

Veranderingen en de NumWorks

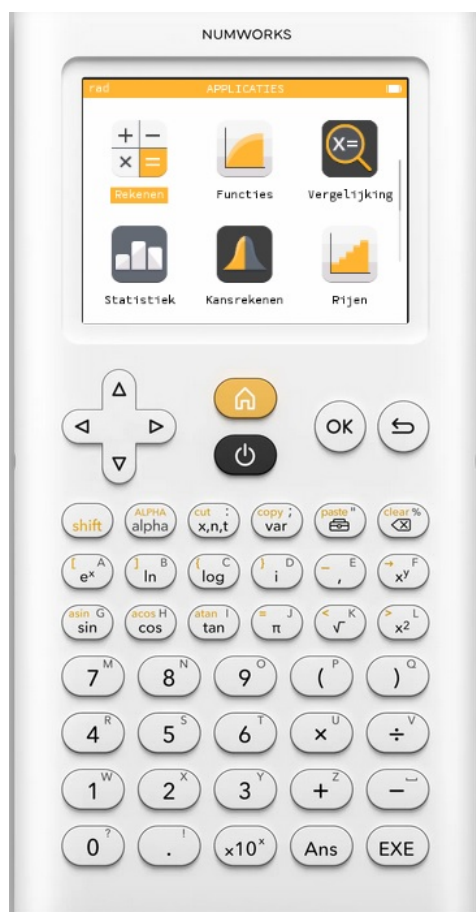
De NumWorks kan je behulpzaam zijn bij berekeningen aan veranderingen en differentiëren. **Deze versie is van juli 2024.**

Loop eerst van het practicum **Basistechnieken NumWorks** de delen "Grafieken tekenen" en "Tabel maken" door.

Loop daarna van het practicum **Functies en de NumWorks** het deel "Functies combineren" door.

Inhoud

1	Tabel met toenames van een functie maken	2
2	dy/dx bij een waarde van x berekenen	3
3	De afgeleide tekenen via differentiequotiënt	4
4	De afgeleide tekenen via differentiaalquotiënt	5



1 Tabel met toenamen van een functie maken

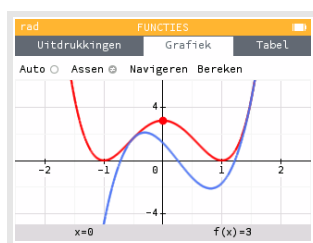
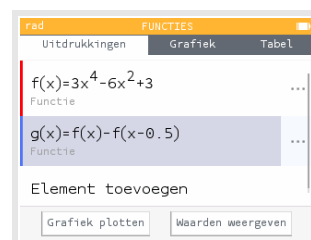
Je gaat een tabel met toenamen maken van de functie $y = 3x^4 - 6x^2 + 3$ op het interval $[-2,2]$ en met stapgrootte 0,5.

Het gaat als volgt:

- Ga naar het menu **FUNCTIONIES** en voer $3x^4 - 6x^2 + 3$ in en **EXE**.
- Je krijgt nu $f(x) = 3x^4 - 6x^2 + 3$ te zien.
- Bekijk de grafiek met stel de assen in: $-2,5 \leq x \leq 2,5$ bij $-6 \leq y \leq 6$.

Bedenk dat je om de toename te berekenen, steeds een functiewaarde en zijn "vorige" functiewaarde van elkaar moet aftrekken.

- Voer daarom vervolgens $g(x) = f(x) - f(x - 0.5)$ in.
- Bekijk beide grafieken.
- Ga naar "Tabel", stel hem in op X begin = -2, X einde = 2 en Stap = 0.5 en "Bevestig".



x	f(x)	g(x)
-2	27	-55.6875
-1.5	4.6875	-22.3125
-1	0	-4.6875
-0.5	1.6875	1.6875
0	3	1.3125
0.5	1.6875	-1.3125
1	0	-1.6875

Bekijk de tabel, controleer de onderstaande waarden en neem de overige waarden over in een eigen tabel:

x	-2	-1,5	-1	-0,5	0	0,5	1	1,5	2
Δy	geen*)				1,3				22,3

Hiermee kun je een toenamediaagram tekenen.

*) Voor de berekening van Δy bij $x = 2$, heb je $f(-2,5)$ nodig. Omdat het interval bij -2 begint, hoeft de waarde niet te berekenen. Je hoeft immers niet buiten het interval te rekenen.





2 dy/dx bij een waarde van x berekenen

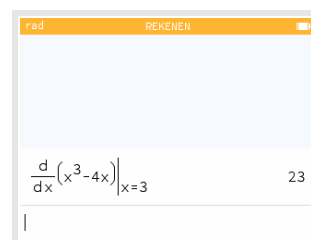
De volgende omschrijvingen betekenen allemaal hetzelfde:

- De helling van de grafiek van $y = f(x)$ in een bepaald punt.
- Het hellingsgetal of de hellingwaarde van $y = f(x)$ voor een bepaalde waarde van x .
- Het differentiaalquotiënt van $y = f(x)$ voor een bepaalde waarde van x .
- De afgeleide $f'(x)$ van $y = f(x)$ voor een bepaalde waarde van x .
- Het hellingsgetal of de hellingwaarde van $y = f(x)$ voor een bepaalde waarde van x .
- $\frac{dy}{dx}$ of $\frac{df(x)}{dx}$ voor een bepaalde waarde van x .

Hier ga je de functie $y = x^3 - 4x$ gebruiken en de afgeleide berekenen voor $x = 3$.





In het menu **REKENEN** gaat dat zo:

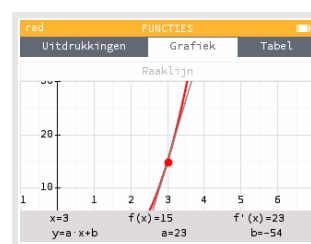
- Ga met  naar de Toolbox en dan naar "Differentiaalrekening" en kies $\frac{d}{dx}(f(x))_{x=a}$ (Afgeleide) en .
- Vul de gegeven waarden in zoals in de figuur hiernaast.



Het differentiaalquotiënt van $f(x)$ is voor $x = 3$ dus gelijk aan 23.

In het menu **FUNCTIES** gaat dat zo:


- Voer de functie $f(x) = x^3 - 4x$ in en bekijk de grafiek.
- Druk  en stel in $x = 3$ en .
- Druk weer , kies "Vinden" en "Raaklijn" en .
- Onderin het scherm vind je onder andere $x = 3$ en $f'(x) = 23$.




Het differentiaalquotiënt van $f(x)$ is voor $x = 3$ dus gelijk aan 23.

Verder zie je ook meteen de vergelijking van de raaklijn $y = 23x - 54$.

Je ziet ook de raaklijn zelf, maar helaas niet met erg geschikte vensterinstellingen.

Je kunt bij elke functie f ook direct een tabel voor de afgeleide waarden $f'(x)$ krijgen. Daarvoor ga je naar het tabblad "Tabel" en kies je met de pijltjestoetsen de kolom $f(x)$. Je gaat op $f(x)$ staan en .

Dan zie je een scherm waarin je via "Afgeleiden" de "Eerste afgeleide waarde" (het hellingsgetal) aan kunt zetten door  te drukken. Met de terugtoets ga je dan naar de tabel terug, waarin je nu ook een kolom met hellingsgetallen ziet.



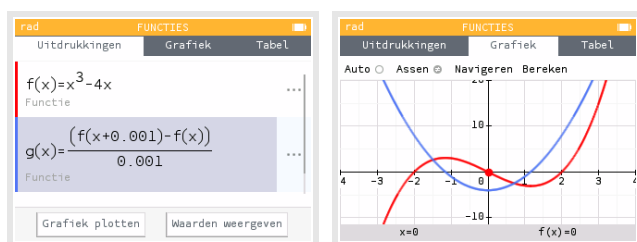
3 De afgeleide tekenen via differentiequotiënt

Je kunt ook direct je grafische rekenmachine een goede benadering van de hellingsgrafiek laten tekenen. Daartoe laat je hem voor willekeurige x het differentiaalquotiënt benaderen door een differentiequotiënt op het interval $[x; x + 0,001]$ en daarvan een grafiek maken.

Ga naar het menu **FUNCTIONS** en gebruik de functie $f(x) = x^3 - 4x$.

- Voer een nieuwe functie $g(x) = \frac{f(x+0.001)-f(x)}{0.001}$ in.
- Bekijk beide grafieken.

De blauwe grafiek is die van de (benadering van de) afgeleide $f'(x)$.



4 De afgeleide tekenen via differentiaalquotiënt

Je kunt ook direct je grafische rekenmachine een goede benadering van de hellingsgrafiek laten tekenen. Daartoe laat je hem voor willekeurige x het differentiaalquotiënt berekenen en daarvan een grafiek maken.

Ga naar het menu **FUNCTIONS** en gebruik de functie $f(x) = x^3 - 4x$.

- Voer een nieuwe functie $g(x)$ in en $\textcircled{\text{OK}}$.
- Ga naar de Toolbox en dan naar "Differentiaalrekening" en kies $\frac{d}{dx}(f(x))_{x=a}$ (Afgeleide) en $\textcircled{\text{OK}}$.
- Vul dan in $f(x)$, x en x en $\textcircled{\text{OK}}$.
- Bekijk beide grafieken.

De groene grafiek is die van de afgeleide $f'(x)$.

