voorbeeld te kijken.

Opgave 4

Bereken de oppervlakte van een regelmatige vierzijdige piramide waarvan alle ribben 10 cm lang zijn in mm^2 nauwkeurig.

Voorbeeld 2

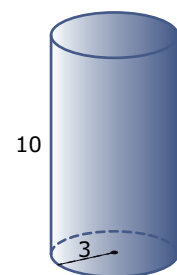
Dit is een cilinder met een straal van 3 cm en een hoogte van 10 cm.

Bereken de oppervlakte van deze cilinder inclusief grondvlak en bovenvlak in mm^2 nauwkeurig.

Antwoord

Het grondvlak en het bovenvlak van deze cilinder zijn cirkels met een straal van 3.

Ze hebben daarom elk een oppervlakte van $\pi \cdot 3^2 \approx 28,27 \text{ cm}^2$.

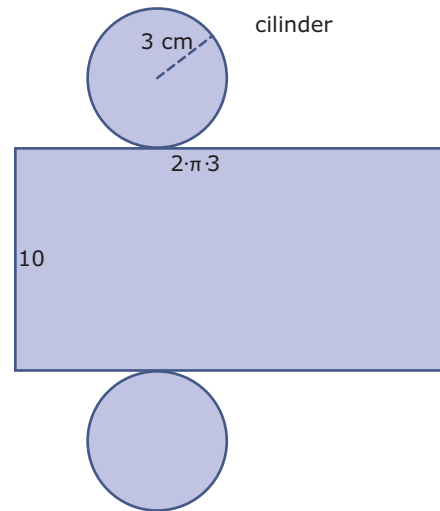


Figuur 7

Het gebogen zijvlak (de zogenaamde 'mantel' van de cilinder) kun je openknippen en plat voor je neerleggen. De cilindermantel is dan een rechthoek waarvan de lengte gelijk is aan de omtrek van de grondcirkel en de breedte gelijk is aan de hoogte van de cilinder.

De cilindermantel is dus een rechthoek van $2\pi \cdot 3 = 6 \cdot \pi$ bij 10. Hij heeft een oppervlakte van $6 \cdot \pi \cdot 10 \approx 188,50$.

De totale oppervlakte van de cilinder is ongeveer $245,04 \text{ cm}^2$.



Figuur 8

Opgave 5

Bekijk in **Voorbeeld 2** hoe je de oppervlakte van een cilinder berekent.

- Welke twee formules voor de cirkel worden er in het voorbeeld gebruikt?
- Voer zelf de berekening uit zonder naar het voorbeeld te kijken.

Opgave 6

Een cilindervormige plastic buis heeft een diameter van 16 mm en een lengte van 1 m. Bereken de oppervlakte van deze buis in mm^2 nauwkeurig.

Voorbeeld 3

Bereken de dakoppervlakte van dit huis. Het grondvlak is 8 bij 8 m. De nok van het dak zit 8 m boven de grond. Houd geen rekening met de schoorsteen.

Antwoord

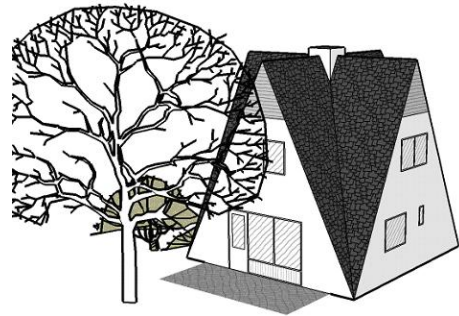
Het dak bestaat uit 8 rechthoekige driehoeken. Elk van die driehoeken heeft een rechthoekszijde van 4 m (de halve nok van het dak) en een rechthoekszijde die één van de twee benen van een driehoekige gevel is. De benen van die driehoekige gevels kun je uitrekenen met de stelling van Pythagoras.

Ga na dat ze $\sqrt{80}$ meter lang zijn.

De oppervlakte van één zo'n dakdeel is $\frac{1}{2} \cdot 4 \cdot \sqrt{80} = 2\sqrt{80} \text{ m}^2$.

Het totale dak heeft een oppervlakte van

$$8 \cdot 2\sqrt{80} = 16\sqrt{80} \approx 143,11 \text{ m}^2.$$



Figuur 9

Opgave 7

Bekijk de berekening van de oppervlakte van het dak van het huisje in.

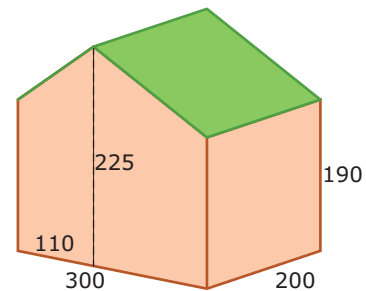
- Waaruit blijkt dat de schoorsteen niet is meegerekend? Waarom is dat niet erg als je wilt weten hoeveel dakbedekking er nodig is?
- Reken zelf de lengte van de langste rechthoekszijde van elk dakdeel na.
- Controleer nu de rest van de berekening van de oppervlakte van het dak.
- Tussen twee dakdelen die geen gemeenschappelijke nok hebben zit een dakgoot. Bereken hoe lang die dakgoot is. Houd weer geen rekening met de schoorsteen.

Verwerken

Opgave 8

Je ziet hier een vereenvoudigde tekening van een tuinhuisje. Het grondvlak is een rechthoek, evenals de twee opstaande zijwanden. De voorwand en de achterwand zijn vijfhoeken. Alle afmetingen in de figuur zijn in cm.

Bereken de oppervlakte van het dak van dit tuinhuisje en geef je antwoord in m^2 in twee decimalen nauwkeurig.

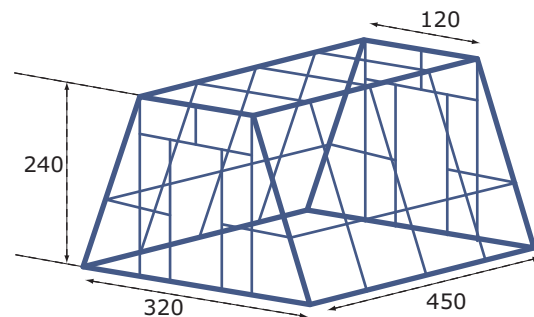


Figuur 10

Opgave 9

Je ziet hier een bijzondere plantenkas. De afmetingen zijn gegeven in cm. De kas heeft de vorm van een symmetrisch prisma en de bodem is uiteraard niet van glas.

Bereken de totale hoeveelheid glas in m^2 die voor deze plantenkas nodig is.



Figuur 11

Opgave 10

Je ziet hier een zogenaamde Romneyloods. Het is een loods in de vorm van een halve cilinder met een diameter van 11 m. De bodem is een rechthoek van 11 bij 20 m.

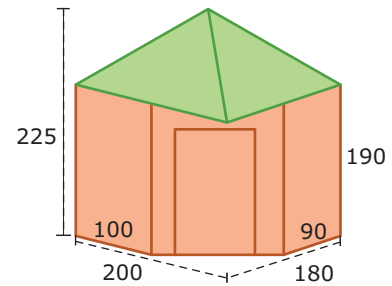
Je hebt zo'n loods laten plaatsen. De halve cilinder die het dak vormt wordt rood geschilderd, de voorkant en de achterkant worden wit gemaakt. Bereken hoeveel m^2 er rood moet worden geschilderd. Omdat het dak van golfplaat is gemaakt moet je er rekening mee houden dat je voor golfplaat ongeveer 1,5 keer zoveel verf nodig hebt per m^2 .



Figuur 12

Opgave 11

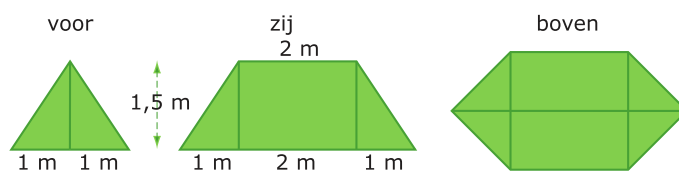
Dit is een vereenvoudigde tekening van een hoekblokhut. Het dak van die blokhut is een vierzijdige piramide waarvan de top boven het midden van het grondvlak zit. De blokhut zelf is een balk waarvan een hoek is afgesneden om een toegangsdeur in te maken. De afmetingen bij de figuur zijn in cm.



Figuur 13

Opgave 12

Hier zie je aanzichten van een eenvoudige tent.



Figuur 14

- Maak een tekening van deze tent en zet alle maten in je figuur. Bereken de lengte van alle ribben die nog niet zijn gegeven.
- Bereken hoeveel m^2 tentdoek er voor deze tent nodig is. (Reken het grondzeil niet mee.)

Toepassen

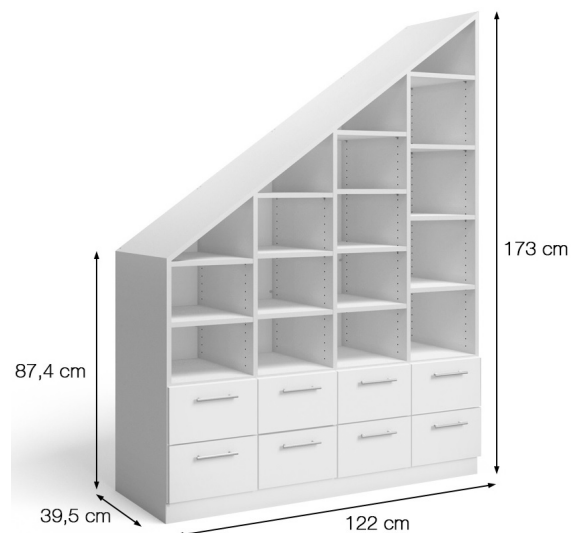
Kees ziet in de meubelmakerij deze kast voor onder een schuin dak.

Hij is gemaakt van MDF-plaat en wit geschilderd.

MDF betekent *Medium Density Fibreboard* en bestaat uit geperste resthoutvezels.

Je ziet de afmetingen in de tekening.

Hoeveel m^2 is ervoor nodig?



Figuur 15

Opgave 13: Kast onder het schuine dak

Bekijk de kast onder het schuine dak.

- Bereken eerst de lengte van de schuine kant die onder het dak moet komen.
- Bereken de totale hoeveelheid MDF die voor deze kast nodig is exclusief de laden. Neem aan dat de stootplank aan de voorkant 10 cm hoog is.

Opgave 14: Cilindrische kast

Dit metalen kastje bestaat uit drie dezelfde op elkaar gestapelde cilinders met daarin één schuifdeurtje.

Elke cilinder is 30 cm hoog en heeft een diameter van 40.

Bovendien heeft elke cilinder een bodem en een bovenvlak.

Hoe groot is de totale oppervlakte van dit kastje?



Figuur 16

Testen

Opgave 15

Van piramide $T.ABCD$ is het grondvlak een vierkant van 6 bij 6 cm. De opstaande ribben AT, BT, CT en DT zijn allemaal 12 cm lang.

Bereken de oppervlakte van deze piramide in cm^2 in twee decimalen nauwkeurig.

Opgave 16

Dit blikje bonen heeft de vorm van een cilinder, neem aan dat het ook precies een cilinder is. De diameter is 7,4 cm en de hoogte is 10,8 cm.

Bereken de oppervlakte van het blikje in mm^2 nauwkeurig.




Figuur 17



© 2023

Deze paragraaf is een onderdeel van het Math4All wiskundemateriaal.

Math4All stelt het op prijs als onvolkomenheden in het materiaal worden gemeld en ideeën voor verbeteringen in de content of dienstverlening kenbaar worden gemaakt. Klik op  in de marge bij de betreffende opgave. Uw mailprogramma wordt dan geopend waarbij het emailadres en onderwerp al zijn ingevuld. U hoeft alleen uw opmerkingen nog maar in te voeren.

Email: f.spijkers@math4all.nl

Met de Math4All Foliostroaat kunnen complete readers worden samengesteld en toetsen worden gegenereerd. Docenten kunnen bij a.f.otten@math4all.nl een gratis inlog voor de maatwerkdienst aanvragen.
