

6.4 Driehoeken

Inleiding

Een sterk logo is bijna altijd erg eenvoudig en toch bijzonder.

En wat is er nu eenvoudiger dan een driehoek?

Ayse vindt deze twee logo's met daarin een gele driehoek.

Het zijn symmetrische driehoeken, maar de bovenste driehoek heeft maar één symmetrieas en de onderste heeft er drie. Waarin zit het verschil? En welke soorten driehoeken kun je eigenlijk onderscheiden?



Figuur 1

Je leert in dit onderwerp

- symmetrie in driehoeken herkennen;
- de eigenschappen van bijzondere driehoeken benoemen en gebruiken.

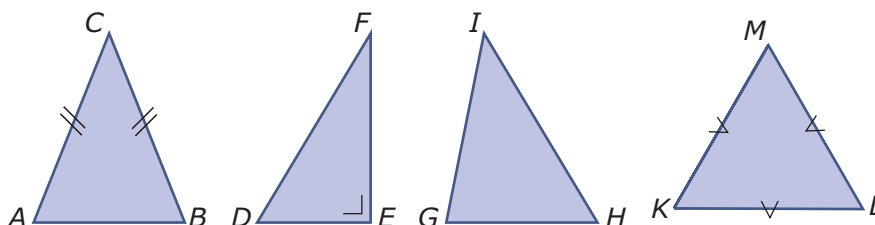
Voorkennis

- de namen en enkele basiseigenschappen van vlakke en ruimtelijke figuren, de hoekensom van een driehoek;
- de begrippen loodrecht, afstand, lengte, oppervlakte, inhoud/volume en werken met eenheden;
- werken met een coördinatenstelsel;
- lijnsymmetrie, puntsymmetrie en draaisymmetrie herkennen, een symmetrieas of symmetriecentrum tekenen en een figuur spiegelen in een lijn of een punt of draaien om een punt over een bepaalde draaihoek.

Verkennen

Opgave V1

Je ziet hier vier driehoeken met de gebruikelijke tekens voor gelijke zijden en een rechte hoek.



Figuur 2

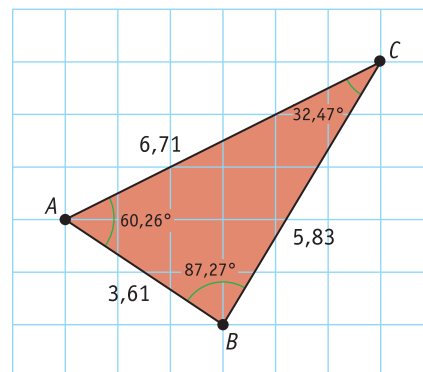
- Welke van deze driehoeken zijn lijnsymmetrisch? Met hoeveel symmetrieassen?
- Welke van deze driehoeken zijn puntsymmetrisch?
- Welke van deze driehoeken zijn draaisymmetrisch? Hoe groot is dan de kleinste draaihoek?
- Bekijk $\triangle ABC$. Welke gelijke hoeken heeft deze driehoek?
- Bekijk $\triangle KLM$. Welke gelijke hoeken heeft deze driehoek? Hoe groot zijn die hoeken dus?

Uitleg

Bekijk de applet: driehoeken

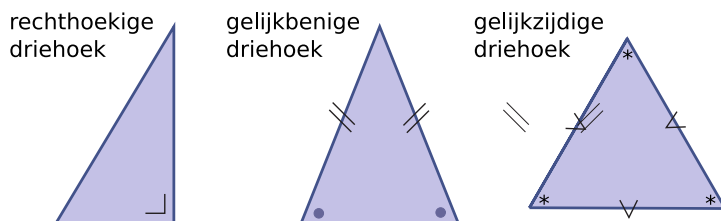
Een driehoek is een veelhoek met drie hoekpunten en drie zijden. Voor driehoek ABC schrijf je ook wel: $\triangle ABC$. De hoeken zijn samen 180° . Soms zijn twee of drie zijden gelijk. De driehoeken zijn dan symmetrisch. Dan zijn ook bepaalde hoeken gelijk omdat de éne helft het spiegelbeeld van de andere helft is. Bijvoorbeeld:

- de gelijkbenige driehoek heeft twee gelijke zijden en dus één symmetrieas en twee gelijke hoeken;
- de gelijkzijdige driehoek heeft drie gelijke zijden en dus drie symmetrieassen en drie gelijke hoeken;
- de rechthoekige driehoek heeft één rechte hoek.



Figuur 3

Bekijk de driehoeken. Gelijke zijden hebben een gelijke markering, gelijke hoeken ook.



Figuur 4

Opgave 1

Bekijk de drie soorten bijzondere driehoeken in de [Uitleg](#).

- Teken een rechthoekige driehoek ABC met $AB = 6$ cm, $AC = 7$ cm en $\angle B = 90^\circ$.
- Controleer door opmeten dat $\angle A \approx 31^\circ$ is.
- Hoeveel zijn $\angle A$ en $\angle C$ samen? Hoe groot moet dus $\angle C$ zijn?

Opgave 2

Bekijk de drie soorten bijzondere driehoeken in de [Uitleg](#).

- Teken de gelijkbenige driehoek KLM met $KM = 4$ cm en $\angle K = \angle L = 70^\circ$.
- Hoe groot is $\angle M$?
- Teken de symmetrieassen van driehoek KLM .

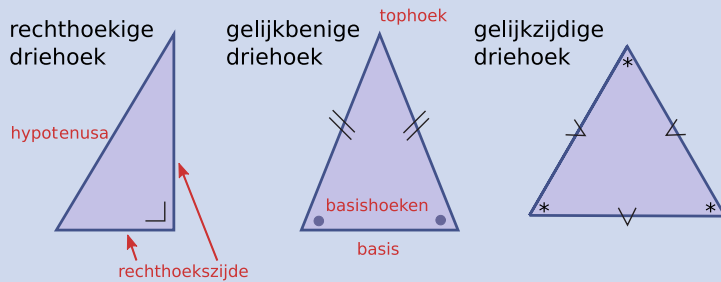
Opgave 3

Bekijk de drie soorten bijzondere driehoeken in de [Uitleg](#).

- Teken een gelijkzijdige driehoek PQR met zijden van 6 cm met daarin de symmetrieassen.
- Hoe groot zijn de hoeken van een gelijkzijdige driehoek?

Theorie en voorbeelden

Om te onthouden



Figuur 5

Een **rechtshoekige driehoek** heeft twee zijden die de rechte hoek vormen; je noemt ze **rechtshoekszijden**. De langste zijde heet de **hypotenusa**. Elke rechtshoekige driehoek is de helft van een rechthoek. De kenmerkende eigenschappen zijn:

- Er is precies één rechte hoek.
- De twee scherpe hoeken zijn samen 90° .

Een **gelijkbenige driehoek** heeft twee zijden die even lang zijn. De hoek tussen deze benen heet de **tophoek**. De andere zijde heet de **basis**. Elke gelijkbenige driehoek heeft een symmetrieas. De kenmerkende eigenschappen zijn:

- De twee benen zijn even lang.
- De twee hoeken op de basis zijn even groot, ze heten de **basishoeken**.
- De symmetrieas deelt de basis in twee gelijke delen en staat er loodrecht op.

Bij een **gelijkzijdige driehoek** zijn alle drie de zijden even lang. De kenmerkende eigenschappen zijn:

- De drie hoeken zijn even groot, elk 60° .
- Er zijn drie symmetrieassen.
- Elke symmetrieas deelt een zijde in twee gelijke delen en staat er loodrecht op.

Voorbeeld 1

Bekijk de applet

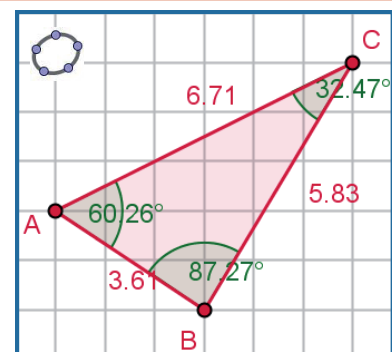
Bekijk de rechtshoekige $\triangle ABC$.

A , B en C zijn roosterpunten.

Hoeveel graden zijn de twee scherpe hoeken van een rechtshoekige driehoek samen?

Antwoord

Omdat de hoeken van een driehoek opgeteld altijd 180° zijn en de rechte hoek altijd 90° is, weet je zeker dat de twee scherpe hoeken samen ook 90° zijn.



Figuur 6

Opgave 4

- a Van een rechthoekige ΔABC is $\angle A$ de rechte hoek en $\angle C = 70^\circ$.
Leg uit hoe je de grootte van $\angle B$ kunt uitrekenen.
- b Van een rechthoekige ΔABC is $\angle A$ de rechte hoek, $AC = 3$ cm en $AB = 6$ cm.
Hoe groot is de oppervlakte van de driehoek?

Opgave 5

Teken een rechthoekige driehoek ABC met een hypotenusa (langste zijde) van $BC = 6,5$ cm en een rechthoekszijde van $AB = 6$ cm.

Voorbeeld 2

Bekijk de applet

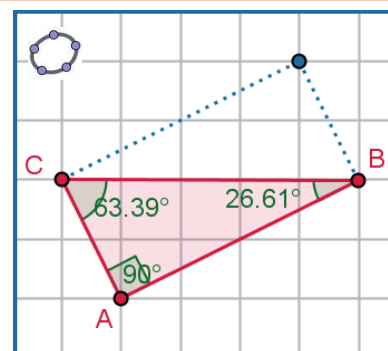
Bekijk de gelijkbenige ΔABC .
 A , B en C zijn roosterpunten.

De basishoeken van een gelijkbenige driehoek zijn altijd gelijk. Hoeveel graden zijn de basishoeken A en B als de tophoek $\angle C = 40^\circ$?

Antwoord

De hoeken van een driehoek zijn samen altijd 180° .
Als de tophoek 40° is, zijn de twee basishoeken samen $180^\circ - 40^\circ = 140^\circ$.

Per basishoek is dat $\frac{140^\circ}{2} = 70^\circ$.



Figuur 7

Opgave 6

Bekijk de gelijkbenige driehoek in **Voorbeeld 2**.

- a Maak $\angle C = 70^\circ$. Leg uit hoe je nu de grootte van $\angle B$ kunt uitrekenen.
- b Maak $\angle B = 62^\circ$. Leg uit hoe je nu de grootte van $\angle C$ kunt uitrekenen.

Opgave 7

Teken een gelijkbenige driehoek met twee benen van 6 cm en twee basishoeken van 70° .

Voorbeeld 3

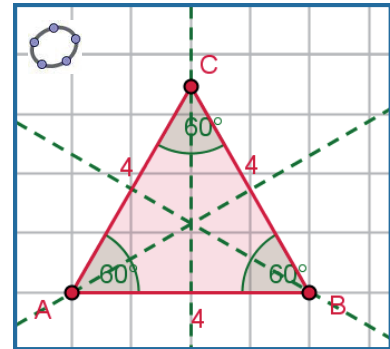
Bekijk de applet

Bekijk de gelijkzijdige $\triangle ABC$.

Hoeveel symmetrieassen heeft de gelijkzijdige driehoek?

Antwoord

Een gelijkzijdige driehoek heeft altijd exact drie symmetrieassen. Een symmetrieas loopt door een hoekpunt en deelt de overliggende zijde in twee gelijke delen.



Figuur 8

Opgave 8

Bekijk de gelijkzijdige driehoek in **Voorbeeld 3** nog eens.

- a Als A een roosterpunt is, hoe kun je er dan voor zorgen dat de zijden van de gelijkzijdige driehoek allemaal een geheel getal worden? Is C dan ook een roosterpunt?

S is het snijpunt van de drie symmetrieassen.

- b Welke hoeken maken de symmetrieassen in S met elkaar?
 c Wat voor soort driehoek is $\triangle ABS$?

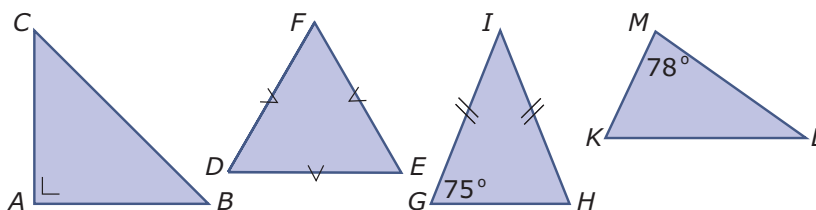
Opgave 9

Teken een gelijkzijdige driehoek ABC met zijden van 6 cm en noem de middens van de zijden K , L en M . Wat voor driehoek is $\triangle KLM$? Licht je antwoord toe.

Verwerken

Opgave 10

Je ziet vier driehoeken. In de driehoeken is aangegeven welke lijnstukken gelijk zijn.



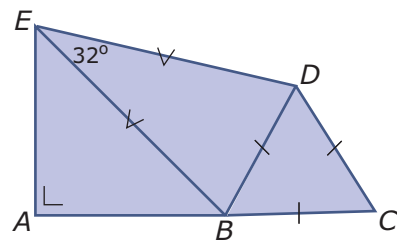
Figuur 9

Bereken de hoeken van deze driehoeken.

Opgave 11

Deze figuur bestaat uit drie driehoeken. In de figuur is aangegeven welke lijnstukken gelijk zijn.

- a Welke driehoek is gelijkbenig? Er zijn meerdere antwoorden mogelijk.
- A. $\triangle ABE$
 - B. $\triangle BDE$
 - C. $\triangle BCD$
- b Welke driehoek is rechthoekig?
- A. $\triangle ABE$
 - B. $\triangle BDE$
 - C. $\triangle BCD$
- c Welke driehoek is gelijkzijdig?
- A. $\triangle ABE$
 - B. $\triangle BDE$
 - C. $\triangle BCD$
- d $\angle ABC$ lijkt een gestrekte hoek. Is dat ook zo?

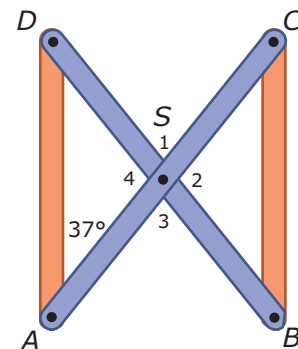


Figuur 10

Opgave 12

Deze boekenkast heeft voor de stevigheid twee even lange stangen aan de achterkant die in het midden aan elkaar vastzitten, $\angle A = 37^\circ$.

Bereken de twee verschillende hoeken die beide stangen met elkaar maken.

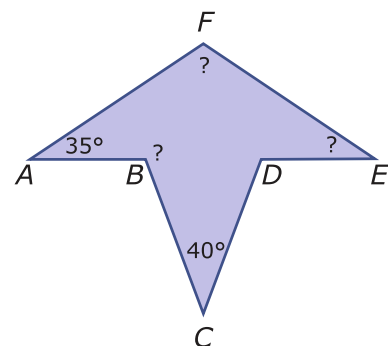


Figuur 11

Opgave 13

Deze figuur is lijnsymmetrisch. Hij bestaat uit twee driehoeken.

Bereken de hoeken waar een vraagteken in staat.



Figuur 12

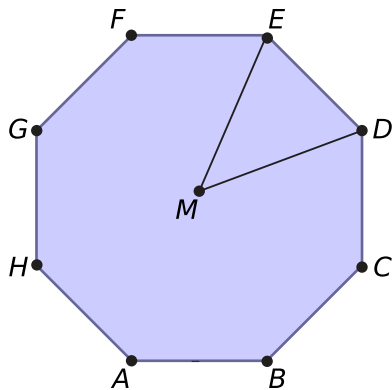
Opgave 14

In elke driehoek ABC met $AC = BC$ is de lijn die door het midden M van AB gaat en daar loodrecht op staat de bissectrice van $\angle C$.

Beredeneer waarom dit zo is.

Opgave 15

Van een regelmatige achthoek $ABCDEFGH$ zijn alle hoeken en alle zijden gelijk. Vanuit het centrum M kun je lijnen trekken naar de hoekpunten. Zo verdeel je de achthoek in acht driehoeken.



Figuur 13

- Wat voor soort driehoek is $\triangle DEM$?
- $\angle DME$ is 45° . Hoe groot is dan $\angle MDE$?

Toepassen

Applet regelmatige vijfhoek tekenen

Ayse ziet in logo's vaak driehoeken, vierhoeken, vijfhoeken, zeshoeken, etc., met alle zijden en alle hoeken gelijk.

Dat noem je **regelmatige veelhoeken**.

Een gelijkzijdige driehoek is een regelmatige driehoek.

Maar er bestaan bijvoorbeeld ook regelmatige vijfhoeken.

En Ayse bedenkt dat ze die op dezelfde manier kan tekenen als de symmetrische sterren die ze eerder maakte.

Bekijk in de applet hoe Ayse een regelmatige vijfhoek tekent.

Opgave 16: Regelmatige vijfhoek en regelmatige driehoek

Bekijk het tekenen van een regelmatige vijfhoek in [Toepassen](#).

- Teken zelf zo'n regelmatige vijfhoek.
- Je ziet dat zo'n vijfhoek uit vijf driehoeken bestaat die allemaal het middelpunt van de figuur als hoekpunt hebben. Zijn dat gelijkzijdige driehoeken?
- Teken ook een regelmatige driehoek.
- Waarom weet je nu zeker dat de driehoek die je hebt getekend gelijkzijdig is?
- Waarom kun je op deze manier geen gelijkbenige driehoek (niet gelijkzijdig) tekenen?

Opgave 17: Regelmatige vierhoek

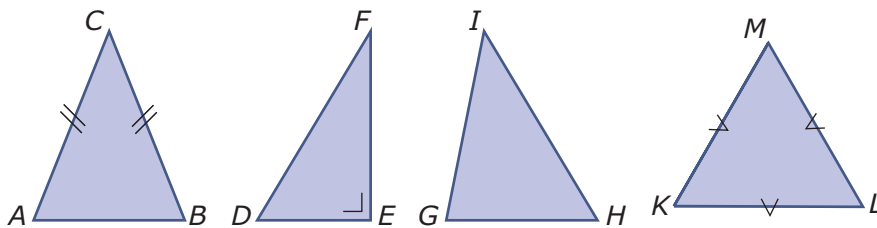
Bekijk het tekenen van een regelmatige vijfhoek in [Toepassen](#).

- Teken een regelmatige vierhoek.
- Hoe heet elke regelmatige vierhoek?
- Zijn alle vierhoeken met vier gelijke zijden regelmatige vierhoeken? Probeer uit te leggen waarom.

Testen

Opgave 18

Je ziet vier driehoeken.



Figuur 14

- Welke driehoeken zijn gelijkbenig?
- Welke driehoek is gelijkzijdig?
- “Elke gelijkbenige driehoek is ook gelijkzijdig.” Klopt deze uitspraak? En klopt het omgekeerde?
- Welke driehoek is rechthoekig?
- Als $\angle A = 68^\circ$, hoe groot is dan $\angle C$?
- Als $\angle D = 65^\circ$, hoe groot is dan $\angle F$?


Opgave 19

Teken een gelijkbenige driehoek ABC met $\angle C = 50^\circ$ en $CA = CB = 5$ cm.



© 2023

Deze paragraaf is een onderdeel van het Math4All wiskundemateriaal.

Math4All stelt het op prijs als onvolkomenheden in het materiaal worden gemeld en ideeën voor verbeteringen in de content of dienstverlening kenbaar worden gemaakt. Klik op  in de marge bij de betreffende opgave. Uw mailprogramma wordt dan geopend waarbij het emailadres en onderwerp al zijn ingevuld. U hoeft alleen uw opmerkingen nog maar in te voeren.

Email: f.spijkers@math4all.nl

Met de Math4All Foliostroaat kunnen complete readers worden samengesteld en toetsen worden gegenereerd. Docenten kunnen bij a.f.otten@math4all.nl een gratis inlog voor de maatwerkdienst aanvragen.
