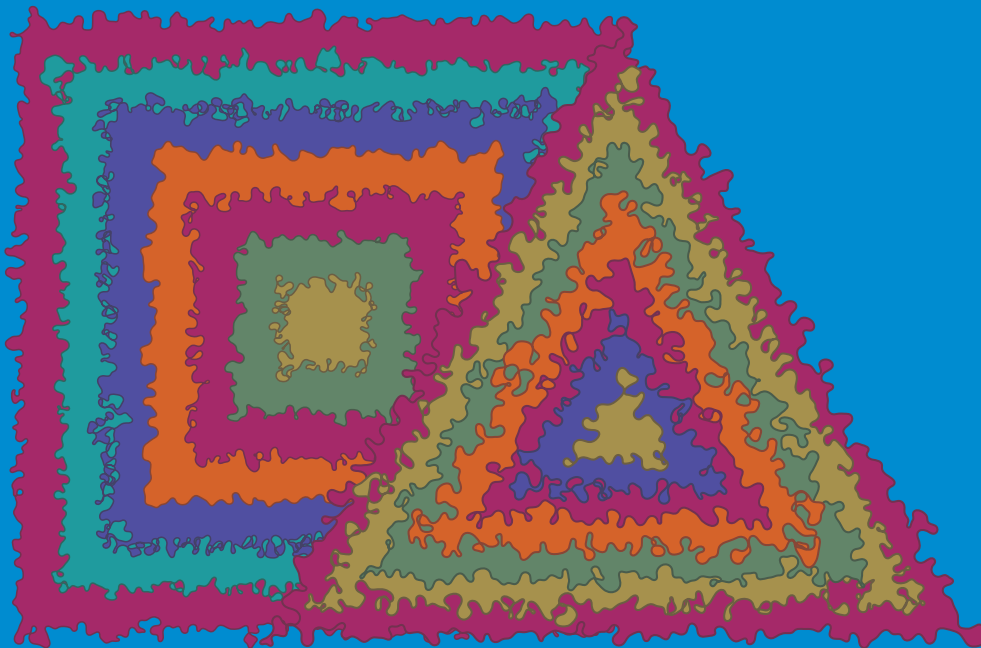


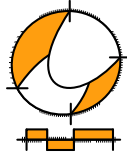
# Wiskunde / PGA

2 HAVO / VWO

## Exponentiële verbanden

ConTeXt College





© 2024

Het auteursrecht op dit lesmateriaal berust bij Stichting Math4All. Math4All is derhalve de rechthebbende zoals bedoeld in de hieronder vermelde creative commons licentie.

Het lesmateriaal is met zorg samengesteld en getest. Stichting Math4All aanvaardt geen enkele aansprakelijkheid voor onjuistheden en/of onvolledigheden in de module. Ook aanvaardt Math4All geen enkele aansprakelijkheid voor enige schade, voortkomend uit (het gebruik van) dit lesmateriaal

Voor deze module geldt een Creative Commons Naamsvermelding Niet Commercieel 3.0 Nederland Licentie. (zie <http://creativecommons.org/licenses/by/3.0>).

Dit lesmateriaal is open, gratis en vrij toegankelijk lesmateriaal afkomstig van Stichting Math4All en is speciaal ontwikkeld voor het vak wiskunde in het voortgezet onderwijs. Het lesmateriaal op de website [www.math4all.nl](http://www.math4all.nl) is afgestemd op kerndoelen wiskunde, tussendoelen wiskunde en eindtermen voor de vakken wiskunde A, B en C. Dit lesmateriaal is mediumneutraal ontwikkeld en op diverse manieren te bekijken en te gebruiken. Voor informatie en vragen kunt u contact opnemen via [info@math4all.nl](mailto:info@math4all.nl). Ook houden we ons altijd aanbevolen voor suggesties, verbeteringen en/of aanvullingen.

---

Het lesmateriaal in dit katern is gebaseerd op het materiaal dat je kunt vinden op de Math4All website [www.math4all.nl](http://www.math4all.nl). In de tekst staan dan ook regelmatig verwijzingen naar die website. Waar je precies moet zijn op die website kun je zien in de kopregel van iedere pagina.

Ieder hoofdstuk bestaat uit een aantal paragrafen en wordt steeds afgesloten met een paragraaf *Totaalbeeld* waar de leerstof wordt samengevat en/of herhaald.

## **PGA**

PGA staat voor 'probleemgestuurde aanpak'. Je werkt dan onder begeleiding van je docent in kleine groepjes aan wiskundige problemen en samen bouw je de theorie op en maak je er een overzicht van.

De PGA wordt ondersteund door verwerkings- en toepassingsopgaven waarmee je kunt nagaan of je de stof beheerst. Deze opgaven worden op drie niveaus aangeboden. De niveau aanduiding vind je terug in de marge.

- ★ het basale niveau, dat iedereen zou moeten behalen
- ★ ★ een iets pittiger niveau, waarin iets meer uitdaging zit en die je alleen hoeft te maken als je er genoeg tijd voor hebt
- ★ ★ ★ een bijzondere toepassing of een echt pittige opgave die je alleen maakt als de rest veel te gemakkelijk voor je was



---

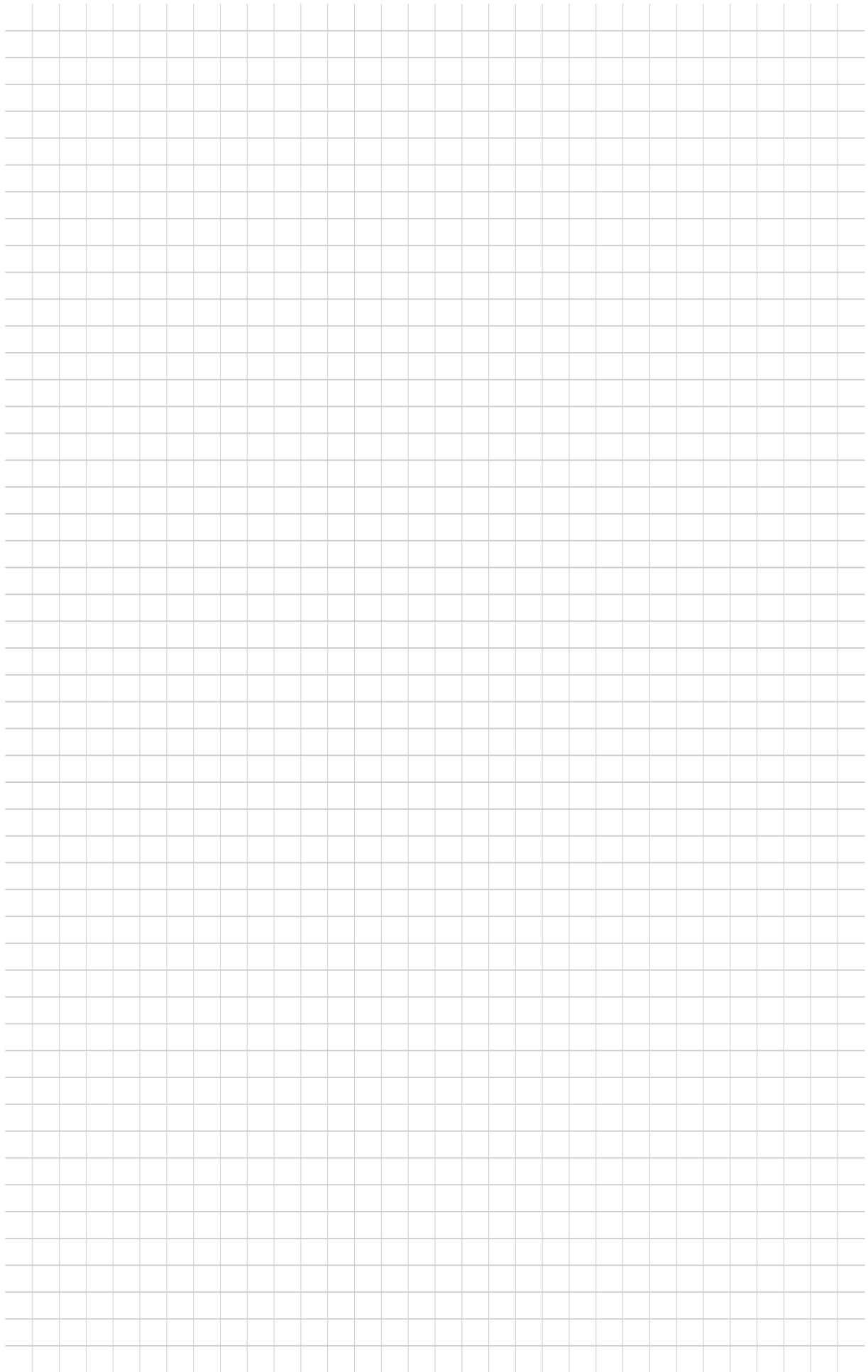
# 1

---

## Exponentiële verbanden

1.1	Groefactoren	6
1.2	Groepercentages	13
1.3	Exponentiële groei	19
1.4	Exponentieel verval	26
1.5	Exponentiële vergelijkingen	33
1.6	Totaalbeeld	39







## Theorie

### Om te onthouden

A large grid of graph paper with a light blue background and a fine grid of light gray lines, intended for taking notes or drawing graphs.



## Verwerken

### ★ Opgave 1.1

Er is een duidelijk verschil tussen lineaire en exponentiële groei.

- a Wat blijft bij lineaire groei gelijk?
- b Wat blijft bij exponentiële groei gelijk?

### ★ Opgave 1.2

Bedenk van de volgende situaties of sprake is van lineaire of exponentiële groei.

- a Het aantal vlinders neemt jaarlijks met 0,4% toe.
  - A. Lineaire groei
  - B. Exponentiële groei
- b De afstand van een boot tot de kust neemt toe met 25 mijl per uur.
  - A. Lineaire groei
  - B. Exponentiële groei
- c Het weefsel van een wever groeit in een uur met 3 cm.
  - A. Lineaire groei
  - B. Exponentiële groei
- d Van een fruitboom worden elk jaar van elke tak twee nieuwe takken behouden. Tel het aantal eindtakken.
  - A. Lineaire groei
  - B. Exponentiële groei

### ★ Opgave 1.3

Bekijk de tabel.

tijd $t$ in dagen	0	1	2	3	4	5	6	7
aantal $a$	483	532	591	660	732	811	903	1002

Tabel 1.1

- a Laat met berekeningen zien dat hier (bij benadering) sprake is van exponentiële groei.
- b Welk groeipercentage hoort er bij de tabel?
- c Welk aantal verwacht je als  $t = 9$ ?
- d Wanneer komt het aantal voor het eerst boven de 2000?

### ★ Opgave 1.4

De prijzen van levensmiddelen en luxe artikelen stijgen voortdurend. Daardoor wordt geld steeds minder waard. Het percentage waarmee de prijzen stijgen heet de prijsindex. Economen proberen de prijsindex laag te houden.

- a Hoeveel kost een artikel van €1000,00 na 1 jaar als de prijsindex 2,4% bedraagt?
- b En hoeveel na 2 jaar met een gelijkblijvende prijsindex?
- c Wanneer zal de prijs over twee jaar hoger zijn: als de prijsindex per jaar 2,4% is of als de prijsindex per twee jaar 4,8% is?
- d Hoeveel jaar zal het duren voor het artikel dat € 1000,00 kost, boven de € 1100,00 gaat kosten? Ga ervan uit dat de prijsindex 2,4% blijft.

★ **Opgave 1.5**

De bevolking van een stad Z bedraagt nu ongeveer 20000 mensen. Dat aantal groeit met 4% per jaar.

- a Maak een bijbehorende tabel van het aantal mensen in Z met als tijd  $t = 0, 1, 2$  en 3 jaren.
- b Vul aan: Of er in een tabel sprake is van exponentiële groei kun je nagaan door ...
- c Teken de grafiek die hoort bij de tabel bij a.

★ **Opgave 1.6**

Jan neemt een vel papier van het formaat A4. Hij scheurt het doormidden en legt de beide helften op elkaar. Hij scheurt de lagen nogmaals doormidden en legt de beide helften op elkaar. Dat doet hij nog vier maal. Als hij dan de helften op elkaar heeft gelegd, krijgt hij de lagen niet meer doormidden gescheurd.

- a Hoeveel lagen papier heeft hij inmiddels op elkaar?
- b Leg uit dat het aantal lagen papier exponentieel groeit.
- c Hoeveel bedraagt het vaste groeipercentage?

**Toepassen**

★★ **Opgave 1.7: Groei wereldbevolking in de 20e eeuw**

In de tabel en de grafiek is de bevolkingsgroei van de wereldbevolking in de 20<sup>e</sup> eeuw en het begin van de 21<sup>e</sup> eeuw weergegeven.

tijd (jaar)	1900	1910	1920	1930	1940	1950	1960	1970	1980	1990	2000	2010
bevolking (mld)	1,65	1,75	1,86	2,07	2,30	2,54	3,03	3,70	4,45	5,29	6,12	6,91

**Tabel 1.2**

- a Teken een bijpassende grafiek. Geeft de grafiek een lineair of een exponentieel verband weer? Licht je antwoord toe.
- b Bereken de toename vanaf 1970 per tien jaar. Rond af op één decimaal.
- c Laat zien, dat de toename van 1900 tot 1950 per tien jaar exponentieel is. Licht je antwoord toe met een berekening en rond de groeifactor af op één decimaal.
- d Klopt de bij c berekende groeifactor per tien jaar in één decimaal ook voor de periode 1950—1970?
- e Beantwoord vraag a nog eens met de berekeningen bij b en c.
- f Hoe groot is de wereldbevolking in 2030 als de groei in hetzelfde tempo doorgaat? Rond af op tientallen miljoen mensen.

★★★ **Opgave 1.8: Kettingbrief**

Iemand stuurt een brief naar 5 andere personen. In de brief staat de opdracht een kopie van de brief binnen een week weer naar 5 andere personen te sturen. Dus wordt het versturen van de brief telkens herhaald. Je noemt dit een kettingbrief. Als iedereen blijft meedoen en verschillende mensen niet naar dezelfde personen een brief sturen, groeit het aantal deelnemers aan een kettingbrief explosief. Ga daar in deze opgave van uit.

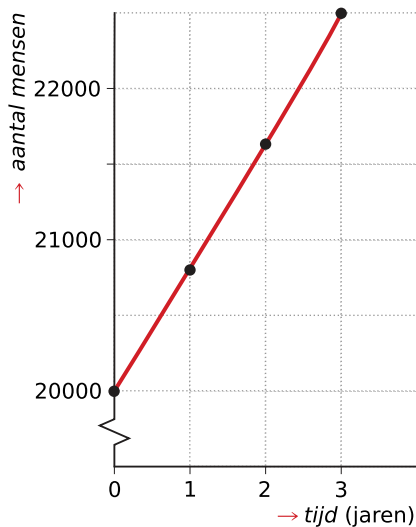
- a Leg uit dat hier sprake is van exponentiële groei van het aantal personen dat per keer een brief krijgt.
- b Hoe groot is de groeifactor?
- c De personen die een brief ontvangen van de vijf personen die de initiatiefnemer van de kettingbrief heeft aangeschreven, horen bij de tweede ronde.  
Hoeveel mensen zitten er in de tweede ronde?
- d In welke ronde worden er 625 brieven verstuurd?
- e Hoeveel brieven zijn er dan totaal verstuurd?
- f Leg uit waarom zo'n kettingbrief op den duur niet langer kan worden voortgezet, zelfs niet als iedereen wel een keer zou willen meedoen.

# Antwoorden

- 1.1 a** Het begingetal en de waarde die er elke stap bij wordt opgeteld.  
**b** Het begingetal en de groeifactor waarmee je elke stap vermenigvuldigt.
- 1.2 a** B  
**b** A  
**c** A  
**d** B
- 1.3 a** Het is bij benadering exponentiële groei met groeifactor ongeveer 1,11.  
**b** 11%  
**c** Ongeveer 1235.  
**d** Als  $t = 14$ .
- 1.4 a** € 1024,00.  
**b** € 1048,58.  
**c** Als de prijsindex 2,4% is.  
**d** In de loop van het vijfde jaar kom je boven de € 1100,00.
- 1.5 a** Zie de tabel.

tijd $t$ (in jaren)	0	1	2	3
aantal mensen in Z	20000	20800	21632	22497

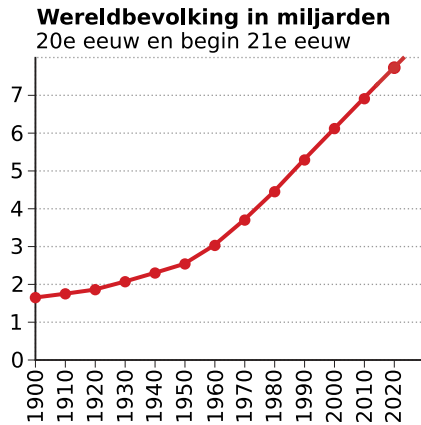
- b** steeds opeenvolgende uitkomsten op elkaar te delen en te kijken of daar (ongeveer) hetzelfde getal uitkomt.  
**c** Zie de figuur.



- 1.6 a** 64 lagen.  
**b** Elke keer verdubbelt het aantal lagen papier.  
**c** 100%.



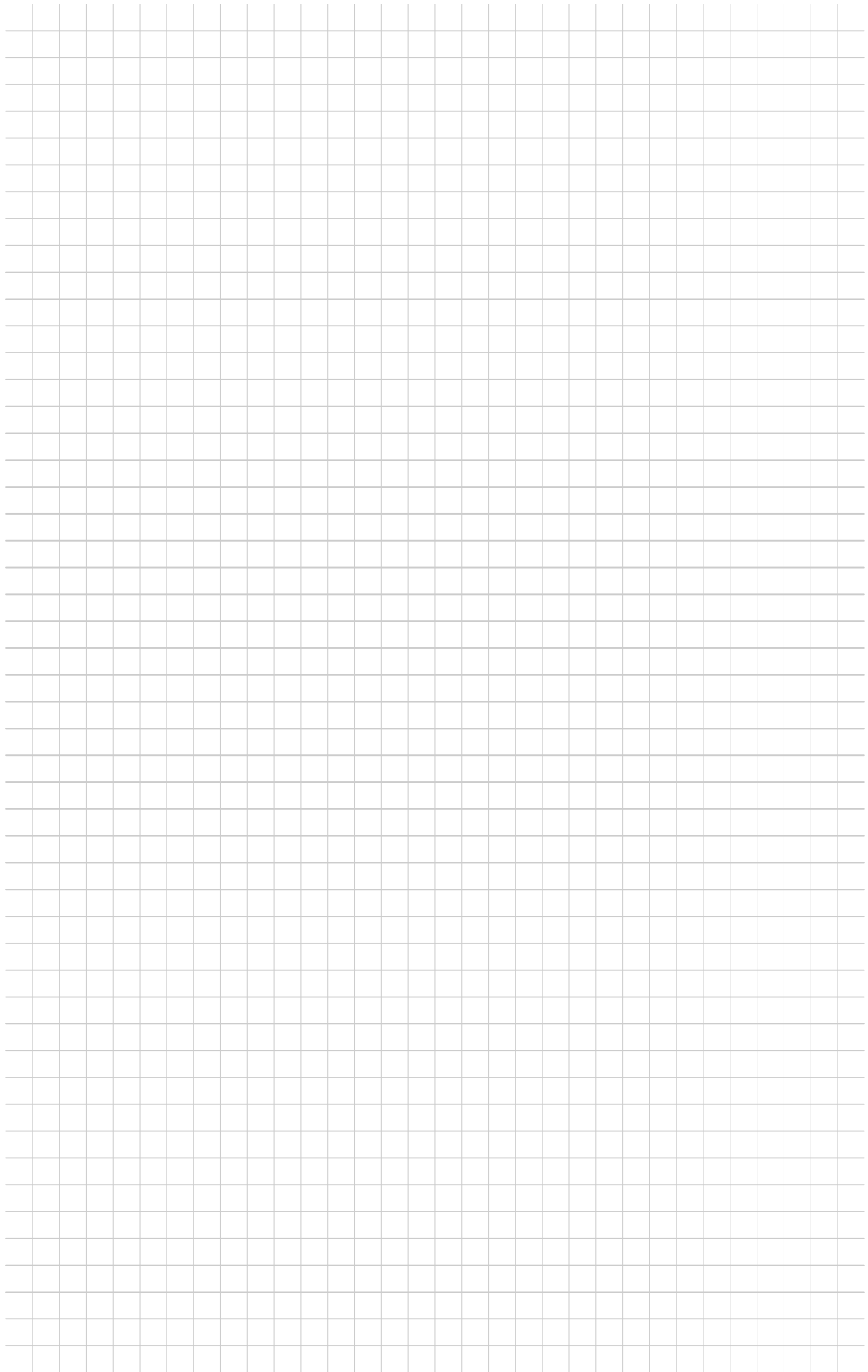
1.7 a Zie de figuur.



Tot 1970 is de grafiek een sneller stijgende lijn (waarschijnlijk exponentieel); vanaf 1970 is de grafiek een rechte lijn (lineair).

- b** Ongeveer 0,8 miljard mensen.
- c** De groeifactor per tien jaar is ongeveer 1,1.
- d** De groeifactor voor de periode 1950-1970 is groter dan de groeifactor voor de periode 1900-1950.
- e** 1900-1950: de grafiek is exponentieel met groeifactor 1,10.  
1950-1970: de grafiek is exponentieel, maar de groeifactor is hoger dan in de vijftig jaar ervoor, namelijk 1,2.  
1970-2020: de grafiek is lineair; de wereldbevolking groeit elke tien jaar met 0,8 miljard mensen.
- f** Wereldbevolking: 8510 miljoen mensen.
- 1.8 a Het aantal personen dat zo'n brief krijgt wordt telkens 5 keer zo groot als iedereen blijft meedoen.
- b** 5
- c** 25
- d** In de vierde ronde.
- e** 780
- f** Het aantal deelnemers gaat op zeker moment het aantal mensen overstijgen.







## Theorie

### Om te onthouden

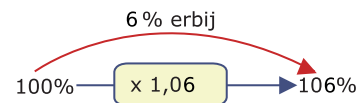
A large grid of graph paper with a light blue background and a fine grid of light gray lines, intended for taking notes or drawing graphs.

## Verwerken

### ★ Opgave 2.1

Bekijk de figuur.

- Hoe bereken je de groeifactor vanuit het groeipercentage?
- Hoe bereken je vanuit de groeifactor het groeipercentage?
- Je vermenigvuldigt met de groeifactor om de waarde een tijdseenheid verder te berekenen. Wat moet je doen als je een tijdseenheid teruggaat?



Figuur 2.2

### ★ Opgave 2.2

Bepaal in de volgende gevallen groeifactor en/of groeipercentage.

- Een kapitaal van € 1000,00 groeit met 4% per jaar.
- Het aantal vogels van een bepaalde soort is in een natuurgebied in de afgelopen tien jaar wel 1,5 keer zo groot geworden.

### ★ Opgave 2.3

In een weide staan ongeveer 600 paardenbloemen. Vorig jaar waren er ongeveer 500. Verondersteld wordt dat het aantal met een vast percentage groeit.

- Hoe groot is de groeifactor per jaar?
- Hoe groot is het groeipercentage?
- Hoeveel paardenbloemen zullen er over twee jaar zijn?
- Hoeveel paardenbloemen waren er drie jaar geleden?

### ★ Opgave 2.4

In het begin van een griepepidemie groeit het aantal ziektegevallen exponentieel. In een dichtbevolkte stad worden in de eerste week van februari 2346 ziektegevallen gemeld. De groeifactor per week is 1,45.

- Hoeveel bedraagt het groeipercentage per week?
- Bereken het aantal ziektegevallen een week later.
- Bereken het aantal ziektegevallen in de eerste week van maart als de ziekte zich in dit tempo blijft uitbreiden.

### ★★ Opgave 2.5

Het aantal personenauto's groeit exponentieel met de groei van de wereldbevolking mee. Het groeipercentage per drie jaar is 15%.

- Hoeveel bedraagt de groeifactor per drie jaar?
- Is de groei per jaar groter dan, kleiner dan of gelijk aan 5%? Leg uit hoe je aan je antwoord komt.
- Maak een schatting van het percentage per jaar in tienden van procenten nauwkeurig.

### ★★ Opgave 2.6

Iemand betaalt voor een studie € 3000,00 en sluit daarvoor een lening af. De rente is 0,5% per maand. De studieschuld wordt vier jaar na het afsluiten van de lening vastgesteld.

- Hoe groot is de groeifactor per maand?
- Bereken het bedrag dat na een jaar verschuldigd is.
- Hoeveel procent is de schuld in een jaar gestegen?
- Bereken de uiteindelijke studieschuld na vier jaar.
- Hoeveel procent rente betaal je dus over die vier jaar?



## Toepassen

### ★★ Opgave 2.7: Het Aziatisch lieveheersbeestje

Het Aziatisch veelkleurig lieveheersbeestje is bezig met een gigantische opmars. Nederland is al geheel gekoloniseerd en de soort rukt nog verder naar het noorden op. In gebieden waar de soort nieuw opduikt, zien we het voor kolonisatie gebruikelijke verloop. Aanvankelijk neemt de soort langzaam toe, om plotseling exponentieel te groeien. Deze groei is eindig, meestal daalt de stand weer om vervolgens op een lager pitje door te lopen.



Figuur 2.3 bron: Wikipedia

Op dit moment groeit het aantal lieveheersbeestjes in gebied A exponentieel met 5% per maand. Een maand geleden waren er in gebied A 250 lieveheersbeestjes.

- Hoe groot is de groeifactor per maand?
- Hoeveel lieveheersbeestjes zijn er op dit moment?
- Hoeveel lieveheersbeestjes waren er 2 maanden geleden?
- Wanneer komt het aantal lieveheersbeestjes voor het eerst boven de 500?
- Hoe groot is de groeifactor per jaar?
- Met hoeveel procent neemt het aantal lieveheersbeestjes in een jaar toe?

### ★★★ Opgave 2.8: Hypotheek

De meeste mensen die een huis kopen, lenen daarvoor geld bij een bank. Zo'n lening wordt een hypotheek genoemd. Er zijn verschillende hypotheekvormen. In deze opgave gaat het over een aflossingsvrije hypotheek. Je leent bij een bank voor 30 jaar een bedrag. Over dat bedrag betaal je elk jaar hypotheekrente aan de bank, maar je betaalt niets terug van het geleende bedrag. Na afloop van de 30 jaar betaal je het bedrag in één keer terug. Daar moet je dus voor sparen in die 30 jaar.

Mevrouw Everts heeft lang geleden een huis van € 250.000 gekocht. Ze heeft een aflossingsvrije hypotheek van € 250.000 met een looptijd van 30 jaar tegen een rentepercentage van 5,4% per jaar.

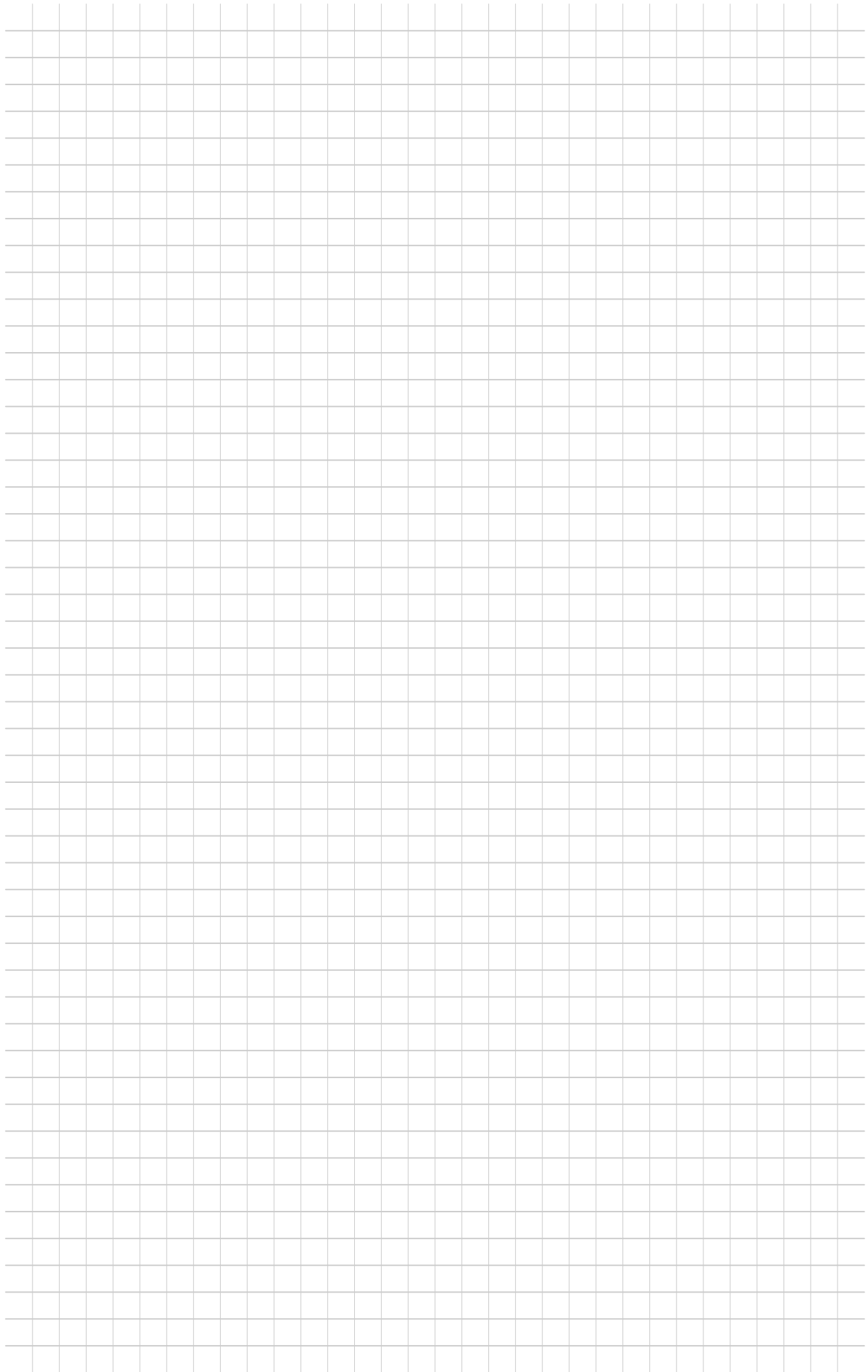
Van de belastingdienst krijgt ze elk jaar een deel van de betaalde hypotheekrente terug. Hoeveel je terugkrijgt, hangt af van je inkomen. Mevrouw Everts krijgt 30% van de betaalde hypotheekrente terug.

- Bereken voor mevrouw Everts hoeveel euro de jaarlijkse hypotheekrente na belastingteruggave bedraagt.  
Voordat zij het huis kocht, had ze € 40.000 gespaard. Dit bedrag heeft ze in een (belastingvrij) beleggingsfonds gestort. Zij hoopt dat dit bedrag na 30 jaar tot € 250.000 is gegroeid, zodat ze in één keer het geleende bedrag kan aflossen.
- Maak een schatting van het percentage waarmee de € 40.000 dan per jaar moet toenemen, uitgaande van exponentiële groei. Geef je antwoord in tienden van procenten nauwkeurig.

# Antwoorden

- 2.1 a** De groeifactor is 1,06.  
**b** Het groeipercentage is 6%.  
**c** Delen door de groeifactor.
- 2.2 a** 1,04 per jaar.  
**b** 50% over tien jaar.
- 2.3 a** 1,2  
**b** 20%.  
**c** 864 paardenbloemen.  
**d**  $\approx 347$  paardenbloemen.
- 2.4 a** 45%.  
**b**  $\approx 3402$  ziektegevallen.  
**c**  $\approx 10371$  ziektegevallen.
- 2.5 a** 1,15  
**b** Kleiner, want  $(1,05)^3 = 1,157625$  en dat is meer dan 15%.  
**c** Dat kun je met inklemmen doen. Je vindt ongeveer 4,8%.
- 2.6 a** 1,005  
**b** € 3185,03.  
**c** 6,2%.  
**d** € 3816,10.  
**e** Ongeveer 27%.
- 2.7 a** 1,05  
**b**  $250 \cdot 1,05 \approx 263$ .  
**c**  $\frac{250}{1},05 \approx 238$ .  
**d**  $250 \cdot 1,05^{14} \approx 495$  en  $250 \cdot 1,05^{15} \approx 520$   
Dus 15 maanden na afgelopen maand, dus over 14 maanden.  
**e**  $1,05^{12} \approx 1,796$ .  
**f** 79,6%.
- 2.8 a** 9450 euro.  
**b** 6,3%.







## Theorie

### Om te onthouden

A large grid of graph paper with a light blue background and a fine grid of grey lines, intended for taking notes or drawing graphs.



## Verwerken

### ★ Opgave 3.1

Het aantal inwoners groeit exponentieel met de formule  $A = b \cdot g^t$ .

Hierin is  $A$  het aantal inwoners en  $t$  de tijd in jaar.

Op  $t = 0$  zijn er 7000 inwoners. Het groeipercentage is 3% per jaar.

Kies het juiste antwoord.

- a** Hoe groot is het begingetal  $b$ ?
- A. 1,03
  - B. 3
  - C. 7000
- b** Hoe groot is de groeifactor  $g$ ?
- A. 1,0
  - B. 1,03
  - C. 1,07
- c** Welke formule hoort bij dit exponentiële verband?
- A.  $A = 7000 \cdot 1,03^t$  met  $A$  het aantal inwoners en  $t$  de tijd in jaar.
  - B.  $A = 1,03 \cdot 7000^t$  met  $A$  het aantal inwoners en  $t$  de tijd in jaar.
  - C.  $A = 7000 \cdot 1,03^t$  met  $A$  het aantal inwoners en  $t$  de tijd in maanden.
- d** Hoe groot is het aantal inwoners op  $t = 2$ ?
- A. 7210
  - B. 7426
  - C. 14420

### ★ Opgave 3.2

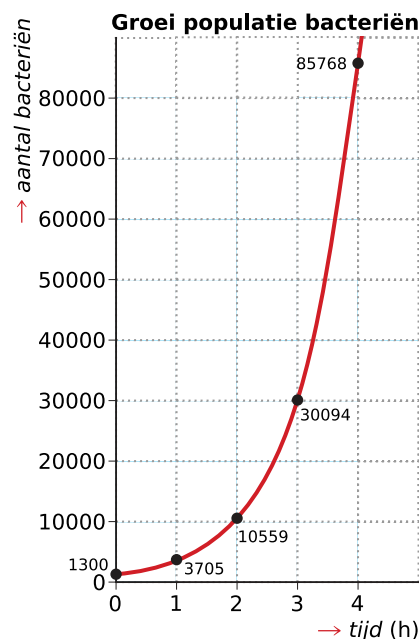
Als dieren uit andere streken in het wild worden losgelaten, kunnen ze een plaag worden, omdat ze geen natuurlijke vijanden hebben. Zo is op een eiland een konijnenplaag ontstaan. Vijf jaar geleden waren er 9000 konijnen geteld, nu zijn er 12600. Het aantal konijnen  $K$  groeit exponentieel.

- a** Stel de formule op voor  $K$  met als tijdseenheid vijf jaar. Neem aan dat vijf jaar geleden  $t = 0$ , dan is nu  $t = 1$ .
- b** Maak een tabel bij deze formule vanaf  $t = 0$  tot en met 25 jaar daarna en teken de bijbehorende grafiek.
- c** Hoeveel jaar na de eerste telling zijn er meer dan 100.000 konijnen op dit eiland?

★ **Opgave 3.3**

De grafiek geeft een exponentieel verband weer van de groei van een populatie bacteriën per uur.

Stel de formule op die bij de grafiek hoort, met  $A$  het aantal bacteriën.



**Figuur 3.2**

★ **Opgave 3.4**

Duizenden ratten eten in een gebied in Afrika alles op wat ze tegenkomen. De ratten eten ook de verbouwde gewassen op, zodat de inwoners vrezen voor een gebrek aan voedsel. Op 1 januari 2000 heeft men geschat dat er in een bepaald gebied in Afrika ongeveer 5000 ratten leven. Het aantal ratten neemt elk half jaar met 30% toe.

- a Geef de formule voor het aantal ratten  $R$  en de tijd  $t$  in halve jaren na 1 januari 2000.
- b Bereken het aantal ratten op 1 juli 2016. Rond af op duizendtallen.
- c Bereken met hoeveel procent het aantal ratten is toegenomen op 1 januari 2001 in vergelijking met 1 januari 2000.
- d Bereken in welk jaar het aantal ratten voor het eerst meer dan 1 miljard is als er niets tegen de exponentiële groei ondernomen wordt.

★ **Opgave 3.5**

Een schip heeft olie op zee geloosd. De olievlek groeit elk uur ongeveer met een kwart van zijn oppervlakte. Als hij wordt ontdekt is de vlek 50000 m<sup>2</sup> groot.

- a Stel de formule op voor het olieoppervlak  $O$  afhankelijk van de tijd  $t$  in uren.
- b Maak een grafiek van de groei van de olievlek gedurende een periode vanaf 3 uur vóór tot 3 uur na het ontdekken van de ramp.
- c Hoe groot zal de vlek 12 uur na het ontdekken ervan zijn geworden? Rond af op honderdtallen.
- d De olie werd 10 uur geleden geloosd. Hoe groot was de vlek toen? Rond af op tientallen.

**Toepassen**

★★ **Opgave 3.6: Radioactief uranium**

Bij radioactief uranium komen bij splijting van de kern twee kleine deeltjes vrij, die in staat zijn om bij botsingen met een uraniumkern een nieuwe splijting te veroorzaken. Dat is het principe van de eerste atoombom. Bij de splijting komt namelijk heel veel energie vrij.

- a Van elke tien kernen die splijten zullen zeventien deeltjes binnen 0,01 microseconde een nieuwe kern splijten. Ga uit van tien kernen op  $t = 0$  en stel de formule op voor het aantal splijtende kernen  $R$  met als tijdseenheid 0,01 microseconde.
- b Hoeveel kernen zullen na 1 microseconde splijten?

★★ **Opgave 3.7: Reuzenpadden in Australië**

In 1935 werden 102 reuzenpadden uit Hawaï overgebracht naar Australië. In 2021 waren de dieren verspreid over een gebied van 0,5 miljoen km<sup>2</sup> met gemiddeld 2000 exemplaren per hectare (hm<sup>2</sup>).

- a Bereken het aantal reuzenpadden in 2021 in Australië in miljoen. De populatie reuzenpadden is exponentieel gegroeid van 1935 tot 2021.
- b Controleer dat het groeipercentage per jaar van het aantal reuzenpadden in Australië ongeveer 27,2 is.
- c Geef de formule voor de groei van het aantal reuzenpadden in Australië in de periode 1935 tot 2021.
- d De exponentiële groei zet op deze manier door. Het aantal reuzenpadden per hectare blijft echter ongeveer gelijk. Wanneer zullen de reuzenpadden zich over een oppervlakte van 2 miljoen km<sup>2</sup> verspreid hebben?



**Figuur 3.3** Bron: Wikipedia



# Antwoorden

3.1 a C

b B

c A

d B

3.2 a  $K = 9000 \cdot (1,4)^t$ .

b Zet bij de horizontale as zowel de waarden van  $t$  als het aantal jaar na  $t = 0$ . Neem op de verticale as  $K = 0, 10000, 20000, 30000$ , tot en met  $120.000$ .

c 36 jaar na  $t = 0$ .

3.3  $A = 1300 \cdot 2,85^t$

3.4 a  $R = 5000 \cdot 1,3^t$

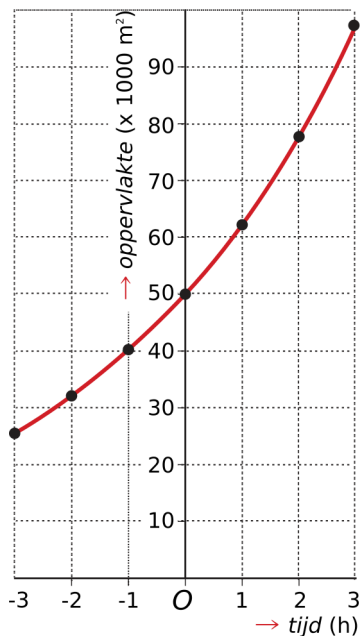
b  $\approx 28781000$ .

c 69%.

d In 2023.

3.5 a  $O = 50000 \cdot (1,25)^t$  met  $t = 0$  op het moment dat de vlek wordt ontdekt.

b Zie de figuur.



c  $\approx 727596 \text{ m}^2$ .

d  $\approx 5369 \text{ m}^2$ .

3.6 a  $R = 10 \cdot (1,7)^t$

b  $\approx 1,109 \cdot 10^{24}$  kernen.

3.7 a Er zijn in 2021 zo'n  $10^5$  miljoen reuzenpadden.

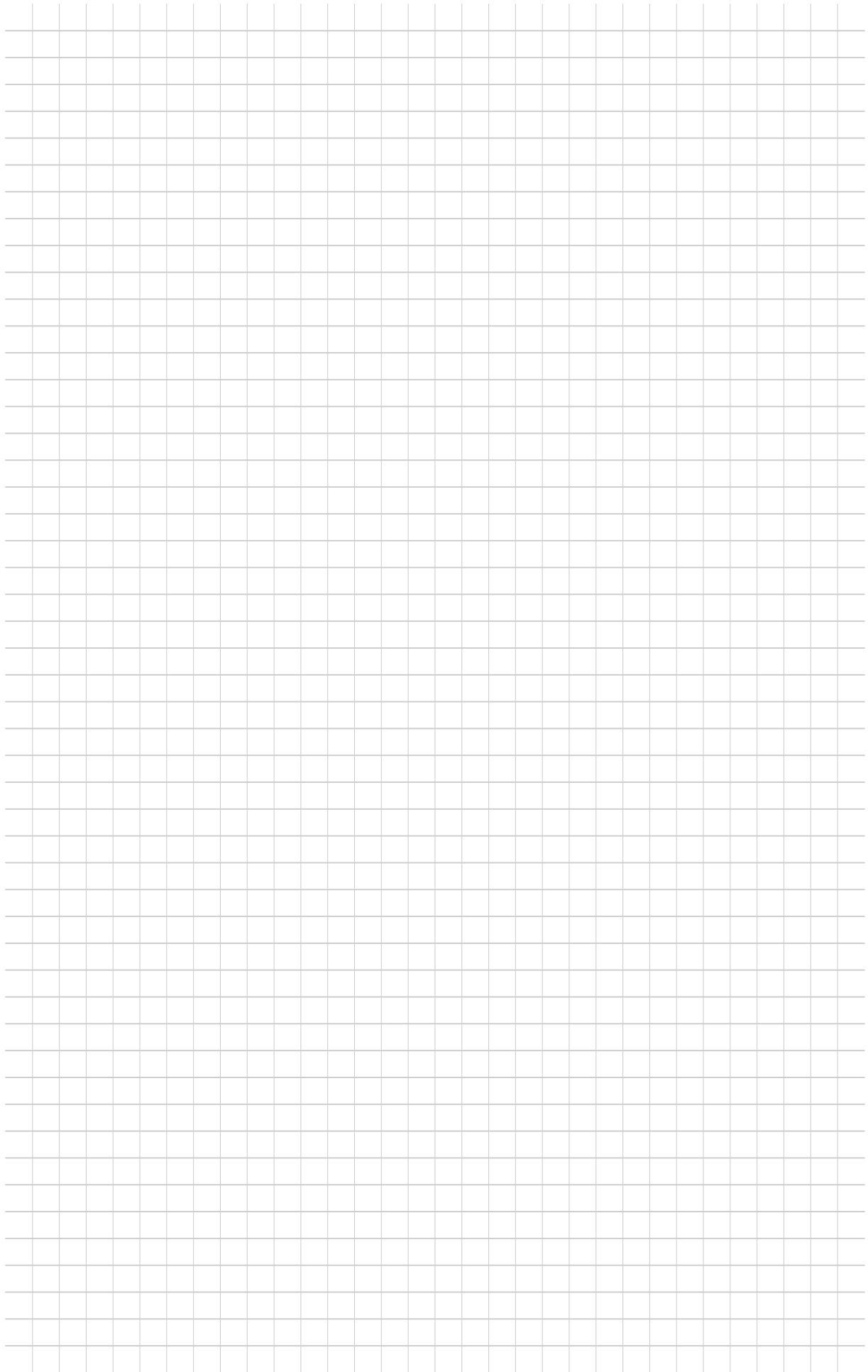
b Denk om het afronden.

c  $R = 102 \cdot 1,272^t$ .

Hierin is  $R$  het aantal reuzenpadden en  $t$  de tijd in jaar met  $t = 0$  in 1935.

d 92 jaar na 1935, dus in 2027.







## Theorie

### Om te onthouden

A large grid of graph paper with a light blue background and a grid of thin grey lines. The grid is intended for students to write down their theory or notes on exponential decay.

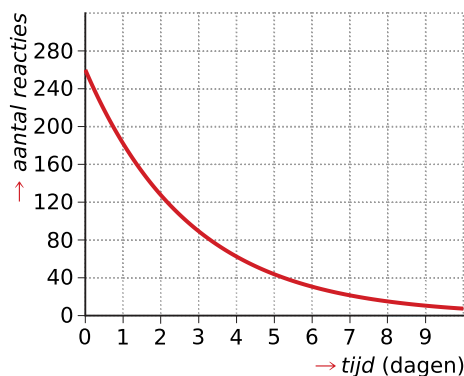
## Verwerken

### ★ Opgave 4.1

Bekijk de grafiek met het aantal reacties op een blog op internet.

Welke uitspraken zijn waar?

- A. Er is sprake van een exponentiële toename.
- B. Er is sprake van een exponentiële afname.
- C. Er is sprake van exponentieel verval.
- D. Er is sprake van een lineaire afname.



Figuur 4.2

### ★ Opgave 4.2

Het aantal inwoners van een dorp op  $t = 0$  is 7000. Dit dorp heeft te maken met procentuele afname van het aantal inwoners van ongeveer 0,5% per jaar. Je kunt bij dit verval een formule opstellen van de vorm  $A = b \cdot g^t$ .

- a Welk getal is  $b$ ?
  - A. 0
  - B. 0,5
  - C. 7000
- b Welk getal is  $g$ ?
  - A. 0,5
  - B. 0,995
  - C. 1,005
- c Welke formule is de juiste?
  - A.  $A = 0,5^t$
  - B.  $A = 7000 \cdot 0,995^t$
  - C.  $A = 1,05 \cdot 7000^t$
- d Bereken  $A$  voor  $t = 2$  afgerond op een geheel getal.
  - A. 1750
  - B. 3500
  - C. 6930

### ★ Opgave 4.3

Emke blaast een ballon op. De inhoud  $V$  is na het opblazen 9,2 liter. De ballon loopt daarna langzaam leeg. Er is sprake van exponentieel verval met formule

$$V = 9,2 \cdot 0,975^t.$$

Hierin is  $V$  de inhoud van de ballon in liter en  $t$  de tijd in uur.

- a Geef het begingetal  $b$  en de groeifactor  $g$ .
- b Hoe zie je aan de formule dat er sprake is van exponentieel verval?
- c Bereken hoeveel liter lucht er na drie uur nog in de ballon zit. Rond af op één decimaal.
- d Met hoeveel procent neemt de inhoud per uur af?
- e Om te voorkomen dat de inhoud minder wordt dan 7,5 liter, moet de ballon weer op tijd worden opgeblazen. Na hoeveel uur moet de ballon weer opgeblazen worden?



De ballon heeft na enige tijd een inhoud van 7,5 liter. Op dat moment blaast Emke de ballon weer op. Met iedere ademstoot komt er ongeveer 0,3 liter lucht bij. De ballon knalt kapot als de inhoud groter wordt dan 10 liter.

- f Bereken bij welke ademstoot van Emke de ballon kapot knalt.

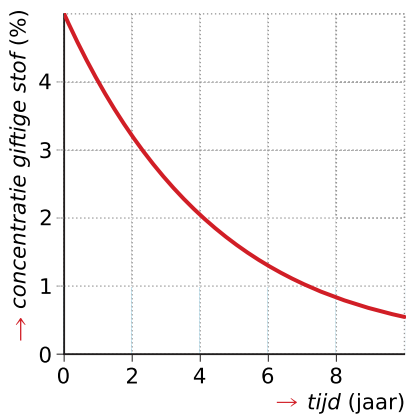
★ **Opgave 4.4**

Kirsten koopt een huis voor € 200.000 en sluit een hypotheek af. Zij lost elk jaar 10% van de hypotheek af.

- a Geef de formule voor het verloop van de hypotheekschuld  $H$  afhankelijk van de tijd  $t$  in jaar na het afsluiten van de hypotheek.
- b Teken de grafiek voor het verloop van de hypotheekschuld gedurende de eerste negen jaar.
- c Lees uit de grafiek af na hoeveel jaar de hypotheekschuld is gehalveerd.
- d Bereken de hypotheekschuld na 25 jaar.

★ **Opgave 4.5**

Met water wordt een giftige stof uit verontreinigde grond gewassen. Een detector houdt de concentratie van de stof in het waswater bij. Die concentratie neemt exponentieel af. Bekijk de grafiek.



**Figuur 4.3**

Stel een formule op voor de concentratie  $C$  van deze stof. Neem als tijdseenheid het aantal jaar nadat met het wassen is begonnen.

★ **Opgave 4.6**

De stof  $^{253}\text{Fm}$  (Fermium) wordt kunstmatig gemaakt. Per dag verdwijnt 20% van deze stof vanzelf. Daarom komt de stof niet in de natuur voor.

- a Hoe groot is de groeifactor  $g$  per dag?
- b Stel de formule op voor de overblijvende stof  $m$  als er 100 g Fermium wordt gemaakt. Neem de tijd  $t$  in dagen.
- c Hoeveel gram Fermium is er na 20 dagen over? Rond af op één decimaal.
- d Na hoeveel dagen is het overgebleven Fermium uit b gedaald naar minder dan 0,5 gram?

## Toepassen

★ ★

### Opgave 4.7: Opslag kernafval

In 2003 is in Zeeland een gebouw geopend waarin kernafval uit Borssele wordt opgeslagen. Dit afval bestaat uit zes glasblokken met hoogradioactief afval.

In het begin geeft één blok evenveel warmte  $W$  af als een kachel van 1800 Watt. Na 100 jaar is de warmteafgifte verminderd tot 180 Watt. De warmteafgifte neemt exponentieel af.



**Figuur 4.4**

- a** Laat zien, dat dit betekent dat de groeifactor per jaar ongeveer 0,977 is.
- b** Geef de formule waarmee je de warmteafgifte per jaar berekent.
- c** Met hoeveel procent neemt de warmteafgifte per jaar af?

Het gebouw is knaloranje geverfd. In grote groene letters zijn er beroemde formules van Einstein en Planck op aangebracht. Elke tien jaar wordt het gebouw in een iets lichtere tint geschilderd om met de kleurtint de afname van de warmteafgifte aan te geven.

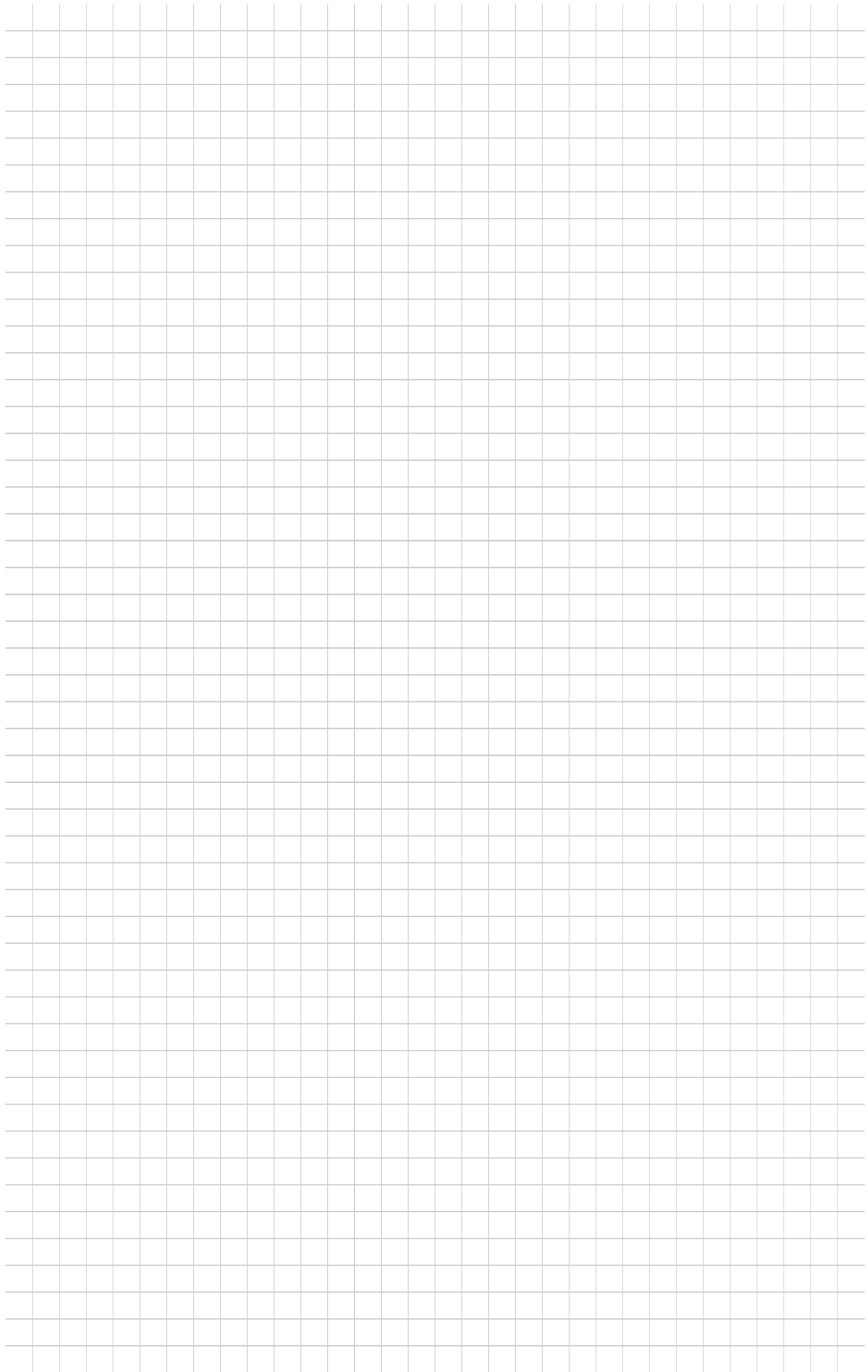
- d** Bereken het percentage waarmee de warmteafgifte in een periode van tien jaar afneemt. Rond af op twee decimalen.
- e** Na hoeveel jaar is de warmteafgifte voor het eerst minder dan de helft van de oorspronkelijke warmteafgifte?

## Antwoorden

- 4.1** B C
- 4.2 a** C
- b** B
- c** B
- d** C
- 4.3 a** Begingetal  $b = 9,2$  en groeifactor  $g = 0,975$ .
- b** De groeifactor is een getal tussen 0 en 1.
- c** Nog  $\approx 8,5$  liter.
- d** Met 2,5%.
- e** De ballon moet na 8 uur weer worden opgeblazen.
- f** Bij de negende keer blazen knalt de ballon kapot.
- 4.4 a**  $H = 200000 \cdot 0,9^t$
- b** Maak eerst een tabel en daarbij de grafiek.
- c** Na ongeveer 6,5 jaar.
- d**  $\approx 14357,96$  euro.
- 4.5**  $C = 5 \cdot 0,8^t$
- 4.6 a**  $g = 0,80$
- b**  $m = 100 \cdot 0,80^t$
- c**  $\approx 1,15$  g Fermium.
- d** Na 24 dagen.
- 4.7 a**  $1800 \cdot 0,977^{100} \approx 180$
- b**  $W = 1800 \cdot 0,977^t$  Watt.
- c** De warmteafgifte neemt met 2,3% per jaar af.
- d** Met 20,76%.
- e** Na 30 jaar.









## Theorie

### Om te onthouden

A large grid of graph paper with a light blue background and a grid of thin grey lines. The grid is intended for students to write down theory or notes related to the topic.

## Verwerken

### ★ Opgave 5.1

Los de vergelijking  $4 \cdot 1,2^t = 12$  op met behulp van een inklemtabel. Rond  $t$  af op één decimaal.

### ★ Opgave 5.2

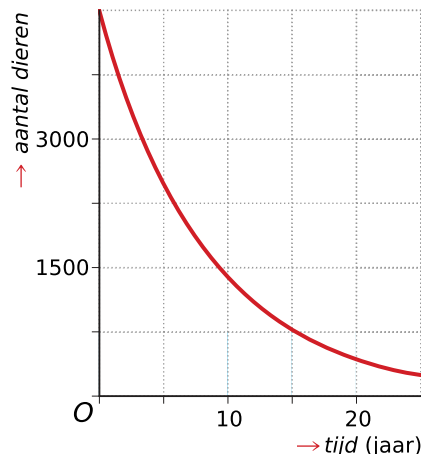
Los op:  $137 \cdot 1,27^t = 289 + 55 \cdot t$ . Geef  $t$  in gehelen.

### ★ Opgave 5.3

Van een bedreigde diersoort in het wild is een formule gemaakt waarmee je per jaar  $t$  kunt berekenen hoeveel dieren  $D$  er nog zijn:  $D = 4450 \cdot 0,89^t$  met  $t = 0$  in 2007.

Hier zie je de bijbehorende grafiek.

- Bepaal met de grafiek na hoeveel jaar het aantal dieren is gehalveerd.
- Na hoeveel jaar is er nog minder dan 25% van de dieren over? Bekijk de vergelijking  $4450 \cdot 0,89^t = 1235$ .
- Op welke vraag geeft de oplossing van de vergelijking een antwoord?
- Wat is het antwoord op die vraag als je het op de maand nauwkeurig wilt weten?
- Is het zinvol om dit tot op de maand nauwkeurig te willen weten?



Figuur 5.2

### ★★ Opgave 5.4

In een gebied wordt een diersoort met uitsterven bedreigd. Jaarlijks wordt de totale hoeveelheid dieren in dat gebied 12% kleiner.

Bepaal zo nauwkeurig mogelijk na hoeveel jaar nog 10% van deze diersoort in het gebied leeft.

### ★★★ Opgave 5.5

Stine heeft een salaris van € 2000 per maand. De komende vijf jaar krijgt ze geen loonsverhoging. Maandelijks is zij nu € 1500 aan levensonderhoud kwijt. De kosten voor levensonderhoud gaan per maand met 0,4% omhoog.

- Geef de formule voor het bedrag  $V$  dat Stine per maand overhoudt na aftrek van de kosten voor levensonderhoud. Neem  $t = 0$  op het moment dat levensonderhoud haar € 1500 kost.
- Teken een grafiek bij  $V$  met  $t$  van 0 tot 60 maanden.
- In welk jaar houdt Stine minder dan € 150 per maand over? Schat met de grafiek in welk jaar dat zal zijn. Bepaal daarna met een tabel in welke maand precies.



## Toepassen

★★

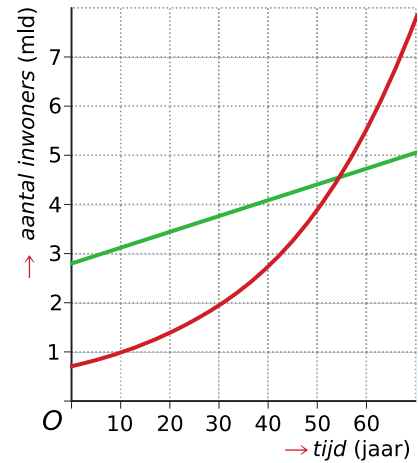
### Opgave 5.6: Wel- en niet-geïndustrialiseerde landen

In 1972 was het totaal aantal inwoners van alle steden in geïndustrialiseerde landen  $A_i$  gelijk aan het totaal aantal inwoners van alle steden in niet-geïndustrialiseerde landen  $A_n$ : beide 0,7 miljard inwoners.

De steden in de geïndustrialiseerde landen groeiden daarna met 8 miljoen inwoners per jaar. In niet-geïndustrialiseerde landen groeiden de steden met 3,5% per jaar.

Bekijk de grafiek van  $A_n = 0,7 \cdot 1,035^t$  en  $A_i = 4(0,7 + 0,008t)$ .

- Bekijk de vergelijking  $0,7 \cdot 1,035^t = 4(0,7 + 0,008t)$ . Welke vraag hoort bij deze vergelijking?
- Lees de oplossing van deze vergelijking af uit de grafiek. Welk jaartal hoort bij deze oplossing?
- Bepaal met behulp inklemmen de juiste waarde van  $t$  in gehele jaren nauwkeurig en het bijbehorende jaartal.



Figuur 5.3

# Antwoorden

5.1  $t \approx 6,0$ .

5.2  $t = 6$

5.3 a  $t \approx 6$

b Na 12 jaar.

c De oplossing van de vergelijking is eigenlijk het antwoord op de vraag: "Na hoeveel tijd zijn er nog 1235 dieren over?"

d In januari van het elfde jaar.

e Nee.

5.4 De groeifactor per jaar is 0,88. Stel het begingetal op 100%.

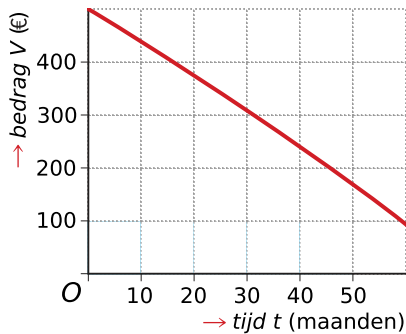
Bij de vraag hoort de vergelijking:  $100 \cdot 0,88^t = 10$ .

Die vergelijking los je op met een (inklem)tabel.

Bij  $t = 18$  is het verschil het kleinst, dus na ongeveer 18 jaar is er nog 10% van deze diersoort over.

5.5 a  $V = 2000 - 1500 \cdot 1,004^t$

b Zie de figuur.



c Stine zal rond  $t = 53$  minder dan € 150 overhouden (zie de grafiek). Dat is in het vijfde jaar.

$t$	$2000 - 1500 \cdot 1,004^t$ (€)
$t = 52$	153,95
$t = 53$	146,56

Vanaf  $t = 53$  houdt Stine minder dan € 150,00 over. Dat is vanaf mei (vijfde maand) in het vijfde jaar.

5.6 a De vergelijking hoort bij de vraag:

"Op welk tijdstip na 1972 wonen er in de steden in de niet-geïndustrialiseerde landen vier keer zo veel mensen als in de steden in de geïndustrialiseerde landen?"

b  $t \approx 55$ , dus in 2027.

c In de loop van 2026.

## 1.6 Totaalbeeld

### Samenvatten

#### Begrippenlijst

- exponentieel verband — groeifactor
- groeipercentage
- formule voor exponentiële groei
- formule voor exponentieel verval
- exponentiële vergelijking

#### Activiteitenlijst

- groei met een vaste groeifactor leren kennen en die groeifactor bepalen vanuit een tabel;
- groeifactoren en groeipercentages naar elkaar omrekenen;
- formules voor exponentiële groei opstellen en daar grafieken bij tekenen;
- formules voor exponentieel verval opstellen en daar grafieken bij tekenen;
- exponentiële vergelijkingen oplossen door aflezen uit grafieken en inklemmen.

#### Opgave 6.1

Lineaire of exponentiële groei?

- a** Het aantal vlinders neemt jaarlijks met 1,01% toe.  
**A.** lineaire groei  
**B.** exponentiële groei
- b** De afstand van een vliegtuig tot de kust neemt toe met 1000 kilometer per uur.  
**A.** lineaire groei  
**B.** exponentiële groei
- c** Jeannette breit een sjaal. Elk uur komt er 10 centimeter bij.  
**A.** lineaire groei  
**B.** exponentiële groei
- d** Het aantal insecten neemt toe met 5% per dag.  
**A.** lineaire groei  
**B.** exponentiële groei

#### Opgave 6.2

Welke groeifactor hoort bij het groeipercentage of omgekeerd? Geef exacte antwoorden.

- a** groeipercentage 18,8%
- b** groeifactor 1,032
- c** groeipercentage 3,9%
- d** groeifactor 3,9
- e** groeipercentage 35%
- f** groeifactor 1,04
- g** groeipercentage 5,5%
- h** groeifactor 1,645

### Opgave 6.3

In de beginperiode van een griep epidemie groeit het aantal ziektegevallen exponentieel. In een dichtbevolkte stad worden in de eerste week van februari 4623 ziektegevallen gemeld. Na een week zijn er 7166 ziektegevallen.

- Hoe groot is de groeifactor per week? Rond af op twee decimalen.
- Stel een bijpassende formule op voor het aantal ziektegevallen  $Z$  afhankelijk van de tijd  $t$  in weken. Neem  $t = 0$  voor de eerste week van februari.
- Bereken het aantal ziektegevallen in de eerste week van maart als de ziekte zich in dit tempo uitbreidt.
- Bereken de groeifactor voor een tijdsperiode van vier weken. Rond af op twee decimalen.

### Opgave 6.4

Levende planten nemen uit de atmosfeer radioactieve koolstof C14 op. Als een plant sterft, verdwijnt de C14 langzaam uit de plant. Van fossiele planten kan de ouderdom worden bepaald door te meten hoeveel procent radioactieve koolstof is overgebleven.

Stel een formule op voor  $C$  (het percentage C14 dat overgebleven is) afhankelijk van de tijd  $t$  in periodes van 1000 jaar. Per millennium verliest de plant 1,2% C14.

### Opgave 6.5

Gegeven zijn de vergelijkingen  $y_1 = 137 \cdot 1,27^t$  en  $y_2 = 289 + 55 \cdot t$ .

- Teken  $y_1$  en  $y_2$  in één assenstelsel en schat de oplossing van de vergelijking  $y_1 = y_2$ .
- Los de vergelijking op met een inklemtabel. Rond af op één decimaal.

## Testen

### ★ Opgave 6.6

Op 1 januari 2000 leven er in een bepaald dorp in Afrika ongeveer 5000 ratten. Het aantal ratten neemt elk half jaar met 30% toe.

- Hoe groot is de groeifactor per half jaar?
- Geef een formule voor het aantal ratten  $A$  en de tijd  $t$  in halve jaren na 1 januari 2000.
- Bereken hoeveel ratten er waren op 1 januari 2001. Rond af op tientallen.
- Bereken met hoeveel procent het aantal ratten op 1 januari 2001 is toegenomen ten opzichte van 1 januari 2000.

### ★ Opgave 6.7

Een fabrikant heeft van een nieuw product het eerste jaar 600 stuks verkocht en het tweede jaar 120 stuks meer. Neem  $S$  voor het aantal stuks dat verkocht wordt en  $t$  voor de tijd in jaren met  $t = 0$  voor het eerste jaar.

- Hoeveel stuks zal hij in het derde jaar verkopen als deze groei zich voortzet?
- Geef de formule die bij deze groei hoort. Gaat het om lineaire of exponentiële groei?
- Met hoeveel procent is de verkoop in het tweede jaar toegenomen?

De verkoop van het nieuwe product blijkt exponentieel door te groeien met het percentage dat je bij c hebt gevonden.

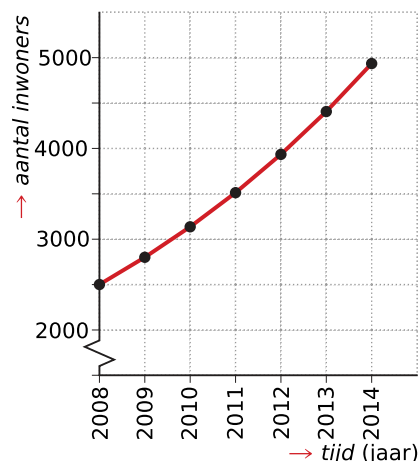
- Maak een bijpassende tabel en grafiek. Rond de uitkomsten af op een geheel getal.
- Schat met behulp van de grafiek op welk moment het aantal verkochte producten de 3000 overstijgt. Geef je antwoord in maanden nauwkeurig.



★ **Opgave 6.8**

Bekijk de grafiek van een exponentieel verband. De grafiek hoort bij de groei van het aantal inwoners van een dorpje een aantal jaren geleden.

Stel de formule op die bij de grafiek hoort.



**Figuur 6.1**

★ **Opgave 6.9**

De populatie van het bedreigde diersoort *A* bestond in 2008 nog uit 25000 exemplaren. De populatie nam vanaf dat moment met 8% per jaar af.

- a Geef de formule voor het verloop van de populatie *A* afhankelijk van de tijd *t* in jaar na 2008.
- b Teken de grafiek voor het verloop van de populatie gedurende de eerste twintig jaar.
- c Lees uit de grafiek af na hoeveel jaar de populatie op deze manier is gehalveerd.
- d Bepaal met een inklemtabel de gehele waarde van *t* waarin de populatie is gehalveerd.

★ **Opgave 6.10**

Natasja koopt een huis voor € 440000 en sluit een hypotheek af. Zij lost elk jaar 15% van deze hypotheek af.

- a Geef de formule voor het verloop van de hypotheekschuld *H* afhankelijk van de tijd *t* in jaar na het afsluiten van de hypotheek.
- b Bereken de hypotheekschuld na 25 jaar.

★ **Opgave 6.11**

Gegeven zijn  $y_1 = 4 \cdot 1,15^t$  en  $y_2 = 10$ .  
 Los  $y_1 = y_2$  op met inklemmen. Rond *t* af op één decimaal.

★★ **Opgave 6.12**

Tijdens het broedseizoen neemt het aantal vogels *V* wekelijks met 9,5% toe.  
 Bepaal na hoeveel weken het aantal vogels is verdubbeld.

**Toepassen**

★★ **Opgave 6.13: Noordpoolijs**

In de krant stond begin van deze eeuw het volgende artikel:

- a Laat met een berekening zien dat tussen 1975 en 2005 de gemiddelde afname van het ijsoppervlak 0,055 miljoen vierkante kilometer per jaar was.
- b Stel dat het ijsoppervlak tussen 1975 en 2005 lineair afnam en dat dit daarna zo zou blijven doorgaan. Bereken in welk jaar het ijsoppervlak dan verdwenen zou zijn. Schrijf je berekening op.  
 In werkelijkheid was de afname niet lineair, maar exponentieel. In een tweede artikel stond:
- c Klopt dat ongeveer met de getallen in het eerste artikel? Laat met een berekening zien hoe je aan je antwoord komt.

### Noordpoolijs

De ijskap op de Noordpool is in de afgelopen honderd jaar nog nooit zo klein geweest. Als er geen maatregelen worden genomen zal de komende jaren het ijsoppervlak steeds sneller afnemen. Volgens onderzoekers was op 1 september 1975 het ijsoppervlak 7 miljoen vierkante kilometer. Op 1 september 2005 was dit nog maar 5,35 miljoen vierkante kilometer.



Tussen 1975 en 2005 is het ijsoppervlak elke 10 jaar met 8% afgenomen.

De onderzoekers denken dat het ijsoppervlak vanaf 2005 afneemt volgens de volgende formule:

$$N = 5,35 \cdot 0,975^t$$

Hierbij is  $N$  het ijsoppervlak in miljoenen vierkante kilometers en  $t$  de tijd in jaren na 1 september 2005.

- d** Na 50 jaar zal het ijsoppervlak volgens deze formule ongeveer 1,5 miljoen vierkante kilometer zijn. Bereken na hoeveel jaar het ijsoppervlak volgens deze formule voor het eerst kleiner zal zijn dan 1 miljoen vierkante kilometer. Schrijf je berekening op.

# Antwoorden

6.1 a B

b A

c A

d B

6.2 a groeifactor 1,188

b groeipercentage 3,2%

c groeifactor 1,039

d groeipercentage 290%

e groeifactor 1,35

f groeipercentage 4%

g groeifactor 1,055

h groeipercentage 64,5%

6.3 a Groeifactor per week  $\frac{7166}{4623} \approx 1,55$ .

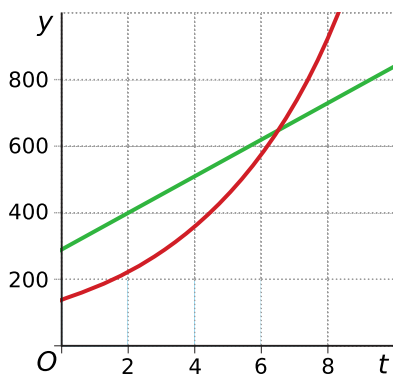
b  $Z = 4623 \cdot 1,55^t$ .

c  $4623 \cdot 1,55^4 \approx 26684$  ziektegevallen.

d Groeifactor per vier weken is  $1,55^4 \approx 5,77$ .

6.4  $C = 100 \cdot 0,988^t$ .

6.5 a Zie de figuur.



De oplossing ligt in de buurt van  $t = 7$ .

b Maak een inklemtabel en je vindt  $t \approx 6,5$ .

6.6 a 1,3.

b  $A = 5000 \cdot 1,3^t$

c 8450

d Met 69%.

6.7 a 840 stuks.

b Het gaat om lineaire groei:  $S = 600 + 120t$ .

c Met  $\frac{720-600}{600} \cdot 100 = 20\%$ .

d Tabel en grafiek bij  $A = 600 \cdot 1,2^t$ .

e In september van het zevende jaar.

6.8  $A = 2500 \cdot 1,12^t$ , waarin  $t$  de tijd in jaar na 2008 is.

6.9 a  $A = 25000 \cdot 0,92^t$

b Maak eerst een tabel bij de formule uit a.

c In 2016.



- d** Bij  $t = 8$  ongeveer.
- 6.10 a**  $H = 440000 \cdot 0,85^t$
- b**  $\approx 7567,04$  euro.
- 6.11**  $t \approx 6,6$
- 6.12** Na ongeveer 8 weken.
- 6.13 a**  $1,65/30 = 0,055$  miljoen  $\text{km}^2$ .
- b** In 2102.
- c** 30 jaar na 1975 is het ijsoppervlak  $1,65 \cdot 0,92^3 \approx 5,45$  miljoen  $\text{km}^2$ . Dit klopt ongeveer.
- d** Na 67 jaar.



# Leerdoelentabel

In het  achter de opgave kun je aangeven hoe je de opgave hebt gemaakt:

✓ goed gemaakt — S wel begrepen maar een slordige fout gemaakt — H hulp nodig gehad — G samen met groepje goed gemaakt — X fout gemaakt en niet goed begrepen — N niet bekeken

<b>1</b>	<b>Groefactoren</b>	★	★★	★★★
	Herkennen wanneer er sprake is van lineaire groei en wanneer er sprake is van exponentiële groei.	1.1 <input type="checkbox"/> 1.2 <input type="checkbox"/> 1.3 <input type="checkbox"/> 1.4 <input type="checkbox"/> 1.5 <input type="checkbox"/> 1.6 <input type="checkbox"/> T 6.7 <input type="checkbox"/>	1.7 <input type="checkbox"/>	1.8 <input type="checkbox"/>
	Bij exponentiële groei de groefactor per tijdseenheid afleiden uit de gegevens en daarmee verder rekenen.	1.3 <input type="checkbox"/> 1.4 <input type="checkbox"/> 1.5 <input type="checkbox"/> 1.6 <input type="checkbox"/> T 6.6 <input type="checkbox"/> T 6.7 <input type="checkbox"/>	1.7 <input type="checkbox"/>	1.8 <input type="checkbox"/>
<b>2</b>	<b>Groeipercentages</b>	★	★★	★★★
	De groefactor bepalen bij een procentuele toename en omgekeerd.	2.1 <input type="checkbox"/> 2.2 <input type="checkbox"/> 2.3 <input type="checkbox"/> 2.4 <input type="checkbox"/> T 6.6 <input type="checkbox"/> T 6.9 <input type="checkbox"/> T 6.10 <input type="checkbox"/>	2.5 <input type="checkbox"/> 2.6 <input type="checkbox"/> 2.7 <input type="checkbox"/>	2.8 <input type="checkbox"/>
	Groefactoren omrekenen naar grotere tijdstappen.	2.1 <input type="checkbox"/> 2.3 <input type="checkbox"/> 2.4 <input type="checkbox"/> T 6.10 <input type="checkbox"/>	2.5 <input type="checkbox"/> 2.6 <input type="checkbox"/> 2.7 <input type="checkbox"/>	2.8 <input type="checkbox"/>
<b>3</b>	<b>Exponentiële groei</b>	★	★★	★★★
	Formules opstellen bij exponentiële groei en daarmee rekenen.	3.1 <input type="checkbox"/> 3.2 <input type="checkbox"/> 3.3 <input type="checkbox"/> 3.4 <input type="checkbox"/> 3.5 <input type="checkbox"/> T 6.6 <input type="checkbox"/> T 6.7 <input type="checkbox"/> T 6.8 <input type="checkbox"/>	3.6 <input type="checkbox"/> 3.7 <input type="checkbox"/>	
	Grafieken tekenen bij exponentiële groei en daar conclusies uit trekken.	3.1 <input type="checkbox"/> 3.2 <input type="checkbox"/> 3.4 <input type="checkbox"/> 3.5 <input type="checkbox"/> T 6.7 <input type="checkbox"/>	3.6 <input type="checkbox"/> 3.7 <input type="checkbox"/>	
<b>4</b>	<b>Exponentieel verval</b>	★	★★	★★★
	Formules opstellen bij exponentieel verval en daarmee rekenen.	4.1 <input type="checkbox"/> 4.2 <input type="checkbox"/> 4.4 <input type="checkbox"/> 4.5 <input type="checkbox"/> 4.6 <input type="checkbox"/> T 6.9 <input type="checkbox"/> T 6.10 <input type="checkbox"/>	4.7 <input type="checkbox"/> T 6.13 <input type="checkbox"/>	
	Grafieken maken bij exponentieel verval en er conclusies uit trekken.	4.3 <input type="checkbox"/> 4.5 <input type="checkbox"/> T 6.9 <input type="checkbox"/> T 6.10 <input type="checkbox"/>	4.7 <input type="checkbox"/> T 6.13 <input type="checkbox"/>	
<b>5</b>	<b>Exponentiële vergelijkingen</b>	★	★★	★★★
	Vergelijkingen bij exponentiële verbanden oplossen door inklemmen.	5.1 <input type="checkbox"/> 5.2 <input type="checkbox"/> 5.3 <input type="checkbox"/> T 6.11 <input type="checkbox"/>	5.4 <input type="checkbox"/> 5.6 <input type="checkbox"/> T 6.12 <input type="checkbox"/> T 6.13 <input type="checkbox"/>	5.5 <input type="checkbox"/>

**Het lesmateriaal in deze reader is gebaseerd op het materiaal dat ook op de Math4All website staat.**

**De reader is gegenereerd met de Math4All maatwerkdienst. De inhoud en de volgorde van de onderwerpen in deze reader zijn gekozen door docenten van het ConText College.**

**Stichting Math4All**



[www.math4all.nl](http://www.math4all.nl)

