

## 3.4 Gelijke hoeken

### Inleiding

Zara wil op de twee schuine wanden van haar kamer dit ruitjesbehang plakken.

Er zitten verticale en horizontale witte lijnen op. Die lijnen verdelen de ruitjes in vier gelijke delen.

Zo'n verticale lijn deelt ook twee hoeken van elke ruit in twee gelijke kleinere hoeken.

Hoeken kunnen even groot zijn, ze hebben dan hetzelfde aantal graden. In dit ruitjesbehang zie je heel veel gelijke hoeken. Maar ze zijn beslist niet allemaal gelijk. Welke wel en welke niet?



Figuur 1

### Je leert in dit onderwerp

- een deellijn van een hoek tekenen;
- gelijke (even grote) hoeken herkennen met behulp van X-, F- en/of Z-hoeken.

### Voorkennis

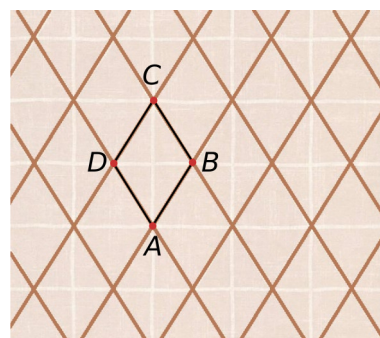
- de begrippen hoek, hoekpunt, benen, graden, grootte van een hoek;
- aangeven of een hoek recht, stomp, scherp, gestrekt, of overstrekt is en hoeveel graden daarbij hoort;
- hoeken meten en een hoek tekenen als het aantal graden is gegeven;
- de namen van vlakke figuren en ze tekenen als er hoeken en lengtes zijn gegeven.

### Verkennen

#### Opgave V1

Hier en op het [werkblad](#) zie je Zara's behang voor de twee schuine wanden van haar kamer. Er zijn twee groepen bruine evenwijdige lijnen. Daar is een vierhoekje  $ABCD$  op getekend.

- Hoeveel echt verschillende hoeken maken de bruine lijnen met elkaar?
- Wat voor soort vierhoek is  $ABCD$ ?
- Zet in  $\angle BAD$  een sterretje en geef met een sterretje aan welke hoek gelijk is aan  $\angle BAD$ . Zet in de andere twee gelijke hoeken bij  $A$  een rondje.
- $\angle DCB$  wordt door een witte roosterlijn in twee gelijke delen verdeeld. Geef op het werkblad de twee gelijke hoeken aan met dichte stippen.
- Teken op de bruine roosterlijnen een F en een Z en geef daarin met behulp van een rondje of een sterretje de gelijke hoeken aan.



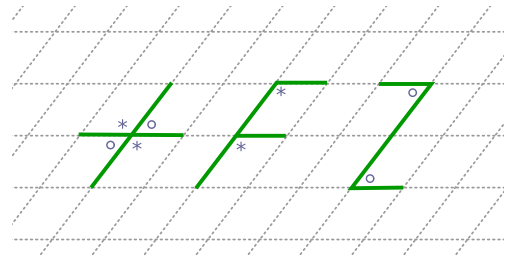
Figuur 2

## Uitleg

Soms zijn hoeken gelijk, maar waar herken je dat aan?

In de figuur zie je dat bij snijdende lijnen en bij evenwijdige lijnen gelijke hoeken ontstaan:

- bij snijdende lijnen zijn de overstaande hoeken gelijk, je kunt van X-hoeken spreken;
- bij evenwijdige lijnen zijn F-hoeken en Z-hoeken gelijk.



Figuur 3

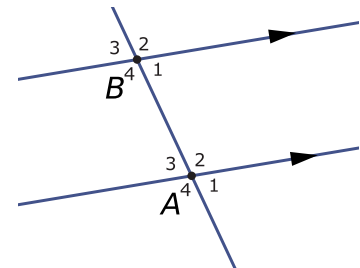
De lijn die een hoek in twee gelijke hoeken verdeelt, heet de deellijn of bissectrice van die hoek.

Hoeken die gelijk zijn aan elkaar, geef je aan door er hetzelfde teken (een boogje, een rondje, een sterretje) in te zetten.

### Opgave 1

Hier zie je twee evenwijdige lijnen die door een derde lijn worden gesneden. De hoeken die voorkomen zijn genummerd  $\angle A_1$ ,  $\angle A_2$ , etc.

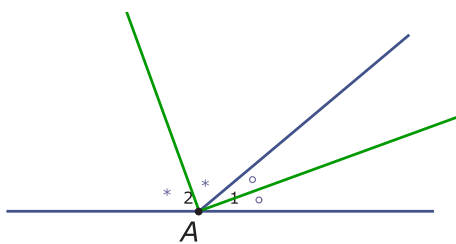
- Welke hoek is de overstaande hoek van  $\angle A_1$ ? Ofwel: welke hoek vormt een X-hoek met  $\angle A_1$ ?
- Welke hoek vormt een F-hoek met  $\angle A_1$  (en is dus even groot)?
- Welke hoek vormt een Z-hoek met  $\angle A_3$  (en is dus even groot)?
- Welke hoek vormt een Z-hoek met  $\angle A_2$  (en is dus even groot)?



Figuur 4

### Opgave 2

Bekijk in de **Uitleg** wat een deellijn van een hoek is. Hier en op het **werkblad** zie je  $\angle A_1$  en  $\angle A_2$  die samen een gestrekte  $\angle A$  vormen. Je ziet ook de deellijn van  $\angle A_1$  en die van  $\angle A_2$ .



Figuur 5

- Ga na dat de deellijn van  $\angle A_1$  goed is getekend.
- Controleer zo ook de deellijn van  $\angle A_2$ .
- Welke hoek maken de twee getekende deellijnen met elkaar? Is het nodig om die hoek op te meten?

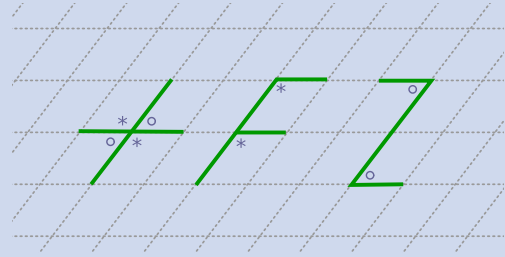
## Theorie en voorbeelden

### Om te onthouden

**Gelijke hoeken** hebben dezelfde grootte, dus hetzelfde aantal graden.

Vooraf bij snijdende lijnen en bij evenwijdige lijnen kom je ze veel tegen:

- Bij snijdende lijnen zijn de **overstaande hoeken** of **X-hoeken** gelijk.
- Bij evenwijdige lijnen zijn de **F-hoeken** en de **Z-hoeken** gelijk.

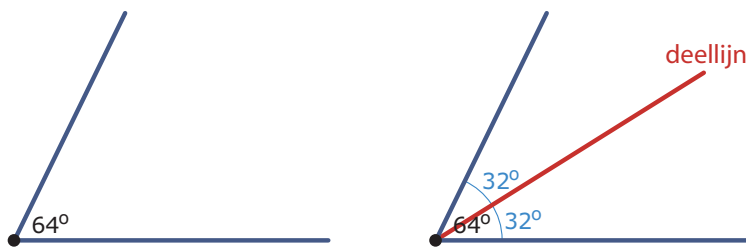


Figuur 6

De lijn die een hoek in twee gelijke hoeken verdeelt, heet de **deellijn** of **bissectrice** van die hoek. Een deellijn van een hoek teken je door het aantal graden van de hoek door twee te delen. Soms moet je dat aantal graden eerst nog meten.

### Voorbeeld 1

Om de bissectrice, de deellijn, van een hoek van  $64^\circ$  te tekenen, halveer je het aantal graden:  $\frac{64^\circ}{2} = 32^\circ$ .



Figuur 7

Hoeken die gelijk zijn aan elkaar, geef je aan door er hetzelfde tekenetje (een boogje, een rondje, een sterretje) in te zetten.

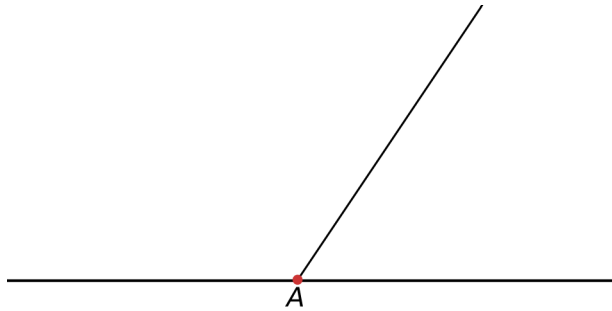
### Opgave 3

Gegeven is  $\angle A = 80^\circ$ .

- Teken  $\angle A$  en de deellijn van  $\angle A$ .
- Geef met gelijke tekenetjes aan welke hoeken gelijk zijn.

### Opgave 4

Je ziet hier en op het **werkblad** een gestrekte hoek die in twee delen is verdeeld. Het kleinste deel is  $56^\circ$ .



Figuur 8

- Teken van beide hoeken bij punt  $A$  de deellijn en geef met tekenjes aan welke hoeken gelijk zijn.
- Hoe groot is de hoek die beide deellijnen met elkaar maken?

### Voorbeeld 2

In deze figuur zijn de lijnen  $p$  en  $q$  evenwijdig. In  $\angle A_1$  zie je een rood boogje.

In welke andere hoeken in deze figuur hoort ook zo'n rood boogje?

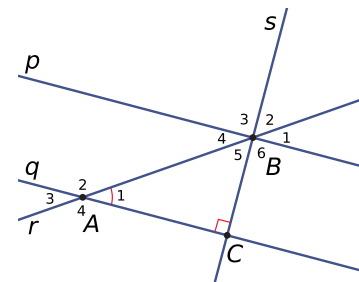
Antwoord

Kijk goed welke hoeken gelijk zijn, omdat het overstaande hoeken (X-hoeken), F-hoeken of Z-hoeken zijn. Bekijk ook goed welke hoeken samen  $180^\circ$  of  $90^\circ$  zijn.

$$\angle A_3 = \angle A_1 \text{ (X-hoeken).}$$

$$\angle B_4 = \angle A_1 \text{ (Z-hoeken).}$$

$$\angle B_1 = \angle B_4 = \angle A_1 \text{ (X-hoeken) of } \angle B_1 = \angle A_1 \text{ (F-hoeken).}$$



Figuur 9

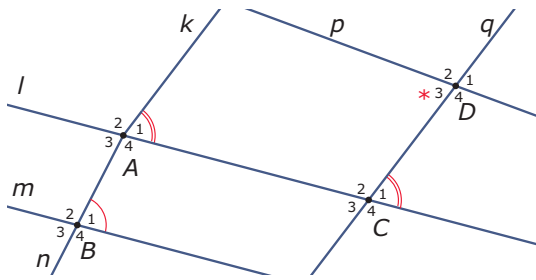
### Opgave 5

Bekijk de figuur in **Voorbeeld 2**.

- Waarom is  $\angle B_6 = 90^\circ$ ?
- Welke andere hoek bij punt  $B$  krijgt dan ook een rechte hoek teken?
- Waarom is  $\angle B_5 = \angle B_2$ ?

### Opgave 6

Bekijk de figuur. De lijnen  $l$  en  $m$  zijn evenwijdig, evenals de lijnen  $k$  en  $q$ .



Figuur 10

- Waarom is  $\angle A_1 \neq \angle B_1$ ?
- Waarom is  $\angle A_1 = \angle C_1$ ?
- Waarom is  $\angle C_1 \neq \angle D_3$ ?
- Welke hoek is ook gelijk aan  $\angle A_1$  en waarom?

### Voorbeeld 3

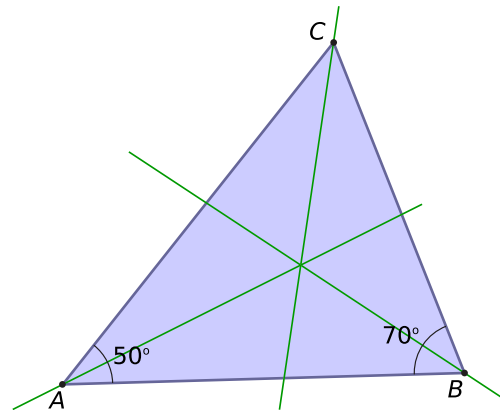
Gegeven is  $\triangle ABC$  met  $AB = 6$  cm,  $\angle A = 50^\circ$  en  $\angle B = 70^\circ$ .

Teken deze driehoek met alle bissectrices van de hoeken.

Antwoord

Teken eerst lijnstuk  $AB$  met daarop de hoeken  $\angle A$  en  $\angle B$ . Je kunt dan driehoek  $ABC$  afmaken.

Vervolgens teken je de deellijnen door de hoeken in tweeën te delen. Daarvoor moet je de grootte  $\angle C$  zelf opmeten.



Figuur 11

### Opgave 7

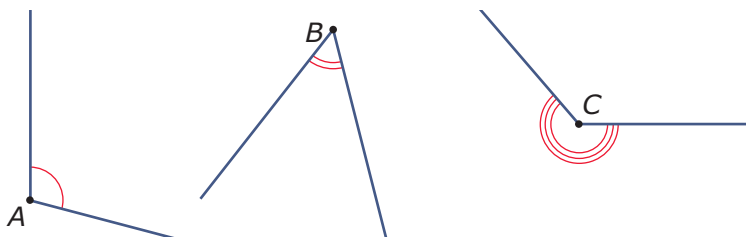
Gegeven is  $\triangle ABC$  in [Voorbeeld 3](#).

- Teken zelf  $\triangle ABC$ .
- Teken de deellijnen van  $\angle A$ ,  $\angle B$  en  $\angle C$ .
- Wat valt op aan de drie bissectrices?

## Verwerken

### Opgave 8

Teken in elke hoek op het **werkblad** de deellijn.



Figuur 12

### Opgave 9

Teken de hoeken en teken er een deellijn in.

- a  $\angle A = 104^\circ$
- b  $\angle B = 36^\circ$
- c  $\angle C = 75^\circ$
- d  $\angle D = 260^\circ$

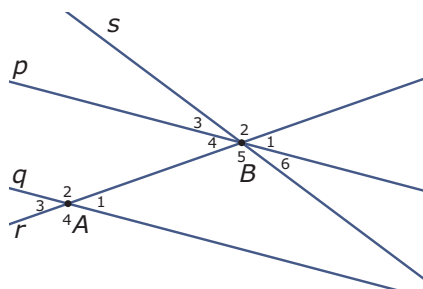
### Opgave 10

Teken  $\triangle ABC$  met  $\angle A = 50^\circ$ ,  $AB = 6$  cm en  $AC = 4$  cm.

- a Laat zien dat de bissectrices van de hoeken van deze driehoek door één punt  $S$  gaan.
- b Om punt  $S$  zitten zes hoeken. Geef met gelijke tekenjes aan welke van die hoeken gelijk zijn.

### Opgave 11

In deze figuur zijn de lijnen  $p$  en  $q$  evenwijdig.



Figuur 13

- a Welke hoeken zijn gelijk aan  $\angle A_1$  en waarom?
- b Waarom zijn  $\angle A_2$  en  $\angle B_5$  niet gelijk?
- c Welke hoek is wel gelijk aan  $\angle B_5$  en waarom?

### Opgave 12

Gegeven is een parallellogram  $ABCD$  met  $AB = 6$  cm en  $AD = 4$  cm. Verder is  $\angle BAD = 50^\circ$ .

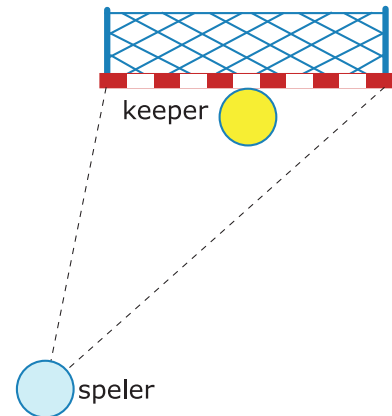
- a Teken dit parallellogram.
- b Welke hoek van dit parallellogram is gelijk aan  $\angle BAD$  en waarom?

## Toepassen

Zara is ook keeper in een handbalteam.

Als ze bij een handbalwedstrijd een speler op zich af ziet komen om te scoren, kan ze het beste uitlopen langs de deellijn van de hoek waaronder de speler het doel ziet. Dan wordt voor de aanvaller de hoek om te scoren aan beide kanten gelijk en dus zo klein mogelijk.

Hier zie je een bovenaanzicht van de situatie.



Figuur 14

### Opgave 13: Keeper bij handbal

Bekijk het bovenaanzicht van een doorgebroken handbalspeelster die wil scoren in **Toepassen**.

Langs welke lijn moet de keeper op de speelster af bewegen?

Teken die lijn op het **werkblad**.

### Opgave 14: Keeper bij voetbal

Het uitlopen van de doelman op een doorgebroken speler die op doel wil schieten is een mooi voorbeeld van het toepassen van een deellijn.

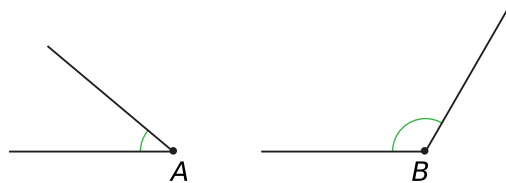
Bij een voetbalwedstrijd heeft een speler vanaf de punt van het strafschopgebied een vrije schietkans op doel. De keeper komt uit zijn doel om het scoren te bemoeilijken.

Hoe moet hij uitlopen? In de Wikipedia: voetbalveld vind je de afmetingen van een voetbalveld.

## Testen

### Opgave 15

Teken de twee hoeken na en teken in elke hoek de deellijn.

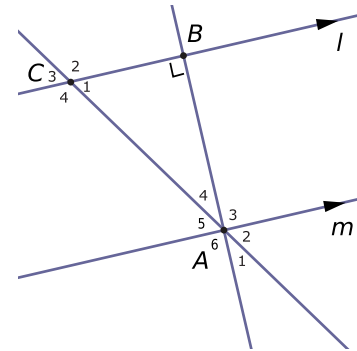


Figuur 15

### Opgave 16

De lijnen  $l$  en  $m$  in de figuur zijn evenwijdig. Lijn  $AB$  snijdt de lijnen  $l$  en  $m$  onder een rechte hoek.

- Welke hoeken zijn gelijk aan  $\angle C_1$  en waarom?
- Welke hoeken bij punt  $A$  zijn recht?

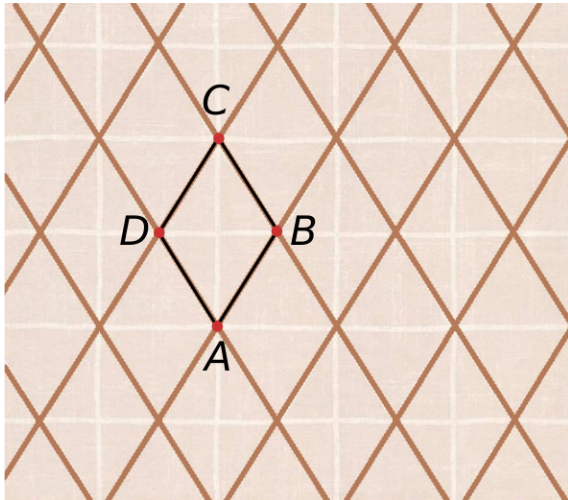


Figuur 16



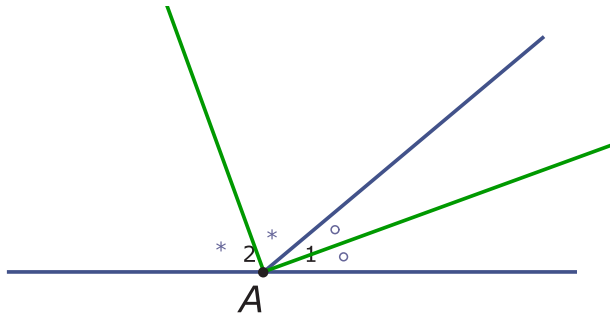
---

Werkblad bij Opgave V1 op pagina 1



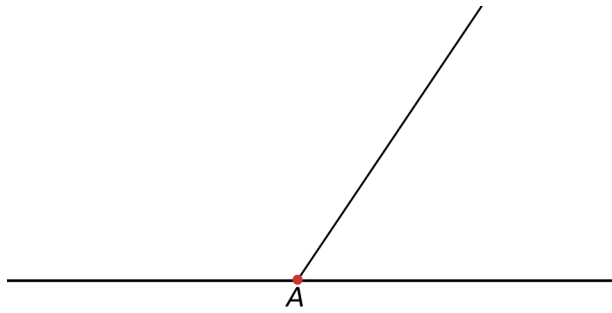
---

Werkblad bij Opgave 2 op pagina 2.



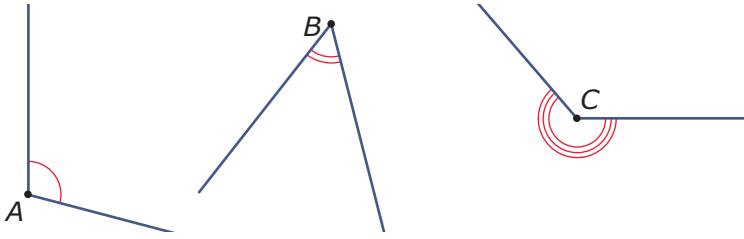
---

**Werkblad bij Opgave 4 op pagina 4.**



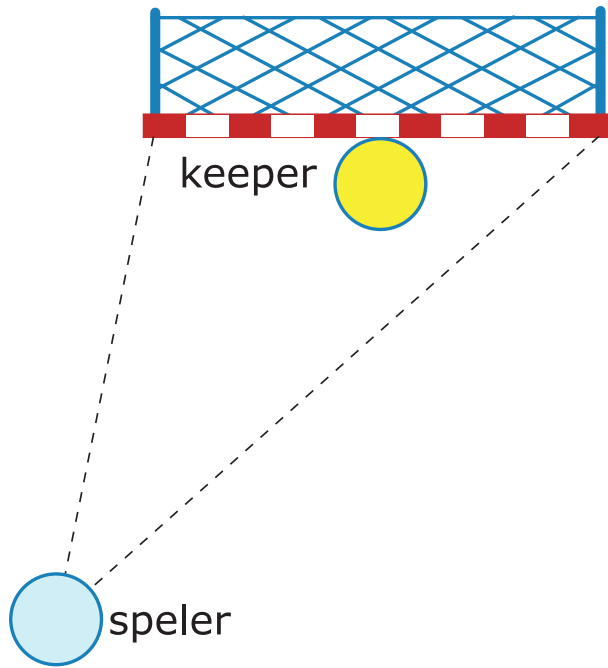
---

**Werkblad bij Opgave 8 op pagina 6.**



---


Werkblad bij Opgave 13 op pagina 7.





© 2023

Deze paragraaf is een onderdeel van het Math4All wiskundemateriaal.

Math4All stelt het op prijs als onvolkomenheden in het materiaal worden gemeld en ideeën voor verbeteringen in de content of dienstverlening kenbaar worden gemaakt. Klik op  in de marge bij de betreffende opgave. Uw mailprogramma wordt dan geopend waarbij het emailadres en onderwerp al zijn ingevuld. U hoeft alleen uw opmerkingen nog maar in te voeren.

Email: [f.spijkers@math4all.nl](mailto:f.spijkers@math4all.nl)

Met de Math4All Foliostroaat kunnen complete readers worden samengesteld en toetsen worden gegenereerd. Docenten kunnen bij [a.f.otten@math4all.nl](mailto:a.f.otten@math4all.nl) een gratis inlog voor de maatwerkdienst aanvragen.

---