

3.2 Lineaire verbanden

Inleiding

Natuurlijk zijn de energiekosten niet de enige kosten die je hebt als je over een eigen auto wilt beschikken. Je kunt zo'n auto bijvoorbeeld *leasen*. Dat betekent: je krijgt de auto in gebruik, maar hij is eigendom van een leasebedrijf. Je betaalt dan een vast bedrag per maand waar alles bij in zit (aanschaf, onderhoud, etc.). Die maandelijkse kosten komen bij de energiekosten. Henk slaat aan het rekenen...



Figuur 1

Je leert in dit onderwerp

- rekenschema's, formules en grafieken bij lineaire verbanden maken en gebruiken;
- de begrippen hellingsgetal en startgetal;
- bij een lineaire grafiek een formule opstellen.

Voorkennis

- rekenen, ook met negatieve getallen;
- de begrippen rekenschema, formule, grootte, (letter)variabele, eenheid, substitueren (invullen) en vergelijking;
- recht evenredige verbanden herkennen en de evenredigheidsconstante, het hellingsgetal, bepalen;
- formules en grafieken bij recht evenredige verbanden maken en gebruiken.

Verkennen

Opgave V1

Henk's moeder least haar elektrische auto voor € 360 per maand. Omdat ze heen en weer naar haar werk rijdt (dat is 62 km per dag, vier dagen in de week), legt ze maandelijks flink wat kilometers af. Elk km kost haar gemiddeld € 0,07. Omdat de auto ook voor andere ritjes wordt gebruikt is het aantal gereden km per maand een variabele a .

- In februari heeft ze 17 werkdagen gehad en verder de auto niet gebruikt. Hoeveel heeft dat gekost?
- Als ze twee keer zoveel rijdt, zijn haar kosten dan ook twee keer zo hoog?
- Noem de maandelijkse kosten voor het leasen en rijden van deze auto K (in €) en het aantal kilometers a . Welke formule geldt er dan?
- Hoe ziet de grafiek bij deze formule er uit?

Uitleg

Met een glasvezelabonnement ben je voorzien van t.v., onbeperkt internet en vaste telefonie. Je betaalt maandelijkse abonnementskosten en daar bovenop telefoonkosten. Stel je betaalt € 30,00 abonnementskosten per maand en nog € 0,25 per belminuut. Van de kosten per maand kun je een grafiek maken. Je kosten per maand zijn:

- 0 minuten gebeld: 30,00 euro
- 1 minuut gebeld: $1 \cdot 0,25 + 30 = 30,25$ euro
- 2 minuten gebeld: $2 \cdot 0,25 + 30 = 30,50$ euro
- 3 minuten gebeld: $3 \cdot 0,25 + 30 = 30,75$ euro
- 4 minuten gebeld: $4 \cdot 0,25 + 30 = 31,00$ euro
- t minuten gebeld: $t \cdot 0,25 + 30$ euro

Dus geldt de formule: $K = t \cdot 0,25 + 30$

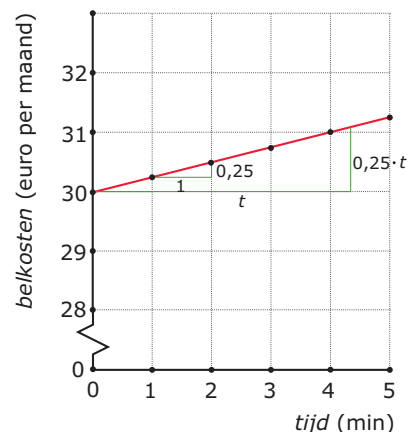
of

$$K = 0,25 \cdot t + 30$$

K stelt de totale kosten per maand voor.

Omdat de grafiek een rechte lijn is, spreek je van een lineair verband.

Het getal 30 is het startgetal en het hellingsgetal 0,25 bepaalt de helling van de grafiek.



Figuur 2

Opgave 1

Bekijk de **Uitleg**. Je ziet een formule voor het berekenen van de maandelijkse belkosten K afhankelijk van het aantal belminuten t .

- a** Neem de tabel over, vul de tabel in en teken de grafiek van K afhankelijk van t .

t	0	10	20	30	40	50
K	30,00					

- b** Geef in je grafiek het startgetal en het hellingsgetal aan.

- c** De aanbieder van dit abonnement verlaagt de abonnementskosten tot € 20,00. Wat betekent dit voor de grafiek van K ?

Tabel 1

- d** De aanbieder van dit abonnement verlaagt de belkosten per minuut tot € 0,20. Wat betekent dit voor de grafiek van K als de abonnementskosten € 30,00 blijven?

Opgave 2

Bekijk in de **Uitleg** hoe je de totale maandkosten voor het glasvezelabonnement berekent. Je kunt dit ook weergeven in een rekenschema met twee rekenstappen:



- a** Reken uit hoeveel de totale maandkosten K bedragen als $a = 100$.
- b** Mag je de twee rekenstappen ook omwisselen? Geef een voorbeeld.
- c** Waarom zijn de maandkosten niet recht evenredig met het aantal belminuten?

Theorie en voorbeelden

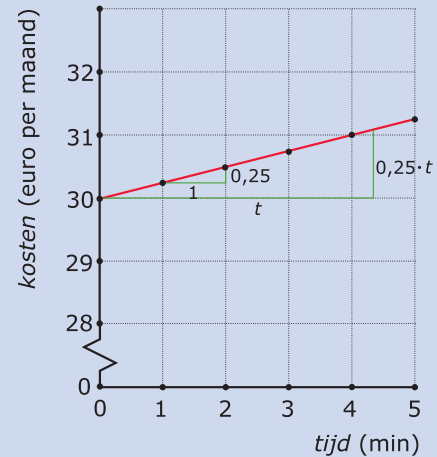
Om te onthouden

Bij een formule zoals $K = 0,25 \cdot t + 30$ spreek je van een **lineair verband** tussen K en t .

- 0,25 is het **hellingsgetal**.
Als t met 1 toeneemt dan neemt K met 0,25 toe.
- b is het **startgetal** of **begingetal**.
Dat is de uitkomst als $t = 0$.

De grafiek bij dit lineaire verband is een rechte lijn door $(0,30)$.

Het bijpassende rekenschema is:



Figuur 3

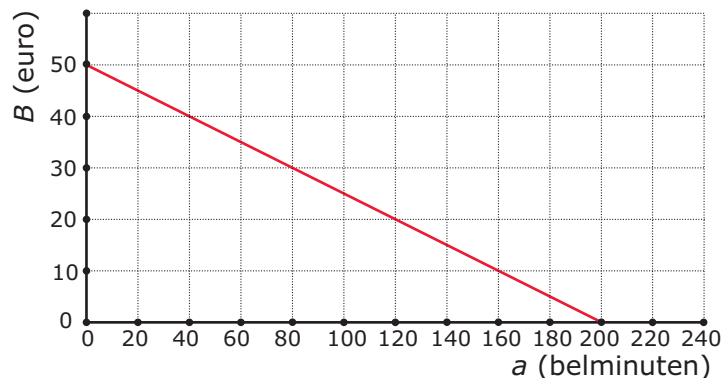
Voorbeeld 1

Bekijk de applet: Lineaire verband

Je ziet hier de grafiek van $y = 1,5 \cdot x + 2$.

Ook hier is sprake van een lineair verband.

- Welke getal is het hellingsgetal en welk getal is het begingetal?
- Maak een bijpassend rekenschema.



Figuur 4

Antwoord

Het hellingsgetal is 1,5 en het begingetal is 2.

Bekijk in de applet wat er met de grafiek gebeurt als je deze getallen verandert.

Het rekenschema is:



Opgave 3

Bekijk [Voorbeeld 1](#).

- Bereken y als $x = 20$ met behulp van de formule en met behulp van het rekenschema.
- Waarom is hier geen sprake van een recht evenredig verband?
- Maak zelf de grafiek bij de gegeven formule.

Opgave 4

Bekijk de applet in [Voorbeeld 1](#).

- Wat gebeurt er met de grafiek als het hellingsgetal groter wordt?
- Wat gebeurt er met de grafiek als het hellingsgetal kleiner wordt?
- Bij welk hellingsgetal is de grafiek evenwijdig aan de x -as?
- Bij welke hellingsgetallen daalt de grafiek?
- Wat gebeurt er als je het startgetal verandert?
- Wat moet je instellen om een recht evenredig verband te krijgen?

Voorbeeld 2

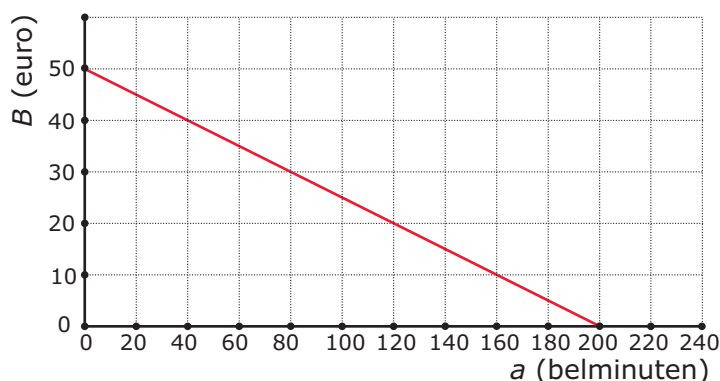
Bij een prepaid telefoonabonnement koop je vooraf beltegoed. Bijvoorbeeld een tegoed van € 50,00.

Als elke minuut bellen € 0,25 kost, is je beltegoed B nog uitsluitend afhankelijk van het aantal belminuten a . Er geldt: $B = 50 - 0,25 \cdot a$.

Ook hier is sprake van een lineair verband. Het startgetal is 50.

Het hellingsgetal is -0,25.

De bijbehorende grafiek is een dalende rechte lijn. Na $\frac{50}{0,25} = 200$ minuten is het beltegoed op.



Figuur 5

Opgave 5

Bekijk in [Voorbeeld 2](#) hoe de grootte van het beltegoed afhangt van het aantal minuten a dat je hebt gebeld.

- Bereken je beltegoed na 60 minuten bellen.
- Controleer met een berekening dat na 200 minuten bellen je beltegoed op is. Waarom nemen ouders vaak zo'n abonnement voor hun kinderen?
- Wat betekent een negatief hellingsgetal voor een lineaire grafiek?
Ook bij deze formule kun je een rekenschema maken. Om de rekenstappen te herkennen, moet je de formule schrijven als $B = -0,25 \cdot a + 50$.
- Laat zien, dat deze formule hetzelfde is als die in het voorbeeld.
- Maak een bijpassend rekenschema.
- Laat met behulp van dit rekenschema zien, dat na 200 belminuten het tegoed op is.

Opgave 6

Een cilindervormige kaars brandt gelijkmatig op, t is de brandtijd in uren. De kaars wordt elk uur 1,5 cm korter. Op $t = 0$ is hij 25 cm lang.

- Waarom is de lengte van het stuk kaars dat is opgebrand recht evenredig met de brandtijd?
- Waarom is de kaarslengte L in centimeters niet recht evenredig met de brandtijd in uren?
- Geef een formule voor L (cm) afhankelijk van t (uur).
- Geef een rekenschema voor L (cm) afhankelijk van t (uur).

Verwerken

Opgave 7

Voor het verbruik van water betaal je twee soorten kosten:

- een vast bedrag per jaar, het vastrecht
- een bedrag per m^3 water die je verbruikt

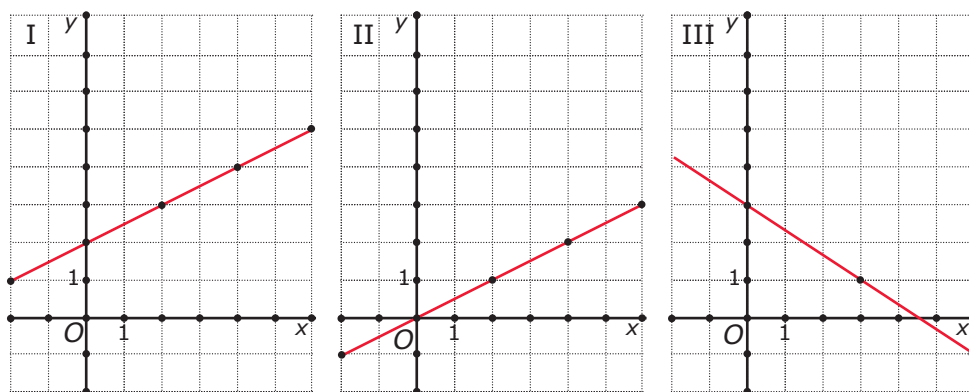
In een bepaald gebied is het vastrecht € 36 en het bedrag per m^3 € 1,80.

Noem de totale kosten per jaar K (euro) en het verbruik v in m^3 .

- Leg uit dat er sprake is van een lineair verband tussen K en v .
- Maak een tabel voor K afhankelijk van v .
Neem $v = 0,50,100,150,200$.
- Teken de grafiek van K .
- Geef een rekenschema en een formule voor de kosten afhankelijk van het waterverbruik.
- Bereken de kosten voor een waterverbruik van 120 m^3 .

Opgave 8

Je ziet drie grafieken die elk een verband tussen de variabelen x en y weergeven.



Figuur 6

- Bij welke van deze grafieken is y recht evenredig met x ?
 - grafiek I
 - grafiek II
 - grafiek III
- Hoe groot is bij die grafiek het hellingsgetal?

- c Bij welke van deze grafieken is het hellingsgetal negatief?
- A. grafiek I
B. grafiek II
C. grafiek III

Opgave 9

Hoe hoger je in de bergen komt, hoe lager de temperatuur wordt.

In een zeker berggebied geldt bij benadering: $T = 20 - 6 \cdot h$.

Hierin is:

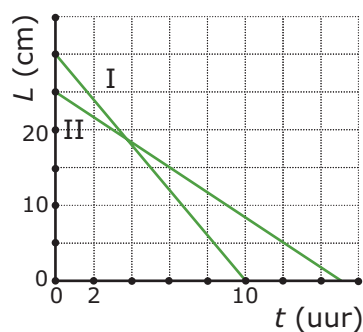
- T de temperatuur in °C (graden Celsius)
- h de hoogte boven de zeespiegel in km

- a Welke temperatuur zou iemand op zeespiegelniveau dan ervaren?
- b Teken een grafiek van T afhankelijk van h .
- c Laat zien, dat bij een hoogte van $3\frac{1}{3}$ km de temperatuur 0 °C is.

Opgave 10

Zuiver cilindervormige kaarsen branden gelijkmatig op. Je ziet de grafieken van de lengte L in centimeters van twee van die kaarsen afhankelijk van de brandtijd t in uren.

- a Welke grafiek hoort bij de dikste kaars? Licht je antwoord toe.
- A. grafiek I
B. grafiek II



Figuur 7

- b Waarom is er bij beide grafieken sprake van een lineair verband?
- c Bekijk grafiek I en bepaal het hellingsgetal en het startgetal bij het verband tussen L en t . Stel ook de bijpassende formule op.
- d Bekijk grafiek II en bepaal hoeveel deze kaars elke 6 uur korter wordt. Bereken daarmee het hellingsgetal en stel de bijbehorende formule op.
- e Welke van beide kaarsen is na 4 uur branden het langst?

Opgave 11

Voor het verbruik van water betaal je twee soorten kosten:

- een vast bedrag per jaar, het vastrecht
- een bedrag per m^3 water die je verbruikt

Die bedragen kunnen per gebied verschillend zijn, afhankelijk van de leverancier van het water. In de tabel worden twee gebieden vergeleken:

verbruik v (m^3)	0	50	100	150	200
kosten K in gebied A (euro)	36,00	126,00	216,00		
kosten K in gebied B (euro)	48,00	125,50	203,00		

Tabel 2

- In beide gevallen is er sprake van een lineair verband tussen K en v . Leg uit waarom en vul de tabel verder in.
- Uit de tabel kun je afleiden hoeveel je in beide gevallen per m^3 betaalt. Doe dat voor beide gebieden en stel formules op voor K afhankelijk van v .
- Teken de grafieken van K voor beide gebieden in één figuur.
- Bereken de kosten voor een waterverbruik van $120 m^3$ in beide gebieden.
- Hoe kun je aan de twee hellingsgetallen zien in welk gebied je het goedkoopste uit bent als je veel water verbruikt?

Toepassen

Henk's moeder leest haar elektrische auto voor € 360 per maand. Omdat ze heen en weer naar haar werk rijdt (dat is 62 km per dag, vier dagen in de week), legt ze maandelijks flink wat kilometers af. Elke km kost haar gemiddeld € 0,07.

Ze krijgt van haar werkgever een reiskostenvergoeding van € 0,19 per km.

Henk is nieuwsgierig of zijn moeder daarmee haar reiskosten compleet vergoed krijgt.



Figuur 8

Opgave 12: Autokosten en reiskostenvergoeding

Bij **Toepassen** zie je welke kosten en welke vergoeding Henk's moeder heeft. Noem haar werkkilometers a , haar maandelijks kosten voor de auto K en haar maandelijks vergoeding voor de reiskosten R .

- Stel een formule op voor K afhankelijk van a .
- Stel een formule op voor R afhankelijk van a .
- Bij welk van beide formules is sprake van een recht evenredig verband?
- Teken de grafieken bij beide formules in één figuur.
- Bereken hoeveel Henk's moeder maandelijks aan autokosten voor het werk heeft en hoeveel haar maandelijks reiskostenvergoeding is. Komt ze ermee uit?
- Vanaf hoeveel km per maand voor het werk zou ze wel uit de kosten komen?

Testen

Opgave 13

Een taxibedrijf komt voorrijden voor € 3,50. Daarnaast betaal je € 2,25 per gereden km nadat je bent ingestapt.

- Neem de tabel over en vul in. a is het aantal gereden km en K zijn de totale kosten.

a	0	5	10	15	20
K	3,50				

Tabel 3

- Geef de formule voor het verband tussen de kosten K en het aantal gereden kilometer a .
- Waarom is hier sprake van een lineair verband en niet van een recht evenredig verband?
- Bereken met een rekenschema hoeveel je moet betalen voor een rit van 18 km.



© 2025

Deze paragraaf is een onderdeel van het Math4All wiskundemateriaal.

Math4All stelt het op prijs als onvolkomenheden in het materiaal worden gemeld en ideeën voor verbeteringen in de content of dienstverlening kenbaar worden gemaakt. Klik op  in de marge bij de betreffende opgave. Uw mailprogramma wordt dan geopend waarbij het emailadres en onderwerp al zijn ingevuld. U hoeft alleen uw opmerkingen nog maar in te voeren.

Email: f.spijkers@math4all.nl

Met de Math4All Foliotraat kunnen complete readers worden samengesteld en toetsen worden gegenereerd. Docenten kunnen bij a.f.otten@math4all.nl een gratis inlog voor de maatwerkdienst aanvragen.
