Wiskunde / PGA

2 HAVO / VWO / docentmateriaal

Formules omtrek en ...

ConTeXt College

Voorwoord

Het lesmateriaal in dit katern is gebaseerd op het materiaal dat je kunt vinden op de Math4All website `www.math4all.nl`. In de tekst staan dan ook regelmatig verwijzingen naar die website. Waar je precies moet zijn op die website kun je zien in de kopregel van iedere pagina.

Ieder hoofdstuk bestaat uit een aantal paragrafen en wordt steeds afgesloten met een paragraaf *Totaalbeeld* waar de leerstof wordt samengevat en/of herhaald.

PGA

PGA staat voor 'probleemgestuurde aanpak'. Je begeleidt dan als docent de leerlingen die in kleine groepjes aan wiskundige problemen werken en op die manier een eigen theoretisch kader opstellen. Dit gebeurt voornamelijk op de wijze die wordt beschreven in het boek *Building Thinking Classrooms in Mathematics* van Peter Liljedahl. Dit boek is ook in het Nederlands beschikbaar. Het is verstandig om dit boek vooraf door te werken, maar je kunt ook beginnen met deze **beknopte handleiding**.

De PGA wordt ondersteund door verwerkings- en toepassingsopgaven waarmee de leerling kan nagaan of de stof wordt beheersd. Deze opgaven worden op drie niveaus aangeboden. De niveau aanduiding staat in de marge naast de opgave.

★	het basale niveau, dat iedereen zou moeten behalen
★ ★	een iets pittiger niveau, waarin iets meer uitdaging zit en die de leerling alleen hoeft te maken als er genoeg tijd voor is
★ ★ ★	een bijzondere toepassing of een echt pittige opgave die een leerling alleen maakt als de rest veel te gemakkelijk was

In de bijlage staat een “**Leerdoelentabel**” waarin staat aangegeven door welke opgave het specifieke leerdoel wordt afgedekt en op welk niveau dit gebeurt. Als je deze tabel aan de leerlingen uitreikt, kunnen ze hun eigen vorderingen bijhouden.
Opgaven uit de samenvattende paragraaf *Totaalbeeld* worden voorafgegaan door een T.

1

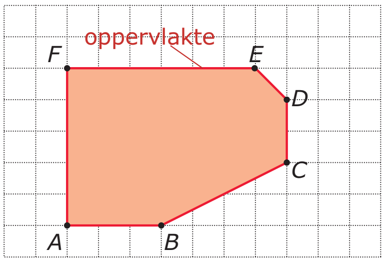
Formules omtrek en oppervlakte

1.1 Oppervlakteformules 6
1.2 Oppervlakte van driehoeken 12
1.3 Oppervlakte van vierhoeken 18
1.4 Omtrek cirkel 26
1.5 Oppervlakte cirkel 32
1.6 Eenheden 38
1.7 Totaalbeeld 45

1.1 Oppervlakteformules

Inleiding

De oppervlakte van een figuur is het aantal roostereenheden dat hem precies bedekt. Bij zo'n roosterfiguur maak je om dat aantal te bepalen gebruik van rechthoeken en halve rechthoeken. Dat heb je al eerder gezien.



Figuur 1.1

Je leert in dit onderwerp

- oppervlakte van een figuur bepalen vanuit rechthoeken en rechthoekige driehoeken;
- formules voor de oppervlakte van een (halve) rechthoek en een vierkant gebruiken;
- formules voor de omtrek van een rechthoek en een vierkant gebruiken.

Voorkennis

- de oppervlakte van roosterfiguren bepalen;
- de oppervlakte en de omtrek van een rechthoek bepalen;
- werken met kwadraten en wortels;
- werken met variabelen.

Voor de docent

Bij het onderdeel ‘Oppervlakteformules’ gaat het er om de omtrek en de oppervlakte van een rechthoek en een vierkant in formulevorm te gebruiken. Dit als opstapje voor het werken met de formules voor de oppervlakte van driehoeken, vierhoeken en cirkels. Ook komen formules voor de omtrek voorbij, maar alleen bij rechthoeken, vierkanten en cirkels.

Gewenste materialen:

- Maak vooraf een kopie van het werkblad bij de tweede opdracht.
- Maak desgewenst vooraf een kopie van het werkblad bij de derde opdracht om op je eigen bord te hangen. De leerlingen moeten wel zelf de figuur op cm-roosterpapier tekenen!
- Schrijfmateriaal voor op de verticale werkvlakken en eventueel plakband om er werkbladen en cm-roosterpapier mee op te hangen.

Opdracht 1.1

Schrijf formules op voor de oppervlakte A en de omtrek P van een rechthoek en een vierkant. Schrijf ook een formule op voor de oppervlakte van een rechthoekige driehoek (een halve rechthoek).

Toelichting

Geef de opdracht mondeling.

Mogelijke hulpvragen: “Welke variabelen gebruik je voor de afmetingen van een rechthoek?”, “Hoe bepaal je de oppervlakte?”, “Hoe bepaal je de omtrek?” en “Hoe zit dat bij een vierkant / halve rechthoek?”.

Uitwerking

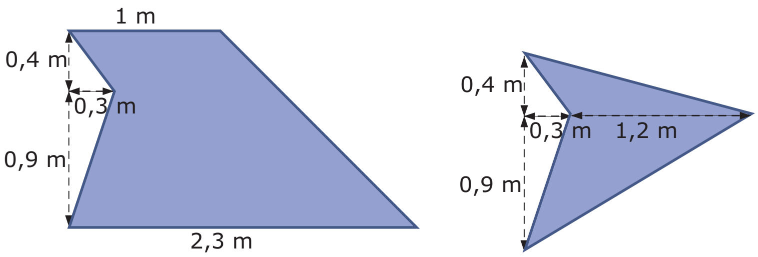
- Rechthoek met lengte l en breedte b:
  oppervlakte $A = l \cdot b$
  omtrek $P = 2l + 2b$
- Vierkant met zijde z:

oppervlakte $A = z \cdot z = z^2$
omtrek $P = 4z$

- Rechthoekhoekige driehoek met lengte l en breedte b:

  oppervlakte $A = \frac{1}{2} \cdot l \cdot b$

Opdracht 1.2



Figuur 1.2

Bereken de exacte oppervlakte van deze figuren. De boven- en onderzijde van de linkerfiguur lopen evenwijdig. De afstandslijnen staan loodrecht op elkaar.

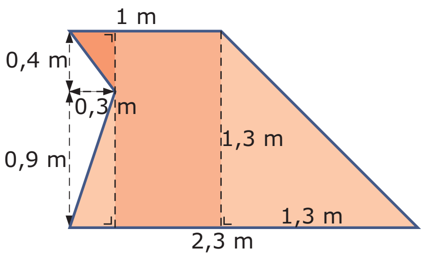
Toelichting

Geef de opdracht mondeling. De figuren staan op dit **Informatieblad**.

Mogelijke hulpvragen: “Kun je gebruik maken van de formules uit de voorgaande opdracht?” en (bij de linker figuur) “Hoe verdeel je de figuur dan?” en (bij de rechter figuur) “Hoe ga je te werk als je de figuur zelf niet kunt verdelen in rechthoeken en halve rechthoeken?” en “Weet je nog wat ‘omlijsten’ is?”.

Uitwerking

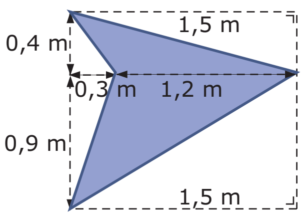
Je verdeelt de linkerfiguur in rechthoeken en rechthoekige driehoeken en je gebruikt de formules voor de oppervlakte. Bedenk wat de afmetingen zijn.



Figuur 1.3

oppervlakte (figuur) $= \frac{1}{2} \cdot 0{,}4 \cdot 0{,}3 + \frac{1}{2} \cdot 0{,}3 \cdot 0{,}9 + 0{,}7 \cdot 1{,}3 + \frac{1}{2} \cdot 1{,}3 \cdot 1{,}3 = 1{,}95 \text{ m}^2$.

De rechterfiguur is niet in rechthoeken en rechthoekige driehoeken te verdelen.
Teken er een rechthoek omheen waarvan je rechthoekige driehoeken aftrekt.



Figuur 1.4

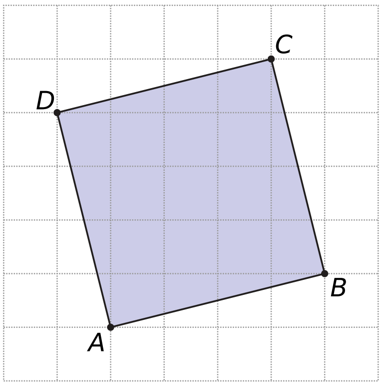
opp (figuur) = opp (rechthoek) − opp(4 rechthoekige driehoeken) =

$1{,}5 \cdot 1{,}3 - \left(\frac{1}{2} \cdot 0{,}3 \cdot 0{,}4 + \frac{1}{2} \cdot 1{,}5 \cdot 0{,}4 + \frac{1}{2} \cdot 0{,}3 \cdot 0{,}9 + \frac{1}{2} \cdot 1{,}5 \cdot 0{,}9\right) = 1{,}95 - 1{,}17 = 0{,}78 \text{ m}^2$.

Opdracht 1.3

Teken dit vierkant op roosterpunten in een cm-rooster en bepaal de oppervlakte ervan. Vervolgens kun je de lengte van de zijde berekenen door de formule voor de oppervlakte van een vierkant met zijde z te gebruiken.

Bereken de lengte van de zijden in tienden van mm nauwkeurig.



Figuur 1.5

Toelichting

Deze opdracht is niet essentieel voor dit onderdeel, het is een eerste voorbereiding op de stelling van Pythagoras. En er is kennis van kwadraten en worteltrekken voor nodig. Als er weinig tijd voor is dan kan hij worden overgeslagen. Alleen kan dan beter ook de derde verwerkingsopdracht worden overgeslagen.

Geef de opdracht mondeling. De figuur staat op het **Werkblad**, maar deel hem niet uit. De leerlingen tekenen de figuur zelf op een cm-rooster.

Mogelijke hulpvragen: “Hoe bereken je ook weer de oppervlakte van zo'n vierkant?”, “Kun je een verdeling in (halve) rechthoeken maken?”, “Welke formule geldt voor de oppervlakte van een vierkant?” en “Hoe kun je vanuit een kwadraat terugrekenen?”.

Uitwerking

Dit vierkant heeft een oppervlakte van 17 cm^2.

Nu geldt: *oppervlakte (vierkant)* $= z^2 = 17$, dus de lengte van de zijde $z = \sqrt{17} \approx 4{,}12$ cm.

Opdracht 1.4

Bekijk wat iedereen heeft gemaakt en heeft bedacht over het werken met formules bij het berekenen van oppervlaktes van (halve) rechthoeken en vierkanten en bij het berekenen van de omtrek van rechthoeken en vierkanten.
Maak een eigen overzicht van wat je hebt geleerd.

Toelichting

Loop samen met de leerlingen alle bedenksels na. Bevraag leerlingen of ze elkaars gedachtenspinsels kunnen toelichten. Samen zouden jullie naar een overzicht van de theorie moeten komen. Ieder schrijft het voor zichzelf op.
De derde opdracht kan desgewenst worden overgeslagen, maar dan moet ook de derde opdracht bij ‘Verwerken’ worden overgeslagen.

Uitwerking

Het theorieblok geeft het gewenste overzicht.

Theorie

Om te onthouden

Om de oppervlakte van een figuur te bepalen kun je soms handig gebruikmaken van **oppervlakteformules**:

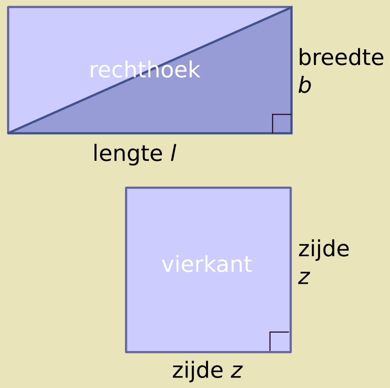
- *oppervlakte (rechthoek)* $= l \cdot b$
- *oppervlakte (rechthoekige driehoek)* $= \frac{1}{2} \cdot l \cdot b$
- *oppervlakte (vierkant)* $= z \cdot z = z^2$

Ook voor de omtrek van een rechthoek en een vierkant bestaan formules:

- *omtrek (rechthoek)* $= 2 \cdot l + 2 \cdot b$
- *omtrek (vierkant)* $= 4 \cdot z$

Van figuren met andere vormen kun je ook de oppervlakte uitrekenen:

- Is de figuur uit bekende basisvormen opgebouwd, dan kun je eerst de oppervlakte van deze basisvormen berekenen. Daarna tel je die oppervlaktes bij elkaar op.
- Je kunt ook een rechthoek om een figuur heen maken. Bereken daar de oppervlakte van. Vervolgens trek je daar de oppervlakte van de 'te veel berekende' gebieden van af. De te veel berekende gebieden zijn de oppervlaktes tussen de figuur en de rechthoek eromheen.



Figuur 1.6

Verwerken

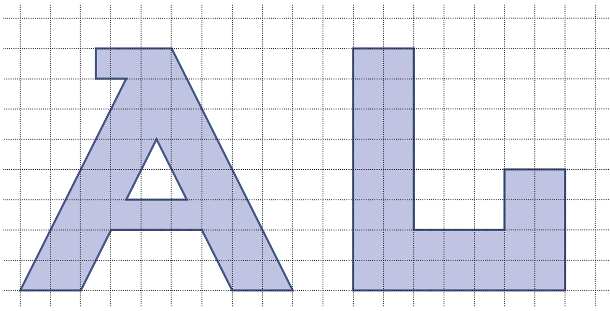
★ Opgave 1.1

Hier en op het **werkblad** zie je een A en een L op roosterpapier. Je mag er van uitgaan dat de hoekpunten van de letter A die geen roosterpunt zijn telkens precies midden tussen twee roosterpunten liggen. Let op: de roostereenheid is 0,5 cm.

a Bereken van zowel de A als de L de exacte oppervlakte in mm^2.

b Waarom kun je wel van de L, maar niet van de A de exacte omtrek bepalen?

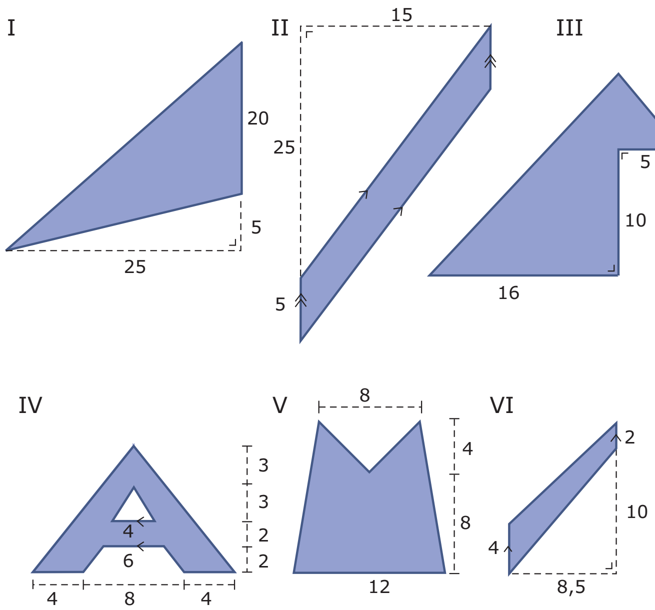
c Bereken de omtrek van de L in mm.



Figuur 1.7

★ Opgave 1.2

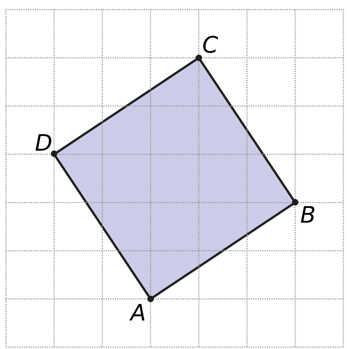
Bereken de oppervlakte van de figuren, ze staan ook op het **werkblad**. Je mag ervan uitgaan dat de figuren IV en V lijnsymmetrisch zijn.



Figuur 1.8

★ Opgave 1.3

Bereken de lengte van de zijden van vierkant $ABCD$. Rond af op drie decimalen.



Figuur 1.9

★ Opgave 1.4

Iemand heeft een grasveld met een oppervlakte van 1,2 dam^2. Het grasveld heeft twee rechte hoeken. Aan drie zijden wordt het grasveld begrensd door een beukenhaag.

Bereken hoe lang de beukenhaag is.

Figuur 1.10

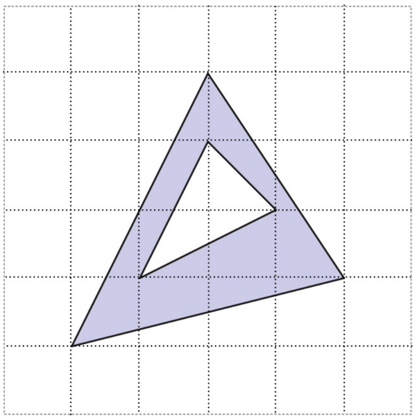
★ **Opgave 1.5**

a Een vierkant heeft een omtrek van 80 cm. Bereken de oppervlakte.

b Van een rechthoekige driehoek is de oppervlakte 16,5 cm^2. Deze driehoek is de helft van een rechthoek met lengte 6 cm. Bereken de breedte van die rechthoek.

★ ★ **Opgave 1.6**

Bereken de oppervlakte van de figuur. Hij staat ook op het **werkblad**.



Figuur 1.11

Toepassen

★ ★ **Opgave 1.7: Een vierkant schilderij**

Een vierkant schilderij heeft rondom een lijst die aan alle zijden 5 cm breed is.
De oppervlakte van de lijst is 400 cm^2.
Bereken de oppervlakte van het schilderij zonder de lijst.

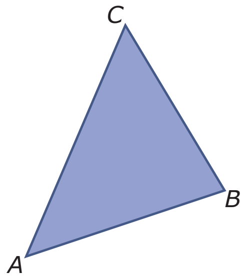
★ ★ **Opgave 1.8: Bijzondere rechthoek**

Van een rechthoek is bekend dat de lengte twee keer zo groot is als de breedte en dat de totale omtrek 63 cm bedraagt. Bereken de oppervlakte van deze rechthoek.

1.2 Oppervlakte van driehoeken

Inleiding

Hoe bereken je de oppervlakte van zo'n driehoek?
Bekijk eerst maar wat eenvoudiger situaties, bijvoorbeeld op een rooster, of met één zijde horizontaal...



Figuur 2.1

Je leert in dit onderwerp

- een formule voor de oppervlakte van een driehoek afleiden en gebruiken;
- basis en/of hoogte van een driehoek berekenen vanuit oppervlakte en hoogte en/of basis.

Voorkennis

- werken met formules voor de oppervlakte en de omtrek van een rechthoek en een vierkant;
- werken met variabelen.

Voor de docent

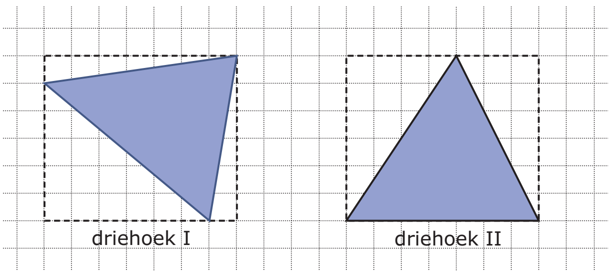
Bij het onderdeel 'Oppervlakte van driehoeken' gaat het er om de oppervlakteformule van een driehoek te ontdekken en toe te passen. De begrippen 'basis' en 'hoogte' horen daar bij.

Gewenste materialen:

- Maak vooraf een kopie van het werkblad bij de eerste opdracht.
- Voor de tweede opdracht is roosterpapier nodig.
- Schrijfmateriaal voor op de verticale werkvlakken en eventueel plakband om er werkbladen en cm-roosterpapier mee op te hangen.

Opdracht 2.1

Je ziet hier twee driehoeken op een cm-rooster. Beide driehoeken zijn omgeven door eenzelfde rechthoek.



Figuur 2.2

1. Bereken van driehoek I de oppervlakte.
2. Bereken van driehoek II de oppervlakte op een zo handig mogelijke manier.
3. Waarom is het berekenen van de oppervlakte van driehoek II veel minder werk?
4. Bekijk driehoek II. De zijde die samenvalt met een zijde van de rechthoek er omheen heet de 'basis'. De afstand van het derde hoekpunt tot de basis heet de 'hoogte' van de driehoek. Neem

voor basis en hoogte variabelen. Welke formule geldt voor de oppervlakte van driehoek II? En geldt die formule voor elke driehoek, ook voor driehoek I bijvoorbeeld?

Toelichting

Geef de opdracht mondeling en in vier stappen. De figuren staan op dit **Informatieblad**.

Mogelijke hulpvragen: “Hoe kun je driehoek II handig verdelen?”, “Vergelijk de oppervlakte van driehoek II met die van de rechthoek er omheen; wat valt op?”, “Is dat altijd zo?”, “Hoe kun je dus met behulp van basis en hoogte een formule voor de oppervlakte maken?” en tenslotte “Geldt die formule ook voor driehoek I? Hoe dan?”.

Uitwerking

- *oppervlakte (driehoek I) = oppervlakte (rechthoek) − oppervlakte (3 witte halve rechthoeken)*

  $= 7 \cdot 6 - \frac{1}{2} \cdot 7 \cdot 1 - \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 5 - \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 1 = 20\frac{1}{2}$ cm^2
- Als je in gedachten een verticale lijn trekt door de top van driehoek II, zie je dat de gehele rechthoek zo in 4 halve rechthoeken wordt opgedeeld, waarvan de linker twee en de rechter twee telkens even groot zijn. De oppervlakte van de driehoek is dus de helft van de totale oppervlakte, dus $\frac{1}{2} \cdot 7 \cdot 6 = 21$ cm^2.
- Omdat één zijde precies samenvalt met een zijde van de rechthoek.
- Noem de basis b en de hoogte h.

  oppervlakte (driehoek II) $= \frac{1}{2} \cdot b \cdot h$.

  Die oppervlakteformule geldt voor elke driehoek als je maar één van de zijden gebruikt als zijde voor de rechthoek er omheen.

Opdracht 2.2

Bepaal van de volgende driehoeken steeds de basis en de bijbehorende hoogte en daarmee de oppervlakte.

1. ΔABC met $A(1{,}0)$, $B(6{,}0)$ en $C(3{,}4)$.
2. ΔABC met $A(1{,}3)$, $B(6{,}3)$ en $C(3{,}5)$.
3. ΔABC met $A(1{,}0)$, $B(6{,}3)$ en $C(1{,}5)$.
4. ΔABC met $A(0; 5{,}5)$, $B(6{,}0)$ en $C(7; 5{,}5)$.

Nu wordt het wat spannender. Laat zien dat je met behulp van basis en hoogte de oppervlakte kunt berekenen van de volgende driehoeken. Geef telkens aan welke lijnstukken de basis en de hoogte vormen.

1. ΔABC met $A(1{,}0)$, $B(3{,}0)$ en $C(6{,}4)$.
2. ΔABC met $A(1{,}3)$, $B(6{,}3)$ en $C(0{,}5)$.
3. ΔABC met $A(1{,}0)$, $B(6{,}0)$ en $C(1{,}5)$.
4. ΔABC met $A(0; 5{,}5)$, $B(6{,}0)$ en $C(1; 5{,}5)$.

Toelichting

Geef de opdracht mondeling en in twee series van vier opdrachten die telkens door de groepjes worden opgehaald. De figuren tekenen ze zelf. Meld bij de start van de tweede serie dat die wat meer uitdaging met zich mee zal brengen.

Mogelijke hulpvragen bij de eerste serie: “Welke punten liggen op een horizontale/verticale lijn?”, “Wat is dus de basis van je driehoek?”, “En wat moet dus wel de hoogte zijn?” en “Hoe bereken je de oppervlakte?”.

Mogelijke hulpvragen bij de tweede serie: “Welke punten liggen op een horizontale/verticale lijn?”, “Wat is dus de basis van je driehoek?”, “En wat moet dus wel de hoogte zijn? Wat is daar bijzonder aan?” en “Hoe bereken je de oppervlakte met behulp van de formule?” en “Hoe kun je door werken met (halve) rechthoeken laten zien dat de formule ook nu klopt?”.

Benoem na afloop het principe van Cavalieri.

Uitwerking

De eerste serie:

1. $opp(\Delta ABC) = \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 4 = 10$.
2. $opp(\Delta ABC) = \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 3 = 7{,}5$.
3. $opp(\Delta ABC) = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 5 = 10$.
4. $opp(\Delta ABC) = \frac{1}{2} \cdot 7 \cdot 5{,}5 = 19{,}25$.

De tweede serie:

1. $opp(\Delta ABC) = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 4 = 4$.
2. $opp(\Delta ABC) = \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 2 = 5$.
3. $opp(\Delta ABC) = \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 5 = 10$.
4. $opp(\Delta ABC) = \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 5{,}5 = 2{,}75$.

Opdracht 2.3

Teken minstens twee verschillende driehoeken met een basis van 20 cm en een oppervlakte van 120 cm^2.

Toelichting

Geef de opdracht mondeling.

Mogelijke hulpvragen: “Maakt het wat uit hoe je die basis tekent?”, “Hoe lang moet je dan de hoogte maken?”, “Waar en hoe ga je die hoogte plaatsen?” en “Welke mogelijkheden zijn er allemaal?”.

Uitwerking

Noem de driehoek ABC met $AB = 20$ cm.

Nu geldt: $opp(\Delta ABC) = 120 = \frac{1}{2} \cdot 20 \cdot h$, dus $h = 12 = CD$ cm.

Teken C dus op een lijn loodrecht op AB en 12 cm van AB af.

Opdracht 2.4

Bekijk wat iedereen heeft gemaakt en heeft bedacht over het werken met de oppervlakteformule bij het berekenen van de oppervlakte van een driehoek.
Maak een eigen overzicht van wat je hebt geleerd.

Toelichting

Loop samen met de leerlingen alle bedenksels na. Bevraag leerlingen of ze elkaars gedachtenspinsels kunnen toelichten. Samen zouden jullie naar een overzicht van de theorie moeten komen. Ieder schrijft het voor zichzelf op. Let er op dat in het overzicht zowel een scherphoekige als een stomphoekige driehoek voorkomen.

Uitwerking

Het theorieblok geeft het gewenste overzicht.

Theorie

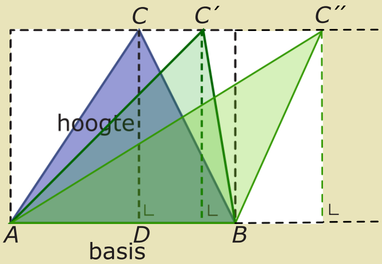
Om te onthouden

Elke driehoek is precies de helft van een rechthoek die je op één van de zijden zet.

De breedte van de rechthoek is de lengte van de **basis** van de driehoek. De **hoogte** van de rechthoek is de lengte van de hoogte van de driehoek.

Voor de **oppervlakte van een driehoek** geldt daarom:

oppervlakte (driehoek) $= \frac{1}{2} \cdot$ *basis* $\cdot$ *hoogte*



Figuur 2.3

Korter: $opp(driehoek) = \frac{1}{2} \cdot b \cdot h$ als b de basis en h de hoogte is.

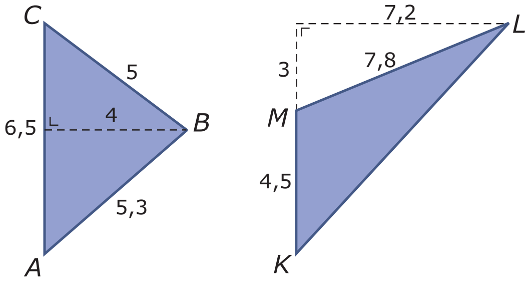
Zolang basis en hoogte niet veranderen, verandert ook de oppervlakte van de driehoek niet. Je kunt dus de vorm van de driehoek veranderen door C evenwijdig aan de basis te verschuiven zonder de oppervlakte te veranderen. Dit heet het **principe van Cavalieri**.

Het principe van Cavalieri blijft ook gelden als één van de hoeken op de basis stomp wordt.
De hoogte is dan een lijnstuk buiten de driehoek: de (loodrechte) afstand van de top C tot het verlengde van de basis AB.

Verwerken

Opgave 2.1

Bekijk de twee driehoeken.



Figuur 2.4

Bereken van beide driehoeken de oppervlakte.

★ **Opgave 2.2**

In een assenstelsel zijn de punten $A(0,-2)$, $B(3,-2)$, $C(2,2)$ en $D(-2,4)$ gegeven.

a Bereken de oppervlakte van ΔABC.

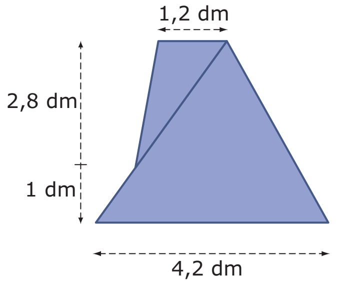
b Bereken de oppervlakte van ΔABD.

c Bereken de oppervlakte van ΔACD.

★ **Opgave 2.3**

De figuur bestaat uit twee driehoeken. De zijden aan de onder- en de bovenkant van de figuur lopen evenwijdig aan elkaar. De afstandslijnen staan loodrecht op elkaar.

Bereken de oppervlakte van de totale figuur.



Figuur 2.5

★ **Opgave 2.4**

Van een groot driehoekig kleed zijn de zijden 310 cm, 200 cm en 180 cm.

a Teken dit kleed op schaal 1 : 50.

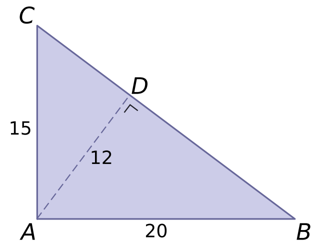
b Bepaal door meten in de figuur en omrekenen de werkelijke hoogte op de langste zijde. Rond af op gehele centimeters.

c Bereken de oppervlakte van dit driehoekige kleed.

d Je kunt ook een andere hoogte opmeten en daarmee de oppervlakte van het driehoekige kleed bepalen. Laat zien dat je dan ongeveer hetzelfde antwoord vindt.

★ ★ **Opgave 2.5**

Bereken de lengte van zijde BC van de rechthoekige driehoek ABC.



Figuur 2.6

★ ★ **Opgave 2.6**

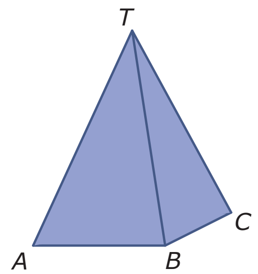
Teken een ΔABC waarvoor geldt: $AB = 5$ cm, $BC = 7{,}5$ cm, $\angle B$ is een stompe hoek en $opp(\Delta ABC) = 11{,}25$ cm^2.

Toepassen

★ ★ **Opgave 2.7: Oppervlakte van een piramide**

Een regelmatige vierzijdige piramide heeft altijd een vierkant grondvlak $ABCD$. De top T zit loodrecht boven het midden van het grondvlak.

In deze regelmatige vierzijdige piramide $ABCD.T$ zijn alle ribben 6 cm.



Figuur 2.7

a Hoeveel draad is er nodig voor een draadmodel van zo'n piramide?

b Hoe groot is de oppervlakte van deze piramide ongeveer? Maak eerst een uitslag en meet de hoogte van de driehoekige grensvlakken. Rond af op gehele cm^2.

★ ★ ★ **Opgave 2.8: Heroon van Alexandrië**

Een van de vele grote wiskundigen uit de Griekse Oudheid was **Heroon van Alexandrië**. Hij leefde ongeveer van 10 na Christus tot 70 na Christus. Hij heeft een groot aantal formules bedacht, waaronder een formule om de oppervlakte van een driehoek te berekenen aan de hand van de lengtes van de drie zijden. Deze formule staat ook wel bekend als de formule van Heron. Stel dat een driehoek zijden a, b en c heeft, dan luidt de formule: *oppervlakte*= $\sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$.
Daarbij staat s voor de helft van de omtrek van de driehoek.

a Waarom is de formule $s = \frac{a+b+c}{2}$ juist?

Gegeven is een rechthoekige driehoek met zijden van 3 cm, 4 cm en 5 cm.

b Bereken de oppervlakte van deze driehoek met de bekende formule met basis en hoogte.

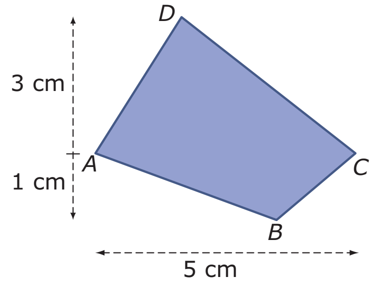
c Bereken de oppervlakte met de formule van Heron. Ga na dat je dezelfde uitkomst krijgt.

d Bereken de oppervlakte van een driehoek met zijden van 12,9 cm, 9,3 cm en 11,8 cm. Rond af op twee decimalen.

1.3 Oppervlakte van vierhoeken

Inleiding

Hoe bereken je de oppervlakte van een vierhoek?
Hier lukt het vast wel, want er zijn twee punten die op gelijke hoogte liggen. Maar hoe gaat dit in het algemeen met de verschillende soorten vierhoeken?



Figuur 3.1

Je leert in dit onderwerp

- vierhoeken in driehoeken verdelen om daarmee de oppervlakte te berekenen;
- de oppervlakteformule van een parallellogram afleiden en gebruiken.

Voorkennis

- de oppervlakte van roosterfiguren bepalen;
- de oppervlakte van een rechthoek en een driehoek berekenen;
- werken met coördinaten.

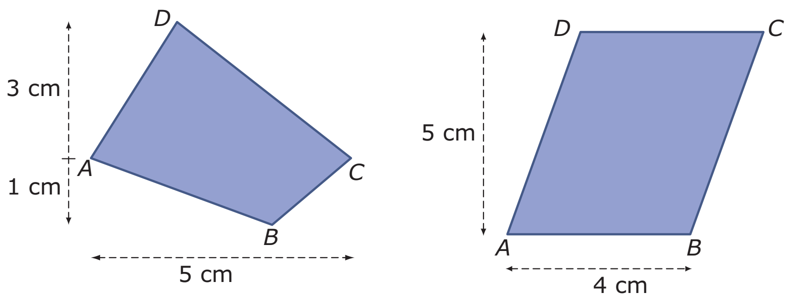
Voor de docent

Bij het onderdeel 'Oppervlakte van vierhoeken' gaat het er om de oppervlakte van vierhoeken te berekenen met behulp van de oppervlakteformule voor driehoeken. Belangrijk is het inzicht dat dit niet bij alle vierhoeken eenvoudig met die oppervlakteformule kan, er zal dan moeten worden gemeten en geschat. De oppervlakteformule voor het parallellogram is wellicht nog nuttig om te onthouden, andere oppervlakteformules eigenlijk niet.

Gewenste materialen:

- Maak vooraf een kopie van het werkblad bij de eerste en de tweede opdracht.
- Schrijfmateriaal voor op de verticale werkvlakken en eventueel plakband om er werkbladen en cm-roosterpapier mee op te hangen.

Opdracht 3.1



Figuur 3.2

Laat zien hoe je van deze twee figuren de oppervlakte kunt berekenen.

Kun je dus een algemene formule maken voor de oppervlakte van een vierhoek? Licht het antwoord toe.

Toelichting

Geef de opdracht mondeling. De figuren staan op dit **Informatieblad**.

Mogelijke hulpvragen: “Hoe kun je een vierhoek handig verdelen?”, “Hoe gebruik je de oppervlakteformule voor een driehoek?” en “Kan dat altijd?”.

Het is van belang om na afloop te bespreken (te laten uitleggen) waarom op dit moment niet van elke vierhoek de oppervlakte kan worden berekend door hem in twee driehoeken te verdelen. En waarom je dus niet voor een willekeurige vierhoek een handige algemene oppervlakteformule kunt opstellen.

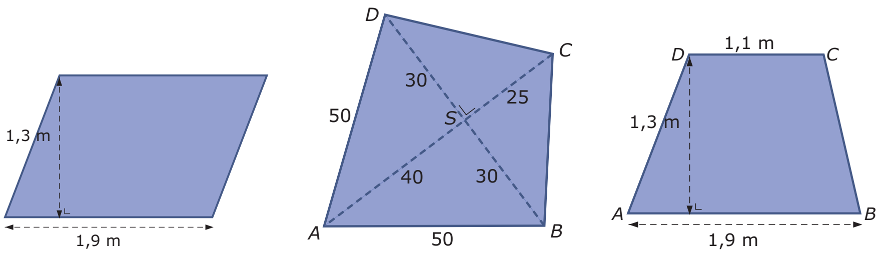
Uitwerking

- Linker figuur:
  Verdelen in twee driehoeken door diagonaal AC te trekken.
  $opp(ABCD) = \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 3 + \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 1 = 10 \text{ cm}^2$.
- Rechter figuur:
  Verdelen in twee driehoeken door diagonaal BD of diagonaal AC te trekken.
  $opp(ABCD) = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 5 + \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 5 = 4 \cdot 5 = 20 \text{ cm}^2$.

Je kunt elke vierhoek in twee driehoeken verdelen, maar je weet niet altijd een basis en/of een hoogte in beide driehoeken. Dus een algemene formule maken voor de oppervlakte van een vierhoek is niet goed mogelijk, of je moet iets opschrijven als $opp(vierhoek) = \frac{1}{2} \cdot d \cdot h_1 + \frac{1}{2} \cdot d \cdot h_2$, waarin d de lengte van een diagonaal is, h_1 de hoogte van de driehoek bovenop die diagonaal en h_2 de hoogte van de driehoek onder die diagonaal is. Maar die afmetingen moet je dan wel allemaal weten!

Opdracht 3.2

Je kent de verschillende soorten vlakke vierhoeken nog wel: rechthoek, vierkant, parallellogram, vlieger, ruit en trapezium. Je ziet hier drie voorbeelden van dergelijke vierhoeken. Bereken bij elke vierhoek de oppervlakte en probeer een oppervlakteformule ervoor op te schrijven. En hoe zit dat met een ruit?



parallellogram **vlieger** **trapezium**

Figuur 3.3

Toelichting

Geef de opdracht mondeling. De figuren staan op dit **Informatieblad**.

Mogelijke hulpvragen: “Kun je dit type vierhoek handig in twee driehoeken verdelen?”, “Hoe bereken je de oppervlakte met behulp van de oppervlakteformule van een driehoek?” en “Kun je daaruit een formule afleiden?”.

Benoem na afloop dat het niet heel belangrijk is om deze oppervlakteformules allemaal te onthouden. Die van de driehoek is in feite genoeg.

Uitwerking

1. Parallellogram:
   Trek diagonaal BD om er twee driehoeken van te maken.
   $opp(parm) = \frac{1}{2} \cdot 1{,}9 \cdot 1{,}3 + \frac{1}{2} \cdot 1{,}9 \cdot 1{,}3 = 1{,}9 \cdot 1{,}3 = 2{,}47 \text{ m}^2$.
   Algemeen: $opp(parm) = b \cdot h$ met b de basis en h de hoogte.

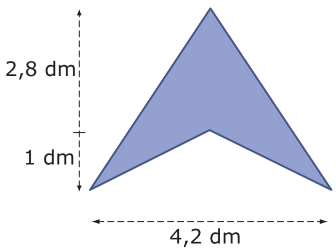
2. Vlieger:
   De vlieger is verdeeld in twee driehoeken elk met basis 65 en hoogte 30 eenheden.
   $opp(vlieger) = \frac{1}{2} \cdot 65 \cdot 30 + \frac{1}{2} \cdot 65 \cdot 30 = 65 \cdot 30 = 1950$ roostereenheden.

   Algemeen: $opp(vlieger) = p \cdot \frac{1}{2} \cdot q = \frac{1}{2}pq$ met q de diagonaal die in twee gelijke delen is verdeeld en p de andere diagonaal is.
3. Trapezium:
   Trek diagonaal BD om er twee driehoeken van te maken.
   $opp(trapezium) = \frac{1}{2} \cdot 1{,}9 \cdot 1{,}3 + \frac{1}{2} \cdot 1{,}1 \cdot 1{,}3 = \frac{1}{2} \cdot (1{,}9 + 1{,}1) \cdot 1{,}3 = 1{,}95 \text{ m}^2$.

   Algemeen: $opp(trapezium) = \frac{1}{2} \cdot (a + b) \cdot h$ met a en b de lengtes van de twee evenwijdige zijden en h de hoogte.

Opdracht 3.3

Bereken de oppervlakte van deze pijlpuntvlieger.
Welke afmeting is overbodig en waarom?



Figuur 3.4

Toelichting

Geef de opdracht mondeling, schets de figuur op je eigen bord.

Mogelijke hulpvragen: “Verdeel je de figuur in twee driehoeken of gebruik je een oppervlakteformule?” en “Welke afmetingen gebruik je in je berekening?”.

Uitwerking

Ook deze vlieger kun je opdelen in twee identieke driehoeken aan weerszijden van de symmetrieas. De oppervlakte is dus gelijk aan de oppervlakte van twee gelijke stomphoekige driehoeken met een basis van 2,8 cm en een hoogte van 2,1 cm.

Dus *oppervlakte(pijlpuntvlieger)* $= 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot 2{,}8 \cdot 2{,}1 = 5{,}88 \text{ dm}^2$.

De 1 dm is een overbodig gegeven. Ook als die afmeting anders zou zijn, bleef de oppervlakte hetzelfde.

Opdracht 3.4

Bekijk wat iedereen heeft gemaakt en heeft bedacht over het berekenen van de oppervlakte van een vierhoek en met name bij welke vierhoeken de oppervlakte goed is te berekenen.
Maak een eigen overzicht van wat je hebt geleerd.

Toelichting

Loop samen met de leerlingen alle bedenksels na. Bevraag leerlingen of ze elkaars gedachtenspinsels kunnen toelichten. Samen zouden jullie naar een overzicht van de theorie moeten komen. Ieder schrijft het voor zichzelf op.

Uitwerking

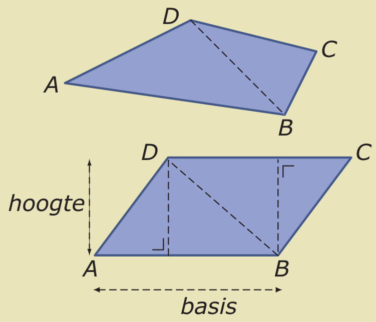
Het theorieblok geeft het gewenste overzicht.

Theorie

Om te onthouden

Elke vierhoek kun je verdelen in twee driehoeken.
De **oppervlakte van een vierhoek** is daarom gelijk aan de som van de oppervlaktes van de twee driehoeken waarin je hem kunt verdelen. Bij bijzondere vierhoeken levert dit eenvoudige formules op voor het berekenen van de oppervlakte.

Is een vierhoek een parallellogram, dan levert het verdelen twee gelijke driehoeken op. De **oppervlakte van een parallellogram** is daarom precies twee keer de oppervlakte van één van die driehoeken.



Figuur 3.5

oppervlakte (parallellogram) = basis · hoogte

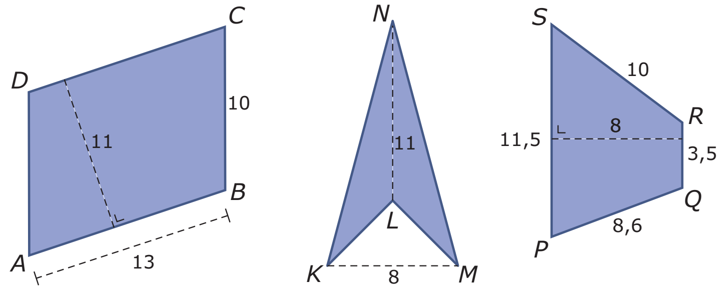
Korter: $opp(parm) = b \cdot h$ als b de basis en h de hoogte is.

Ook van andere vierhoeken kun je oppervlakteformules afleiden, bekijk de voorbeelden.

Verwerken

★ Opgave 3.1

Bekijk de drie vierhoeken: een parallellogram, een pijlpuntvlieger en een trapezium.

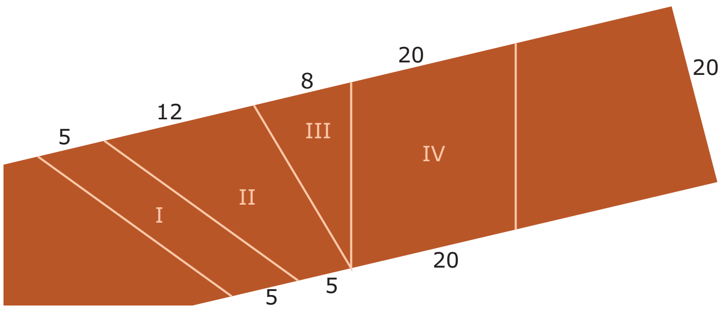


Figuur 3.6

Bereken de oppervlakte van deze vierhoeken.

★ Opgave 3.2

Uit een rechthoekige plank met een breedte van 20 centimeter worden drie vierhoeken en een driehoek gezaagd. Je ziet een deel van deze plank. De vier figuren vormen samen de helft van de oppervlakte van de plank.



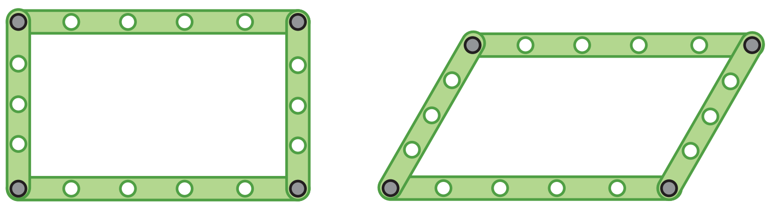
Figuur 3.7

a Bereken van elk van deze vier figuren de oppervlakte.

b Hoe lang is deze plank in totaal?

★ Opgave 3.3

Een rechthoek van metalen strips is te vervormen tot een parallellogram. Zie de figuur.



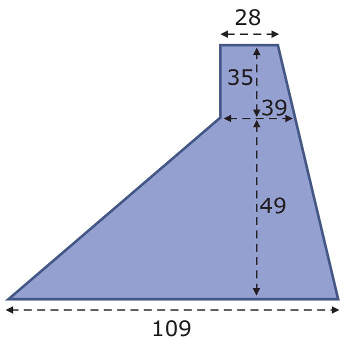
Figuur 3.8

Alle mogelijke figuren die ontstaan bij het vervormen van deze rechthoek, hebben dezelfde omtrek. Hebben ze ook dezelfde oppervlakte? Licht je antwoord toe.

★ Opgave 3.4

Bekijk de figuur. De onderkant en de bovenkant lopen evenwijdig. De linker bovenhoek is een rechte hoek (90°). Alle maten zijn in centimeters.

Bereken de oppervlakte van deze staalplaat.



Figuur 3.9

★ Opgave 3.5

In een rechthoekig assenstelsel zijn de punten $A(-3,-3)$, $B(2,-3)$ en $C(4,4)$ gegeven.

a A, B en C zijn de hoekpunten van parallellogram $ABCD$. Geef de coördinaten van punt D en bereken de oppervlakte van dit parallellogram.

b A, B en C zijn de hoekpunten van trapezium $ABCE$ waarvan $CE = 9$ en CE is evenwijdig met AB. Geef de coördinaten van punt E en bereken de oppervlakte van dit trapezium.

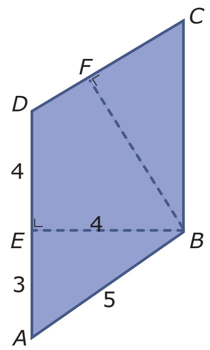
c Je kunt met de gegevens uit b, maar dan met punt F in plaats van E, ook een trapezium $ABFC$ maken. Welke coördinaten heeft punt F in dit geval? En welke oppervlakte heeft dit trapezium?

d A, B en C zijn de hoekpunten van vlieger $ABCG$. Geef de coördinaten van punt G en bereken de exacte oppervlakte van deze vlieger.

★ Opgave 3.6

Bekijk het parallellogram $ABCD$.

Bereken de afstand van punt B tot lijnstuk CD, dus de hoogte BF.



Figuur 3.10

★ ★ Opgave 3.7

Van een vierkant is de lengte d van een diagonaal gegeven.

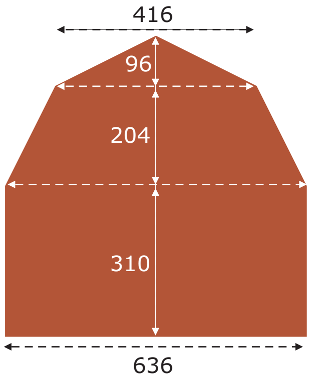
a Stel een formule op voor de oppervlakte van zo'n vierkant.

b Bereken de oppervlakte van zo'n vierkant als $d = 3$.

c Hoe lang zijn de diagonalen van een vierkant met een oppervlakte van 32 eenheden?

Toepassen

★ ★ Opgave 3.8: Mansardedak



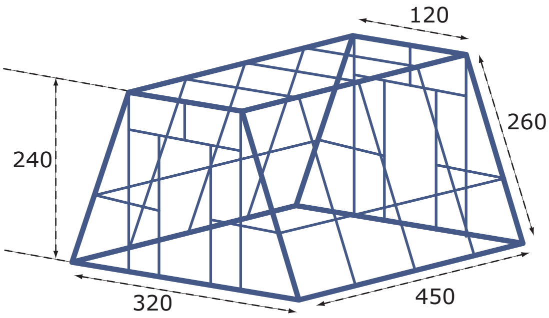
Figuur 3.11

Dit is een huis met een zogenaamd ‘mansardedak’. Zo'n dak is bedacht om de verdieping van het huis over een grotere breedte beloopbaar te maken. De zijgevel van dit huis heeft de vorm van een lijnsymmetrische zevenhoek en staat loodrecht op de onderkant van het huis. De maten zijn gegeven in centimeters. Bereken de totale oppervlakte van de gevel in m^2 door deze in driehoeken en/of vierhoeken te verdelen. Rond af op één decimaal nauwkeurig.

★ ★

Opgave 3.9: Plantenkas

Je ziet een bijzondere plantenkas. De afmetingen zijn in cm gegeven. De kas heeft de vorm van een symmetrisch prisma en de bodem is uiteraard niet van glas.



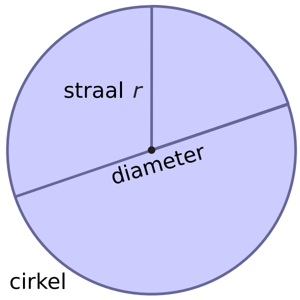
Figuur 3.12

Bereken de totale hoeveelheid glas die voor deze plantenkas nodig is in m^2. Rond af op één decimaal.

1.4 Omtrek cirkel

Inleiding

De omtrek van een cirkel heb je al eerder leren berekenen, je weet vast nog wel hoe dat gaat. En anders kom je dat nu weer tegen. Maar je gaat ook kijken naar delen van cirkels.



Figuur 4.1

Je leert in dit onderwerp

- de omtrek van een cirkel berekenen vanuit de diameter of straal en andersom;
- de omtrek van een cirkelsector berekenen vanuit de diameter of straal en andersom.

Voorkennis

- de oppervlakte van roosterfiguren bepalen;
- de oppervlakte van rechthoeken, driehoeken en vierhoeken berekenen;
- werken met coördinaten.

Voor de docent

Bij het onderdeel ‘Omtrek cirkel’ gaat het er om de formule voor de omtrek van een cirkel te gebruiken om berekeningen mee uit te voeren. Nieuw is het werken met cirkelsectoren.

Gewenste materialen:

- Maak bij de derde opdracht een schets op je eigen bord of vertel duidelijk hoe die cirkelsector er uit ziet.
- Schrijfmateriaal voor op de verticale werkvlakken.

Opdracht 4.1

Je hebt al eerder gezien dat de omtrek van een cirkel gelijk is aan $\pi \cdot d$, waarin d de diameter van de cirkel is.

Het binnengebied van een rotonde is zuiver cirkelvormig. De diameter daarvan is 21 meter.

Op 50 cm van de rand van dat binnengebied worden rozenstruiken geplant. De middens van twee rozenstruiken moeten ongeveer 60 centimeter uit elkaar liggen, gerekend langs de cirkel waarop ze liggen. Hoeveel rozenstruiken zijn er nodig?

Toelichting

Geef de opdracht mondeling. Het is nuttig dat de leerlingen vanaf het begin door hebben dat ze die afstand tussen de struiken kunnen afmeten over de cirkel waar de struiken op staan, zodat ze niet onnodig moeilijk met veelhoeken gaan staan prutsen.

Mogelijke hulpvragen: “Welke diameter heeft de cirkel waarop de rozen staan?”, “Waar moet die 60 cm tussen twee struikjes worden afgemeten?” en “Hoe kun je de omtrek van de cirkel van rozenstruiken gebruiken voor dit vraagstuk?”.

Uitwerking

De omtrek van het binnengebied is $\pi \cdot d = \pi \cdot 20 \approx 62{,}90$ m, en $\frac{62{,}9}{0{,}6} \approx 105$.

Er zijn ongeveer 105 struikjes nodig.

Opdracht 4.2

Het binnengebied van een rotonde is zuiver cirkelvormig. Op 50 cm van de rand van dit binnengebied staan 200 rozenstruiken met een onderlinge afstand tussen de middens van 0,55 m (weer gerekend langs de rand van de cirkel waarop ze staan). Bereken de straal van dit binnengebied.

Toelichting

Geef de opdracht mondeling. Het is nuttig dat de leerlingen ook nu door hebben dat ze die afstand tussen de struiken moeten afmeten over de cirkel waar de struiken op staan, zodat ze niet onnodig moeilijk met veelhoeken gaan staan prutsen.

Mogelijke hulpvragen: “Welke omtrek heeft de cirkel waarop de rozen staan?”, “Hoe kun je daaruit de diameter van die cirkel berekenen?” en “Hoe bereken je de straal van het totale binnengebied?”.

Uitwerking

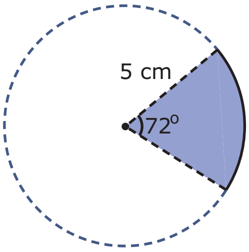
De cirkel waarop de rozen staan heeft een omtrek van $200 \cdot 0{,}55 = 110$ m.

Of bereken eerst de diameter met $d = \frac{110}{\pi} \approx 35{,}01...$ m, en deel het antwoord door 2.

$r = \frac{d}{2} = 35{,}01.../2 \approx 17{,}5$ m, dus de straal van het binnengebied is ongeveer 18,5 m.

Opdracht 4.3

Je kunt een cirkel in cirkelsectoren (taartpunten) opdelen. Wil je van zo'n sector of taartpunt de omtrek berekenen, dan moet je twee keer de straal optellen bij een deel van de cirkelomtrek. Bereken van deze cirkelsector de omtrek in mm nauwkeurig.



Figuur 4.2

Toelichting

Geef de opdracht mondeling, schets de figuur op je eigen bord.

Mogelijke hulpvragen: “Uit welke delen bestaat de omtrek van deze figuur?”, “Hoeveel graden zitten er om het middelpunt van een cirkel?” en “Welk deel van de omtrek van een cirkel heb je nodig?”.

Uitwerking

De omtrek van een cirkelsector bestaat in deze figuur uit twee lijnstukken van 5 cm en een deel van de omtrek van een cirkel met een straal van 5 cm.

Deze cirkel heeft een omtrek van $\pi \cdot d = \pi \cdot 10$ cm.

De cirkelsector in de figuur heeft een sectorhoek van 72°.

Een hele cirkel beslaat 360°. De lengte van de cirkelboog die hoort bij de cirkelsector is dus het $\frac{72}{360}$ deel van de omtrek van de hele cirkel. De lengte van de cirkelboog is $\frac{72}{360} \cdot \pi \cdot 10 \approx 6{,}3$ cm.

De totale omtrek van de cirkelsector is in mm nauwkeurig: $2 \cdot 5 + \frac{72}{360} \cdot \pi \cdot 10 \approx 16{,}3$ cm.

Opdracht 4.4

Bekijk wat iedereen heeft gemaakt en heeft bedacht over het werken met de formule voor de omtrek van een cirkel en van een cirkelsector.
Maak een eigen overzicht van wat je hebt geleerd.

Toelichting

Loop samen met de leerlingen alle bedenksels na. Bevraag leerlingen of ze elkaars gedachtenspinsels kunnen toelichten. Samen zouden jullie naar een overzicht van de theorie moeten komen. Ieder schrijft het voor zichzelf op.

Uitwerking

Het theorieblok geeft het gewenste overzicht.

Theorie

Om te onthouden

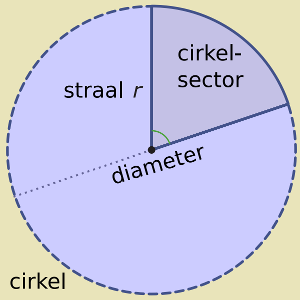
Voor de **omtrek van een cirkel** geldt:

omtrek (cirkel) = $\pi \cdot$ *diameter*

Het getal 3,14159265... wordt **pi** genoemd en aangeduid met de Griekse letter π.
π heeft oneindig veel decimalen zonder enige regelmaat.

Omdat de diameter (d) altijd twee keer de straal (r) is, kun je de formule ook schrijven als:

omtrek (cirkel) = $2 \cdot \pi \cdot$ *straal* of als *omtrek (cirkel)*= $2\pi \cdot r$



Figuur 4.3

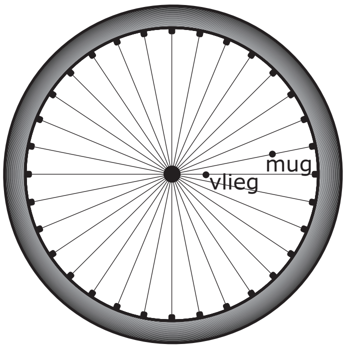
Een ‘taartpunt’ uit een cirkel heet een **cirkelsector** en heeft een bijbehorende **sectorhoek**. Die hoek bepaalt welk deel van de cirkel de sector is. Je kunt daarmee de **omtrek van de cirkelsector** berekenen.

Verwerken

★ **Opgave 4.1**

Op een spaak van een fietswiel zit een vlieg, op een andere spaak zit een mug. De vlieg zit 10 cm van de as, de mug 30 cm. Het wiel draait precies één keer rond, zodat de vlieg en de mug allebei een cirkel draaien.

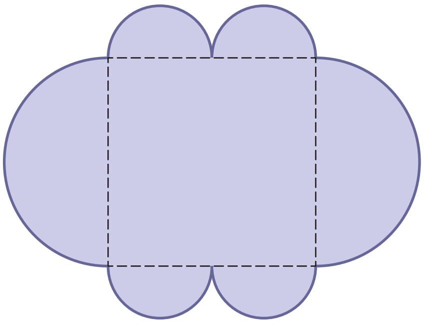
Hoeveel gehele centimeters is de cirkel van de mug groter dan die van de vlieg?



Figuur 4.4

★ **Opgave 4.2**

In de figuur zie je een vierkant met zijden van 20 cm met halve cirkels eromheen. Bereken de omtrek van de gehele figuur in centimeters nauwkeurig.



Figuur 4.5

★ **Opgave 4.3**

Bereken de omtrek van een cirkelsector met een straal van 20 cm en een hoek van 32°. Geef je antwoord in centimeters en rond af op één decimaal.

★ **Opgave 4.4**

De grote wijzer van een kerkklok is 1,5 m lang.

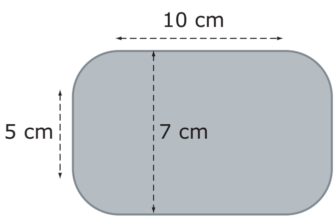
a Bereken de lengte van de weg die de punt van de wijzer in een kwartier aflegt in centimeters nauwkeurig.

b Legt de wijzerpunt in een jaar tijd ongeveer 100 km af? Licht je antwoord toe.

★ **Opgave 4.5**

Je ziet een blik sardines. In het bovenaanzicht van het blik staan de afmetingen. De afgeronde hoeken zijn kwartcirkels. De lijnstukken zijn evenwijdig of loodrecht op elkaar.

Figuur 4.6



Figuur 4.7

Bereken de omtrek van de bovenkant van zo'n sardineblik in millimeters nauwkeurig.

★ **Opgave 4.6**

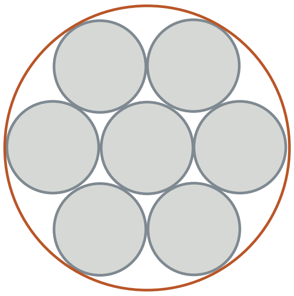
Jan fietst elke dag 4,2 km van huis naar school. Stel je voor dat bij elke omwenteling van zijn trappers ook zijn wiel precies één keer ronddraait. De diameter van zijn fietswiel is 71 cm.

Hoe vaak gaan zijn trappers dan rond op weg van huis naar school? Rond af op gehele omwentelingen.

★ **Opgave 4.7**

Dit is het bovenaanzicht van zeven gelijke tafeltennisballetjes die precies binnen een grote cirkelvormige doos passen. Elk balletje heeft een omtrek van 125,7 mm.

Hoe groot is de omtrek van het bovenaanzicht van de doos afgerond op gehele millimeters?



Figuur 4.8

Toepassen

★ ★ **Opgave 4.8: Touw om de aarde**

Ga ervan uit dat de aarde precies bolvormig is en dat de omtrek 40000 km is.

a Bereken de straal van de aarde in gehele kilometers nauwkeurig.

b Stel je voor dat om de evenaar een touw is gespannen. Als je dat touw nu overal op de evenaar op 1 meter boven het aardoppervlak wilt bevestigen, hoeveel extra meter touw heb je dan nodig? Rond af op gehele meters.

★ ★ **Opgave 4.9: De snelheid van de Maan**

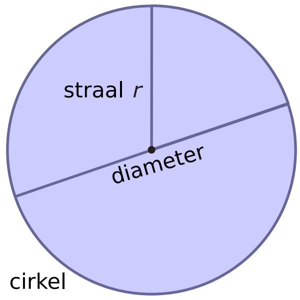
De Maan draait in ongeveer 27,32 dagen om de Aarde en staat ongeveer 384,4 km van de Aarde af (gemiddeld).

Met welke snelheid (in km/h) beweegt de Maan om de Aarde? Rond af op twee decimalen.

1.5 Oppervlakte cirkel

Inleiding

Ook voor de oppervlakte van een cirkel bestaat een formule waar het getal π in voorkomt. Daarmee ga je nu leren werken.



Figuur 5.1

Je leert in dit onderwerp

- de oppervlakte van een cirkel berekenen vanuit de diameter of straal en andersom;
- de oppervlakte van een cirkelsector berekenen vanuit de diameter of straal en andersom.

Voorkennis

- de oppervlakte van roosterfiguren bepalen;
- de oppervlakte van rechthoeken, driehoeken en vierhoeken berekenen;
- de omtrek van een cirkel en een cirkelsector berekenen vanuit de diameter of straal en andersom;
- werken met coördinaten.

Voor de docent

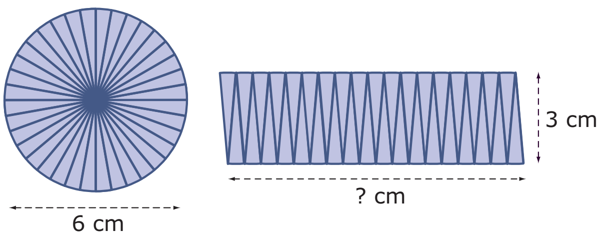
Bij het onderdeel ‘Oppervlakte cirkel’ gaat het er om de formule voor de oppervlakte van een cirkel te leren kennen en te gebruiken om berekeningen mee uit te voeren. Ook nu wordt met cirkelsectoren gewerkt.

Gewenste materialen:

- Deel het werkblad bij de eerste opdracht uit.
- Maak bij de tweede opdracht een schets op je eigen bord of vertel duidelijk hoe die cirkelsector er uit ziet.
- Schrijfmateriaal voor op de verticale werkvlakken.

Opdracht 5.1

Je ziet hoe een cirkel met een straal van 3 cm in 36 sectoren is verdeeld. Je kunt vervolgens, om de oppervlakte van deze cirkel te schatten, die sectoren in de vorm van een ‘parallellogram’ leggen.



Figuur 5.2

Hoe groot is de oppervlakte van de cirkel ongeveer? Druk je antwoord uit in π.

Laat zien hoe je op deze manier een formule kunt afleiden voor de oppervlakte van een cirkel.

Toelichting

Geef de opdracht mondeling. De figuren staan op dit **Informatieblad**. Het is goed om aan te geven dat parallellogram tussen aanhalingstekens hoort.

Mogelijke hulpvragen: "Waarom is dit een 'parallellogram'?", "Welke hoogte heeft het 'parallellogram'?", "Welke basis heeft het 'parallellogram'?" en "Hoe kun je de omtrek van de cirkel gebruiken voor dit vraagstuk?".

Bespreek na afloop welke algemene formule voor de oppervlakte van een cirkel er is gevonden. Laat ook de groepjes vertellen of ze iets kunnen zeggen over de zekerheid van die formule (aantal sectoren moet oneindig groot zijn).

Uitwerking

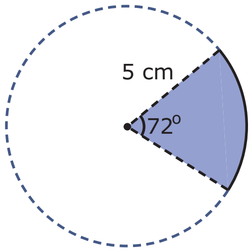
$\textit{oppervlakte (parallellogram)} = b \cdot h = 3\pi \cdot 3 = 3^2 \cdot \pi = 9\pi \approx \textit{oppervlakte (cirkel)}$

$\textit{oppervlakte (parallellogram)} = b \cdot h = \pi \cdot r \cdot r = \pi r^2 = \textit{oppervlakte (cirkel)}$

als het aantal sectoren oneindig groot is.

Opdracht 5.2

Je kunt een cirkel in cirkelsectoren (taartpunten) opdelen.
Bereken van deze cirkelsector de oppervlakte in mm^2 nauwkeurig.



Figuur 5.3

Toelichting

Geef de opdracht mondeling, schets de figuur op je eigen bord.

Mogelijke hulpvragen: "Hoe bereken je de oppervlakte van de hele cirkel?", "Hoeveel graden zitten er om het middelpunt van een cirkel?" en "Welk deel van de oppervlakte van de hele cirkel is deze cirkelsector?".

Uitwerking

De hele cirkel heeft een oppervlakte van $\pi \cdot 5^2 = \pi \cdot 25 = 25\pi$ cm.

De cirkelsector in de figuur heeft een sectorhoek van 72°.

Een hele cirkel beslaat 360°. De oppervlakte van de cirkelsector is dus het $\frac{72}{360}$ deel van de oppervlakte van de hele cirkel, dus: $\frac{72}{360} \cdot 25\pi \approx 15{,}71$ cm^2 en dat is 1571 mm^2.

Opdracht 5.3

In de hoek van een kamer moet een tafeltje komen in de vorm van een kwart cirkel. Het moet een oppervlakte krijgen van 0,5 m^2. Hoe groot moet de straal zijn van de cirkelsector die het bovenblad van het tafeltje vormt? Geef je antwoord in mm nauwkeurig.

Toelichting

Geef de opdracht mondeling.

Mogelijke hulpvragen: "Welke oppervlakte moet de cirkel hebben waar dit blad een kwart van is?", "Hoe kun je nu de formule voor de oppervlakte van een cirkel gebruiken?" en "Hoe reken je terug vanuit een kwadraat?".

Uitwerking

De hele cirkel moet een oppervlakte hebben van $4 \cdot 0{,}5 = 2$ m^2 = 20000 cm^2.

Dus $\pi \cdot r^2 = 20000$, zodat $r = \sqrt{\frac{20000}{\pi}} \approx 79{,}8$ cm.

De straal van de cirkelsector is in mm nauwkeurig: 798 mm.

Opdracht 5.4

Bekijk wat iedereen heeft gemaakt en heeft bedacht over het werken met de formule voor de oppervlakte van een cirkel en van een cirkelsector.
Maak een eigen overzicht van wat je hebt geleerd.

Toelichting

Loop samen met de leerlingen alle bedenksels na. Bevraag leerlingen of ze elkaars gedachtenspinsels kunnen toelichten. Samen zouden jullie naar een overzicht van de theorie moeten komen. Ieder schrijft het voor zichzelf op.

Uitwerking

Het theorieblok geeft het gewenste overzicht.

Theorie

Om te onthouden

Voor de **oppervlakte van een cirkel** met straal r geldt:

oppervlakte (cirkel) $= \pi \cdot r^2$

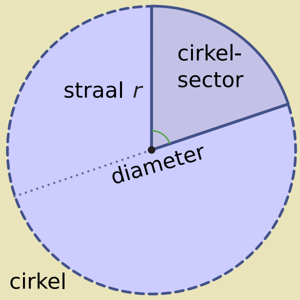
waarin $\pi = 3{,}14159265...$
π heeft oneindig veel decimalen zonder enige regelmaat.

Omdat de diameter (d) altijd twee keer de straal (r) is, kun je de formule ook schrijven als:

oppervlakte (cirkel) $= \frac{1}{4} \cdot \pi \cdot d^2$

De **oppervlakte van een cirkelsector** kun je berekenen vanuit de sectorhoek $s°$.

De cirkelsector is namelijk het $\frac{s}{360}$ deel van de hele cirkel.



Figuur 5.4

Verwerken

★ **Opgave 5.1**

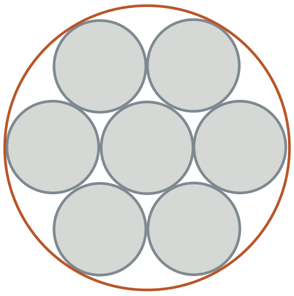
Je ziet het Chinese Yin en Yang symbool. De figuur bestaat uit (halve) cirkels. De grote cirkel heeft een diameter van 20 cm, de halve cirkels zijn even groot en de kleinste cirkels hebben een diameter van 4 cm. De dikte van de rand mag je verwaarlozen.

Bereken de oppervlakte van het zwarte gedeelte in cm^2 nauwkeurig.

Figuur 5.5

★ **Opgave 5.2**

Dit is het bovenaanzicht van zeven gelijke balletjes die precies binnen een grote cirkelvormige doos passen. Elk balletje heeft een diameter van 20 cm. Bereken de oppervlakte van de lege ruimte die overblijft in dit bovenaanzicht. Geef je antwoord in hele mm^2.



Figuur 5.6

★ **Opgave 5.3**

Een cirkel heeft een oppervlakte van 400 m^2.

Bereken de omtrek van deze cirkel in meters nauwkeurig.

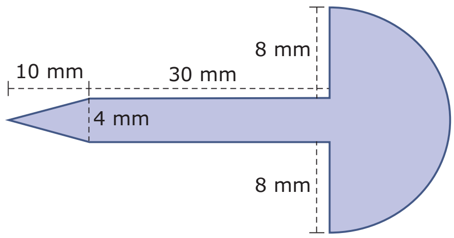
★ ★ **Opgave 5.4**

Van een halve cirkel is de totale omtrek 400 m.

Bereken de oppervlakte van deze cirkel in m^2 nauwkeurig.

★ **Opgave 5.5**

Dit is een dwarsdoorsnede van een spijker. De kop is precies een halve bol. De rest van de spijker is lijnsymmetrisch.



Figuur 5.7

Bereken de oppervlakte van de dwarsdoorsnede in mm^2 nauwkeurig.

★ **Opgave 5.6**

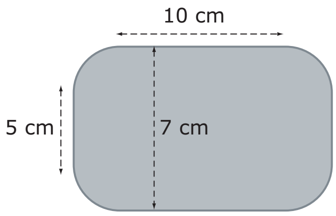
In een ringband zitten 100 vellen papier met in elk vel 23 cirkelvormige gaatjes. Elk gaatje heeft een diameter van 6 mm.

Hoeveel hele mm^2 papier is in totaal uit dat pak papier geperforeerd?

★ **Opgave 5.7**

Je ziet een blik sardines. In het bovenaanzicht zijn de afmetingen getekend. De afgeronde hoeken zijn kwartcirkels.

Figuur 5.8



Figuur 5.9

Bereken de oppervlakte van de bovenkant van zo'n sardineblik in cm^2. Rond af op twee decimalen.

★ **Opgave 5.8**

De oppervlakte van een taartpunt met een hoek van 23° is 246 cm^2. Bereken de bijbehorende straal van de taart in centimeters. Rond af op één decimaal.

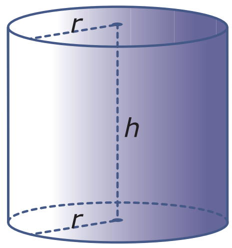
Toepassen

★★ **Opgave 5.9: Oppervlakte cilinder**

Deze cilinder heeft een cilindermantel, een grondvlak en een bovenvlak.

Knip je de cilindermantel in de hoogte open (dus je knipt evenwijdig aan de as) en vouw je deze cilindermantel plat, dan krijg je een rechthoek. De lengte van die rechthoek is de omtrek van de grondcirkel, de breedte is de hoogte van de cilinder. En dus kun je er de oppervlakte van berekenen.

De totale oppervlakte van de cilinder is dan die van de cilindermantel plus de oppervlakte van grondvlak en bovenvlak.



Figuur 5.10

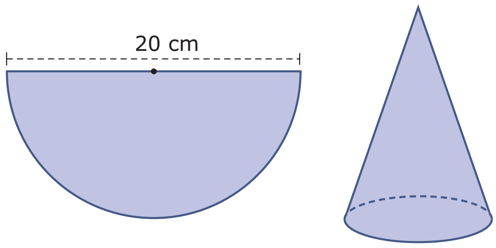
a Bereken de oppervlakte van een cilinder met een diameter van 10 cm en een hoogte van 20 cm in cm^2 nauwkeurig.

b Welke formule kun je opstellen voor de oppervlakte van een cilinder met een straal van r cm en een hoogte van h cm?

c Uit hoeveel gehele cm^2 metaal bestaat een cilindervormig blikje met een omtrek van 23,2 cm en een hoogte van 10,8 cm?

★★★ **Opgave 5.10: Oppervlakte kegel**

Van een stuk dun karton wordt een kegel gemaakt. Eerst wordt er een halve cirkel uitgeknipt en die wordt tot een punt geplakt. De diameter van die halve cirkel is 20 cm.



Figuur 5.11

a Bereken de oppervlakte van de halve cirkel. Rond af op gehele cm^2.

b Hoe groot is de oppervlakte van de grondcirkel van deze kegel in cm^2? Rond af op één decimaal.

1.6 Eenheden

Inleiding

Je kent de belangrijkste eenheden voor lengte, oppervlakte, gewicht, tijd, en dergelijke wel. Deze eenheden zijn vastgelegd in een internationaal eenhedenstelsel, het S.I.-stelsel.
Daarbij worden ook voorvoegsels als milli, centi, deci, gebruikt. Maar daar zijn er nog veel meer van...

Figuur 6.1

Je leert in dit onderwerp

- werken met eenheden en (samengestelde) eenheden in elkaar omrekenen;
- werken met de standaard voorvoegsels van eenheden.

Voorkennis

- werken met de basiseenheden en hun voorvoegsels;
- werken met de wetenschappelijke notatie;
- de oppervlakte van roosterfiguren, rechthoeken, driehoeken en vierhoeken berekenen;
- de omtrek en de oppervlakte van een cirkel en een cirkelsector berekenen vanuit de diameter of straal en andersom;
- werken met coördinaten.

Voor de docent

Bij het onderdeel 'Omtrek cirkel' gaat het om het werken met het S.I.-stelsel, het internationaal afgesproken stelsel van grootheden met bijbehorende eenheden en voorvoegsels. Het omrekenen, ook van samengestelde eenheden staat centraal.

Gewenste materialen:

- Deel het werkblad bij de eerste opdracht uit, vertel al vast dat dit een belangrijk deel van het theorieblok is.
- Schrijfmateriaal voor op de verticale werkvlakken.

Opdracht 6.1

Op het **Informatieblad** vind je een beschrijving van veelgebruikte grootheden met daarbij hun eenheden en de gebruikte voorvoegsels. Het S.I.-stelsel wordt internationaal gebruikt, ook al hebben sommige landen/gebieden ook weer eigen bedenksels.

Eerst maar even wat omrekenwerk:

1. 0,013 m^3 = ... L
2. 12 nm = ... cm
3. 3,15 ha = ... m^2
4. 0,31 hL = ... cm^3

5. 125 mL = ... m^3
6. 0,95 TB = ... MB

Toelichting

Geef de opdracht mondeling en in stappen. De theorie staat op dit **Informatieblad**.

Mogelijke hulpvragen: “Welke letter geeft de eenheid weer? En welke eenheid?”, “Welke letter geeft het voorvoegsel weer? En welk voorvoegsel dan?”, “Komen de eenheden overeen?” en “Hoe kun je van het ene voorvoegsel naar het andere komen?”.

Bedenk wel dat het kunnen werken met machten van 10 en de wetenschappelijke notatie tot de voorkennis voor dit onderdeel behoort.

Desgewenst voeg je zelf nog wat omrekensituaties toe. Het gaat daarbij (nog) niet om samengestelde eenheden.

Uitwerking

1. $1\ m^3 = 1000$ L, dus $0{,}013\ m^3 = 0{,}013 \cdot 1000 = 13$ L
2. $12\ nm = 12 \cdot 10^{-9}\ m = 12 \cdot 10^{-9} \cdot 10^2 = 12 \cdot 10^{-7} = 1{,}2 \cdot 10^{-6}$ cm = 0,0000012 cm.
3. 3,15 ha = 315 are = 315 dam^2 = $315 \cdot 10\ m \cdot 10\ m = 31500\ m^2$.
4. 0,31 hL = 31 L = 31 dm^3 = $31 \cdot 10\ cm \cdot 10\ cm \cdot 10\ cm = 31000\ cm^3$.
5. $125\ mL = 125 \cdot 10^{-3}\ L = 125 \cdot 10^{-3} \cdot 10^{-3} = 125 \cdot 10^{-6} = 1{,}25 \cdot 10^{-4}\ m^3 = 0{,}000125\ m^3$.
6. $0{,}95\ TB = 0{,}95 \cdot 10^{12}\ B = 0{,}95 \cdot 10^{12} \cdot 10^{-6} = 0{,}95 \cdot 10^6 = 9{,}5 \cdot 10^5 = 950000$ MB.

Opdracht 6.2

Een bijzonder ‘probleem’ is:
“Eline is 1 miljoen minuten oud. Kan ze bij jou in de klas zitten?”

Toelichting

Geef de opdracht mondeling.

Mogelijke hulpvragen: “Hoe bereken je hoeveel minuten er in een jaar zitten?”, “Hoeveel jaar zou Eline dus zijn?”.

Uitwerking

Een dag is $24 \cdot 60 = 1440$ minuten.

Een jaar is $365 \cdot 1440 = 525600$ minuten.

Even niet letten op schrikkeljaren: $\frac{1000000}{525600} \approx 1{,}90$.

Dus is Eline nog geen 2 jaar oud, dus ze kan niet echt bij jou in de klas zitten.

Opdracht 6.3

Er bestaan ook zogenaamde ‘samengestelde grootheden’ zoals *snelheid*, *soortelijke massa*, etc. Ook daarmee wil je kunnen omrekenen.

1. Voor lucht bij kamertemperatuur (20 °C) is de geluidssnelheid ongeveer 343 m/s. Hoeveel km/h is dat? Geef je antwoord in één decimaal nauwkeurig.
2. De lichtsnelheid is ongeveer 300000 km/s. Hoeveel km/h is dat? Geef je antwoord in wetenschappelijke notatie.
3. Gewoon water heeft een soortelijke massa van 0,998 kg/dm^3. Hoeveel g/cm^3 is dat?
4. Goud heeft een soortelijke massa van 19,2 kg/dm^3. Een gouden ring heeft een volume van 0,4 mL. Hoeveel gram weegt deze ring? Rond af op één decimaal.

Toelichting

Geef de opdracht mondeling en in stappen.

Mogelijke hulpvragen: “Hoe ga je van m/s naar km/s?”, “En hoe ga je van km/s naar km/h?” en vergelijkbare vragen voor andere grootheden/eenheden.

Uitwerking

1. 343 m/s $= 343 \cdot \frac{3600}{1000} = 1234{,}8$ km/h.
2. $3 \cdot 10^5 \cdot 3{,}6 \cdot 10^3 = 10{,}8 \cdot 10^8 = 1{,}08 \cdot 10^9$ km/h.
   Of: $300000 \cdot 3600 = 1080000000$ km/h $= 1{,}08 \cdot 10^9$ km/h.
3. $0{,}998$ kg/dm^3 $< \texttt{not enough right fences :}\ 1 >$ g/cm^3.
4. $0{,}4$ mL $= 0{,}0004$ L $= 0{,}0004$ dm^3. Dus de ring weegt $19{,}2 \cdot 0{,}0004 = 0{,}00768$ kg en dat is ongeveer 7,7 gram.

Opdracht 6.4

Bekijk wat iedereen heeft gemaakt en heeft bedacht over het werken met grootheden en de bijbehorende eenheden en voorvoegsels. Probeer de namen uit het hoofd te leren, dan hoef je deze kennis niet steeds weer op te zoeken.
Plak het overzicht bij de eerste opdracht in je theorieblok, zet er eventueel nog wat voorbeelden bij.

Toelichting

In dit onderwerp krijgen de leerlingen de theorie aangereikt, ze moeten er alleen mee leren werken. Dat komt omdat dit wereldwijde afspraken betreft en geen kennis die je moet opbouwen. Wel is het goed als ze in de gaten hebben dat dit systeem op het tientallig stelsel is gebaseerd.

Uitwerking

Het theorieblok geeft het gewenste overzicht.

Theorie

Om te onthouden

Je hebt leren werken met maten voor lengte, oppervlakte en inhoud. Maar er zijn veel meer **grootheden** die je kunt meten. Bijvoorbeeld: tijd, snelheid, lichtsterkte, grootte van computerbestanden, geluidssterkte, enzovoort.
In het **S.I.-stelsel** zijn alle gebruikte grootheden met hun **eenheden** vastgelegd.

grootheid	**letter**	**eenheid**	**symbool**
lengte, omtrek	l, P	meter	m
oppervlakte	A	vierkante meter	m^2
inhoud, volume	I, V	kubieke meter liter	m^3 L (1 L = 0,001 m^3)
massa	m	gram	g
tijd	t	seconde	s
temperatuur	T	graden Celsius	°C
snelheid	v	meter per seconde	m/s
bestandsgrootte		byte	B

Tabel 6.1

Eenheden die zijn samengesteld uit meer dan één eenheid (zoals m/s), noem je **samengestelde eenheden**.

Zoals je in het eerder hebt gezien, gebruik je **voorvoegsels** om tienvouden van die eenheden aan te geven. Je hebt al leren werken met de voorvoegsels deci, centi, milli, deca, hecto en kilo. Maar er zijn er nog meer!
De belangrijkste voorvoegsels zijn:

voorvoegsel	**afkorting**	**betekenis**	**macht**		**voorvoegsel**	**afkorting**	**betekenis**	**macht**
deci	d	tiende	10^{-1}		deca	da	tiental	10^1
centi	c	honderdste	10^{-2}		hecto	h	honderdtal	10^2
milli	m	duizendste	10^{-3}		kilo	k	duizendtal	10^3
micro	µ	miljoenste	10^{-6}		Mega	M	miljoen	10^6
nano	n	miljardste	10^{-9}		Giga	G	miljard	10^9
pico	p	biljoenste	10^{-12}		Tera	T	biljoen	10^{12}

Tabel 6.2

Zo is 1 µm = 1 micrometer = 10^{-6} m = 0,000001 m.
Zo is 1 ns = 1 nanoseconde = 10^{-9} s = 0,000000001 s.
Zo is 1 TB = 1 Terabyte = 10^{12} B = 1000000000000 B.

Verwerken

★ **Opgave 6.1**

Kubieke centimeter wordt ook wel afgekort tot cc (‘cubic centimetre’). Een bromfietsmotor van 50 cc heeft een totale cilinderinhoud van 50 cm^3.

a Hoeveel liter is dat?

b Hoeveel cc heeft een motor met een totale cilinderinhoud van 0,25 L?

c Een automotor heeft soms wel een cilinderinhoud van 2 L. Hoeveel cc is dat?

★ **Opgave 6.2**

Een liter water weegt ongeveer 1 kg.

a Hoeveel gram weegt 1 mL water?

b Het platte dak van een schoolgebouw heeft een totale oppervlakte van 400 m^2. Er valt op een bepaalde morgen 12 mm regen op dat dak. Hoeveel liter is dat in totaal?

c Stel je voor dat dit water op het dak zou blijven staan. Hoeveel kg water drukt er dan op elke m^2 van het dak?

★ **Opgave 6.3**

Schaatser Sven Kramer reed op 17 november 2007 de 5 km in 6:03,32. Dit betekent dat hij er zes minuten en 3,32 seconden over deed.

a Met hoeveel km/h schaatste hij gemiddeld? Rond af op één decimaal.

Een cheetah (jachtluipaard) haalt wel een topsnelheid van 108 km/h. Dat houdt hij echter niet langer dan zo'n 500 m vol.

b Hoeveel seconden houdt de cheetah deze snelheid vol? Rond af op één decimaal.

★ **Opgave 6.4**

Je legt een terras aan van stenen. De oppervlakte van het totale terras wordt 34 m^2. Onder de stenen komt zand. Dit zandbed krijgt overal een diepte van 20 cm. Vanwege het inklinken van het zand moet je 15% extra zand nemen. De stenen zijn rechthoekige blokken van 30 cm bij 15 cm. Vanwege het breukverlies (op de randen van het terras gebruik je stukken van stenen en dan verlies je altijd wel wat) neem je 10% extra stenen. Het terras omvat ook een vijvertje, dat is een rechthoekige kunststofbak van 1 meter bij 1,5 meter en een diepte van 40 cm.

a Hoeveel stenen ga je bestellen?

b Hoeveel kuub zand (een kuub is 1 m^3) bestel je voor het zandbed? Rond af op één decimaal.

c Hoeveel liter water gaat er maximaal in de vijver?

★ **Opgave 6.5**

Sommige computers hebben een harde schijf met een opslagruimte van 1,2 TB. Foto's hebben een bestandsgrootte van bijvoorbeeld 8 MB.

a Hoeveel van die foto's gaan er op zo'n harde schijf?

b Je neemt per foto vier seconden om hem te bekijken. Hoeveel dagen, uren, minuten heb je nodig om alle foto's die op de harde schijf passen te bekijken?

★ **Opgave 6.6**

Reken om.

a 120 km/h = ... m/s

b 12 m/s = ... km/h

c 3,6 kg/m^3 = ... g/L

d 12 g/cm^3 = ... kg/L

★ **Opgave 6.7**

Een ijzeren staaf heeft een lengte van 1,20 m en een vierkante doorsnede van 5 cm bij 5 cm.

De soortelijke massa van ijzer is 7,9 g/cm^3.

a Hoeveel kg weegt deze staaf?

De staaf wordt verchroomd, dus aan alle kanten van een laag chroom voorzien. Die laag chroom is overal 1 mm dik. De staaf wordt hierdoor 1800 gram zwaarder.

b Bereken met behulp hiervan de soortelijke massa van chroom in twee decimalen nauwkeurig.

Toepassen

★ ★ **Opgave 6.8: Het Brits-Amerikaanse maatsysteem**

In Engelstalige landen wordt nog vaak het Brits-Amerikaanse maatsysteem gebruikt.

Voor snelheid op land wordt bijvoorbeeld de eenheid mph gebruikt, dat is ‘miles per hour’ (‘mijl per uur’). Op zee wordt de snelheid in kt, dat is ‘knot’ (‘knopen’) uitgedrukt. 1 kt = 1 nmph, dus 1 nautical mile per hour. Let op! Hier betekent de ‘n’ niet nano!

a 1 mile is 1609,344 m. Hoeveel km/h is 1 mph? Geef een exact antwoord.

b Hoeveel m/s is dat? Geef een exact, decimaal antwoord.

c 1 nautical mile is 1852 m. Hoeveel km/h is 1 kt (1 nautical mile per uur)? Geef een exact antwoord.

d En hoeveel m/s is dat? Rond af op vijf decimalen.

e Als een Britse automobilist in Nederland ziet dat hij op de snelweg maximaal 120 km/h mag en hij rekent om naar mph, hoe hard zou hij dan maximaal mogen rijden? Rond af op één decimaal.

f De maximale toegestane snelheid op Amerikaanse snelwegen is vaak 70 mph. Komt dit enigszins overeen met onze maximale snelheid op snelwegen?

★ ★ **Opgave 6.9: Astronomische afstanden**

De gemiddelde afstand van de Aarde tot de Zon wordt de astronomische eenheid AE genoemd. 1 AE is ongeveer 150 miljoen km.

a De planeet Mars heeft een gemiddelde afstand van 228 mln km van de Zon. Hoeveel AE is dat?

b Neptunus is de planeet in ons zonnestelsel die het verst van de Zon af staat, gemiddeld maar liefst ongeveer 30 keer zover als de Aarde. Hoeveel km staat Neptunus ongeveer van de Zon af? Geef je antwoord in miljoenen km.

De lichtsnelheid is ongeveer 300000 km/s.

c Hoeveel minuten en seconden is het zonlicht onderweg naar de Aarde?

Een lichtjaar is de afstand die het licht in 1 jaar aflegt.

d Hoeveel km is dat? Geef je antwoord in wetenschappelijke notatie, in één decimaal nauwkeurig.

e En hoeveel AE is dat? Rond af op helen.

Alpha Centauri is de helderste ster in het sterrenbeeld Centaur (Centaurus).
Van alle sterren bevinden de Centaur-sterren zich het dichtst bij ons zonnestelsel. Hun gemiddelde afstand tot de zon bedraagt 4,36 lichtjaar.

f Hoeveel km is Alpha Centauri van onze zon verwijderd? Neem aan dat het licht met een snelheid van 300000 km per seconde gaat. Geef je antwoord in wetenschappelijke notatie, in één decimaal nauwkeurig.

★ ★ ★ **Opgave 6.10: Heuveltje op, heuveltje af**

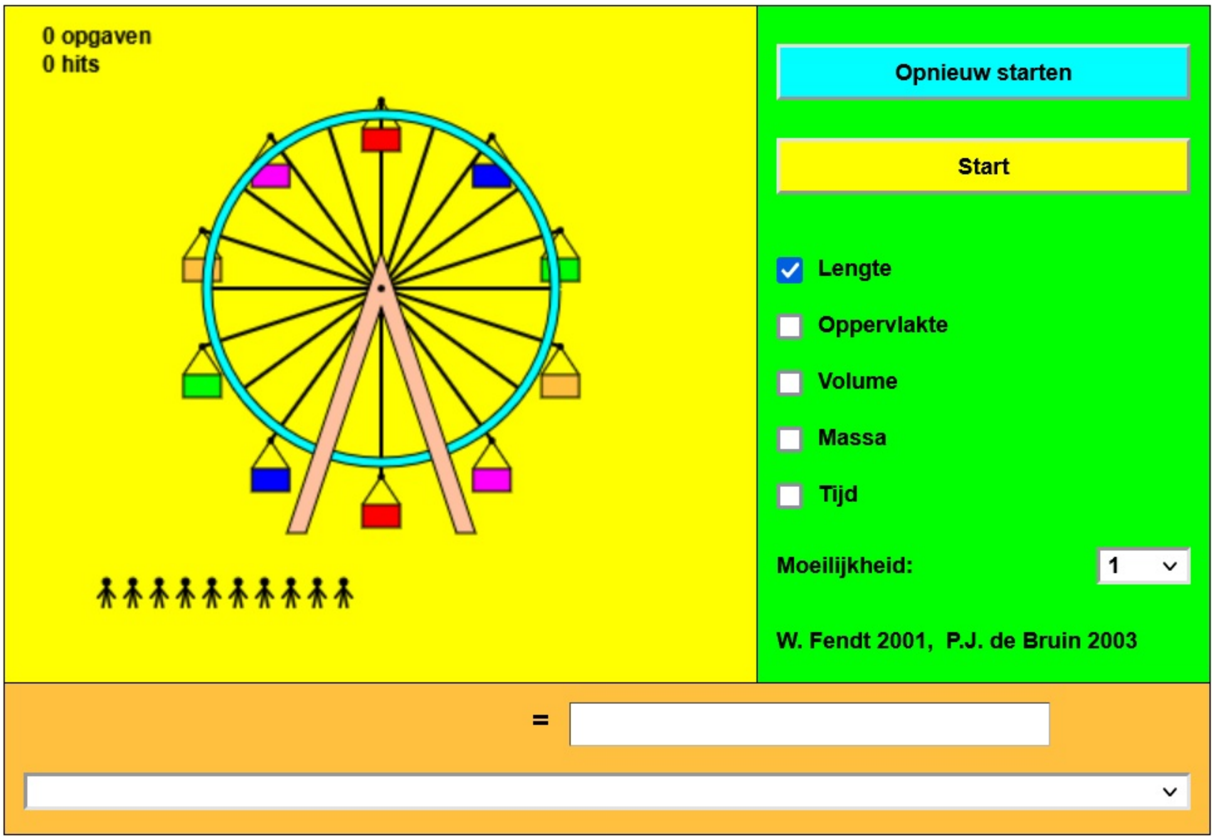
Een wielrenner fietst met 20 km/h uur een berg op. Hij keert bovenop om en fietst hetzelfde stuk nu met 60 km/h weer naar beneden. Hoe groot was zijn gemiddelde snelheid over de gehele rit?

Practicum

Er bestaan diverse webpagina's voor het **omrekenen van eenheden**.
Dit zijn er een paar:

- **eenheden-omrekenen.info**
- **convertking.net**

Je kunt ook even spelen met deze applet van Walter Fendt.
Hij kent alleen niet alle soorten eenheden.



Figuur 6.2 Klik op de figuur om de applet te openen

1.7 Totaalbeeld

Samenvatten

Begrippenlijst

- oppervlakteformule
- oppervlakte driehoek — basis en hoogte
- oppervlakte vierhoek — oppervlakte parallellogram, vlieger, trapezium
- omtrekformule cirkel — cirkelsector en sectorhoek
- oppervlakteformule cirkel
- grootheid en (samengestelde) eenheid — voorvoegsel

Activiteitenlijst

- omtrek en vooral oppervlakte bepalen vanuit (halve) rechthoeken
- een formule voor de oppervlakte van een driehoek afleiden en gebruiken
- formules voor de oppervlakte van enkele bijzondere vierhoeken afleiden en gebruiken
- de omtrek van een cirkel berekenen vanuit de diameter — de omtrekformule van een cirkel — de omtrek van een cirkelsector berekenen
- de oppervlakte van een cirkel berekenen vanuit de straal — de oppervlakteformule van een cirkel
- werken met allerlei eenheden en voorvoegsels — omrekenen van eenheden

Opgave 7.1

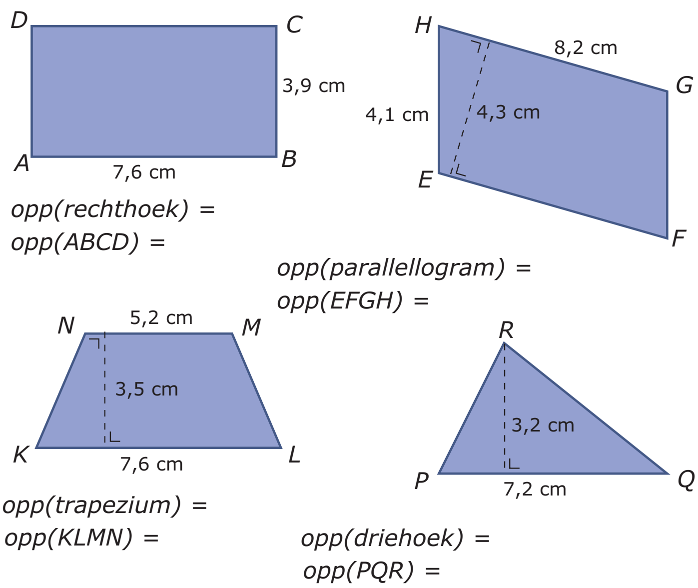
Veel figuren kun je verdelen in rechthoeken en halve rechthoeken. Of je kunt er een rechthoek omheen tekenen waarvan je rechthoeken en halve rechthoeken af moet trekken om de figuur te krijgen.

a Hoe bereken je van zo'n figuur de oppervlakte? Teken zelf een voorbeeld!

b Kun je van zo'n figuur ook altijd de exacte omtrek vaststellen? Wanneer kan dat wel?

Opgave 7.2

Je ziet hier drie bijzondere vierhoeken en een driehoek.



Figuur 7.1

Schrijf bij elke figuur de juiste oppervlakteformule. Bereken vervolgens die oppervlakte.

Opgave 7.3

Een cirkel heeft middelpunt M en een straal $r = 3$ cm.

a Schrijf de formule voor de omtrek van een cirkel op en bereken de omtrek van de gegeven cirkel in mm nauwkeurig.

b Schrijf de formule voor de oppervlakte van een cirkel op en bereken de oppervlakte van de gegeven cirkel in mm^2 nauwkeurig.

Opgave 7.4

Een cirkel heeft middelpunt M en straal r cm.

a De omtrek van deze cirkel is 100 cm. Laat zien, hoe je de diameter $d = 2r$ berekent in mm nauwkeurig.

b De oppervlakte van deze cirkel is 100 cm^2. Laat zien, hoe je de diameter $d = 2r$ berekent in mm nauwkeurig.

Opgave 7.5

Een cirkelsector heeft middelpunt M, een straal $r = 3$ cm en een sectorhoek van 48°.

a Bereken de omtrek van deze cirkelsector in mm nauwkeurig.

b Bereken de oppervlakte van deze cirkelsector in mm^2 nauwkeurig.

c Een andere sector van deze cirkel heeft een oppervlakte van 10 cm^2. Welke sectorhoek heeft deze cirkelsector? Geef je antwoord in graden nauwkeurig.

Opgave 7.6

Bekijk het omrekenen van eenheden nog eens goed. Zorg er voor dat je weet wat de voorvoegsels betekenen. Schrijf bij elk van de volgende situaties zelf ook op hoe je omrekent!

a Hoeveel cm^3 is 1,5 L?

b Hoeveel cm is 240000 nm?

c Hoeveel km/h is 55 m/s?

d Hoeveel kg/L is 0,34 g/mm^3?

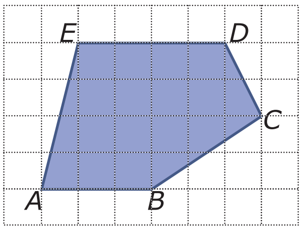
Testen

★ Opgave 7.7

Bekijk de figuur. Elk roosterhokje is 5 mm bij 5 mm.

a Teken zelf deze figuur op zo'n rooster en bepaal de omtrek van deze figuur in millimeters nauwkeurig.

b Bereken de oppervlakte van deze figuur in cm^2.



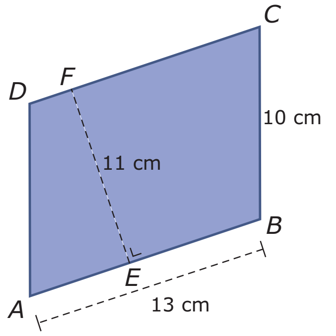
Figuur 7.2

★ Opgave 7.8

Je ziet het parallellogram $ABCD$.

a Bereken de oppervlakte van dit parallellogram.

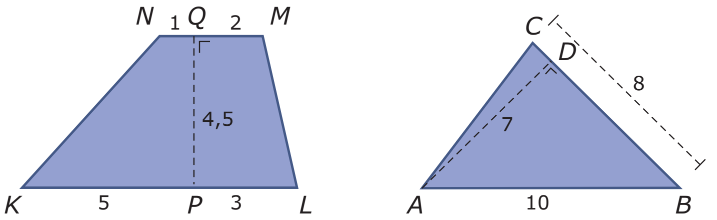
b Bereken de omtrek van dit parallellogram.



Figuur 7.3

Opgave 7.9

Je ziet een trapezium en een driehoek.



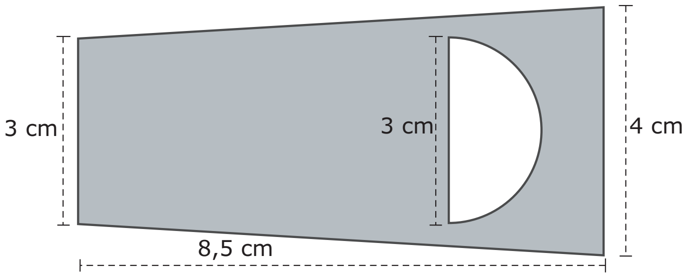
Figuur 7.4

a Bereken de oppervlakte van trapezium $KLMN$.

b Bereken de oppervlakte van ΔABC.

Opgave 7.10

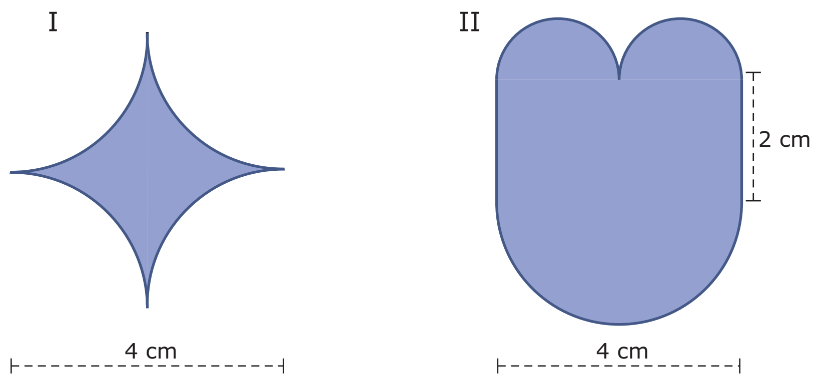
Je ziet hier een flesopener van roestvast staal.
Bereken de oppervlakte van het staal in mm^2 nauwkeurig.



Figuur 7.5

Opgave 7.11

Deze twee figuren bestaan uit kwart cirkels, halve cirkels en evenwijdige lijnstukken.



Figuur 7.6

a Bereken de omtrek van figuur I in centimeters. Rond af op één decimaal nauwkeurig.

b Bereken de omtrek van figuur II in centimeters. Rond af op één decimaal nauwkeurig.

c Bereken de oppervlakte van figuur I in cm^2. Rond af op één decimaal nauwkeurig.

d Bereken de oppervlakte van figuur II in cm^2. Rond af op één decimaal nauwkeurig.

★ **Opgave 7.12**

De euro is een cirkelvormige munt met een diameter van 23,25 mm en een dikte van 2,33 mm. Hij bestaat van boven gezien uit een nikkelkleurig cirkelgebied met een koperkleurige ring eromheen. Neem aan dat beide gebieden een even grote oppervlakte hebben. Houd geen rekening met de oneffenheden op de buitenkant van de munt.

a Hoeveel millimeter is dan de diameter van het nikkelkleurige binnengebied in twee decimalen nauwkeurig?

b Klopt dit ongeveer met een werkelijke euromunt?

★ **Opgave 7.13**

Reken om. Geef bij b en d je antwoord in wetenschappelijke notatie.

a 1,6 ha (hectare)= ... m^2

b 12 nm = ... cm

c 12,6 g/cm^3 = ... kg/m^3

d 1,5 mm/ps = ... m/s

★ **Opgave 7.14**

Van een cirkelsector met een straal van 7 cm is de omtrek 28 cm.

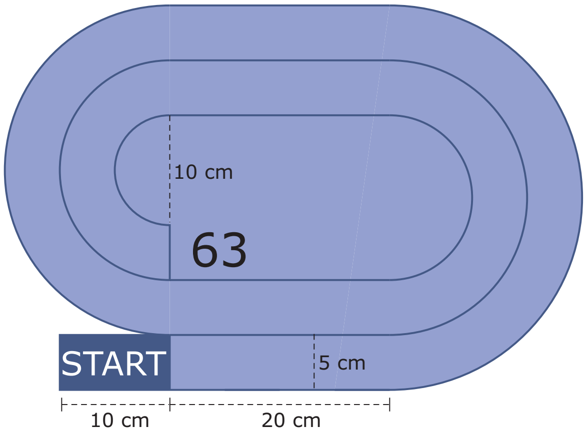
Hoe groot is de oppervlakte van die cirkelsector in gehele cm^2?

Toepassen

★★ **Opgave 7.15: Ganzenbord**

Het ganzenbordspel is al heel oud. Het speelveld is een rij vakjes begrensd door rechte lijnen en halve cirkels. Hieronder zie je een mogelijk speelveld, de vakjes 1 tot en met 62 zijn niet aangegeven. Je moet met je gans van ‘START’ naar vak 63 zien je komen. Alle vakjes die je passeert zijn even breed, namelijk 5 cm. Verdere afmetingen zie je in de figuur.

Figuur 7.7



Figuur 7.8

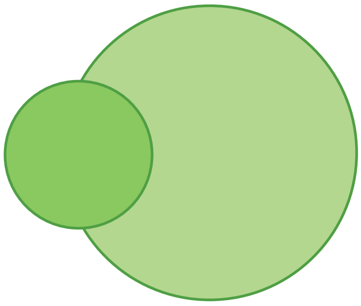
a Stel je voor dat je telkens precies over het midden van de vakjes beweegt. Hoe lang is dan de route van ‘START’ naar de finish in vak 63?

b Bereken ook de oppervlakte van het speelveld (de vakken 1 tot en met 63).

★★ Opgave 7.16: Overlappende cirkels

In een vijver liggen twee ronde bladeren van een waterplant. Het éne blad heeft een diameter van 4 dm, het andere van 8 dm. Het kleine ligt met de helft van zijn oppervlakte op het grote blad.

Welk percentage van het grote blad wordt door het kleine blad bedekt?



Figuur 7.9

Leerdoelentabel

In het ☐ achter de opgave kun je aangeven hoe je de opgave hebt gemaakt:
✓ goed gemaakt — **S** wel begrepen maar een slordige fout gemaakt — **H** hulp nodig gehad — **G** samen met groepje goed gemaakt — **X** fout gemaakt en niet goed begrepen — **N** niet bekeken

1	**Oppervlakteformules**	★	★ ★	★ ★ ★
	Oppervlakte van een figuur bepalen vanuit rechthoeken en rechthoekige driehoeken.	1.1 ☐ 1.2 ☐ 1.3 ☐ 1.4 ☐ 1.5 ☐ **T** 7.7 ☐ **T** 7.8 ☐ **T** 7.11 ☐	1.6 ☐ 1.7 ☐ **T** 7.15 ☐	
	Formules voor de oppervlakte van een (halve) rechthoek en een vierkant gebruiken.	1.1 ☐ 1.2 ☐ 1.3 ☐ 1.4 ☐ 1.5 ☐ **T** 7.7 ☐ **T** 7.11 ☐	1.6 ☐ 1.7 ☐ 1.8 ☐ **T** 7.15 ☐	
	Formules voor de omtrek van een rechthoek en een vierkant gebruiken.	1.1 ☐ 1.3 ☐ 1.4 ☐ 1.5 ☐	1.8 ☐	
2	**Oppervlakte van driehoeken**	★	★ ★	★ ★ ★
	Een formule voor de oppervlakte van een driehoek afleiden en gebruiken.	2.2 ☐ 2.3 ☐ 2.4 ☐ **T** 7.9 ☐	2.5 ☐ 2.7 ☐	2.8 ☐
	Basis en/of hoogte van een driehoek berekenen vanuit oppervlakte en hoogte en/of basis.		2.5 ☐ 2.6 ☐	2.8 ☐
3	**Oppervlakte van vierhoeken**	★	★ ★	★ ★ ★
	Vierhoeken in driehoeken verdelen om daarmee de oppervlakte te berekenen.	3.1 ☐ 3.2 ☐ 3.4 ☐ 3.5 ☐ **T** 7.8 ☐ **T** 7.9 ☐ **T** 7.10 ☐	3.7 ☐ 3.8 ☐ 3.9 ☐	
	De oppervlakteformule van een parallellogram afleiden en gebruiken.	3.1 ☐ 3.2 ☐ 3.3 ☐ 3.5 ☐ 3.6 ☐		
4	**Omtrek cirkel**	★	★ ★	★ ★ ★
	De omtrek van een cirkel berekenen vanuit de diameter of straal en andersom.	4.1 ☐ 4.2 ☐ 4.4 ☐ 4.5 ☐ 4.6 ☐ 4.7 ☐ **T** 7.11 ☐	4.8 ☐ **T** 7.15 ☐	
	De omtrek van een cirkelsector berekenen vanuit de diameter of straal en andersom.	4.3 ☐ 4.5 ☐ **T** 7.11 ☐ **T** 7.14 ☐	4.9 ☐	
5	**Oppervlakte cirkel**	★	★ ★	★ ★ ★
	De oppervlakte van een cirkel berekenen vanuit de straal en andersom.	5.1 ☐ 5.2 ☐ 5.3 ☐ 5.5 ☐ 5.6 ☐ 5.7 ☐ 5.8 ☐ **T** 7.10 ☐ **T** 7.11 ☐ **T** 7.12 ☐	5.4 ☐ 5.9 ☐ **T** 7.15 ☐ **T** 7.16 ☐	
	De oppervlakte van een cirkelsector berekenen vanuit de straal en andersom.	5.8 ☐ **T** 7.10 ☐ **T** 7.11 ☐ **T** 7.14 ☐		5.10 ☐
6	**Eenheden**	★	★ ★	★ ★ ★
	Werken met eenheden en (samengestelde) eenheden in elkaar omrekenen.	6.1 ☐ 6.2 ☐ 6.3 ☐ 6.4 ☐ 6.5 ☐ 6.6 ☐ 6.7 ☐ **T** 7.13 ☐	6.8 ☐ 6.9 ☐	6.10 ☐
	Werken met de standaard voorvoegsels van eenheden.	6.1 ☐ 6.2 ☐ 6.3 ☐ 6.4 ☐ 6.5 ☐ 6.6 ☐ 6.7 ☐ **T** 7.13 ☐	6.8 ☐ 6.9 ☐	6.10 ☐

Het lesmateriaal in deze reader is gebaseerd op het materiaal dat ook op de Math4All website staat.

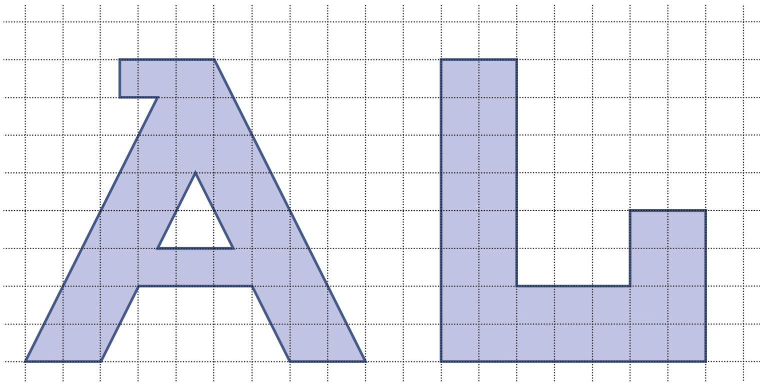
De reader is gegenereerd met de Math4All maatwerkdienst. De inhoud en de volgorde van de onderwerpen in deze reader zijn gekozen door docenten van het ConTeXt College.

Stichting Math4All

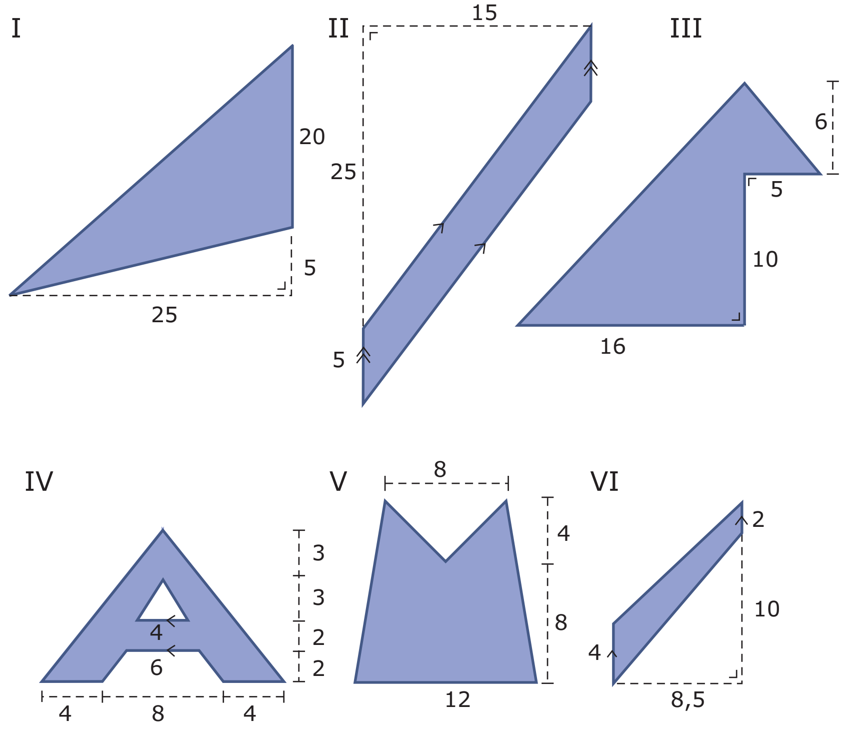
Math4all

www.math4all.nl

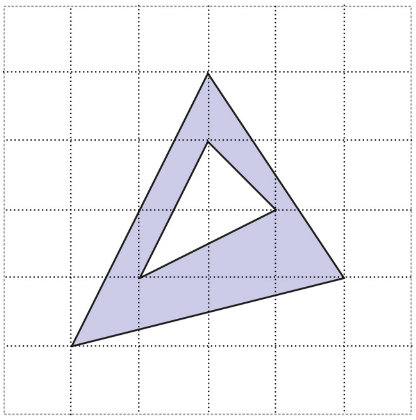
Werkblad bij Opgave 1.1 op pagina 10.



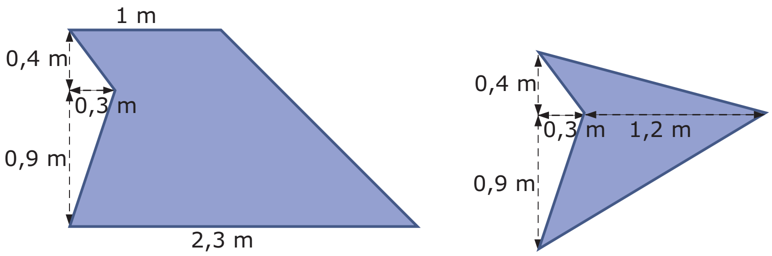
Werkblad bij Opgave 1.2 op pagina 10.



Werkblad bij Opgave 1.6 op pagina 11.

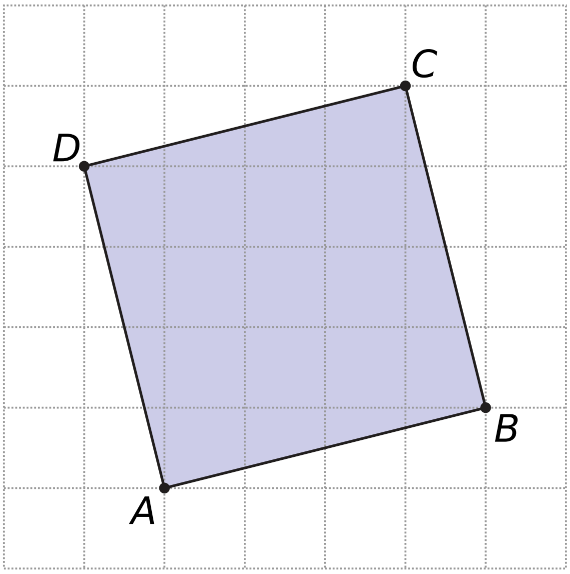


Informatieblad bij Opdracht 1.2



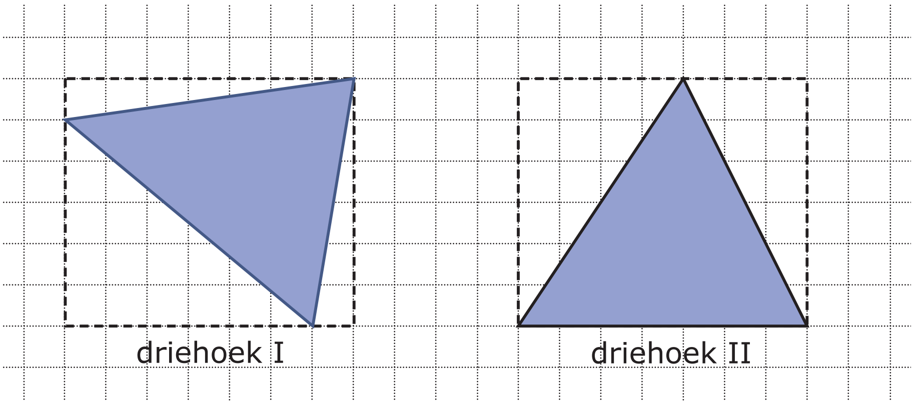
Bekijk de figuren. De boven- en onderzijde van de linkerfiguur lopen evenwijdig. De afstandslijnen staan loodrecht op elkaar.

Informatieblad bij Opdracht 1.3

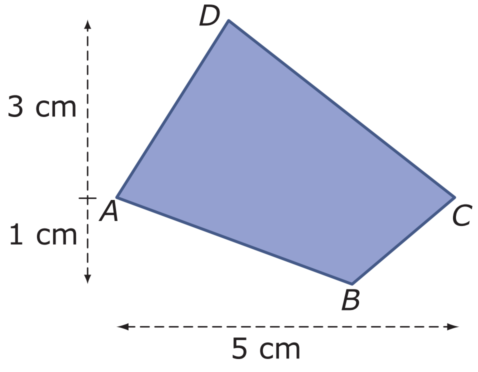


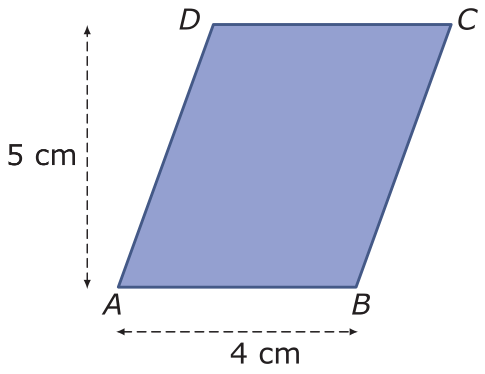
Informatieblad bij Opdracht 2.1

Je ziet hier twee driehoeken op een cm-rooster. Beide driehoeken zijn omgeven door eenzelfde rechthoek.

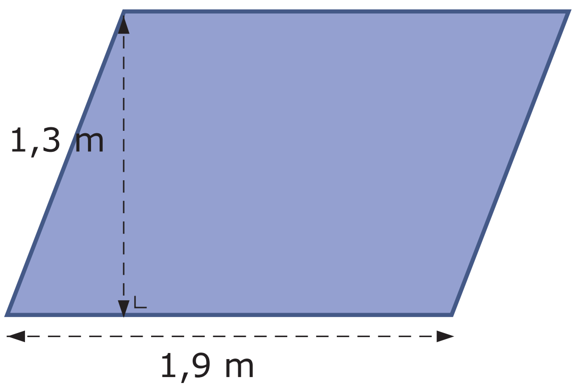


Informatieblad bij Opdracht 3.1

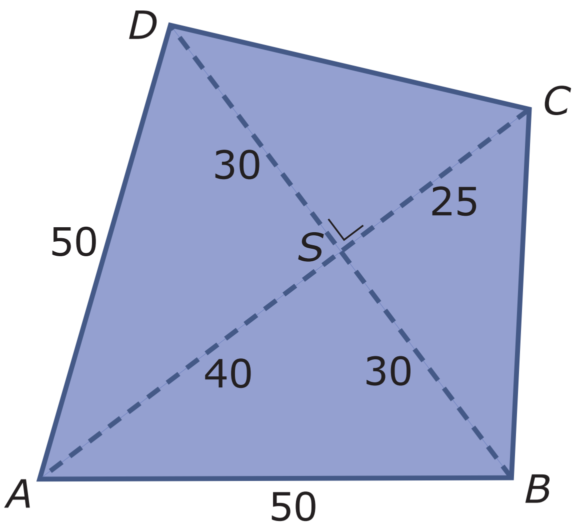




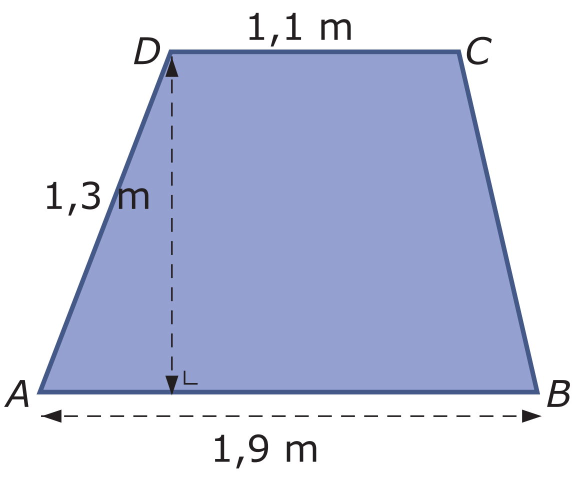
Informatieblad bij Opdracht 3.2



parallellogram



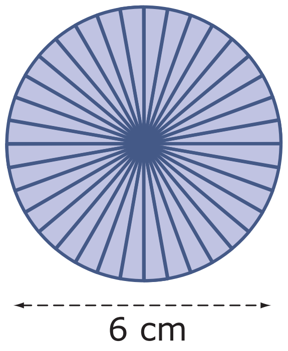
vlieger

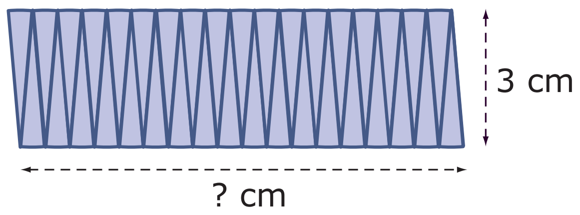


trapezium

Informatieblad bij Opdracht 5.1

Je ziet hoe een cirkel met een straal van 3 cm in 36 sectoren is verdeeld. Je kunt vervolgens, om de oppervlakte van deze cirkel te schatten, die sectoren in de vorm van een ‘parallellogram’ leggen.





Informatieblad bij Opdracht 6.1

Je hebt leren werken met maten voor lengte, oppervlakte en inhoud. Maar er zijn veel meer grootheden die je kunt meten. Bijvoorbeeld: tijd, snelheid, lichtsterkte, grootte van computerbestanden, geluidssterkte, enzovoort.
In het S.I.-stelsel zijn alle gebruikte grootheden met hun eenheden vastgelegd.

grootheid	**letter**	**eenheid**	**symbool**
lengte, omtrek	l, P	meter	m
oppervlakte	A	vierkante meter	m^2
inhoud, volume	I, V	kubieke meter liter	m^3 L (1 L = 0,001 m^3)
massa	m	gram	g
tijd	t	seconde	s
temperatuur	T	graden Celsius	°C
snelheid	v	meter per seconde	m/s
bestandsgrootte		byte	B

Eenheden die zijn samengesteld uit meer dan één eenheid (zoals m/s), noem je samengestelde eenheden.

Zoals je in het eerder hebt gezien, gebruik je voorvoegsels om tienvouden van die eenheden aan te geven. Je hebt al leren werken met de voorvoegsels deci, centi, milli, deca, hecto en kilo. Maar er zijn er nog meer!
De belangrijkste voorvoegsels zijn:

voorvoegsel	**afkorting**	**betekenis**	**macht**		**voorvoegsel**	**afkorting**	**betekenis**	**macht**
deci	d	tiende	10^{-1}		deca	da	tiental	10^1
centi	c	honderdste	10^{-2}		hecto	h	honderdtal	10^2
milli	m	duizendste	10^{-3}		kilo	k	duizendtal	10^3
micro	µ	miljoenste	10^{-6}		Mega	M	miljoen	10^6
nano	n	miljardste	10^{-9}		Giga	G	miljard	10^9
pico	p	biljoenste	10^{-12}		Tera	T	biljoen	10^{12}