

2.2 Formules opstellen

Inleiding

Behzad woont nogal ver van school, maar gelukkig vlakbij een bushalte. Hij gaat daarom af en toe met de bus, hij gebruikt zijn OV-chipkaart. Hij zoekt op dat je voor een ritje met de bus een vast tarief van € 1,00 betaalt plus een bedrag per kilometer. Dat laatste bedrag verschilt per busonderneming, maar is vaak zo'n € 0,17 per kilometer.

Hoe kan hij aan zijn klasgenoten die ook met de bus willen uitleggen hoe je de reiskosten zelf kunt berekenen?



Figuur 1

Je leert in dit onderwerp

- een formule bij een verband opstellen.

Voorkennis

- het kunnen onderscheiden van de afhankelijke en de onafhankelijke variabele;
- een verband in woorden kunnen beschrijven met de informatie uit een tabel of een grafiek;
- een verband in woorden kunnen beschrijven.

Verkennen

Opgave V1

Neem aan dat je ook voor een busreis in jouw regio een vast tarief van € 1,00 betaalt plus € 0,17 per kilometer.

- Hoe bereken je hiermee de reiskosten voor een busreis? Schrijf dit zo kort mogelijk op.
- Bereken met je rekenmethode bij a hoeveel je betaalt als je in een busrit van 12 km maakt.



Figuur 2

Uitleg

Een kaars is twintig centimeter lang en wordt aangestoken. Je meet aan het begin van elk uur de lengte van de kaars.

In de tabel zie je dat elk uur de *lengte* twee centimeter korter wordt vanaf een beginlengte van twintig centimeter.

Als *brandtijd* = 5 uur, dan geldt $lengte = 20 - 5 \times 2 = 10$ cm.



Figuur 3

<i>brandtijd</i> (uur)	0	1	2	3
<i>lengte</i> (cm)	20	18	16	14

Tabel 1

Dus: $lengte = 20 - brandtijd \times 2$.

Dit noem je een formule.

Er zijn twee variabelen: *brandtijd* en *lengte*.

Let op als je gaat rekenen met deze formule: vermenigvuldigen gaat voor aftrekken.

Opgave 1

In de **Uitleg** vind je een formule voor een opbrandende kaars.

- Laat met behulp van deze formule zien dat de kaars bij aansteken 20 cm lang is.
- Bereken met behulp van de formule de kaarslengte bij $brandtijd = 7$.
- In de grafiek lijkt de kaars na 10 uur te zijn opgebrand. Reken met behulp van de formule na dat dit inderdaad het geval is.

Opgave 2

Het handige van zo'n formule is dat hij ook bruikbaar is bij de berekening van kaarslengtes op tijdstippen die geen geheel aantal uren zijn.

- Bereken met behulp van de formule de lengte van de kaars na 4,5 uur.
Je kunt met de formule zelfs helemaal precies berekenen hoe lang de kaars zou moeten zijn bij een brandtijd van bijvoorbeeld 6 uur en 23 minuten.
- Welke waarde moet je dan voor *brandtijd* in de formule invullen?
- Bereken de bijbehorende kaarslengte. Geef je antwoord ook in breuken en rondt niet af.
- Waarom is in het geval van het opbranden van een kaars zo'n heel precies antwoord eigenlijk onzinnig?

Opgave 3

Een kaars heeft een beginlengte van vijftien centimeter. Deze kaars brandt gelijkmatig op. Omdat hij dikker is dan de kaars in de uitleg, wordt hij elk uur een halve centimeter korter.

- Wat is de *lengte* van deze kaars als de *brandtijd* vijf uur is?
- Stel voor deze kaars een formule van de *lengte* (cm) afhankelijk van de *brandtijd* (uur) op.

Theorie en voorbeelden

Om te onthouden

Soms is er een **verband** tussen twee **grootheden**.

Vaak kun je door een bepaalde berekening de éne variabele uitrekenen als je voor de andere een waarde kiest. Zo'n berekening kun je kort weergeven, zoals voor het opbranden van een cilindervormige kaars:

$$lengte = 20 - brandtijd \times 2.$$

Zo'n verkorte weergave van een berekening noem je een **formule**. In dit geval zijn de twee variabelen: *brandtijd* (in uur) en *lengte* (in cm).



Figuur 4

Voorbeeld 1

Voor Behzad's busvervoer betaalt hij € 0,17 per kilometer plus een vast bedrag van € 1,00 die hij nog extra moet betalen per rit. De *reiskosten* (euro) hangen nu alleen af van de *afstand* (km) die hij reist. Er is een verband tussen de variabelen *reiskosten* en *afstand*.

Welke formule kun je opschrijven voor het verband tussen *reiskosten* en *afstand*?

Antwoord

Bedenk dat je eerst de *afstand* (aantal km) met 0,17 moet vermenigvuldigen. Daarna moet je bij wat daar uitkomt nog het vaste bedrag van € 1,00 optellen. Dan krijg je de *reiskosten*.

Formule: $reiskosten = afstand \times 0,17 + 1,00$.

Opgave 4

Bekijk in **Voorbeeld 1** hoe Behzad zijn reiskosten berekent.

- Probeer eerst zelf - zonder naar het voorbeeld te kijken - de formule op te schrijven.
- Behzad maakt een busreis van € 24,5 km. Bereken met de formule hoeveel hij daarvoor moet betalen.

Voorbeeld 2

Een lange, dunne kaars wordt aangestoken. In de tabel zie je hoe hij korter wordt naarmate hij langer brandt. Ga er van uit, dat het opbranden zo doorgaat.

<i>tijd</i> (uur)	0	1	2	3
<i>lengte</i> (cm)	30	27	24	21

Tabel 2

Er is een verband tussen de *tijd* in uren na het aansteken en de *lengte* in cm.

Hoeveel cm brandt deze kaars elk uur op?

Stel een formule op die het verband tussen *lengte* (in cm) afhankelijk van *tijd* (in uur) beschrijft.

Antwoord

Elk uur brandt er van deze kaars 3 cm op volgens de tabel.

De lengte van de kaars is aan het begin 30 cm.

Om de lengte na een bepaalde tijd te berekenen, vermenigvuldig je die tijd met 3 en dat trek je van de 30 af. Als formule schrijf je bijvoorbeeld op:

$$lengte = 30 - tijd \times 3$$

Opgave 5

Bekijk de tabel van het opbranden van de kaars in **Voorbeeld 2**.

- Hoe lang is de kaars na 4 uur? En na 5 uur?
- Probeer eerst zelf een goede formule te vinden.
- Bereken met je formule de lengte van de kaars na 5 uur. Ga na, dat dit hetzelfde is als je bij a hebt gevonden.

Opgave 6

De oppervlakte van een rechthoek is 12 cm^2 .

- Bereken de lengte van deze rechthoek als de breedte 3 cm is.
- Hoe breed is de rechthoek als de lengte 6 cm is?
- Geef een formule die het verband tussen *lengte* en *breedte* van deze rechthoek weergeeft.

Verwerken

Opgave 7

Voor het gebruik van water in een woonhuis betaal je jaarlijks een vast bedrag (vastrecht) en een bedrag voor het aantal m^3 (kubieke meter) water dat je hebt verbruikt (een m^3 is 1000 liter). PWN Waterleidingbedrijf Noord-Holland hanteerde in 2014 de volgende tarieven:

- vastrecht: € 50,70 per jaar
- kosten per m^3 : € 1,31

- Tussen welke twee variabelen is er een verband? Welke eenheden worden gebruikt?
- Welke formule kun je opstellen bij dit verband voor het watergebruik per jaar?

Opgave 8

De oppervlakte van een rechthoek is 750 cm^2 .

- Bereken de lengte van deze rechthoek als de breedte 15 cm is.
- Hoe breed is de rechthoek als de lengte 150 cm is?
- Geef een formule die het verband tussen *lengte* en *breedte* van deze rechthoek weergeeft.

Opgave 9

In een recreatiegebied zijn twee skeelerverhuurbedrijven actief. Ze hebben verschillende tarieven. Je betaalt bij beide bedrijven een vast bedrag voor onder andere een kaart van de omgeving. Daarbovenop betaal je een bedrag voor elk uur dat je de skeelers huurt.

- Skeelerverhuurbedrijf A: de vaste kosten zijn € 3,00 en de prijs per uur is € 2,50.
- Skeelerverhuurbedrijf B: de vaste kosten zijn € 1,50 en de prijs per uur is € 3,00.

- Tussen welke twee variabelen is er een verband?
- Maak voor beide skeelerverhuurbedrijven een formule voor de *prijs* afhankelijk van het *aantal uur skeelers*.

Opgave 10

Evert spaart voor een computerspelletje. In de tabel zie je hoeveel geld hij gespaard heeft.

<i>week</i>	0	1	2	3	4	5	6	7	8
<i>spaargeld</i> (euro)	20	23	26	29	32	35	38	41	44

Tabel 3

- Er is een verband tussen het aantal weken dat Evert spaart, en de hoeveelheid geld die hij in zijn spaarpot heeft. Beschrijf dit verband in woorden.
- Geef een formule voor het verband tussen het *aantal weken* dat Evert spaart, en zijn *hoeveelheid spaargeld*.

Opgave 11

In de krant staan twee advertenties voor de aankoop van parket:

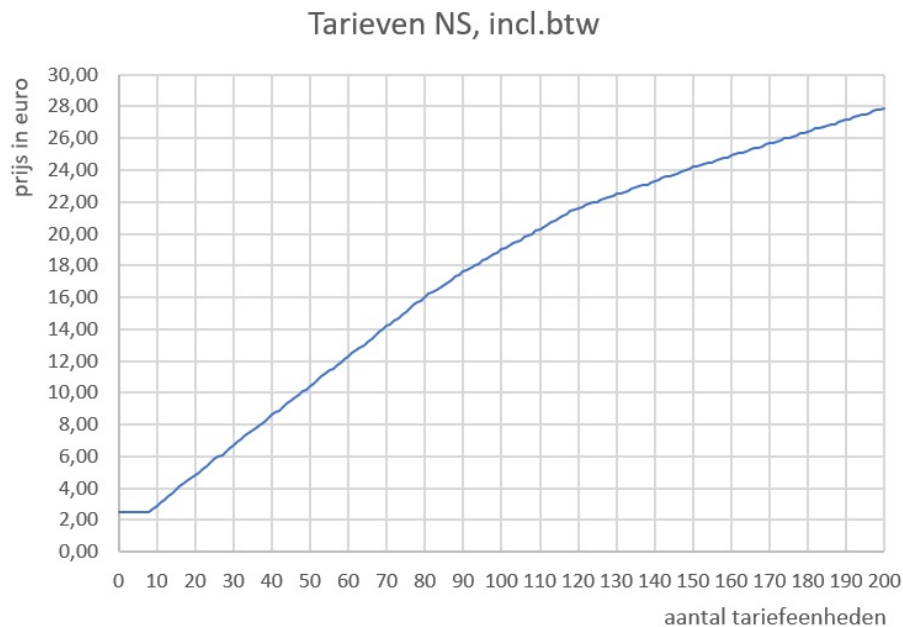
eresse? Bel 0900 432516 SuperParket De grootste en goedkoopste Alle parket NU € 75 per m² Vakantieplannen?	TAXI DE WIT De beste en de snelste wijze van vervoeren. Bel: 0124 - 500500 Woonwinkel voor alle woonwensen NIEUW: prima parket voor € 80,- per m² En bij inlevering van deze advertentie nog eens € 100,- korting.
---	---

Figuur 5

- Tussen welke variabelen is in de advertenties van SuperParket en Woonwinkel een verband?
- Met welke formule kun je de prijs voor parket bij SuperParket uitrekenen?
- Geef ook een passende formule voor het parket van Woonwinkel. Ga ervan uit dat je de advertentie inlevert.

Toepassen

Hier zie je een grafiek van de tarieven van de NS (Nederlandse Spoorwegen) voor 2022. Er wordt een prijs gerekend voor het reizen van een bepaald aantal tariefeenheden. Zo'n tariefeenheid komt vaak (maar niet altijd) overeen met het aantal km, afgerond op een geheel getal. Dus een reis van 19,3 km betekent dat je 19 tariefeenheden reist en een reis van 19,5 km betekent dat je er 20 reist.



Figuur 6

Met deze figuur kun je nu de prijzen schatten. Echt berekenen is nog lastig...

Opgave 12: Kosten treinreis schatten

Bekijk hoe Behzad de kosten van het reizen met de NS schat.

- a Reken na, dat de prijs van € 19,50 voor een rit van 104 km ongeveer klopt
- b Omdat bij de NS de eerste 8 km steeds hetzelfde bedrag van € 2,50 kost, klopt zijn berekening zeker aan het begin niet. Krijgt hij dan te hoge of te lage uitkomsten?
- c Welke formule kun je opstellen voor Behzad's berekening?
- d Hoeveel zou je volgens deze formule kwijt zijn voor een treinreis van 50 km?
Voor langere treinreizen blijkt Behzad's formule niet meer te kloppen.
Bijvoorbeeld betaal je in 2022 voor een rit van 150 km een bedrag van € 24,20
- e Hoeveel zou je volgens Behzad's formule kwijt zijn voor een treinreis van 150 km?
- f Kun je verklaren waarom Behzad bij afstanden boven de 105 km te hoge bedragen krijgt?

Testen

Opgave 13

Bij een copyshop kun je folders laten drukken. Daar betaal je een vast bedrag van € 7,50 voor en de kosten per folder zijn € 0,10.

- a Tussen welke twee variabelen is er een verband?
- b Geef een formule bij dit verband.
- c Bereken met die formule de kosten voor het laten drukken van 100 folders.

Opgave 14

Een zwembad wordt gevuld met water. In de tabel zie je de waterhoogte van het zwembad in cm gedurende de tijd in uren.

<i>tijd</i> (uren)	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4
<i>waterhoogte</i> (cm)	0	20	40	60	80	100	120	140	160


Tabel 4

- a Beschrijf het verband tussen de variabelen *tijd* en *waterhoogte* in woorden.
- b Geef een formule bij het verband tussen de *waterhoogte* en de *tijd*.



© 2023

Deze paragraaf is een onderdeel van het Math4All wiskundemateriaal.

Math4All stelt het op prijs als onvolkomenheden in het materiaal worden gemeld en ideeën voor verbeteringen in de content of dienstverlening kenbaar worden gemaakt. Klik op  in de marge bij de betreffende opgave. Uw mailprogramma wordt dan geopend waarbij het emailadres en onderwerp al zijn ingevuld. U hoeft alleen uw opmerkingen nog maar in te voeren.

Email: f.spijkers@math4all.nl

Met de Math4All Foliostroaat kunnen complete readers worden samengesteld en toetsen worden gegenereerd. Docenten kunnen bij a.f.otten@math4all.nl een gratis inlog voor de maatwerkdienst aanvragen.
