

---

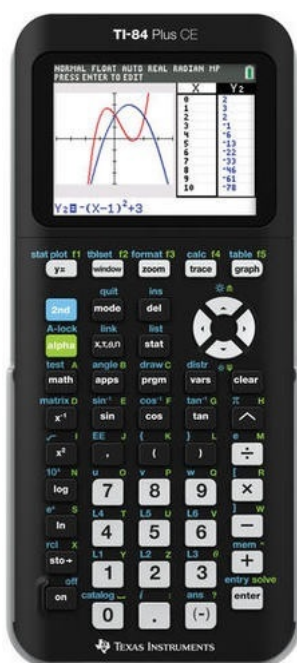
# Integralen en de TI-84

Met de TI-84 kun je eenvoudig integralen berekenen. Je kunt echter ook Riemansommen laten berekenen.

Loop eerst de practica: **Functies en de TI-84** en **Rijen en de TI-84** door.

## Inhoud

- |   |                      |   |
|---|----------------------|---|
| 1 | Integralen benaderen | 2 |
| 2 | Ondersom en bovensom | 3 |



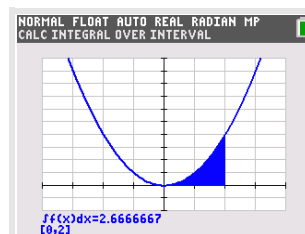
# 1 Integralen benaderen

Met de TI-84 kun je integralen rechtstreeks berekenen (benaderen) vanuit het functievoorschrift m.b.v. het CALC-menu. Dat CALC-menu vind je via **2ND** **TRACE**.

Neem de functie  $f(x) = x^2$ .

Stel je voor dat je de integraal van deze functie over het interval  $[0,2]$  wilt weten. Je wilt dus berekenen:  $\int_0^2 x^2 dx$ .

- Druk op **Y=** en vul  $f(x)$  in bij Y1.
- Stel als venster bijvoorbeeld  $-4 \leq x \leq 4$  bij  $-2 \leq y \leq 10$  in en bekijk de grafiek.
- Druk op **2ND** **TRACE** en kies in het CALC-menu 7:  $\int f(x) dx$ .
- Je krijgt dan de grafiek te zien en een vraag naar de linkergrens (Lower Limit ?) van het gebied onder de grafiek waarvan je de integraal wilt bepalen. Loop met je cursor naar het gewenste punt, of toets de gewenste x-waarde en **ENTER**.
- Vervolgens wordt de rechtergrens (Upper Limit ?) gevraagd. Voer de gewenste waarde in en **ENTER**.



Het bedoelde gebied wordt nu ingekleurd en de benadering van de integraal komt onderaan het scherm in beeld.

Je vindt als alles goed gaat 2,6667 (Wat je natuurlijk net zo eenvoudig door primitiveren had kunnen vinden.)

Met **2ND** **PRGM** (DRAW-menu) en 1: ClrDraw haal je de inkleuring weer weg.

Oefen jezelf met lastiger functies, met name met functies die je moeilijk of niet kunt primitiveren. Bekijk ook nog eens het verschil tussen de oppervlakte tussen de grafiek en de x-as op een bepaald interval en de bijbehorende integraal.

Een andere manier om deze integraal te berekenen is via het MATH-menu:

- Kies **MATH** en dan 9: fnInt(.
- Vul nu de integraal in zoals hij hierboven beschreven staat, dus  $\int_0^2 x^2 dx$ .
- Toets **ENTER** om de benadering uit te voeren.

Ga na, dat je ook nu 2,666... vindt.



## 2 Ondersom en bovensom

De integraal van de grafiek van  $f(x) = x^2$  op het interval  $[0,2]$  kun je benaderen door dit interval per eenheid in  $n$  gelijke deelintervallen te verdelen (in totaal zijn er op  $[0,2]$  dus  $2n$  deelintervallen).

Omdat deze functie op dit interval overal stijgend is, is de **ondersom** gelijk aan:

$$\underline{S}_n = \sum_{k=0}^{2n-1} \frac{1}{n} \cdot \left(\frac{k}{n}\right)^2$$

De **bovensom** is:

$$\overline{S}_n = \sum_{k=1}^{2n} \frac{1}{n} \cdot \left(\frac{k}{n}\right)^2$$

Het gaat hierbij dus om sommen van de rij  $t_k$  met directe formule:

$$t_k = \frac{1}{n} \cdot \left(\frac{k}{n}\right)^2$$

Voor  $n$  worden steeds verschillende getallen gekozen, afhankelijk van het aantal deelintervallen waarin je  $[0,2]$  verdeelt.

De ondersom en de bovensom kunnen als rijen getallen worden ingevoerd:

- Voer in de seq-mode het functievoorschrift van de ondersom:

$$u(n) = \sum_{k=0}^{2n-1} \frac{1}{n} \cdot \left(\frac{k}{n}\right)^2 \text{ en de bovensom: } v(n) = \sum_{k=1}^{2n} \frac{1}{n} \cdot \left(\frac{k}{n}\right)^2 \text{ in.}$$

- Ga in eerst naar  $\text{Y=}$  en haal de sommatie op bij  $\text{MATH}$  0: summation  $\Sigma$  en  $\text{ENTER}$ .
- Vul dit vervolgens in zoals je in de figuur ziet, de  $K$  krijg je via  $\text{ALPHA}$   $($ .
- Doe dit voor beide rijen en bekijk hun grafieken en tabellen.

Je ziet, dat ondersom en bovensom elkaar naderen naarmate  $n$  groter wordt.

Denk er om dat deze werkwijze alleen opgaat bij functies die op het hele integratieinterval stijgend zijn of op het hele integratieinterval dalend zijn! Is dit niet het geval dan kun je niet met rijen werken.

### Even oefenen

Oefen het benaderen van integralen met onder- en bovensommen.



NORMAL FLOAT AUTO REAL RADIAN MP			
Plot1	Plot2	Plot3	
$nMin=0$			
$\Sigma_{k=0}^{2n-1} (1/n * (K/n)^2)$			
$u(nMin) \{0\}$			
$\Sigma_{k=1}^{2n} (1/n * (K/n)^2)$			
$v(nMin) \{0\}$			
$w(n) \{ \}$			

NORMAL FLOAT AUTO REAL RADIAN MP			
PRESS + FOR $\Delta$ Tb1			
$n$	$u(n)$	$v(n)$	
0	0	0	
1	1	5	
2	1.75	3.75	
3	2.037	3.3704	
4	2.1875	3.1875	
5	2.28	3.08	
6	2.3426	3.0093	
7	2.3878	2.9592	
8	2.4219	2.9219	
9	2.4486	2.893	
10	2.47	2.87	

$n=0$

