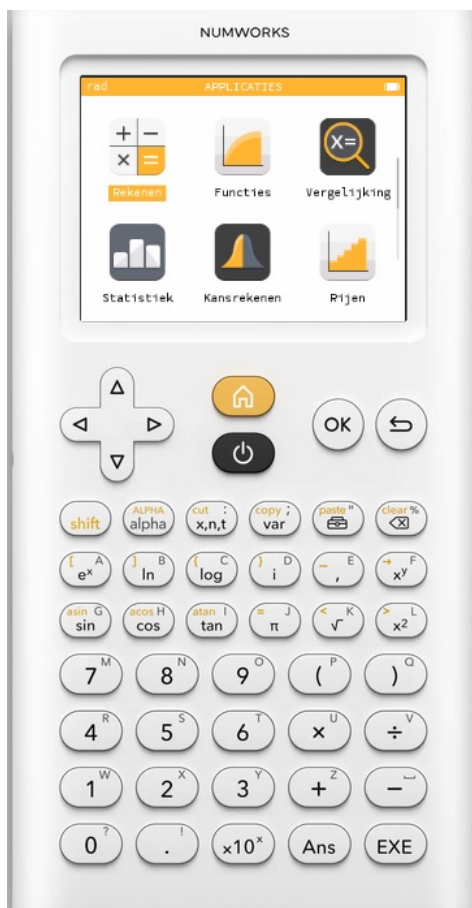

Simulaties en tellen en de NumWorks

De NumWorks kan je behulpzaam zijn bij het bepalen van kansen. Hij kan simulaties van kansexperimenten uitvoeren en je helpen bij het tellen van mogelijkheden. **Deze versie is van juli 2024.**

Loop eerst het practicum: **Basistechnieken NumWorks** door.

Inhoud

1	Simuleren	2
2	Werpen met dobbelstenen simuleren	3
3	Permutaties en combinaties	4



1 Simuleren

Het werpen met een dobbelsteen kun je **simuleren met toevalsgetallen**.

Dat doe je in het menu **REKENEN** met behulp van de "Toolbox":

- ga naar het Rekenen-menu en open de Toolbox;
- ga met de pijltjestoetsen naar "Kansrekenen" en "Aselect";
- kies "random()" en **OK** of **EXE**;
- blijf op **OK** of **EXE** drukken zolang je wilt.

Je krijgt zo toevalsgetallen tussen 0 en 1 (in zeven decimalen).

Als je toevalsgetallen tussen 0 en 2 wilt, dan vermenigvuldig je ze met 2.

In het rekenscherm doe je: $2 * \text{random}()$.

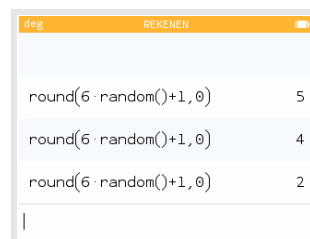
Als je gehele toevalsgetallen vanaf 1 t/m 6 wilt, dan vermenigvuldig je ze met 6, tel je er 1 bij op en rond je af op 0 decimalen. Dat afronden vind je bij "Decimale getallen" in de Toolbox.

In het rekenscherm doe je: $\text{round}(6 \times \text{random}() + 1, 0)$.

Maar deze gehele toevalsgetallen vanaf 1 t/m 6 kun je gemakkelijker krijgen door $\text{randint}(a,b)$ te gebruiken.

Voor de simulatie van 10 keer werpen met een dobbelsteen ga je dan zo te werk:

- ga naar het Rekenen-menu en open de Toolbox;
- ga met de pijltjestoetsen naar "Kansrekenen" en "Aselect";
- kies " $\text{randint}(a,b)$ " en **OK** of **EXE**;
- er komt $\text{randint}(,)$ in je rekenscherm, voer daarin 1 en 6 in (pijltjestoetsen);
- druk op **OK** of **EXE** en herhaal dit tot je 10 willekeurige getallen vanaf 1 t/m 6 hebt.



Formule	Resultaat
$\text{round}(6 \cdot \text{random}() + 1, 0)$	5
$\text{round}(6 \cdot \text{random}() + 1, 0)$	4
$\text{round}(6 \cdot \text{random}() + 1, 0)$	2



Formule	Resultaat
$\text{randint}(1, 6)$	3
$\text{randint}(1, 6)$	2
$\text{randint}(1, 6)$	3
$\text{randint}(1, 6)$	6



2 Werpen met dobbelstenen simuleren

Om met behulp van simulaties kansen te bepalen, moet je gemakkelijk kunnen tellen hoe vaak elk getal in je simulatie voor komt. Je maakt dan van je toevalsgetallen een frequentietabel.

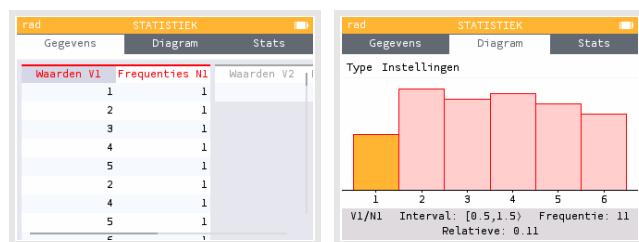
Werpen met één dobbelsteen

Stel je voor dat je 100 keer met een dobbelsteen gooien wilt simuleren en zo de kans wilt bepalen op het gooien van een 5. Je doet dan het volgende:

- Ga naar het menu **STATISTIEK** en ga in de tabel (zie bovenste figuur) naar "Waarden V1" en **OK** of **EXE**.
- Ga naar "Vul met een formule" en **OK** of **EXE** en kies $\{random(...)\}_{k \leq 10}$ en **OK**.
- Pas met behulp van de **paste** \rightarrow "Kansrekenen" \rightarrow "Aselect" de formule aan naar $\{randint(1,6)\}_{k \leq 100}$ en **OK**.

Je krijgt daarmee een lijst met 100 worpen met een dobbelsteen. Ga je weer naar "Waarden V1" en kies je na **OK** voor "Sorteren", dan wordt de tabel gesorteerd.

Maar sneller ga je bovenaan de tabel naar "Diagram" \rightarrow "Histogram" en je krijgt de simulatie mooi in beeld.



Voer zelf zo'n simulatie uit.

Werpen met twee dobbelstenen

Als je bij het werpen met twee dobbelstenen de kans wilt bepalen op een bepaald aantal ogen dat op beide stenen samen boven komt te liggen, hebben niet alle mogelijkheden een gelijke waarschijnlijkheid. Bij je simulatie moet je daarmee rekening houden: je simuleert elke dobbelsteen afzonderlijk en telt dan de uitkomsten bij elkaar. Een simulatie van 100 worpen met twee dobbelstenen gaat zo:

- Voer dezelfde simulatie uit als hiervoor maar voer nu in $\{randint(1,6) + randint(1,6)\}_{k \leq 100}$.

Voer zelf zo'n simulatie uit. Dit is natuurlijk gemakkelijk uit te breiden tot het werpen met drie dobbelstenen, of vier munten, etc. Zolang het maar niet over al te grote aantallen gaat...





3 Permutaties en combinaties

Het aantal **permutaties** van 6 elementen is het totale aantal mogelijke verwisselingen als alle 6 elementen verschillend van elkaar zijn.

Dat aantal permutaties is: $6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 6!$.




De NumWorks kan $6!$ direct berekenen:

- ga naar het menu **REKENEN**;
- voer eerst een 6 in en toets   of open de Toolbox en ga naar "Kansrekenen" ► "Combinatoriek" ▼ "faculteit".

Je ziet: $6! = 720$.

Bij het aantal **permutaties** van bijvoorbeeld 4 uit 10 gaat het om de mogelijke keuzes van 4 elementen waarvan de onderlinge volgorde ook belangrijk is uit 10 verschillende elementen, dus om $10 \times 9 \times 8 \times 7 = (10!)/(6!)$.

Je kunt dit met behulp van faculteiten berekenen. Maar je het kan ook zo:




- ga naar het menu **REKENEN**;
- open de Toolbox en ga naar "Kansrekenen" ► "Combinatoriek";
- kies "permute(n,k)" en  of .
- er komt permute(,) in je rekenschermb, voer daarin 10 en 4 in (pijltjestoetsen) en .

Je vindt: 5040. Ga na dat dit hetzelfde is als $10 \times 9 \times 8 \times 7$.

Bij het aantal **combinaties** van 4 uit 10 gaat het om de mogelijke keuzes van 4 elementen waarvan de onderlinge volgorde niet belangrijk is uit 10 verschillende elementen, dus om

$\frac{10!}{6! \cdot 4!}$. Je schrijft het als $\binom{10}{4}$.

Je kunt dit met behulp van faculteiten berekenen. Maar het kan ook zo:

- ga naar het menu **REKENEN**;
- open de Toolbox en ga met de pijltjestoetsen naar "Combinatoriek";
- kies " $\binom{n}{k}$ " en  of .
- er komt $\binom{\dots}{\dots}$ in je rekenschermb, voer daarin 10 en 4 in (pijltjestoetsen) en .

Je vindt: 210. Ga na dat dit hetzelfde is als $\frac{10!}{4! \cdot 6!}$.

Even narekenen

Wanneer je het aantal mogelijkheden moet berekenen als je 10 elementen verdeelt in een groep van 2, een groep van 3 en een groep van 5, dan bereken je:

- $\binom{10}{2} \cdot \binom{8}{3}$ of $\frac{10!}{2! \cdot 3! \cdot 5!}$.

Kijk maar eens of je uit allebei 2520 krijgt.

