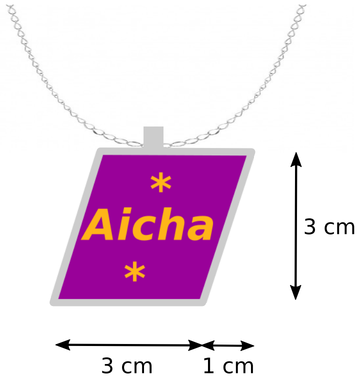
7.3 Oppervlakte vierhoeken

Inleiding

Wat een geluksvogel ben jij, je ziet alweer Marie-José's zevende ontwerp voor een hanger. Deze is bedoeld voor haar vriendin Aicha, die toevallig ook nog eens bij haar in dezelfde klas zit. Beetje jammer dat het ontwerp nog even geheim had moeten blijven, want Aicha is binnenkort jarig en dit was haar surprise.
Maar wat voor figuur is dit ook alweer?
En hoe bepaal je hiervan de omtrek en de oppervlakte?



Figuur 1

Je leert in dit onderwerp

- vierhoeken in bruikbare driehoeken verdelen om daarmee de oppervlakte te berekenen;
- oppervlakte van een parallellogram, een vlieger en een trapezium berekenen.

Voorkennis

- de oppervlakte van roosterfiguren bepalen;
- de oppervlakte van een rechthoek en een driehoek berekenen;
- werken met coördinaten.

Verkennen

Opgave V1

Bekijk het ontwerp van Marie-José voor de hanger voor haar vriendin Aicha nog eens.

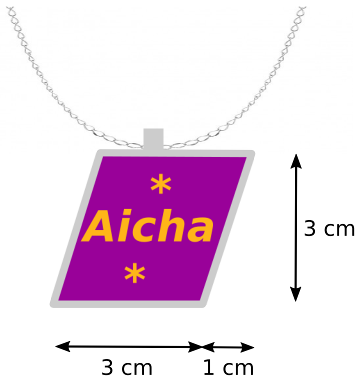
a Hoe heet zo'n vierhoek? Teken deze vierhoek op een cm-rooster.

b Je kunt de oppervlakte van deze vierhoek bepalen door hem te omlijsten met een rechthoek. Laat zien, hoe dat gaat.

c Je kunt de oppervlakte van de vierhoek ook berekenen door hem in twee driehoeken te verdelen. Laat ook dat zien.

d Er zijn nog meer manieren om de oppervlakte van de vierhoek te bepalen. Probeer er nog minstens één te beschrijven.

e En hoe bepaal je de omtrek van de vierhoek? Bepaal die omtrek in mm nauwkeurig.



Figuur 2

Uitleg

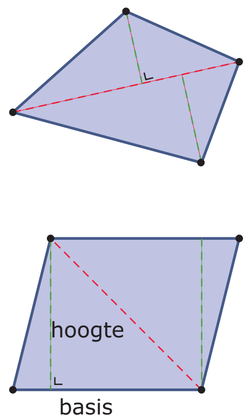
Bekijk de applet.

Elke vierhoek kun je verdelen in twee driehoeken.
De oppervlakte van een vierhoek is daarom gelijk aan de som van de oppervlaktes van de twee driehoeken waarin je hem kunt verdelen.

Is de vierhoek een parallellogram, dan levert het verdelen twee gelijke driehoeken op. De oppervlakte van een parallellogram is daarom precies twee keer de oppervlakte van één van die driehoeken.

oppervlakte (parallellogram) = basis · hoogte

In de voorbeelden zie je ook hoe je de oppervlakte van enkele andere bijzondere vierhoeken zoals de vlieger en het trapezium berekent.



Figuur 3

Opgave 1

Werk met de applet in de **Uitleg**.

a Maak een parallellogram $ABCD$ met basis $AB = 7$ en een hoogte van 5. (Gebruik daarbij handig het rooster). Als je de plaats van A en B hebt gekozen, is er dan nog maar één parallellogram mogelijk?

A. ja
B. nee

b In welke twee gelijke driehoeken kun je je parallellogram verdelen?

c Heeft elk parallellogram met een basis van 7 en een hoogte van 5 dezelfde oppervlakte?

A. ja
B. nee

d Bereken die oppervlakte met de formule voor de oppervlakte van een parallellogram. Controleer vervolgens met het rooster in de applet dat het antwoord correct is.

Opgave 2

Werk met de applet in de **Uitleg**.

a Maak een trapezium $ABCD$ met $AB = 7$ evenwijdig aan $CD = 3$ en een hoogte van 5. Als je de plaats van A en B hebt gekozen, is er dan nog maar één trapezium mogelijk?

b Trek diagonaal BD. In welke twee driehoeken wordt het trapezium hierdoor verdeeld?

c Heeft elk trapezium met deze afmetingen dezelfde oppervlakte?

A. ja
B. nee

d Bereken die oppervlakte. Controleer vervolgens met de waarde voor de oppervlakte in de applet dat het antwoord correct is.

Theorie en voorbeelden

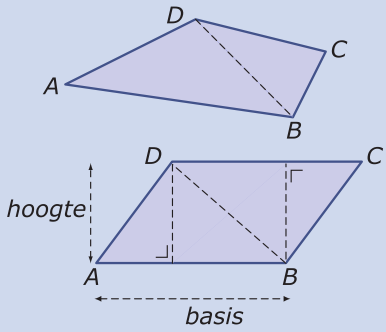
Om te onthouden

Elke vierhoek kun je verdelen in twee driehoeken.
De **oppervlakte van een vierhoek** is daarom gelijk aan de som van de oppervlaktes van de twee driehoeken waarin je hem kunt verdelen.

Is een vierhoek een parallellogram, dan levert het verdelen twee gelijke driehoeken op. De **oppervlakte van een parallellogram** is daarom precies twee keer de oppervlakte van één van die driehoeken.

oppervlakte (parallellogram) = *basis* · *hoogte*

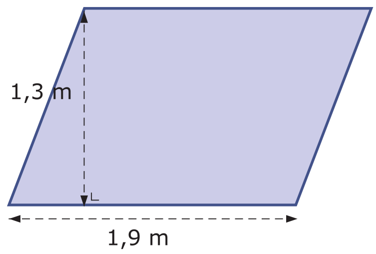
Korter: $opp(parm) = b \cdot h$ als b de basis en h de hoogte is.



Figuur 4

Voorbeeld 1

Bereken de oppervlakte van dit parallellogram.



Figuur 5

Antwoord

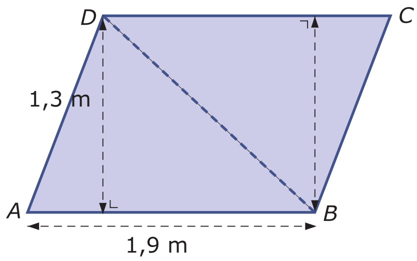
De formule voor de oppervlakte van een parallellogram is:

oppervlakte (parallellogram) = *basis* · *hoogte*

Hier geldt: *basis* = 1,9 m en *hoogte* = 1,3 m

oppervlakte (parallellogram) = 1,9 · 1,3 =2,47 m^2

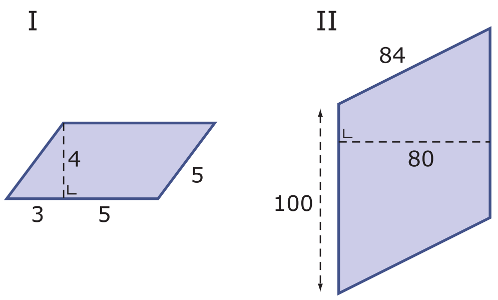
Ben je de formule voor een parallellogram vergeten, dan kun je de figuur ook verdelen in twee driehoeken. Beide driehoeken ABD en BCD hebben dezelfde hoogte (1,3 m) en een even grote basis (1,9 m). Ga na dat je zo dezelfde oppervlakte vindt.



Figuur 6

Opgave 3

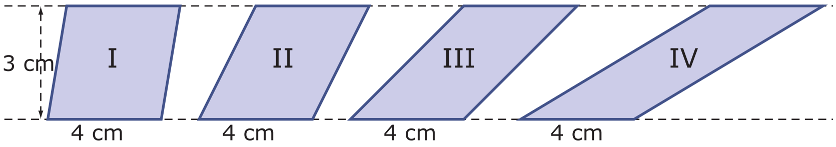
Bereken van deze parallellogrammen de oppervlakte.



Figuur 7

Opgave 4

Bekijk de vier parallellogrammen.



Figuur 8

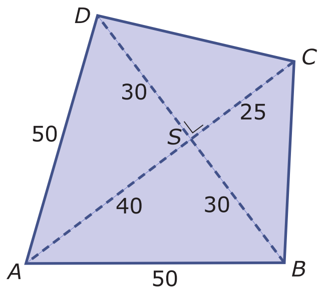
a Bepaal de oppervlakte van parallellogram I.

b Bepaal ook de oppervlakte van de andere drie parallellogrammen.

c Welk van deze parallellogrammen heeft de grootste omtrek?

Voorbeeld 2

Bereken de oppervlakte van de vlieger.



Figuur 9

Antwoord

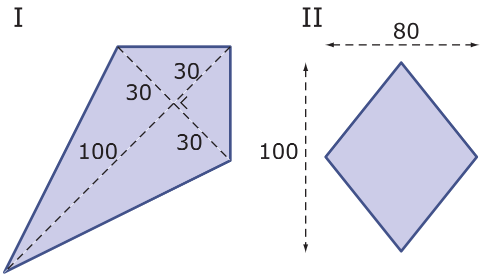
Vlieger $ABCD$ bestaat uit vier rechthoekige driehoeken:

- $oppervlakte\ (\Delta ABS) = \frac{1}{2} \cdot 40 \cdot 30 = 600$
- $oppervlakte\ (\Delta ASD) = oppervlakte\ (\Delta ABS) = 600$
- $oppervlakte\ (\Delta BCS) = \frac{1}{2} \cdot 30 \cdot 25 = 375$
- $oppervlakte\ (\Delta CDS) = oppervlakte\ (\Delta BCS) = 375$

De oppervlakte van de vlieger is daarom $2 \cdot 600 + 2 \cdot 375 = 1950$ eenheden.

Opgave 5

Bereken de oppervlakte van de vlieger en de ruit.

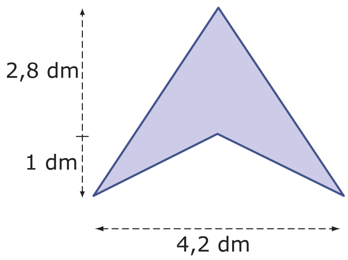


Figuur 10

Opgave 6

Bekijk de pijlpuntvlieger.

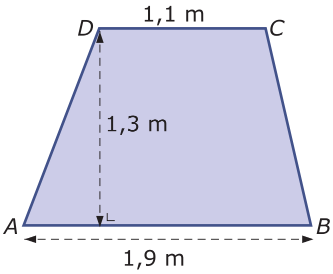
Bereken de oppervlakte ervan.



Figuur 11

Voorbeeld 3

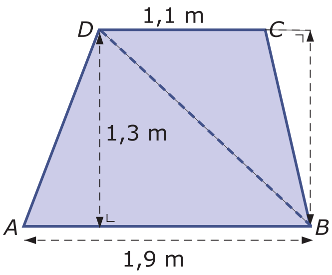
Bereken de oppervlakte van het trapezium.



Figuur 12

Antwoord

Het trapezium $ABCD$ bestaat uit twee driehoeken met gelijke hoogte. Deze hoogtes zijn aangegeven met de lijnstukken DE en BF.



Figuur 13

$\textit{oppervlakte } (\Delta ABD) = \frac{1}{2} \cdot 1{,}9 \cdot 1{,}3 = 1{,}235 \text{ m}^2$

$\textit{oppervlakte } (\Delta BCD) = \frac{1}{2} \cdot 1{,}1 \cdot 1{,}3 = 0{,}715 \text{ m}^2$

$\textit{oppervlakte (trapezium)} = 1{,}235 + 0{,}715 = 1{,}95 \text{ m}^2$

Opgave 7

Bekijk de berekening van de oppervlakte van het trapezium nogmaals.

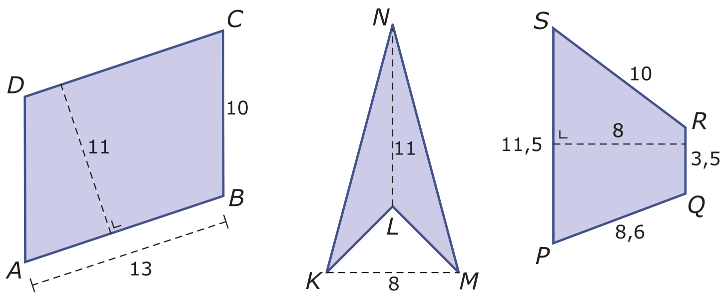
a Teken zelf zo'n trapezium met de gegeven afmetingen en geef daarin de hoogtes van beide driehoeken waarin het wordt verdeeld aan. Kun je maar één zo'n trapezium tekenen?

b Je kunt de oppervlakte van dit trapezium ook berekenen door diagonaal AC te trekken. Laat zien, dat je dan dezelfde oppervlakte krijgt.

Verwerken

Opgave 8

Bekijk de drie vierhoeken: een parallellogram, een pijlpuntvlieger en een trapezium.

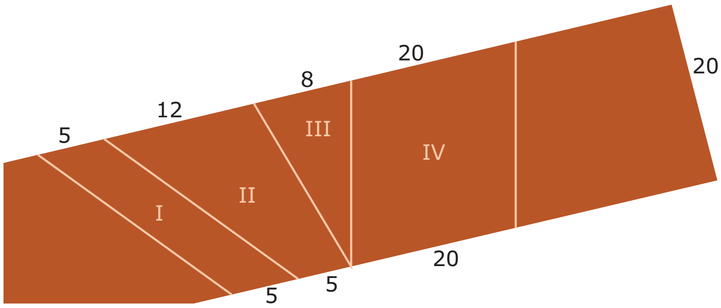


Figuur 14

Bereken de oppervlakte van deze vierhoeken.

Opgave 9

Uit een rechthoekige plank met een breedte van 20 centimeter worden drie vierhoeken en een driehoek gezaagd. Je ziet een deel van deze plank. De vier figuren vormen samen de helft van de oppervlakte van de plank.



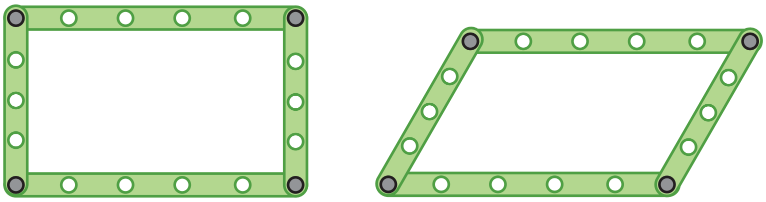
Figuur 15

a Bereken van elk van deze vier figuren de oppervlakte.

b Hoe lang is deze plank in totaal?

Opgave 10

Een rechthoek van metalen strips is te vervormen tot een parallellogram. Zie de figuur.



Figuur 16

Alle mogelijke figuren die ontstaan bij het vervormen van deze rechthoek, hebben dezelfde omtrek. Hebben ze ook dezelfde oppervlakte? Licht je antwoord toe.

Opgave 11

In een rechthoekig assenstelsel zijn de punten $A(-3,-3)$, $B(2,-3)$, $C(4,4)$, $D(-1,4)$, $E(-5,4)$ en $F(-3,2)$ gegeven.

a Bereken de oppervlakte van vierhoek $ABCD$.

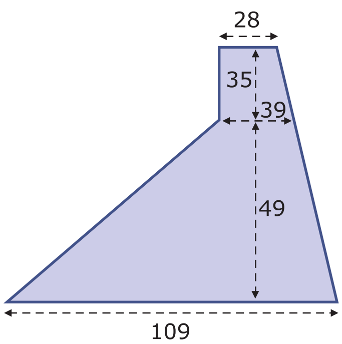
b Bereken de oppervlakte van vierhoek $ABCE$.

c Bereken de oppervlakte van vierhoek $ABCF$.

Opgave 12

Bekijk de figuur. De onderkant en de bovenkant lopen evenwijdig. De linker bovenhoek is een rechte hoek (90°). Alle maten zijn in centimeters.

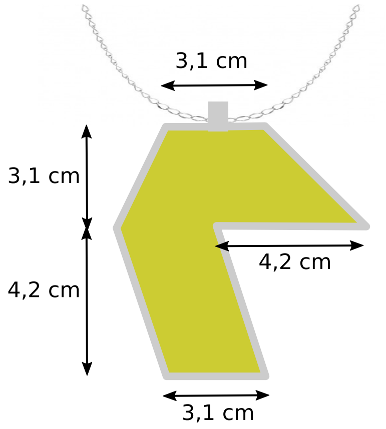
Bereken de oppervlakte van deze staalplaat.



Figuur 17

Toepassen

Marie-José ontdekt een oude foto met een hanger die ooit van haar oma was. Die hanger is er niet meer en ze wil hem namaken, dus ze meet hem op.
Hier zie je een eerste schets met wat ze heeft opgemeten.
En kijk eens goed, je kunt hem in twee vierhoeken verdelen.
Hoeveel mm^2 kunststof is er voor nodig?
Hoeveel mm metalen rand is er voor nodig?



Figuur 18

Opgave 13: Het achtste ontwerp

Bekijk Marie-José's achtste ontwerp. In de figuur lijkt het erop dat er drie horizontale evenwijdige lijnstukken en twee schuine evenwijdige lijnstukken zijn. Neem aan dat dit ook inderdaad zo is.

a In welke twee vierhoeken kun je de figuur dan verdelen?

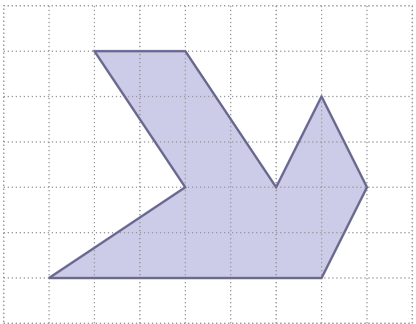
b Bereken de oppervlakte van de hanger.

c En hoe zit het nu met de lengte van de metalen rand?

Testen

Opgave 14

Deze figuur kun je opdelen in een trapezium, een parallellogram en een ruit.



Figuur 19

Bereken de totale oppervlakte in roostereenheden van deze figuur.

Deze paragraaf is een onderdeel van het Math4All wiskundemateriaal.

Math4All stelt het op prijs als onvolkomenheden in het materiaal worden gemeld en ideeën voor verbeteringen in de content of dienstverlening kenbaar worden gemaakt. Klik op in de marge bij de betreffende opgave. Uw mailprogramma wordt dan geopend waarbij het emailadres en onderwerp al zijn ingevuld. U hoeft alleen uw opmerkingen nog maar in te voeren.

Email: `f.spijkers@math4all.nl`

Met de Math4All Foliostraat kunnen complete readers worden samengesteld en toetsen worden gegenereerd. Docenten kunnen bij `a.f.otten@math4all.nl` een gratis inlog voor de maatwerkdienst aanvragen.