

7.5 Oppervlakte cirkel

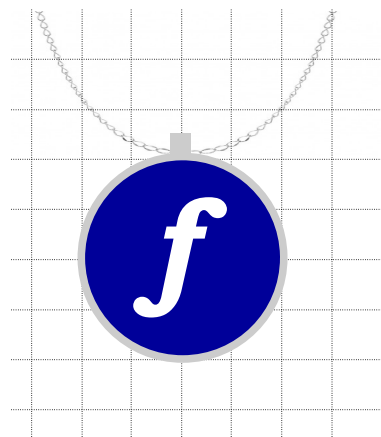
Inleiding

Als je een gulden in een hangertje verwerkt, hoef je niet te berekenen hoeveel kunststof materiaal je nodig hebt, er moeten gewoon guldens in. Maar het lijkt Marie-José ook leuk om hangertjes te maken die wel rond zijn als een munt, maar alleen een guldenteken f bevatten. Of een ander muntteken zoals € (euro), (Britse pond), \$ (dollar), (roebel), ¥ (yen), ...

Het klassieke guldenteken is de f van het Oudhollandse 'flo-rijn'.

Marie-José maakt zo het ontwerp hiernaast.

Maar hoeveel materiaal heeft ze nu nodig als de cirkel een diameter van 4 cm moet hebben?



Figuur 1

Je leert in dit onderwerp

- de oppervlakte van een cirkel berekenen vanuit de diameter of straal en andersom;

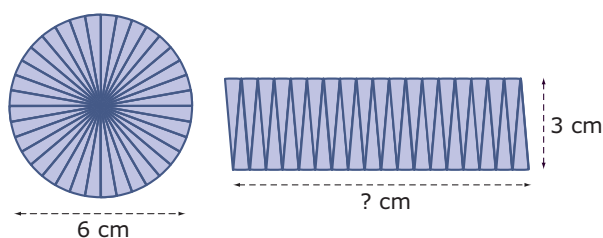
Voorkennis

- de oppervlakte van roosterfiguren bepalen;
- de oppervlakte van rechthoeken, driehoeken en vierhoeken berekenen;
- de omtrek van een cirkel berekenen vanuit de diameter of straal en andersom.

Verkennen

Opgave V1

Je ziet hoe een cirkel met een straal van 3 cm in 36 sectoren is verdeeld. Je kunt vervolgens, om de oppervlakte van deze cirkel te schatten, die sectoren in de vorm van een 'parallellogram' leggen.



Figuur 2

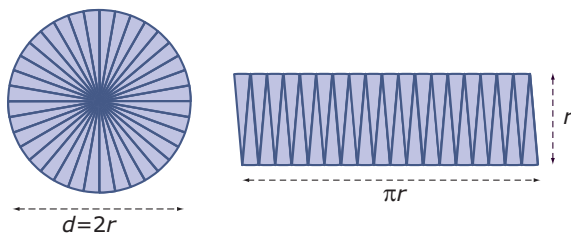
- Waarom staat hier het woord 'parallellogram' tussen aanhalingstekens?
- De hoogte van het 'parallellogram' is ongeveer gelijk aan de straal van de cirkel. Hoe lang is de basis ongeveer? Druk je antwoord uit in π .
- Hoe groot is de oppervlakte van het 'parallellogram' ongeveer? Druk je antwoord uit in π .
- Hoe groot is de oppervlakte van de cirkel dus ongeveer? Benader deze oppervlakte in mm^2 nauwkeurig.

Uitleg

Bekijk de applet: Oppervlakte cirkel.

Al in de Oudheid wilde men weten hoe je de oppervlakte van een cirkel berekent. Door de oppervlakte van een regelmatige veelhoek die in de cirkel past te bepalen, kun je de oppervlakte van die cirkel benaderen. Hoe meer hoeken n de veelhoek heeft, hoe beter de benadering van de cirkel.

Je kunt ook de cirkel opdelen in kleine sectoren en die dan als een parallellogram (bij benadering) neerleggen. Je ziet dan dat de basis van dit parallellogram ongeveer de halve cirkelomtrek, dus $\pi \cdot r$ is en dat de hoogte ongeveer r is.



Figuur 3

De oppervlakte van het parallellogram is $\pi \cdot r \cdot r = \pi \cdot r^2$. Dit is daarom (bij benadering) ook de oppervlakte van de cirkel. Die benadering wordt beter naarmate je meer sectoren maakt.

Onthoud:

$$\text{oppervlakte (cirkel)} = \pi \cdot \text{straal}^2$$

Of korter: $A = \pi \cdot r^2$ als A de oppervlakte van de cirkel met straal r is.

Opgave 1

Werk met de applet uit de **Uitleg**. Je kunt er de oppervlakte van een cirkel mee benaderen.

- Bij welke veelhoek krijg je voor het eerst een benadering van de oppervlakte van een cirkel met straal 2 in één decimaal nauwkeurig?
- Bij welke veelhoek krijg je voor het eerst een benadering van de oppervlakte van een cirkel met straal 3 in één decimaal nauwkeurig?
- Bereken met je rekenmachine de oppervlakte van een cirkel met een straal van 3 in vijf decimalen nauwkeurig.

Opgave 2

Ga uit van een cirkel met straal r .

- Welke formule kun je opschrijven voor de oppervlakte A van die cirkel?
- De diameter van deze cirkel kun je met $d = 2 \cdot r$ berekenen. Laat zien dat hieruit volgt: $A = 0,25\pi \cdot d^2$.

Opgave 3

Gegeven een cirkel met straal 5 cm.

- Bereken de oppervlakte. Geef je antwoord in cm^2 in één decimaal nauwkeurig.
- De cirkel wordt in vier gelijke 'taartpunten' verdeeld. Hoe groot is de oppervlakte van elk van die delen?

Theorie en voorbeelden

Om te onthouden

Voor de **oppervlakte van een cirkel** met straal r geldt:

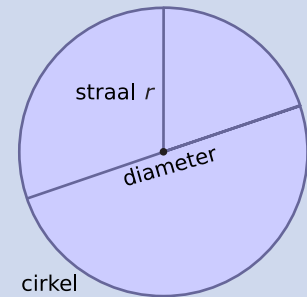
$$\text{oppervlakte (cirkel)} = \pi \cdot r^2$$

waarin $\pi = 3,14159265\dots$

π heeft oneindig veel decimalen zonder enige regelmaat.

Omdat de diameter (d) altijd twee keer de straal (r) is, kun je de formule ook schrijven als:

$$\text{oppervlakte (cirkel)} = \frac{1}{4} \cdot \pi \cdot d^2$$



Figuur 4

Voorbeeld 1

Bereken de oppervlakte van een cirkel met een straal van 5 cm in twee decimalen nauwkeurig.

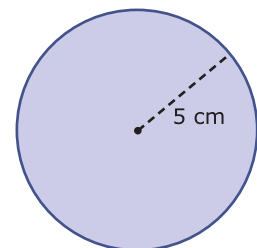
Antwoord

Voor de oppervlakte van een cirkel geldt:

$$\text{oppervlakte (cirkel)} = \pi \cdot \text{straal}^2$$

De straal van deze cirkel is $r = 5$ cm.

De oppervlakte van de cirkel is: $\pi \cdot r^2 = \pi \cdot 5^2 \approx 78,54 \text{ cm}^2$.



Figuur 5

Opgave 4

Bekijk de berekening van de oppervlakte van een cirkel in **Voorbeeld 1**.

- Voer zelf de berekening uit en controleer de afronding.
- Bereken de oppervlakte van een cirkel met een diameter van 12 cm in twee decimalen nauwkeurig.
- Je kunt de oppervlakte van een cirkel ook berekenen met de formule $A = 0,25\pi \cdot d^2$, waarin d de diameter is. Laat zien dat je met deze formule dezelfde oppervlakte krijgt voor de cirkel als bij b.

Opgave 5



Figuur 6

Het binnengebied van deze rotonde is zuiver cirkelvormig. De diameter daarvan is 20 m. De breedte van het wegdek is 5 m.

- Bereken de oppervlakte van het binnengebied van deze rotonde in één decimaal nauwkeurig.
- Bereken de oppervlakte van het wegdek om de rotonde in m^2 nauwkeurig. Let niet op de aan- en afvoerwegen.

Voorbeeld 2

Bereken de straal van een cirkel met een oppervlakte van 10 cm^2 in millimeters nauwkeurig.

Antwoord

Voor de oppervlakte van een cirkel geldt: *oppervlakte (cirkel)* $= \pi \cdot \text{straal}^2$.

De oppervlakte van de cirkel is 10 cm^2 .

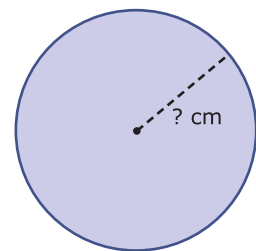
Dus geldt:

$$\pi \cdot r^2 = 10$$

$$r^2 = \frac{10}{\pi}$$

$$r = \sqrt{\frac{10}{\pi}} \approx 1,8$$

Dat is 18 mm.



omtrek = 10 cm

Figuur 7

Opgave 6

Bekijk de berekening van de straal van een cirkel met een gegeven oppervlakte in **Voorbeeld 2**.

- Voer zelf de berekening uit en geef het antwoord in tienden van millimeters nauwkeurig.
- Bereken de diameter van een cirkel met een oppervlakte van 25 cm^2 in twee decimalen nauwkeurig.

Opgave 7

Het binnengebied van een rotonde is zuiver cirkelvormig. De oppervlakte van dit binnengebied is 200 m^2 .

- Hoe groot is de straal van deze rotonde in meters nauwkeurig? Rond af op twee decimalen.
- Bereken de omtrek van dit binnengebied in één decimaal nauwkeurig.

Verwerken

Opgave 8

Je ziet het Chinese Yin en Yang symbool. De figuur bestaat uit (halve) cirkels. De grote cirkel heeft een diameter van 20 cm, de halve cirkels zijn even groot en de kleinste cirkels hebben een diameter van 4 cm. De dikte van de rand mag je verwaarlozen.

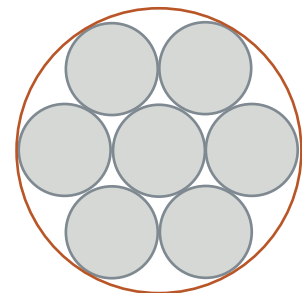
Bereken de oppervlakte van het zwarte gedeelte in cm^2 nauwkeurig.



Figuur 8

Opgave 9

Dit is het bovenaanzicht van zeven gelijke balletjes die precies binnen een grote cirkelvormige doos passen. Elk balletje heeft een diameter van 20 cm. Bereken de oppervlakte van de lege ruimte die overblijft in dit bovenaanzicht. Geef je antwoord in hele mm^2 .



Figuur 9

Opgave 10

Een cirkel heeft een oppervlakte van 400 m^2 .

Bereken de omtrek van deze cirkel in meters nauwkeurig.

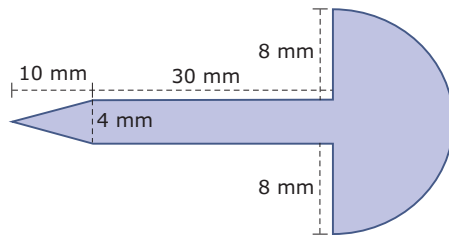
Opgave 11

Van een halve cirkel is de totale omtrek 400 m.

Bereken de oppervlakte van deze cirkel in m^2 nauwkeurig.

Opgave 12

Dit is een dwarsdoorsnede van een spijker. De kop is precies een halve bol. De rest van de spijker is lijnsymmetrisch.

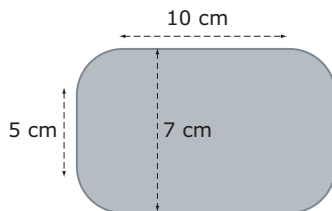


Figuur 10

Bereken de oppervlakte van de dwarsdoorsnede in mm^2 nauwkeurig.

Opgave 13

Je ziet een blik sardines. In het bovenaanzicht zijn de afmetingen getekend. De afgeronde hoeken zijn kwartcirkels.



Figuur 12

Bereken de oppervlakte van de bovenkant van zo'n sardineblik in cm^2 . Rond af op twee decimalen.



Figuur 11

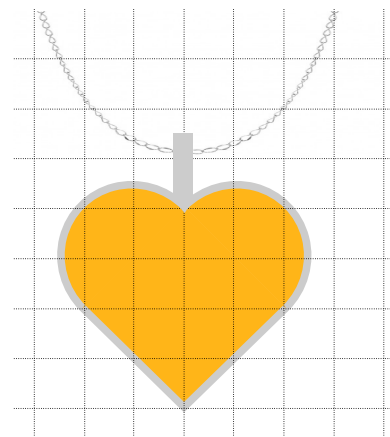
Toepassen

Marie-José heeft met behulp van cirkels ook een hartje als hangertje ontworpen.

Dit ontwerp bestaat uit twee halve cirkels op de zijden van een vierkant.

De zijden van dit vierkant hebben een lengte van 2,8 cm.

Hoeveel mm^2 kunststof is er voor nodig?



Figuur 13

Opgave 14: Hartje aan een ketting

Bekijk Marie-José's hartje aan een ketting.

- a Bereken hoe groot de oppervlakte moet worden in mm^2 nauwkeurig.

Je kunt ook een hartje maken door twee halve cirkels op één zijde van een gelijkzijdige driehoek met zijden van 4 cm te zetten.

- b Heb je dan meer of minder kunststof nodig?

Opgave 15: De Ghanese Cedi

Aicha, de vriendin van Marie-José, heeft ouders die van oorsprong uit Ghana komen.

In dat land is de Ghanese Cedi de munteenheid. Aicha wil het teken voor die munteenheid op een cirkelvormige hanger met oppervlakte van 6 cm^2 , want zij is op zesjarige leeftijd uit Ghana naar Nederland gekomen.

- Bereken de diameter van haar hanger. Rond af op gehele mm.
- Het muntteken is driekwart van een cirkel met daardoor een verticale streep. Die cirkel heeft een half zo grote diameter als die van de hanger. Hoe lang is die driekwart cirkel?

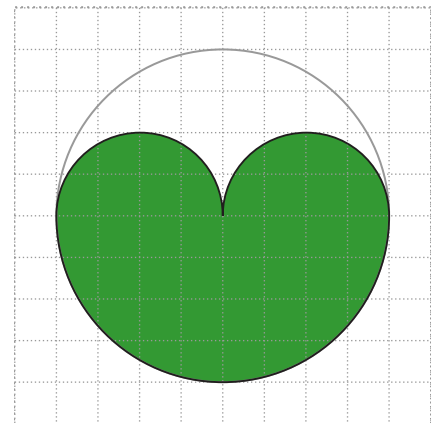


Figuur 14

Testen

Opgave 16

In de afbeelding zie je een cirkel met een diameter van 8 centimeter. Daarvan is een deel groen gemarkeerd. Bereken de oppervlakte van het deel binnen de cirkel dat niet gemarkeerd is.



Figuur 15

Opgave 17

Van een cirkelvormig tafelblad is de oppervlakte 2 m^2 . Bereken de omtrek in hele mm.



© 2025

Deze paragraaf is een onderdeel van het Math4All wiskundemateriaal.

Math4All stelt het op prijs als onvolkomenheden in het materiaal worden gemeld en ideeën voor verbeteringen in de content of dienstverlening kenbaar worden gemaakt. Klik op  in de marge bij de betreffende opgave. Uw mailprogramma wordt dan geopend waarbij het emailadres en onderwerp al zijn ingevuld. U hoeft alleen uw opmerkingen nog maar in te voeren.

Email: f.spijkers@math4all.nl

Met de Math4All Foliotraat kunnen complete readers worden samengesteld en toetsen worden gegenereerd. Docenten kunnen bij a.f.otten@math4all.nl een gratis inlog voor de maatwerkdienst aanvragen.
