

7.1 Formules voor rechthoeken

Inleiding

Marie-José woont in de buurt van een winkel waarin sieraden worden verkocht en gemaakt. Vooral dat laatste interesseert haar ook: ze ontwerpt hangers. Daarvoor gebruikt ze bestaande kettinkjes. Vervolgens maakt ze van hout, of kunststof, of natuursteen een figuur. Daar soldeert ze een dunne rand omheen waar oom een oogje aan zit. Door dat oogje gaat de ketting.

Ze moet natuurlijk wel weten hoeveel materiaal ze nodig heeft. Omdat ze vrijwel altijd vlakke figuren maakt, gaat het dan om de omtrek en de oppervlakte ervan.



Figuur 1

Je leert in dit onderwerp

- oppervlakte van een figuur bepalen door verdelen in rechthoeken en rechthoekige driehoeken of eerst omlijsten en dan rechthoeken of rechthoekige driehoeken weghalen;
- formules voor de oppervlakte van een (halve) rechthoek en een vierkant gebruiken;
- formules voor de omtrek van een rechthoek en een vierkant gebruiken.

Voorkennis

- de oppervlakte van roosterfiguren bepalen;
- de oppervlakte en de omtrek van een rechthoek bepalen;
- werken met coördinaten.

Verkennen

Opgave V1

Je ziet hier het eerste kettinkje dat Marie-José heeft gemaakt.

Het ligt op een cm-rooster, zodat je kunt zien hoe ze het ontwerp heeft gemaakt.

- Hoe heeft ze het ontwerp (waarschijnlijk) gemaakt?
- Hoeveel cm^2 is de oppervlakte van het ontwerp?
- Hoe kun je de lengte van de totale metalen rand bepalen?

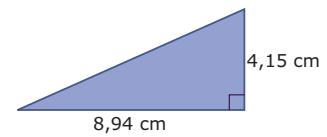


Figuur 2

Uitleg

Bekijk de applet: Oppervlakte (halve) rechthoek en vierkant

Bekijk de oppervlakte van de rechthoek. De rechthoek is verdeeld in twee rechthoekige driehoeken. Je ziet dat een rechthoekige driehoek de helft van een rechthoek is. De oppervlakte van de rechthoek is $8,94 \cdot 4,15 = 37,101 \text{ cm}^2$. De oppervlakte van de rechthoekige driehoek is daar de helft van.



Figuur 3

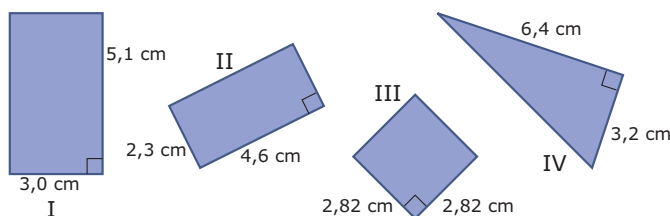
Om de oppervlakte van een figuur te bepalen kun je soms handig gebruikmaken van oppervlakteformules.

- De oppervlakte van een rechthoek kun je berekenen met *lengte* · *breedte*.
Noem je de lengte l en de breedte b , dan geldt de formule:
 $oppervlakte(rechthoek) = l \cdot b$
- Voor de oppervlakte van de rechthoekige driehoek, geldt:
 $oppervlakte(rechthoekige\ driehoek) = \frac{1}{2} \cdot l \cdot b$
- Voor de oppervlakte van een vierkant (dus *lengte* = *breedte* = *zijde* = z) geldt:
 $oppervlakte(vierkant) = z \cdot z = z^2$
Weet je de oppervlakte van een vierkant, dan kun je daaruit ook de zijde berekenen:
 $z = \sqrt{oppervlakte(vierkant)}$

Van figuren met andere vormen kun je vaak de oppervlakte uitrekenen door de oppervlaktes van hele en halve rechthoeken te gebruiken.

Opgave 1

Bekijk de drie rechthoeken en rechthoekige driehoek.



Figuur 4

- Waarom moet je de oppervlakte van deze figuren berekenen met behulp van een oppervlakteformule?
- Bereken van elk van deze vier figuren de exacte oppervlakte.
- Van een rechthoek met lengte l en breedte b kun je gemakkelijk de omtrek berekenen. Welke formule geldt voor de omtrek van een rechthoek?
- Bereken de exacte omtrek van de figuren I, II en III.
- Hoe kun je van figuur IV de omtrek bepalen?

Opgave 2

In de **Uitleg** vind je de oppervlakteformule voor een vierkant.

- Bereken de exacte oppervlakte van een vierkant met zijden van 4,7 mm.
- Bereken de lengte van de zijde van een vierkant met een oppervlakte van 15 mm^2 in tienden van millimeters nauwkeurig.
- Welke formule geldt voor de omtrek van een vierkant met zijde z ?

Theorie en voorbeelden

Om te onthouden

Om de oppervlakte van (halve) rechthoeken kun je berekenen met de **oppervlakteformules**:

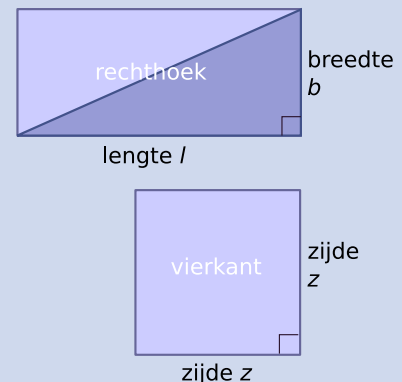
- oppervlakte (rechthoek) = $l \cdot b$
- oppervlakte (rechthoekige driehoek) = $\frac{1}{2} \cdot l \cdot b$
- oppervlakte (vierkant) = $z \cdot z = z^2$

Ook voor de omtrek van een rechthoek en een vierkant bestaan formules:

- omtrek (rechthoek) = $2 \cdot l + 2 \cdot b$
- omtrek (vierkant) = $4 \cdot z$

Van figuren met andere vormen kun je de oppervlakte uitrekenen:

- door de figuur te verdelen in (halve) rechthoeken en die oppervlaktes bij elkaar op te tellen.
- door de figuur te omlijsten met een rechthoek en daar de oppervlakte af te halen van de (halve) rechthoeken die je nu teveel hebt.



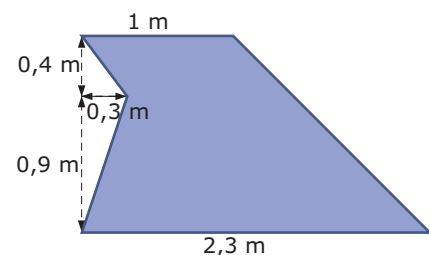
Figuur 5

Voorbeeld 1

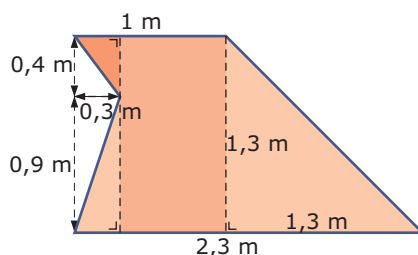
Bereken de exacte oppervlakte van de figuur. De boven- en onderzijde lopen evenwijdig. De afstandslijnen staan loodrecht op elkaar.

Antwoord

Je verdeelt de figuur in rechthoeken en rechthoekige driehoeken. Bedenk wat de afmetingen zijn.



Figuur 6



Figuur 7

$$\text{oppervlakte (figuur)} = \frac{1}{2} \cdot 0,4 \cdot 0,3 + \frac{1}{2} \cdot 0,3 \cdot 0,9 + 0,7 \cdot 1,3 + \frac{1}{2} \cdot 1,3 \cdot 1,3 = 1,95 \text{ m}^2.$$

Opgave 3

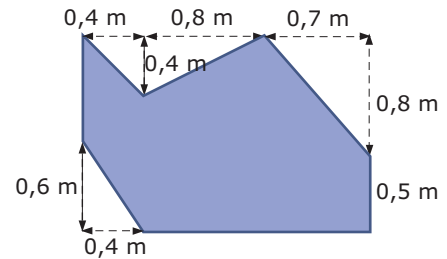
Bekijk de figuur in **Voorbeeld 1**. De oppervlakte van de figuur wordt berekend door deze in rechthoeken en rechthoekige driehoeken te verdelen.

- a Is er een andere, handige verdeling mogelijk om de oppervlakte uit te rekenen?
- b Je kunt de oppervlakte van de figuur ook berekenen door er een rechthoek omheen te tekenen en daarvan de oppervlaktes van rechthoekige driehoeken af te trekken. Gebruik de figuur op het **werkblad** en laat zien dat je zo op hetzelfde antwoord uitkomt.

Opgave 4

Bereken de exacte oppervlakte van de figuur in m^2 .

De linker- en rechterzijde lopen evenwijdig en staan loodrecht op de onderzijde. De afstandslijnen staan loodrecht op elkaar.



Figuur 8

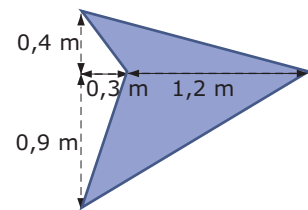
Voorbeeld 2

Bereken de exacte oppervlakte van de figuur. De afstandslijnen staan loodrecht op elkaar.

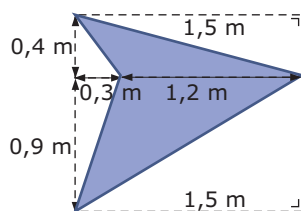
Antwoord

De figuur is niet in rechthoeken en rechthoekige driehoeken te verdelen.

Teken er een rechthoek omheen waarvan je rechthoekige driehoeken aftrekt.



Figuur 9

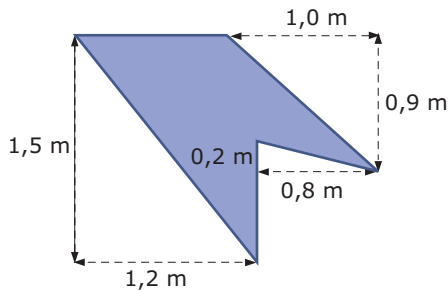


Figuur 10

$$\begin{aligned} opp(\text{figuur}) &= opp(\text{rechthoek}) - opp(4 \text{ rechthoekige driehoeken}) = \\ 1,5 \cdot 1,3 - \left(\frac{1}{2} \cdot 0,3 \cdot 0,4 + \frac{1}{2} \cdot 1,5 \cdot 0,4 + \frac{1}{2} \cdot 0,3 \cdot 0,9 + \frac{1}{2} \cdot 1,5 \cdot 0,9 \right) &= 1,95 - 1,17 = 0,78 \text{ m}^2. \end{aligned}$$

Opgave 5

Bereken de exacte oppervlakte van de figuur.
De afstandslijnen staan loodrecht op elkaar.



Figuur 11

Voorbeeld 3

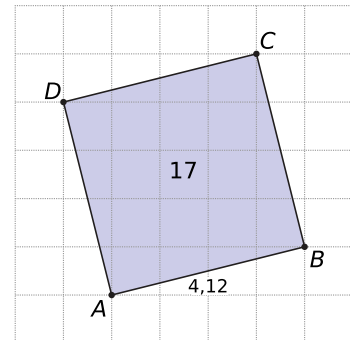
Bekijk de applet: Zijden van een vierkant berekenen

Van een vierkant op roosterpunten kun je de oppervlakte berekenen door gebruik te maken van de roosterhokjes. Vervolgens kun je de lengte van de zijde berekenen door de formule voor de oppervlakte van een vierkant met zijde z te gebruiken:

$$\text{oppervlakte (vierkant)} = z^2$$

Dit vierkant heeft een oppervlakte van 17.

Nu geldt: $\text{oppervlakte (vierkant)} = z^2 = 17$, dus de lengte van de zijde $z = \sqrt{17} \approx 4,12$.



Figuur 12

Opgave 6

Gebruik de applet uit [Voorbeeld 3](#).

- Bekijk de originele instelling van de applet. Ga na dat de oppervlakte van het vierkant dat je ziet inderdaad 17 roosterhokjes is.
- Ga na dat dat elke zijde nu inderdaad ongeveer 4,12 eenheden is.

Opgave 7

Van een vierkant is de oppervlakte A gegeven.

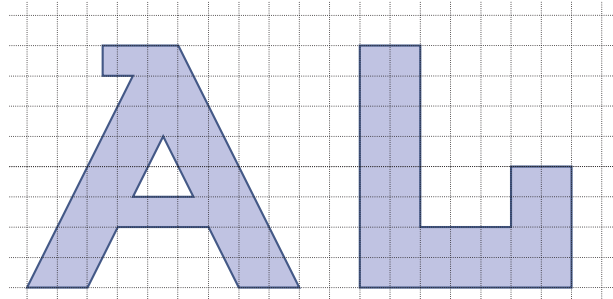
- Bereken de exacte omtrek P als $A = 35$.
- Benader deze omtrek in twee decimalen nauwkeurig.
- Welke formule voor P afhankelijk van A kun je afleiden?

Verwerken

Opgave 8

Hier en op het [werkblad](#) zie je een A en een L op roosterpapier. Je mag er van uitgaan dat de hoekpunten van de letter A die geen roosterpunt zijn telkens precies midden tussen twee roosterpunten liggen. Let op: de roostereenheid is 1 cm.

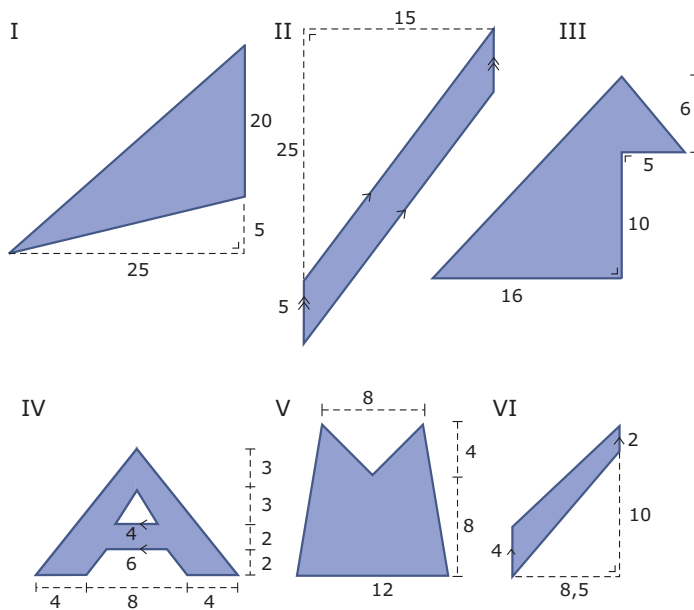
- Bereken van zowel de A als de L de exacte oppervlakte in mm^2 .
- Waarom kun je wel van de L, maar niet van de A de exacte omtrek bepalen?
- Bereken de omtrek van de L in cm.



Figuur 13

Opgave 9

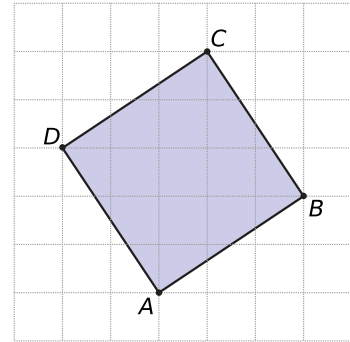
Bereken de oppervlakte van de figuren, ze staan ook op het [werkblad](#). Je mag ervan uitgaan dat de figuren IV en V lijnsymmetrisch zijn.



Figuur 14

Opgave 10

Bereken de lengte van de zijden van vierkant $ABCD$. Rond af op drie decimalen.



Figuur 15

Opgave 11

Iemand heeft een grasveld met een oppervlakte van $1,2 \text{ dam}^2$. Het grasveld heeft twee rechte hoeken. Aan drie zijden wordt het grasveld begrensd door een beukenhaag.

Bereken hoe lang de beukenhaag is.



Figuur 16

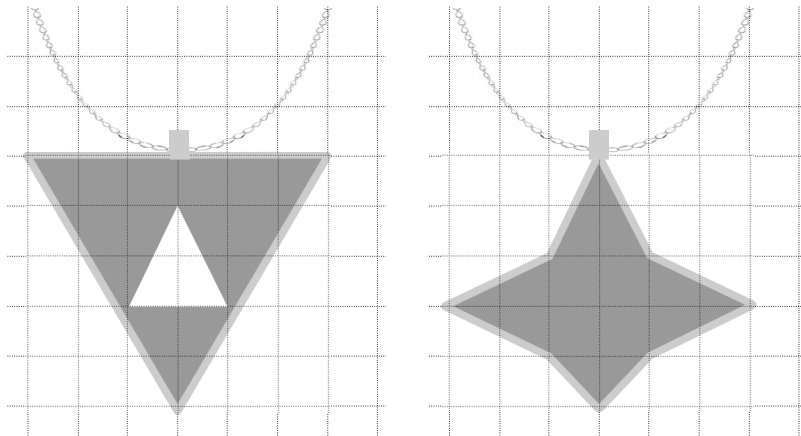
Opgave 12

- a Een vierkant heeft een omtrek van 80 cm. Bereken de oppervlakte.
- b Van een rechthoekige driehoek is de oppervlakte $16,5 \text{ cm}^2$ en de lengte 6 cm. Bereken de breedte.

Toepassen

Marie-José heeft meerdere hangers voor aan kettinkjes gemaakt.

Ze gebruikt vaak een kunststof plaat om haar ontwerpen uit te zagen. Maar ze tekent ze eerst op papier met daarop een cm-rooster. Hier zie je twee van haar ontwerpen. Namen of andere teksten staan er nog niet op. Wel heeft ze ook de metalen randen getekend waar de figuur in moet passen.



Figuur 17

Hoe maak je deze zelf?

Hoeveel mm^2 kunststof is er voor nodig?

Hoeveel mm metalen rand is er voor nodig?

Opgave 13: Linker figuur

Bekijk het linker ontwerp van Marie-José.

- Bereken de oppervlakte van het linker ontwerp in mm^2 .
- Bepaal de lengte van de rand van het linker ontwerp in mm nauwkeurig.

Opgave 14: Rechter figuur

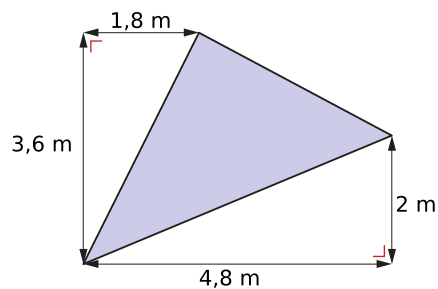
Bekijk het rechter ontwerp van Marie-José.

- Bereken de oppervlakte van het rechter ontwerp in mm^2 .
- Bepaal de lengte van de rand van het rechter ontwerp in mm nauwkeurig.

Testen

Opgave 15

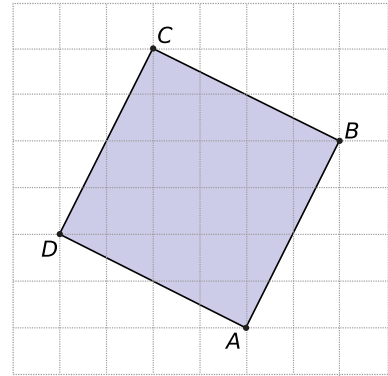
Bereken de exacte oppervlakte van de figuur. De figuur staat ook op het [werkblad](#).



Figuur 18

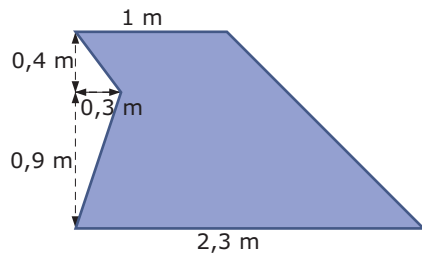
Opgave 16

Bereken de lengte van de zijde van dit roostervierkant. Rond je antwoord af op 3 decimalen.

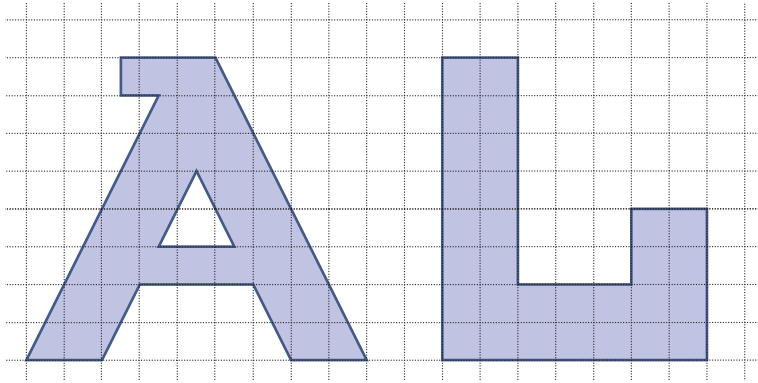


Figuur 19

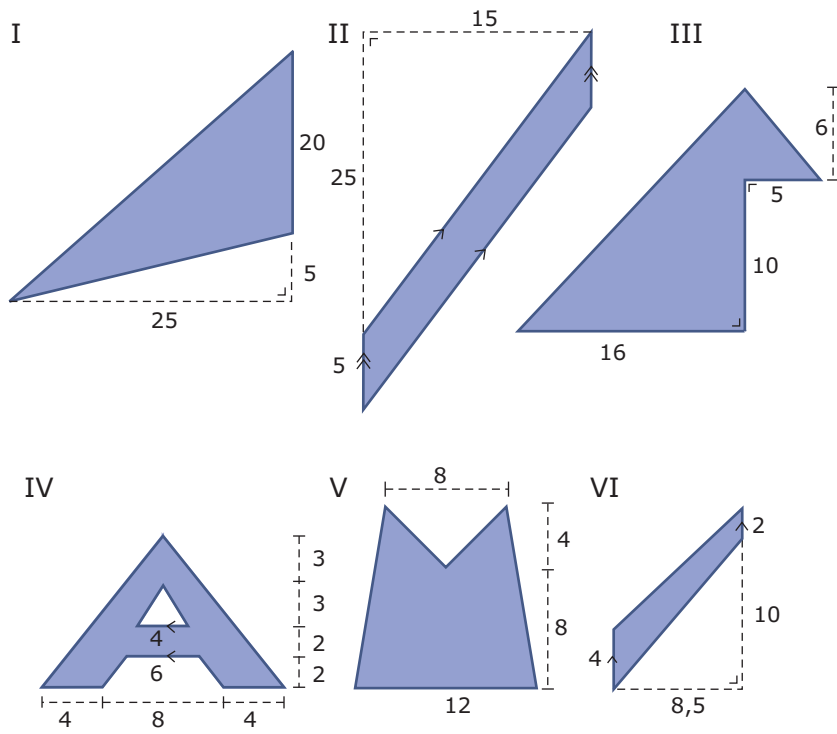
Werkblad bij Opgave 3 op pagina 4.



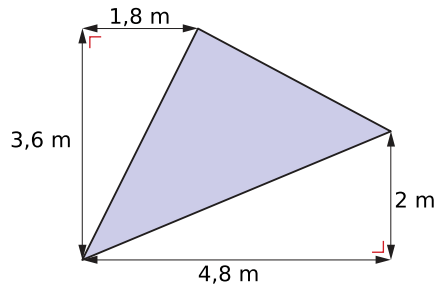
Werkblad bij Opgave 8 op pagina 6.



Werkblad bij Opgave 9 op pagina 6.




Werkblad bij Opgave 15 op pagina 8.





© 2023

Deze paragraaf is een onderdeel van het Math4All wiskundemateriaal.

Math4All stelt het op prijs als onvolkomenheden in het materiaal worden gemeld en ideeën voor verbeteringen in de content of dienstverlening kenbaar worden gemaakt. Klik op  in de marge bij de betreffende opgave. Uw mailprogramma wordt dan geopend waarbij het emailadres en onderwerp al zijn ingevuld. U hoeft alleen uw opmerkingen nog maar in te voeren.

Email: f.spijkers@math4all.nl

Met de Math4All Foliostroaat kunnen complete readers worden samengesteld en toetsen worden gegenereerd. Docenten kunnen bij a.f.otten@math4all.nl een gratis inlog voor de maatwerkdienst aanvragen.
