

2.1 Verbanden en variabelen

Inleiding

Behzad woont nogal ver van school, maar gelukkig vlakbij een bushalte. Hij gaat daarom af en toe met de bus, hij gebruikt zijn OV-chipkaart. Hij zoekt op dat je voor een ritje met de bus een vast tarief van € 1,00 betaalt plus een bedrag per kilometer. Dat laatste bedrag verschilt per busonderneming, maar is vaak zo'n € 0,17 per kilometer.

Maar er bestaan ook speciale abonnementen voor ritjes op een vast traject. Wat is voordeliger?



Figuur 1 bron:
Wikipedia

Je leert in dit onderwerp

- afhankelijke en onafhankelijke variabelen onderscheiden;
- een verband beschrijven in woorden;
- een tabel en/of grafiek maken bij een verband in woorden;
- de waarde van de afhankelijke variabele berekenen bij een verband in woorden.

Voorkennis

- je kunt een grafiek bij een tabel maken;
- je kunt rekenen met decimale getallen.

Verkennen

Opgave V1

Ga je - net als Behzad - regelmatig met de bus? Dan is het nuttig als je iets weet van de kosten van het reizen met het OV (Openbaar Vervoer). Behzad heeft opgezocht dat het reizen via een OV-chipkaart met de bus een vast bedrag van € 1,00 kost plus per gereden kilometer € 0,17.

- Waarom moet je zo'n vast bedrag betalen?
- Behzad woont 18 km van school. Hoeveel is hij per rit kwijt als hij met de bus gaat?

Behzad vertelt zijn klasgenoten over de buskosten. Want er zijn meer leerlingen die niet vlak bij school wonen, maar wel in de buurt van een buslijn.

- Hoe kan hij kort en duidelijk laten zien hoeveel een ritje voor hen zal kosten?



Figuur 2 bron:
Wikipedia

Uitleg

Een kaars is twintig centimeter lang en wordt aangestoken. Je meet de lengte aan het begin van elk uur.

In de tabel zie je dat elk uur *brandtijd* de *lengte* twee centimeter korter wordt. Er is een verband tussen de grootheden *brandtijd* en *lengte*.

<i>brandtijd</i> (uur)	0	1	2	3
<i>lengte</i> (cm)	20	18	16	14



Figuur 3

Tabel 1

Omdat deze grootheden veranderen, heten ze variabelen (veranderlijken). De variabele *lengte* hangt af van de variabele *brandtijd*.

Bij de variabele *brandtijd* hoort de eenheid 'uur'.

Bij de variabele *lengte* hoort de eenheid 'centimeter'.

Je kunt dit verband beschrijven in woorden: als de *brandtijd* toeneemt, neemt de *lengte* af.

Een verband kun je ook weergeven in een grafiek. De grafiek blijkt in dit geval een rechte lijn te zijn.

Opgave 1

Bekijk de **Uitleg**. Je ziet een tabel met meetgegevens en een grafiek van het verband.

- Tussen welke twee variabelen is er een verband?
- De tabel in de uitleg loopt maar tot drie uur. Welke lengte hoort bij een brandtijd van vier uur?
- In de grafiek lijkt de kaars na tien uur te zijn opgebrand. Reken na dat dit inderdaad het geval is.

Opgave 2

Een tweede kaars heeft een beginlengte van vijftien centimeter. Ook deze kaars brandt gelijkmatig op. Omdat hij dikker is, wordt hij elk uur een halve centimeter korter.

- Maak ook voor deze kaars een tabel van de *lengte* (cm) afhankelijk van de *brandtijd* (uur).
- Neem de grafiek uit de **Uitleg** over en teken hierin een grafiek van het verband tussen de *lengte* en *brandtijd* van de tweede kaars.
- Na hoeveel uur is deze tweede kaars opgebrand?
- Deze kaars wordt tegelijk aangestoken met de kaars uit de uitleg. Bepaal met de grafiek na hoeveel tijd deze kaars langer is dan de kaars uit de uitleg.

Theorie en voorbeelden

Om te onthouden

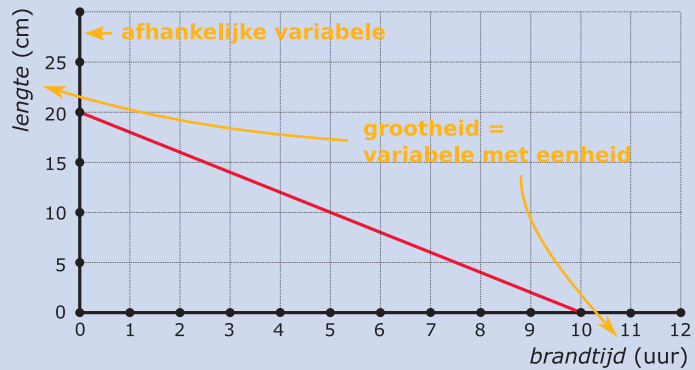
Soms is er een **verband** tussen twee **grootheden**.

De éne grootheid kan steeds andere waarden aannemen en van de andere kun je dan de waarde uitrekenen, het zijn **variabelen**. De grootheid waarvan je de waarde uitrekent is **afhankelijk** van de andere variabele.

Bij zo'n verband maak je vaak een tabel.

Bij die tabel past dan weer een grafiek.

Er kunnen daarbij verschillende schaalverdelingen op de twee assen worden gebruikt.



Figuur 4

Voorbeeld 1

Voor Behzad's busvervoer betaalt hij € 0,17 per kilometer. Hij kijkt nog even niet naar het vaste bedrag van € 1,00 die hij nog extra moet betalen per rit. De *reiskosten* (euro) hangen nu alleen af van de *afstand* (km) die hij reist. Er is een verband tussen de variabelen *reiskosten* en *afstand*.

Vul deze tabel verder in en maak er een grafiek bij.

<i>afstand</i> (km)	0	1	2	3	4	5
<i>reiskosten</i> (euro)	0,00	0,17				

Tabel 2

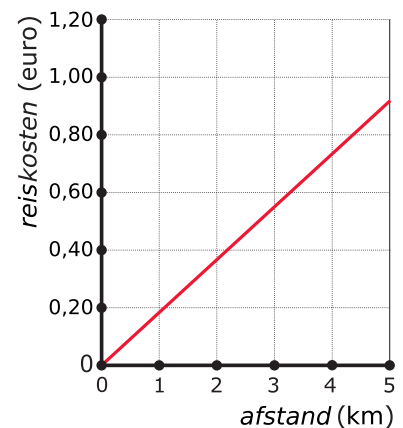
Antwoord

Vermenigvuldig steeds de *afstand* met 0,17.

Je krijgt:

<i>afstand</i> (min)	0	1	2	3	4	5
<i>reiskosten</i> (euro)	0,00	0,17	0,34	0,51	0,68	0,85

Tabel 3



Figuur 5

Opgave 3

Neem de gegevens uit **Voorbeeld 1**.

- Waarom zijn de tabel en de grafiek op deze manier niet erg zinvol als je Behzad's kosten in beeld wilt brengen?
- Maak een tabel waarin je beter zicht krijgt op zijn reiskosten per rit.
- Hoeveel ben je ongeveer per rit kwijt aan reiskosten als je 12 km met deze bus gaat?

Voorbeeld 2

Voor Behzad's busvervoer betaalt hij € 0,17 per kilometer plus het vaste bedrag van € 1,00 extra per rit. De *reiskosten* (euro) hangen nu weer af van de *afstand* (km) die hij reist. Er is een verband tussen de variabelen *reiskosten* en *afstand*.

Vul deze tabel verder in en maak er een grafiek bij.

<i>afstand</i> (km)	0	5	10	15	20	25
<i>reiskosten</i> (euro)	1,00					

Tabel 4

Antwoord

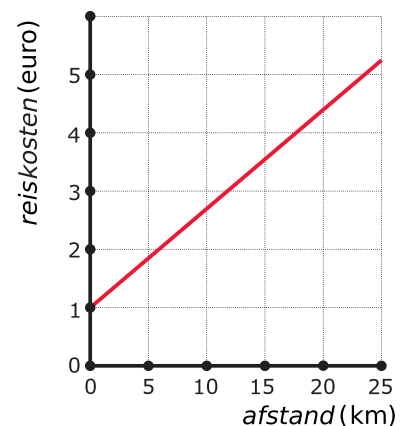
Vermenigvuldig steeds de *afstand* met 0,17.

Bij de uitkomsten tel je nog 1,00 op.

Je krijgt:

<i>afstand</i> (km)	0	5	10	15	20	25
<i>reiskosten</i> (euro)	1,00	1,85	2,70	3,55	4,40	5,25

Tabel 5



Figuur 6

Opgave 4

Bekijk de grafiek in **Voorbeeld 2**.

- Geeft deze grafiek een goed beeld van de *reiskosten*?
- Als je 12 km reist, wat zijn dan je *reiskosten*?
- Kun je nu zeggen dat je twee keer zoveel reiskosten hebt als je twee keer zover moet? Geef een voorbeeld.

Opgave 5

In 2021 waren de maximale kosten voor het vervoeren met een taxi vastgelegd door de Rijksoverheid:

- starttarief: € 3,29
- prijs per gereden km: € 2,42
- prijs per minuut: € 0,40

Iemand wil met een taxi van huis naar het station. De afstand is 4,5 km en daar deed de taxi 9 minuten over.

- Hoeveel kost deze rit maximaal?

- b Over welke drie variabelen gaat een rit met de taxi? Schrijf ook de eenheden op die erbij horen.
- c Waarom is het tekenen van een grafiek nu niet zo eenvoudig?

Verwerken

Opgave 6

Anneke gaat in de zomervakantie tomaten plukken. Hoeveel ze verdient, hangt af van het aantal kistjes dat ze met geplukte tomaten vult.

<i>aantal kistjes</i>	2	4	6	8	10
<i>loon (euro)</i>	4,50	9,00	13,50	18,00	22,50

Tabel 6

- a Tussen welke twee variabelen is er een verband? Welke eenheden worden er gebruikt?
- b Hoeveel verdient Anneke per kistje?
- c Hoe zou je het verband tussen het *loon* van Anneke en het *aantal kistjes* tomaten dat ze plukt, in woorden kunnen beschrijven?
- d Anneke vult op een dag vijf kistjes met de door haar geplukte tomaten. Hoeveel verdient ze die dag?
- e En hoeveel verdient ze als ze twaalf kistjes met tomaten vult?
- f Bij dit verband zou je een grafiek kunnen tekenen. Is die grafiek stijgend of dalend? Is de grafiek een rechte lijn?

Opgave 7

Michiel houdt van lezen. Hij is begonnen in een boek van 120 bladzijden.

- a Hoeveel dagen leest hij in dit boek als hij 10 bladzijden per dag leest?
- b En hoeveel dagen als hij 12 bladzijden per dag leest?
- c Tussen welke twee variabelen bestaat er dus een verband?
- d Maak een tabel bij dit verband.
- e Teken een grafiek bij dit verband. Waarom is die grafiek geen rechte lijn?

Opgave 8

Bij een taxibedrijf hangt de prijs van een rit alleen af van het aantal kilometers dat een klant meerijdt.

<i>ritlengte (km)</i>	4	5	6	7	8	9	10
<i>ritprijs (euro)</i>	11	13	15	17	19	21	23

Tabel 7

- a Hoeveel betaal je voor een rit van elf kilometer?
- b Teken een grafiek bij dit verband.
- c Hoe zou jij aan de klant uitleggen hoe de *ritprijs* berekend wordt?
- d Vanaf hoeveel kilometer betaal je meer dan € 30,00?

Opgave 9

Bij een bedrijf kun je pennen met je naam erop bestellen. Hoeveel zo'n pen kost, hangt af van het aantal pennen dat je bestelt.

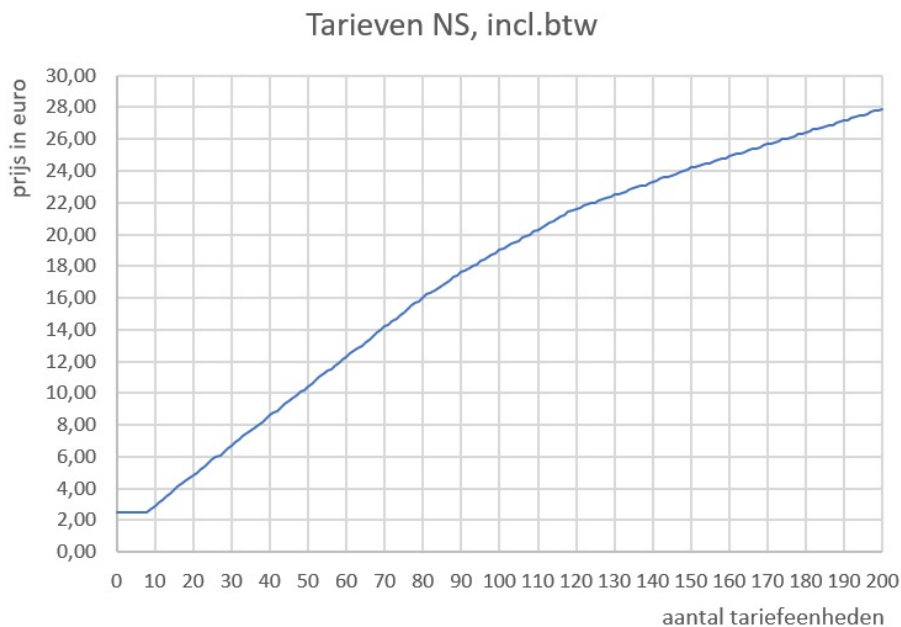
<i>aantal pennen</i>	100	200	400	600	800
<i>prijs per pen (euro)</i>	1,00	0,80	0,60	0,50	0,45

Tabel 8

- Teken de grafiek bij het verband tussen de variabelen *aantal pennen* en *prijs per pen*.
- Je bestelt honderd pennen. Hoeveel betaal je per pen? En hoeveel betaal je in totaal?
- Maak nu zelf een tabel en een grafiek bij het verband tussen *aantal pennen* en *totale kosten*.
- Het bedrijf beweert: "Hoe meer pennen u bestelt, hoe goedkoper u uit bent." Is deze uitspraak juist? Licht je antwoord toe.
- Waarom is de grafiek van het verband tussen *aantal pennen* en *totale kosten* geen rechte lijn?

Toepassen

Hier zie je een grafiek van de tarieven van de NS (Nederlandse Spoorwegen) voor 2022. Er wordt een prijs gerekend voor het reizen van een bepaald aantal tariefeenheden. Zo'n tariefeenheid komt vaak (maar niet altijd) overeen met het aantal km, afgerond op een geheel getal. Dus een reis van 19,3 km betekent dat je 19 tariefeenheden reist en een reis van 19,5 km betekent dat je er 20 reist.



Figuur 7

Met deze figuur kun je nu de prijzen schatten. Echt berekenen is nog lastig...

Opgave 10: Kosten reis met NS (1)

Bekijk het verhaal over de tarieven van de NS in [Toepassen](#).

- Tussen welke twee variabelen geeft de grafiek het verband weer? Noem ook de eenheden.
- Hoeveel betaal je als je 19,6 km reist en het afgeronde aantal km overeen komt het aantal tariefeenheden?
- Waarom loopt de grafiek de eerste 8 tariefeenheden horizontaal?
- De grafiek loopt als een trap met treden omhoog. Waarom is dat?

Opgave 11: Kosten reis met NS (2)

Bekijk nog eens het verhaal over de tarieven van de NS in [Toepassen](#).

Vanaf 8 tariefeenheden wordt de prijs per tariefeenheid ongeveer met een vast bedrag hoger.

- Met welk bedrag ongeveer?
- Hoe zou je iemand hiermee de kosten voor een treinreis van 56 km voorrekenen?

Testen

Opgave 12

Bij een fietsenverhuurbedrijf kun je fietsen huren voor een of meerdere dagen.


Voor € 6,00 huur je één dag een fiets.

- Tussen welke twee variabelen is hier een verband?
- Hoeveel betaal je als je drie dagen een fiets huurt?
- Hoeveel betaal je als je een week een fiets huurt?
- Maak nu zelf een tabel en een grafiek bij de *totale prijs* voor het huren van een fiets.



© 2023

Deze paragraaf is een onderdeel van het Math4All wiskundemateriaal.

Math4All stelt het op prijs als onvolkomenheden in het materiaal worden gemeld en ideeën voor verbeteringen in de content of dienstverlening kenbaar worden gemaakt. Klik op  in de marge bij de betreffende opgave. Uw mailprogramma wordt dan geopend waarbij het emailadres en onderwerp al zijn ingevuld. U hoeft alleen uw opmerkingen nog maar in te voeren.

Email: f.spijkers@math4all.nl

Met de Math4All Foliostroaat kunnen complete readers worden samengesteld en toetsen worden gegenereerd. Docenten kunnen bij a.f.otten@math4all.nl een gratis inlog voor de maatwerkdienst aanvragen.
