

2.5 Vergelijkingen

Inleiding

Behzad heeft deze formule ontdekt voor zijn busreizen:

$$R = 1,00 + 0,17 \cdot a.$$

Hierin is:

- R de *reiskosten* in euro
- a de *afstand* in km

Maar wat als hij in de winter elke dag met de bus naar school wil? Is een abonnement dan niet veel voordeliger? Dat gaat hij nu proberen uit te rekenen.



Figuur 1

Je leert in dit onderwerp

- een vergelijking opstellen aan de hand van gegeven informatie;
- een vergelijking oplossen door tabellen en grafieken te gebruiken;
- een vergelijking oplossen door handig rekenen.

Voorkennis

- werken met formules en de bijbehorende tabellen en grafieken.

Verkennen

Opgave V1

Behzad heeft deze formule ontdekt voor zijn busreizen:

$$R = 1,00 + 0,17 \cdot a.$$

Hierin is:

- R de *reiskosten* in euro
- a de *afstand* in km

In de winter wil Behzad elke dag met de bus naar school, een rit van 18 km.

Een abonnement kost hem slechts € 19,00 per maand, hij krijgt dan 40% korting op een rit.



Figuur 2

- Hoeveel kost een rit van 18 km volgens Behzad's formule?
- Hoeveel kost een rit van 18 km met een abonnement?
- Hoe kun je nagaan bij hoeveel ritjes van en naar school hij de reiskosten er uit heeft?

Uitleg

Op school staat een kopieermachine. Leerlingen mogen daar voor € 0,10 per kopie gebruik van maken. De school huurt deze machine voor € 150,00 per maand en elke kopie kost de school € 0,075.

“Vanaf hoeveel kopieën per maand zijn de kosten voor het gebruik van deze kopieermachine even groot als de inkomsten?”.

Noem het aantal kopieën per maand a .

De kosten zijn dan: $K = 150 + 0,075 \cdot a$.

De inkomsten zijn: $I = 0,10 \cdot a$.

Beide zijn gelijk als $150 + 0,075 \cdot a = 0,10 \cdot a$.

Dit noem je een vergelijking. Je wilt de waarde voor a vinden waarbij links van het isgelijktteken hetzelfde uitkomt als rechts van het isgelijktteken. Die waarde heet de oplossing van de vergelijking.

Als je de oplossing niet meteen ziet, kun je er altijd uitkomen door getallen voor a in te vullen, net zolang tot je de juiste gevonden hebt. Doe dat wel systematisch, dus met een tabel.

Opgave 1

Bekijk het verhaal van de kopieermachine voor de leerlingen in de [Uitleg](#).

- Zie je meteen een oplossing van de vergelijking?
- Maak van de kosten en de inkomsten een tabel en de bijhorende grafieken. Neem voor a de getallen 0, 1000, 2000, enz.
- Lees uit de tabel (en de grafiek) af welke waarde van a de oplossing van de vergelijking is.
- Wat ga je doen als de oplossing niet zo gemakkelijk is af te lezen?

Theorie en voorbeelden

Om te onthouden

Een **vergelijking** bestaat uit twee uitdrukkingen met een variabele die gelijk aan elkaar zijn.

Als x die variabele is, zoek je de waarde van x die ervoor zorgt dat de linker- en rechterzijde van de vergelijking gelijk zijn. Die waarde van x heet de **oplossing van de vergelijking**. Soms zijn er meerdere oplossingen mogelijk.

Om deze oplossingen te vinden kun je gebruik maken van tabellen en grafieken.

Je vergelijkt dan de uitkomsten van de linkerzijde met die van de rechterzijde van de vergelijking.

In een snijpunt van hun grafieken hebben linker- en rechterzijde dezelfde uitkomst.

Maar soms gaat 'handig rekenen' sneller...

vergelijking:

$$150 + 0,075 \cdot x = 0,10 \cdot x$$

linkerzijde isgelijktteken rechterzijde

variabele

Figuur 3

Voorbeeld 1

Twee kaarsen worden tegelijk aangestoken.

De eerste kaars is 20 cm en wordt elk uur 1,5 cm korter.

De tweede kaars is 30 cm en wordt elk uur 3,25 cm korter.

Noem je de brandtijd in uren t , dan geeft de vergelijking $20 - 1,50 \cdot t = 30 - 3,25 \cdot t$ aan wanneer de kaarsen even lang zijn.

Bereken wanneer deze twee kaarsen even lang zijn. Ofwel: voor welke waarden van t is deze vergelijking waar?

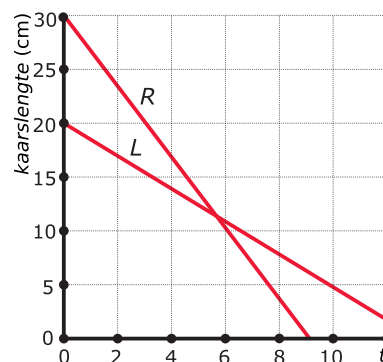
Antwoord

Maak een tabel en een grafiek bij $L = 20 - 1,50 \cdot t$ en $R = 30 - 3,25 \cdot t$.

t	0	1	2	3	4	5	6	7	8
L	20,00	18,50	17,00	15,50	14,00	12,50	11,00	9,50	8,00
R	30,00	26,75	23,50	20,25	17,00	13,75	10,50	7,25	4,00

Tabel 1

Je ziet nu dat de oplossing tussen $t = 5$ en $t = 6$ zit.
Aflezen: na ongeveer 5,5 uur zijn ze even lang.



Figuur 4

Opgave 2

In **Voorbeeld 1** werd de vergelijking $20 - 1,50 \cdot t = 30 - 3,25 \cdot t$ opgelost.

- Leg uit, hoe je deze vergelijking kunt afleiden uit de gegevens.
Je kunt de oplossing niet heel nauwkeurig aflezen.
- Maak een tabel tussen $t = 5$ en $t = 6$ en bepaal een nauwkeuriger oplossing.

Opgave 3

Twee schildersbedrijven adverteren met hun kosten. Ze beweren allebei heel goedkoop te zijn.

Schildersbedrijf A:

‘Spotgoedkoop: voor maar € 30,00 per vierkante meter komen wij uw muur een nieuwe kleur geven.’

Schildersbedrijf B:

‘Wij schilderen voor slechts € 28,95 per vierkante meter. Daar komt € 48,00 aan voorrijkosten bij.’

- Welke vergelijking hoort bij de vraag: “Wanneer zijn beide schildersbedrijven even duur?”
- Los de vergelijking in onderdeel a op. Geef je antwoord in gehele vierkante meter.

Voorbeeld 2

Iemand's schoenmaat s kun je bepalen vanuit de lengte v van zijn voet in cm. Er geldt:

$$s = 1,5 \cdot (v + 2)$$

Weet je iemand's schoenmaat, dan kun je zijn voetlengte bepalen. Neem bijvoorbeeld iemand met schoenmaat 42. Dan geldt volgens de formule de vergelijking:

$$52 = 1,5 \cdot (v + 2)$$

Deze vergelijking hoef je niet op te lossen met tabellen en grafieken. Even nadenken helpt ook.

De vergelijking ziet er uit als $42 = 1,5 \cdot [\dots]$.

Je kunt dan $[\dots]$ vinden door $\frac{42}{1,5}$ uit te rekenen, uitkomst 28.

Omdat $[\dots]$ eigenlijk $v + 2$ is, krijg je dus $v + 2 = 28$ en dit klopt als $v = 26$.

De gevraagde voetlengte is 26 cm.

(In werkelijkheid is 42 een schoenmaat voor iedereen vanaf $s = 41,5$ tot en met $S = 42,4$ en zijn er meerdere voetlengtes met deze schoenmaat.)



Figuur 5

Opgave 4

Bekijk in **Voorbeeld 2** hoe de vergelijking $42 = 1,5 \cdot (v + 2)$ wordt opgelost.

- a Welke vergelijking hoort bij de vraag: "Bereken de voetlengte bij een schoenmaat van 36?"
- b Los deze vergelijking op dezelfde manier als in het voorbeeld op.
- c Controleer je oplossing door de gevonden waarde voor v in de vergelijking in te vullen.

Opgave 5

Ook de gekozen eenheden spelen bij vergelijkingen een rol.

Als je een schoenmaat van 36 hebt, betekent dit dat je schoenmaat afgerond 36 is.

- a Waarom betekent dit dat s een getal vanaf 35,5 tot en met 36,4 moet zijn?
- b Welke voetlengte hoort er bij $s = 35,5$? Los daartoe de bijbehorende vergelijking op. Geef de voetlengte in mm nauwkeurig.
- c Welke voetlengte hoort er bij $s = 36,4$? Los daartoe de bijbehorende vergelijking op. Geef de voetlengte in mm nauwkeurig.
- d Welke voetlengtes horen er bij schoenmaat 36?

Opgave 6

Je kunt veel meer vergelijkingen oplossen door 'handig rekenen'.

Bekijk de vergelijking $2,25 \cdot r + 4,50 = 29,70$.

- a Deze vergelijking heeft de vorm $[...] + 4,50 = 29,70$. Hoeveel is [...]?
- b Omdat $[...] = 2,25 \cdot r$ kun je nu r uitrekenen. Hoe?
- c Welke oplossing heeft deze vergelijking dus?

Verwerken

Opgave 7

Bij het opbranden van een kaars hoort de formule $L = 30 - 4 \cdot t$, waarin L de lengte in centimeters en t de brandtijd in uren is.

- a Waaraan zie je dat dit een lange dunne kaars is?
- b Welke vergelijking hoort bij de vraag: "Na hoeveel uren branden is deze kaars nog zestien centimeter lang?"
- c Los deze vergelijking op met behulp van een grafiek.
- d Controleer je antwoord door de oplossing in de vergelijking in te vullen.

Opgave 8

Hoveniersbedrijf Jongman rekent voor het winterklaar maken van een tuin € 75,00 plus € 2,50 per m^2 .

- a Maak een formule bij het verband tussen de oppervlakte A van de tuin en de kosten K voor het winterklaar maken.
- b Meneer Van Gils heeft zijn tuin laten opknappen. Hij krijgt een rekening van € 475,00. Welke vergelijking moet je oplossen om te weten hoe groot de tuin van meneer Van Gils is?
- c Los deze vergelijking op met behulp van een tabel en een grafiek. Hoe groot is de tuin van meneer Van Gils? Geef je antwoord in m^2 nauwkeurig.

- d** Het concurrerende hoveniersbedrijf Green Garden rekent voor het winterklaar maken slechts € 25,00 en daarbij € 3,60 per m². Met welke vergelijking kun je berekenen bij hoeveel m² tuin beide bedrijven even duur zijn?
- e** Los deze vergelijking op met behulp van tabellen en een grafiek. Geef je antwoord in gehele m² nauwkeurig.

Opgave 9

Van een vierkant heeft elke zijde een lengte van z cm.

- a** Welke formule geldt voor de oppervlakte A (cm²) van dit vierkant?
- b** Zo'n vierkant heeft een oppervlakte van 100 cm².
Hoe groot is z dan?
- c** Zo'n vierkant heeft een oppervlakte van 10 cm².
Met welke vergelijking kun je bepalen hoe groot z is?
- d** Los die vergelijking op met behulp van een tabel en bereken z in één decimaal nauwkeurig.

Opgave 10

Los de volgende vergelijkingen op door slim rekenen. Geef het antwoord exact, zonder benaderingen.

- a** $60 - 2 \cdot t = 10$
- b** $\frac{1}{4} \cdot (20 - x) = 2$

Opgave 11

Een aannemer krijgt de opdracht een kantoor te bouwen. Deze opdracht houdt 24000 man-uren werk in. Dus als één man al het werk zou doen, zou hij er 24000 uur mee bezig zijn.

- a** Stel dat er twintig mensen aan het kantoorgebouw werken. Hoeveel uur zal ieder dan gemiddeld bezig zijn met deze klus?
- b** Hoeveel uur werkt iedere werknemer gemiddeld als er honderd mensen aan het werk zijn? In hoeveel weken van veertig uur kan het kantoor dan gebouwd worden?
- c** Stel een formule op voor het gemiddeld aantal te werken uren per werknemer a afhankelijk van het aantal werknemers w dat aan dit gebouw werkt.
- d** De opdrachtgever wil dat de aannemer het kantoorgebouw in drie maanden bouwt. Ga weer uit van een 40-urige werkweek. Met welke vergelijking kan de aannemer uitrekenen hoeveel werknemers hij in moet zetten?
- e** Los die vergelijking op. Hoeveel werknemers zal de aannemer inzetten?

Toepassen

Behzad heeft deze formule ontdekt voor zijn busreizen:

$$R = 1,00 + 0,17 \cdot a.$$

Hierin is:

- R de *reiskosten* in euro
- a de *afstand* in km

In de winter wil Behzad elke dag met de bus naar school, een rit van 18 km.

Een abonnement kost hem slechts € 19,00 per maand, hij krijgt dan 40% korting op een rit.

Een rit zonder abonnement kost € 4,06.

Een rit met abonnement kost € 2,44 als je het abonnement niet meerekent.



Figuur 6

Opgave 12: Abonnement voordeliger?

In **Toepassen** zie je dat Behzad bezig is om uit te rekenen vanaf hoeveel ritten een abonnement voordeliger is. Noem het aantal ritten om van huis naar school en van school naar huis te komen x .

- Welke vergelijking hoort er dan bij de vraag “Vanaf hoeveel busritten is een abonnement voordeliger?”
- Los deze vergelijking op met behulp van een tabel.

Ook Behzad's oudere zus koopt zo'n abonnement van € 19,00 per maand.

Zij krijgt alleen maar 20% korting op haar ritjes van 25 km naar de MBO-opleiding Werktuigbouwkunde.

- Reken ook voor haar uit vanaf hoeveel ritten dit abonnement voordeliger is.

Opgave 13: Tsjirpende krekels

Volgens bioloog Midas Dekkers kun je de temperatuur T in °C berekenen met behulp van het gemiddeld aantal tsjirpen n per minuut van de sneeuwboomkrekkel. Er geldt:

$$T = \frac{n-40}{7} + 10$$

- De temperatuur bedraagt 20 °C. Hoeveel keer per minuut tsjirpt de sneeuwboomkrekkel dan? Bepaal je antwoord door de bijbehorende vergelijking op te lossen.
- De temperatuur bedraagt 25 °C. Hoeveel keer per minuut tsjirpt de sneeuwboomkrekkel nu gemiddeld vaker dan bij 20 °C?

Testen

Opgave 14

Een zwembad heeft een kortingskaart voor een jaar. Voor deze kortingskaart betaal je € 45,00, maar met deze kaart betaal je maar € 2,50 per keer zwemmen. Als je geen kortingskaart hebt, betaal je € 4,50 per keer zwemmen.

- Je wilt weten hoeveel keer je in een jaar moet gaan zwemmen om voordeliger uit te zijn met een kortingskaart.
Welke vergelijking past daar bij? Noem het aantal keer zwemmen a .
- Los deze vergelijking op.



© 2025

Deze paragraaf is een onderdeel van het Math4All wiskundemateriaal.

Math4All stelt het op prijs als onvolkomenheden in het materiaal worden gemeld en ideeën voor verbeteringen in de content of dienstverlening kenbaar worden gemaakt. Klik op  in de marge bij de betreffende opgave. Uw mailprogramma wordt dan geopend waarbij het emailadres en onderwerp al zijn ingevuld. U hoeft alleen uw opmerkingen nog maar in te voeren.

Email: f.spijkers@math4all.nl

Met de Math4All Foliotraat kunnen complete readers worden samengesteld en toetsen worden gegenereerd. Docenten kunnen bij a.f.otten@math4all.nl een gratis inlog voor de maatwerkdienst aanvragen.
