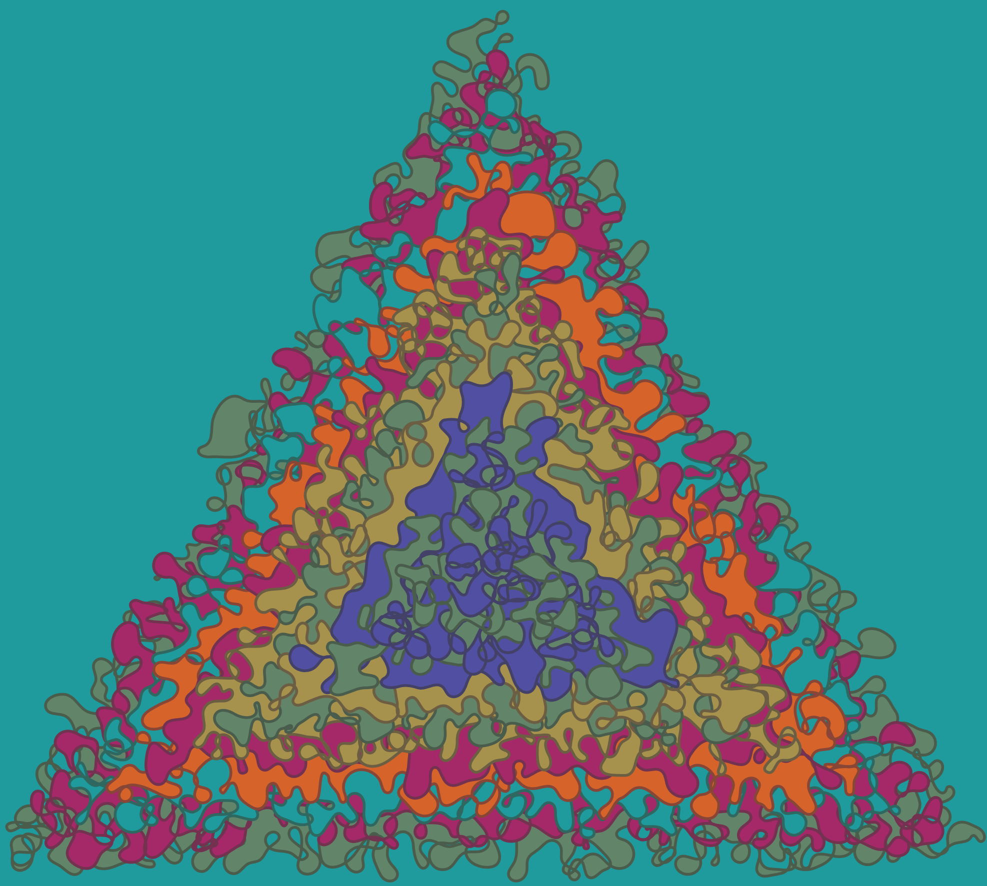
# Wiskunde / PGA

## 2 HAVO / VWO / docentmateriaal

# Machten en wortels

ConTeXt College



Dit lesmateriaal is open, gratis en vrij toegankelijk lesmateriaal afkomstig van Stichting Math4All en is speciaal ontwikkeld voor het vak wiskunde in het voortgezet onderwijs. Het lesmateriaal op de website www.math4all.nl is afgestemd op kerndoelen wiskunde, tussendoelen wiskunde en eindtermen voor de vakken wiskunde A, B en C. Dit lesmateriaal is mediumneutraal ontwikkeld en op diverse manieren te bekijken en te gebruiken. Voor informatie en vragen kunt u contact opnemen via `info@math4all.nl`. Ook houden we ons altijd aanbevolen voor suggesties, verbeteringen en/of aanvullingen.

# Inhoud

**Voorwoord 1**

**1 Machten en wortels 5**

**1.1 Kwadraten 6**
**1.2 Wortels 11**
**1.3 Wortelrekenen 16**
**1.4 Machten 23**
**1.5 Meneer Van Dalen 29**
**1.6 Wetenschappelijke notatie 35**
**1.7 Soorten getallen 41**
**1.8 Totaalbeeld 47**

# Voorwoord

Het lesmateriaal in dit katern is gebaseerd op het materiaal dat je kunt vinden op de Math4All website `www.math4all.nl`. In de tekst staan dan ook regelmatig verwijzingen naar die website. Waar je precies moet zijn op die website kun je zien in de kopregel van iedere pagina.

Ieder hoofdstuk bestaat uit een aantal paragrafen en wordt steeds afgesloten met een paragraaf *Totaalbeeld* waar de leerstof wordt samengevat en/of herhaald.

**PGA**

PGA staat voor 'probleemgestuurde aanpak'. Je begeleidt dan als docent de leerlingen die in kleine groepjes aan wiskundige problemen werken en op die manier een eigen theoretisch kader opstellen. Dit gebeurt voornamelijk op de wijze die wordt beschreven in het boek *Building Thinking Classrooms in Mathematics* van Peter Liljedahl. Dit boek is ook in het Nederlands beschikbaar. Het is verstandig om dit boek vooraf door te werken, maar je kunt ook beginnen met deze **beknopte handleiding**.

De PGA wordt ondersteund door verwerkings- en toepassingsopgaven waarmee de leerling kan nagaan of de stof wordt beheersd. Deze opgaven worden op drie niveaus aangeboden. De niveau aanduiding staat in de marge naast de opgave.

| | |
|---|---|
| ★ | het basale niveau, dat iedereen zou moeten behalen |
| ★ ★ | een iets pittiger niveau, waarin iets meer uitdaging zit en die de leerling alleen hoeft te maken als er genoeg tijd voor is |
| ★ ★ ★ | een bijzondere toepassing of een echt pittige opgave die een leerling alleen maakt als de rest veel te gemakkelijk was |

In de bijlage staat een “**Leerdoelentabel**” waarin staat aangegeven door welke opgave het specifieke leerdoel wordt afgedekt en op welk niveau dit gebeurt. Als je deze tabel aan de leerlingen uitreikt, kunnen ze hun eigen vorderingen bijhouden.
Opgaven uit de samenvattende paragraaf *Totaalbeeld* worden voorafgegaan door een T.

# 1

# Machten en wortels

1.1 Kwadraten 6
1.2 Wortels 11
1.3 Wortelrekenen 16
1.4 Machten 23
1.5 Meneer Van Dalen 29
1.6 Wetenschappelijke notatie 35
1.7 Soorten getallen 41
1.8 Totaalbeeld 47

# 1.1 Kwadraten

## Inleiding

De oppervlakte van een vierkant heet een kwadraat. Dat komt van het Latijnse woord 'quadratus' voor vierkant. Je rekent die oppervlakte uit door de zijde van het vierkant met zichzelf te vermenigvuldigen. En een getal met zichzelf vermenigvuldigen heet daarom kwadrateren.

**Je leert in dit onderwerp**

- getallen kwadrateren (met zichzelf vermenigvuldigen) en de bijbehorende notatie.

**Voorkennis**

- rekenen (optellen, aftrekken, vermenigvuldigen en delen) met positieve en negatieve getallen en met breuken en alle begrippen die daarbij horen;
- de oppervlakte van een roosterfiguur en een vierkant met gegeven zijde berekenen.

## Voor de docent

Bij het onderdeel 'Kwadraten' gaat het om het kwadrateren van getallen en de betekenis van het begrip 'kwadraat'. Er wordt ook kennis gemaakt met het kwadrateren van negatieve getallen en het omgaan met haakjes. Je geeft de opdrachten mondeling.

Gewenste materialen:

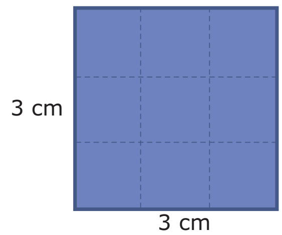
- Schrijfmateriaal voor op de verticale werkvlakken.
- Bij de tweede opdracht hoort een informatieblad dat in stroken kan worden geknipt om strook voor strook aan de groepjes uit te delen.

### Opdracht 1.1

Een kwadraat is de oppervlakte van een vierkant.
Van dit vierkant is de oppervlakte: $3^2 = 3 \times 3 = 9$ cm$^2$.

Bekijk alleen vierkanten met gehele getallen als lengtes van de zijden.

Welke afmetingen heeft het grootste vierkant dat een oppervlakte heeft van minder dan 100000 cm$^2$?




**Figuur 1.1**

**Toelichting**

Geef de opdracht mondeling en bespreek het begrip 'kwadraat' en benoem het kwadrateren van een getal en de bijbehorende notatie.

Mogelijke hulpvragen: "Kun je een aantal kwadraten opschrijven?", "Van welk getal komt het kwadraat in de buurt van 100000?" en "Hoe puzzel je nu verder?".

**Uitwerking**

Het grootste vierkant met oppervlakte onder de 100000 cm$^2$ heeft een oppervlakte van $316^2 = 99856$ cm$^2$ en dus afmetingen van 316 cm bij 316 cm.

## Opdracht 1.2

Je kunt alle getallen kwadrateren.

Bereken de volgende kwadraten zonder de rekenmachine te gebruiken:

- $9^2$; $(-9)^2$; $-9^2$; $0{,}9^2$
- $3{,}5^2$; $2{,}2^2$; $\left(\frac{1}{2}\right)^2$; $\left(\frac{2}{3}\right)^2$
- $1{,}25^2$; $\left(1\frac{3}{4}\right)^2$; $\left(2\frac{2}{3}\right)^2$; $\left(4^2\right)^2$

**Toelichting**

Geef de opdracht mondeling en in drie stappen. De opdracht voor de leerlingen staat op het **Informatieblad** en kan in strookjes worden uitgedeeld.

Mogelijke hulpvragen:

Bij de eerste serie: “Hoe ga je om met mintekens en kwadraten?” en “Hoe kwadrateer je een getal met een komma?”.

Bij de tweede serie: “Waarom zijn bij de breuken haakjes nodig?” en “Hoe vermenigvuldig je een breuk met dezelfde breuk?”.

Bij de derde serie: “Hoe vermenigvuldig je een samengestelde breuk met zichzelf?”.

Het is nuttig om het verschil tussen $(-9)^2$ en $-9^2$ te bespreken, het gaat hier namelijk om een uitbreiding van de rekenvolgorde. Het ligt wel voor de hand dat kwadraten voorrang hebben, maar in feite is het alleen een afspraak. Misschien nuttig om te bespreken dat bij notaties als $cm^2$ van deze voorrangsregels voor machten wordt afgeweken. Daar zou eigenlijk $(cm)^2$ moeten staan, maar in ons afgesproken eenhedenstelsel gebeurt dat niet.

**Uitwerking**

- $9^2 = 81$; $(-9)^2 = 81$; $-9^2 = -81$; $0{,}9^2 = 0{,}81$
- $3{,}5^2 = 12{,}25$; $2{,}2^2 = 4{,}84$; $\left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}$; $\left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{4}{9}$
- $1{,}25^2 = 1{,}5625$; $\left(1\frac{3}{4}\right)^2 = \left(\frac{7}{4}\right)^2 = \frac{49}{16} = 3\frac{1}{16}$; $\left(2\frac{2}{3}\right)^2 = \left(\frac{8}{3}\right)^2 = \frac{64}{9} = 7\frac{1}{9}$; $\left(4^2\right)^2 = 16^2 = 256$

## Opdracht 1.3

Bekijk wat iedereen heeft gemaakt en heeft bedacht over ‘kwadraten’ en het kwadrateren van alle mogelijke getallen. Let daarbij ook op het gebruik van haakjes.
Maak een eigen overzicht van wat je hebt geleerd.

**Toelichting**

Loop samen met de leerlingen alle bedenksels na. Bevraag leerlingen of ze elkaars gedachtenspinsels kunnen toelichten. Samen zouden jullie naar een overzicht van de theorie moeten komen. Ieder schrijft het voor zichzelf op.

**Uitwerking**

Het theorieblok geeft het gewenste overzicht.

# Theorie

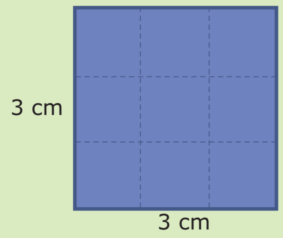
## Om te onthouden

Als je een getal met zichzelf vermenigvuldigt, noem je dat **kwadrateren** en het resultaat heet het **kwadraat** van dat getal.

Het kwadraat van 3 schrijf je als $3^2$.
Het kwadraat van 3 is $3^2 = 3 \times 3 = 9$.

Het kwadraat van 3 is de oppervlakte van een vierkant met zijde 3.

Bedenk wel dat $(-3)^2 = -3 \times -3 = 9$, maar $-3^2 = -3 \times 3 = -9$.




Figuur 1.2

## Verwerken

★ **Opgave 1.1**

Bereken zonder rekenmachine:

**a** $3{,}3^2$
**b** $0{,}9^2$
**c** $-2{,}7^2$
**d** $(-0{,}1)^2$
**e** $15^2 - 13^2$
**f** $(15 - 13)^2$

★ **Opgave 1.2**

Bereken zonder rekenmachine:

**a** $\left(\frac{2}{5}\right)^2$
**b** $\left(-\frac{3}{8}\right)^2$
**c** $\left(-1\frac{1}{4}\right)^2$
**d** $-\left(2\frac{2}{5}\right)^2$

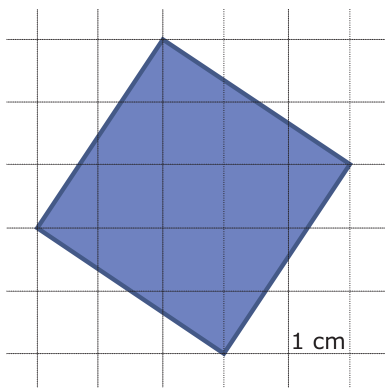
★ **Opgave 1.3**

Laat met behulp van vierkanten zien dat $1{,}5^2 = 2{,}25$.

★ **Opgave 1.4**

Bekijk de roosterfiguur hiernaast.

**a** Waarom weet je zeker dat het een vierkant betreft?
**b** Hoe groot is de oppervlakte van dit vierkant?
**c** Bereken nu de lengte van de zijde in twee decimalen nauwkeurig.



Figuur 1.3

★ ★ **Opgave 1.5**

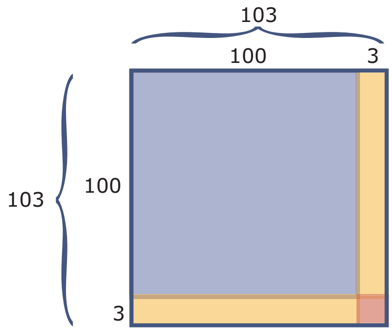
Bepaal de twee waarden van $p$ waarvoor geldt:

**a** $p^2 = 121$
**b** $p^2 = 4{,}41$
**c** $p^2 = 1\frac{7}{9}$

## Toepassen

Een kwadraat is de oppervlakte van een vierkant. Daar kun je gebruik van maken om kwadraten van sommige getallen snel zonder rekenmachine uit te rekenen.

Bijvoorbeeld $103^2 = 100^2 + 2 \times 100 \times 3 + 3^2 = 10000 + 600 + 9 = 10609$.




**Figuur 1.4**

En dus is $10{,}3^2 = 106{,}09$.

Bedenk zelf hoe je bijvoorbeeld $98^2$ en $0{,}98^2$ op deze manier snel kunt berekenen.

★★ **Opgave 1.6: Kwadraten en vierkanten**

Je kunt de kwadraten van sommige getallen uit het hoofd uitrekenen door je er vierkanten bij voor te stellen. Lees **Toepassen**.

**a** Bereken op deze manier $51^2$.

**b** Bereken op deze manier $98^2$.

**c** Bereken op deze manier $10{,}4^2$.

★★★ **Opgave 1.7: Kwadraten van getallen die eindigen op 5**

Soms moet je een kwadraat uitrekenen van een getal dat eindigt op een 5. Daarvoor kun je een ‘truc’ gebruiken. Hiermee kun je bijvoorbeeld $35^2$ uitrekenen.

- Deel het getal door 10. Tussen welke twee gehele getallen ligt het antwoord?
- Vermenigvuldig die twee getallen met elkaar.
- Je krijgt nu het antwoord door 25 achter de uitkomst van die vermenigvuldiging te plaatsen.

Ga na of deze ‘truc’ echt werkt. En probeer hem daarna te verklaren.

## Practicum

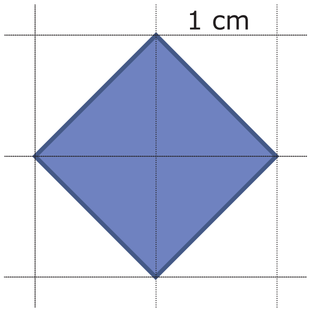
Veel rekenwerk doe je met een **rekenmachine**, ook kwadraten uitrekenen.
Voor de volgende twee types rekenmachine zijn er practica beschikbaar:

- **Machten en wortels, wetenschappelijke notatie TI-30XB Multiview**
- **Machten en wortels, wetenschappelijke notatie Casio fx-82NL**

# 1.2 Wortels

## Inleiding

Dit is een vierkant met een oppervlakte van 2 $cm^2$. Om de lengte van de zijde te bepalen moet je een getal vinden waarvan het kwadraat 2 is. Zo'n getal kun je door proberen (hoger/lager-tabel) vinden. Gek genoeg komt er geen nauwkeurig decimaal getal uit...




Figuur 2.1

### Je leert in dit onderwerp

- terugrekenen vanuit een kwadraat (worteltrekken) en de bijbehorende notatie.

### Voorkennis

- rekenen (optellen, aftrekken, vermenigvuldigen en delen) met positieve en negatieve getallen en met breuken en alle begrippen die daarbij horen;
- de oppervlakte van een roosterfiguur en een vierkant met gegeven zijde berekenen door kwadrateren.

## Voor de docent

Bij het onderdeel ‘Wortels’ gaat het om de betekenis van het begrip ‘wortel van een getal’ en het worteltrekken uit een getal. Er wordt ook kennis gemaakt met getallen waarvan de wortels nooit exact zijn te berekenen, ook niet door de rekenmachine. Je geeft de opdrachten mondeling.

Gewenste materialen:

- Schrijfmateriaal voor op de verticale werkvlakken.
- Bij de eerste opdracht hoort een informatieblad dat in stroken kan worden geknipt om strook voor strook aan de groepjes uit te delen.

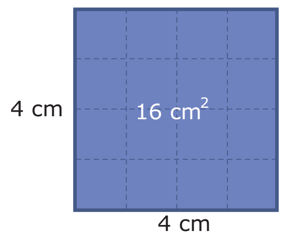
### Opdracht 2.1

De oppervlakte van dit vierkant is 16 $cm^2$.
De lengte van elke zijde is 4 cm, want $4^2 = 4 \times 4 = 16$.

Je zegt: de wortel van 16 is 4 en je schrijft: $\sqrt{16} = 4$.
Dat noem je worteltrekken.

Bereken zonder rekenmachine de volgende wortels.

- $\sqrt{64}$; $\sqrt{144}$; $\sqrt{225}$; $\sqrt{1024}$
- $\sqrt{0{,}64}$; $\sqrt{1{,}44}$; $\sqrt{2{,}25}$; $\sqrt{10{,}24}$
- $\sqrt{\frac{9}{16}}$; $\sqrt{1\frac{9}{16}}$; $\sqrt{2\frac{7}{9}}$; $\sqrt{20{,}25}$




Figuur 2.2

**Toelichting**

Geef de opdracht mondeling en in drie stappen. Licht wel eerst het begrip 'worteltrekken' en de bijbehorende notatie toe. De opdracht voor de leerlingen staat op het **Informatieblad** en kan in strookjes worden uitgedeeld.

Mogelijke hulpvragen: "Kun je een getal vinden waarvan het kwadraat onder het wortelteken staat?" en bij de tweede serie "Kijk eens naar de uitkomsten bij de eerste serie; heb je daar wat aan?" en "Hoe kun je de wortel uit een breuk trekken?".

Bespreek na afloop ook waarom er geen negatieftekens in de wortels voorkwamen. Je kunt het dan over de betekenis van $\sqrt{-16}$ en waarom daar niet $-4$ uit kan komen.

**Uitwerking**

- $\sqrt{64} = 8$; $\sqrt{144} = 12$; $\sqrt{225} = 15$; $\sqrt{1024} = 32$
- $\sqrt{0{,}64} = 0{,}8$; $\sqrt{1{,}44} = 1{,}2$; $\sqrt{2{,}25} = 1{,}5$; $\sqrt{10{,}24} = 3{,}2$
- $\sqrt{\frac{9}{16}} = \frac{3}{4}$; $\sqrt{1\frac{9}{16}} = \sqrt{\frac{25}{16}} = \frac{5}{4} = 1\frac{1}{4}$; $\sqrt{2\frac{7}{9}} = \sqrt{\frac{25}{9}} = \frac{5}{3} = 1\frac{2}{3}$; $\sqrt{20{,}25} = 4{,}5$

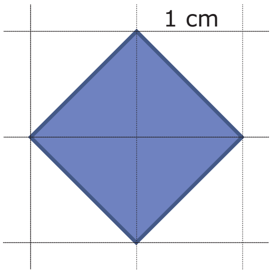
## Opdracht 2.2

De oppervlakte van dit vierkant is 2 $cm^2$.

De lengte van de zijde is daarom $\sqrt{2}$.

Maar hoe groot is $\sqrt{2}$ nu precies?

Bereken de grootte van $\sqrt{2}$ door inklemmen in drie decimalen nauwkeurig en controleer het antwoord met je rekenmachine. Leg vervolgens uit waarom dit getal nooit precies goed kan zijn. Wanneer kun je een wortel alleen exact berekenen?




**Figuur 2.3**

**Toelichting**

Geef de opdracht mondeling, teken de figuur op je eigen werkplek.

Mogelijke hulpvragen: "Tussen welke twee gehele getallen ligt $\sqrt{2}$ en waarom?", "Tussen welke getallen met één decimaal ligt $\sqrt{2}$ en waarom?" en "Hoe ga je nu verder?".

Het is nuttig om nu te bespreken dat wortels heel vaak niet exact te berekenen zijn, dat ook de rekenmachine dat vaak niet kan.

**Uitwerking**

Met behulp van inklemmen vind je $\sqrt{2} \approx 1{,}414$.

Maar omdat $1{,}414^2 = 1{,}999396 \neq 2$ kan dit getal nooit exact goed zijn.

Alleen een wortel uit een getal dat een kwadraat is van een ander getal kun je exact berekenen.

## Opdracht 2.3

Bekijk wat iedereen heeft gemaakt en heeft bedacht over 'wortels' en het worteltrekken van alle mogelijke getallen. Sommige wortels kun je exact berekenen, maar andere wortels kun je nooit exact te weten komen.
Maak een eigen overzicht van wat je hebt geleerd.

**Toelichting**

Loop samen met de leerlingen alle bedenksels na. Bevraag leerlingen of ze elkaars gedachtenspinsels kunnen toelichten. Samen zouden jullie naar een overzicht van de theorie moeten komen. Ieder schrijft het voor zichzelf op.

**Uitwerking**

Het theorieblok geeft het gewenste overzicht.

# Theorie

## Om te onthouden

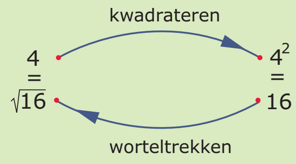
Als je vanuit een kwadraat terugrekent, noem je dat **worteltrekken** en het resultaat heet de **wortel** van dat getal. Worteltrekken is de terugrekenbewerking bij kwadrateren en je kunt deze bewerking op elk getal toepassen.

De wortel van 16 schrijf je als $\sqrt{16}$.
De wortel van 16 is $\sqrt{16} = 4$, want $4^2 = 16$.

De wortel van 3 schrijf je als $\sqrt{3}$.
De wortel van 3 is $\sqrt{3} = 1{,}73205... \approx 1{,}732$.
Dit getal is alleen te benaderen, er bestaat geen exacte uitkomst.

Het kwadraat van $\sqrt{3}$ is $\left(\sqrt{3}\right)^2 = 3$.

De wortel van $3^2$ is $\sqrt{3^2} = 3$.




**Figuur 2.4**

## Verwerken

### ★ Opgave 2.1

Bereken de volgende wortels zonder de rekenmachine te gebruiken.
Je kunt dit verder oefenen met het **Practicum**.

**a** $\sqrt{121}$

**b** $\sqrt{196}$

**c** $\sqrt{4,41}$

**d** $\sqrt{0,0025}$

**e** $\sqrt{73-9}$

**f** $\sqrt{1\frac{15}{49}}$

**g** $\sqrt{625}-\sqrt{361}$

**h** $-\sqrt{0,36}$

### ★ Opgave 2.2

Een vierkant heeft een oppervlakte van 20 $\text{cm}^2$.

**a** Hoe groot is de exacte lengte van elke zijde?

**b** Tussen welke opeenvolgende gehele getallen ligt de lengte van deze zijde?

**c** Benader de lengte van de zijden van dit vierkant in drie decimalen nauwkeurig.

**d** Waarom kan dit nooit meer dan een benadering van de werkelijke lengte zijn?

### ★ Opgave 2.3

Schat bij de volgende wortels eerst tussen welke gehele getallen ze liggen. Bereken ze dan met je rekenmachine en rond af op vier decimalen nauwkeurig:

**a** $\sqrt{5}$

**b** $\sqrt{96}$

**c** $\sqrt{0,0014}$

**d** $\sqrt{1700}$

**e** $\sqrt{15\frac{1}{5}}$

**f** $12\cdot\sqrt{5}$

### ★★ Opgave 2.4

De oppervlakte van een vierkant is $A$ $\text{cm}^2$. De omtrek van dit vierkant is $P$ cm.

**a** Neem $A=25$ en bereken $P$.

**b** Neem $A=24$ en bereken $P$.

**c** Stel een formule op voor het verband tussen $A$ en $P$ van de vorm $P=...$

**d** Stel een formule op voor het verband tussen $A$ en $P$ van de vorm $A=...$

**e** Bepaal de waarde(n) waarvoor $A=P$.

### ★★ Opgave 2.5

Bereken zonder rekenmachine:

**a** $\sqrt{13^2}$

**b** $\sqrt{13}^2$

**c** $\sqrt{7}^2-2\cdot\sqrt{49}$

**d** $\sqrt{256}-\sqrt{15}^2$

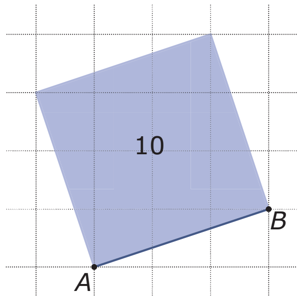
## Toepassen

**Bekijk de applet: Lengte van een lijnstuk berekenen.**

Op een lijnstuk kun je altijd een vierkant maken. Als je dan de oppervlakte van dit vierkant exact kunt bepalen, kun je door worteltrekken ook de lengte van het lijnstuk (de zijde van het vierkant) vaststellen.

Omdat op lijnstuk $AB$ een vierkant van 10 eenheden past, geldt: $AB = \sqrt{10} \approx 3{,}16$.

Van lijnstukken tussen roosterpunten kun je zo dus altijd de lengte berekenen.




**Figuur 2.5**

★ ★ **Opgave 2.6: Wortels en vierkanten**

Je ziet in **Toepassen** hoe je de lengte van een lijnstuk tussen twee roosterpunten bepaalt door er een vierkant op te tekenen.

**a** Ga na dat het vierkant op $AB$ inderdaad een oppervlakte van 10 heeft.

**b** Bereken op deze manier de lengte van $AB$ als punt $B$ 4 eenheden rechts en 2 eenheden boven punt $A$ ligt.

**c** Oefen dit met een medeleerling, het zal je later nog van pas komen.

★ ★ ★ **Opgave 2.7: Rare rechthoek?**

Een rechthoek heeft een lengte van $\sqrt{5} + \sqrt{3}$ en een breedte van $\sqrt{5} - \sqrt{3}$.

Laat zien, dat de oppervlakte van deze rechthoek 2 is.

## Practicum

Veel rekenwerk doe je met een **rekenmachine**, ook met kwadraten (machten) en wortels rekenen. Voor de volgende twee types rekenmachine zijn er practica beschikbaar:

- **Machten en wortels, wetenschappelijke notatie TI-30XB Multiview**
- **Machten en wortels, wetenschappelijke notatie Casio fx-82NL**

Met *Algebra***KIT** kun je oefenen met **het worteltrekken zonder rekenmachine**. Je kunt telkens een nieuwe opgave oproepen. Je maakt elke opgave zelf op papier.
Met 'Toon uitwerking' zie je het verder uitklapbare antwoord.
Met ↻ krijg je een nieuwe opgave.

**Werk met AlgebraKIT.**

# 1.3 Wortelrekenen

## Inleiding

Worteltrekken komt meestal niet op exacte getallen uit, je kunt wortels vaak alleen benaderen. Soms laat je dan de wortelvormen gewoon staan en ga je ermee rekenen. Maar kun je wortels zomaar optellen, aftrekken, vermenigvuldigen en delen?
Ontdek het zelf...

**Je leert in dit onderwerp**

- rekenen met wortelvormen.

**Voorkennis**

- rekenen (optellen, aftrekken, vermenigvuldigen en delen) met positieve en negatieve getallen en met breuken en alle begrippen die daarbij horen;
- worteltrekken en de betekenis van de wortel uit een getal.

## Voor de docent

Bij het onderdeel 'Wortelrekenen' gaat het om het rekenen met wortelvormen. De leerlingen ontdekken rekenregels zoals: gelijksoortige wortels kun je optellen/aftrekken en wortels kun je vermenigvuldigen en delen. Je geeft de opdrachten mondeling.

Gewenste materialen:

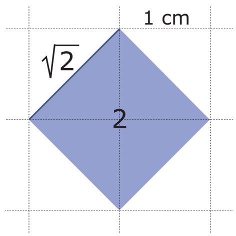
- Schrijfmateriaal voor op de verticale werkvlakken.
- Bij de tweede opdracht hoort een informatieblad dat in stroken kan worden geknipt om strook voor strook aan de groepjes uit te delen.

### Opdracht 3.1

$\sqrt{2}$ is de lengte van de zijde van een vierkant met oppervlakte 2. Dit getal is niet als decimaal getal te schrijven, het is alleen te benaderen. Je kunt wortels optellen en aftrekken door ze als lijnstukken voor te stellen.

Laat in een rooster zien dat $\sqrt{2}+\sqrt{2}+\sqrt{2}=3\cdot\sqrt{2}=3\sqrt{2}$ en dat $\sqrt{2}+3\sqrt{2}=4\sqrt{2}$ en $3\sqrt{2}-\sqrt{2}=2\sqrt{2}$. Laat ook zien, dat $3\sqrt{2}+\sqrt{5}$ niet kunnen worden opgeteld.

Laat met behulp van een vierkant in een rooster zien, dat $3\sqrt{2}=\sqrt{9\cdot 2}=\sqrt{18}$.




**Figuur 3.1**

**Toelichting**

Geef de opdracht mondeling. Teken de figuur op je eigen werkplek op een rooster.

Mogelijke hulpvragen: "Hoe kun je $\sqrt{2}$ tekenen?", "Hoe kun je $3\cdot\sqrt{2}$ tekenen?", "Hoe kun je $\sqrt{5}$ tekenen?" en "Welk vierkant heeft zijden van $3\sqrt{2}$?".

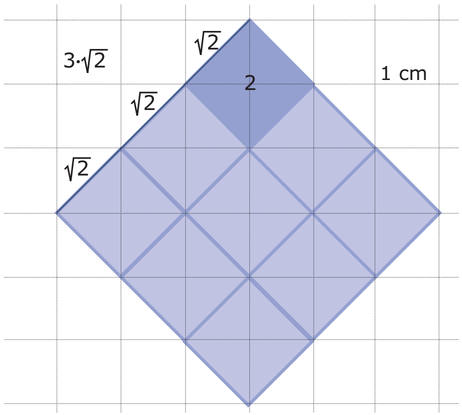
Bespreek na afloop het begrip 'gelijksoortige wortels' en dat je die kunt optellen en aftrekken.

### Uitwerking

Voor het eerste deel van de opdracht is het genoeg om lijnstukjes die 1 bij 1 verspringen achter elkaar te leggen.

Bij $3\sqrt{2} + \sqrt{5}$ ontstaat er een knikje, je hebt dan drie vierkantjes zoals in de gegeven figuur nodig en voor $\sqrt{5}$ een vierkantje met schuine zijden die 2 bij 1 verspringen.

Voor het tweede deel is de figuur hiernaast nodig, een vierkant van $3\sqrt{2}$ bij $3\sqrt{2}$ verdeeld in 9 kleinere vierkantjes.




Figuur 3.2

## Opdracht 3.2

Je weet dat $\sqrt{9} = 3$ omdat $3^2 = 9$.

Dus $\sqrt{9}^2 = 9$.

Zo kun je veel bewerkingen met wortels controleren door kwadrateren.

Bijvoorbeeld $\sqrt{18} = \sqrt{9 \cdot 2} = 3\sqrt{2}$ kun je door kwadrateren nagaan: $18 = 9 \cdot 2 = 3^2 \cdot 2$ klopt.

Laat zien en controleer met behulp van kwadrateren, dat:

- $\sqrt{2} \cdot \sqrt{3} = \sqrt{6}$
- $\dfrac{\sqrt{6}}{\sqrt{2}} = \sqrt{3}$
- $3\sqrt{2} \cdot 5\sqrt{3} = 15\sqrt{6}$
- $2 \cdot \sqrt{7}^2 = 14$
- $\dfrac{15\sqrt{6}}{3\sqrt{2}} = 5\sqrt{3}$
- $\sqrt{27} = 3\sqrt{3}$
- $\sqrt{128} = 8\sqrt{2}$

### Toelichting

Geef de opdracht mondeling en in stappen. De opdracht staat op het **Informatieblad** om in stroken uit te delen.

Mogelijke vragen na afloop: “Welke rekenregels voor wortels heb je nu ontdekt?”, “Kun je ze algemeen formuleren?”.

Het is nuttig om na afloop de rekenregels die de leerlingen moeten hebben ontdekt te formuleren, in ieder geval in de vorm die in het theorieblok staat, maar misschien kan het wel abstracter met variabelen. In ieder geval is het nuttig om te vermelden dat dit wortelrekenen eindeloos kan worden geoefend met behulp van AlgebraKIT in het Practicum.

**Uitwerking**

- $\sqrt{2} \cdot \sqrt{3} = \sqrt{2 \cdot 3} = \sqrt{6}$ want $\left(\sqrt{2} \cdot \sqrt{3}\right)^2 = \sqrt{2 \cdot 3}^2 = \sqrt{6}^2$ geeft $2 \cdot 3 = 2 \cdot 3 = 6$.
- $\frac{\sqrt{6}}{\sqrt{2}} = \sqrt{\frac{6}{2}} = \sqrt{3}$ want $\left(\frac{\sqrt{6}}{\sqrt{2}}\right)^2 = \sqrt{\frac{6}{2}}^2 = \sqrt{3}^2$ geeft $\frac{6}{2} = \frac{6}{2} = 3$.
- $3\sqrt{2} \cdot 5\sqrt{3} = 15\sqrt{6}$ omdat $3 \cdot \sqrt{2} \cdot 5 \cdot \sqrt{3} = 3 \cdot 5 \cdot \sqrt{2 \cdot 3} = 15\sqrt{6}$.

  Dit klopt omdat $\left(3\sqrt{2} \cdot 5\sqrt{3}\right)^2 = \left(15\sqrt{6}\right)^2$ want $9 \cdot 2 \cdot 25 \cdot 3 = 1350 = 225 \cdot 6$.
- $2 \cdot \sqrt{7}^2 = 14$ omdat $2 \cdot \sqrt{7}^2 = 2 \cdot \sqrt{7} \cdot \sqrt{7} = 2 \cdot \sqrt{49} = 2 \cdot 7 = 14$.

  Dit klopt omdat $\left(2 \cdot \sqrt{7}^2\right)^2 = 2^2 \cdot \sqrt{7}^2 \cdot \sqrt{7}^2 = 4 \cdot 7 \cdot 7 = 196 = 14^2$.
- $\frac{15\sqrt{6}}{3\sqrt{2}} = 5\sqrt{3}$ omdat $\frac{15\sqrt{6}}{3\sqrt{2}} = \frac{15}{3} \cdot \sqrt{\frac{6}{2}} = 5\sqrt{3}$.

  Controle: $\left(\frac{15\sqrt{6}}{3\sqrt{2}}\right)^2 = \frac{15^2 \cdot 6}{3^2 \cdot 2} = 75 = \left(5\sqrt{3}\right)^2 = 25 \cdot 3$.
- $\sqrt{27} = 3\sqrt{3}$ omdat $\sqrt{27} = \sqrt{9 \cdot 3} = \sqrt{9} \cdot \sqrt{3} = 3 \cdot \sqrt{3}$.

  Controle: $\left(\sqrt{27}\right)^2 = 27 = \left(3\sqrt{3}\right)^2 = 9 \cdot 3 = 27$
- $\sqrt{128} = 8\sqrt{2}$ omdat $\sqrt{128} = \sqrt{64 \cdot 2} = \sqrt{64} \cdot \sqrt{2} = 8\sqrt{2}$.

  Controle: $\left(\sqrt{128}\right)^2 = 128 = \left(8\sqrt{2}\right)^2 = 64 \cdot 2 = 128$

## Opdracht 3.3

Bekijk wat iedereen heeft gemaakt en heeft bedacht over ‘rekenen met wortels’. Als het goed is heb je enkele rekenregels ontdekt. Onthoud ook de uitdrukking ‘gelijksoortige termen’ (hier: ‘gelijksoortige wortels’).
Maak een eigen overzicht van wat je hebt geleerd.

**Toelichting**

Loop samen met de leerlingen alle bedenksels na. Bevraag leerlingen of ze elkaars gedachtenspinsels kunnen toelichten. Samen zouden jullie naar een overzicht van de theorie moeten komen. Ieder schrijft het voor zichzelf op.

**Uitwerking**

Het theorieblok geeft het gewenste overzicht.

# Theorie

## Om te onthouden

De wortel uit een getal heeft meestal geen exacte uitkomst, kan alleen worden benaderd.
Daarom laat je wortelvormen vaak staan in een berekening en reken je er mee.

Wil je uitdrukkingen met wortels optellen, dan spreek je van de **termen** van de optelling. Termen waarin dezelfde wortelvormen voorkomen heten **gelijksoortige termen**.
Wil je uitdrukkingen met wortels vermenigvuldigen, dan spreek je van de **factoren** van de vermenigvuldiging.

Voor het **rekenen met wortels** geldt:

- het vermenigvuldigingsteken tussen een getal en een wortelvorm laat je vaak weg: $4 \cdot \sqrt{3} = 4\sqrt{3}$;
- gelijksoortige termen kun je samennemen: $\sqrt{3} + 4\sqrt{3} = 5\sqrt{3}$;
- niet gelijksoortige termen kun je niet samennemen: $\sqrt{3} + 4\sqrt{2}$ kun je niet korter schrijven;
- wortelvormen kun je vermenigvuldigen en delen: $\sqrt{2} \cdot \sqrt{3} = \sqrt{2 \cdot 3} = \sqrt{6}$ en $\frac{\sqrt{6}}{\sqrt{3}} = \sqrt{\frac{6}{3}} = \sqrt{2}$ .

## Verwerken

★ **Opgave 3.1**

Maak de volgende berekeningen zonder de rekenmachine te gebruiken. Laat wortels die niet op een geheel getal uitkomen in het antwoord staan.

**a** $\sqrt{7}+\sqrt{7}$

**b** $3\sqrt{5}+2\sqrt{5}$

**c** $5\sqrt{7}-2\sqrt{7}$

**d** $3\sqrt{5}-\sqrt{5}$

**e** $\sqrt{2}\cdot\sqrt{8}$

**f** $3\sqrt{2}\cdot 2\sqrt{7}$

**g** $\sqrt{125}\Big/\sqrt{5}$

**h** $5\sqrt{10}\Big/\sqrt{2}$

★ **Opgave 3.2**

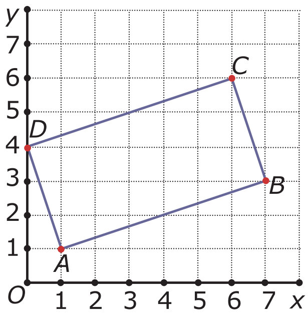
Hier zie je in een assenstelsel de punten $A(1,1)$, $B(7,3)$, $C(6,6)$ en $D(0,4)$ en rechthoek $ABCD$.

**a** Bereken de oppervlakte van rechthoek $ABCD$.

**b** Verdeel de rechthoek in twee vierkanten en leg uit hoe je daarmee de lengtes van de zijden kunt berekenen. Bereken de lengtes van $AB$ en $AD$.

**c** Laat zien hoe je met behulp van deze twee zijden ook de oppervlakte van de rechthoek kunt berekenen.

**d** Bereken ook de exacte omtrek van de rechthoek.




**Figuur 3.3**

★ **Opgave 3.3**

Geef van de volgende berekeningen aan of ze waar of niet waar zijn.

**a** $\sqrt{7}+\sqrt{8}=\sqrt{15}$

**b** $\sqrt{9}+\sqrt{49}=\sqrt{100}$

**c** $\sqrt{7}+6\sqrt{7}=7\sqrt{7}$

**d** $3\sqrt{3}+2\sqrt{3}=5\sqrt{6}$

★ **Opgave 3.4**

Uit een aantal van de volgende berekeningen komt een geheel getal. Bij de andere laat je de wortel in het antwoord staan.

**a** $\sqrt{2}\cdot\sqrt{12{,}5}$

**b** $3\sqrt{3}\cdot\sqrt{10}$

**c** $2\sqrt{6}\cdot 3\sqrt{6}$

**d** $\sqrt{50}\Big/\sqrt{5}$

**e** $\dfrac{2\sqrt{72}}{\sqrt{2}}$

**f** $\dfrac{6\sqrt{12{,}5}}{3\sqrt{2}}$

★ **Opgave 3.5**

Je ziet hier twee vierkanten in elkaar.

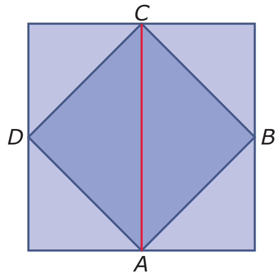
**a** Bereken de lengte van $AB$ en diagonaal $AC$ als de oppervlakte van vierkant $ABCD$ 6 is.

**b** Bereken de lengte van $AB$ en diagonaal $AC$ als de oppervlakte van vierkant $ABCD$ 10 is.

**c** Bereken de lengte van de diagonaal van een vierkant met oppervlakte 8.

**d** Bereken de lengte van de diagonaal van een vierkant met oppervlakte $a$.

**e** Bereken de lengte van de diagonaal van een vierkant met zijde $z$.

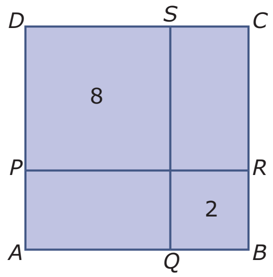



**Figuur 3.4**

★ ★ **Opgave 3.6**

Een vierkant $ABCD$ is verdeeld in twee kleinere vierkanten en twee rechthoeken. De oppervlaktes van beide kleinere vierkanten zijn gegeven, zie figuur.

Bereken de oppervlakte van $ABCD$.




**Figuur 3.5**

## Toepassen

Het benaderen van wortels is voor ons heden ten dage een fluitje van een cent: je rekenmachine doet dat zo maar in een stuk of negen decimalen nauwkeurig. Geweldig natuurlijk, maar... elektronische rekenmachines bestaan nauwelijks 70 jaar.
Tot die tijd werd er vaak met tabellen voor wortels gewerkt.
En in die tabellen kwamen natuurlijk niet van alle getallen de wortels voor, vaak alleen maar wortels van 1 t/m 100...
Er bestaan dan nog een paar technieken om wortels die niet in de tabel voorkwamen te vinden:

- Benaderen met behulp van inklemmen, een 'hoger/lager spelletje'.
- Het rekenen met wortels op een handige manier toepassen:
  $\sqrt{500} = \sqrt{100 \cdot 5} = \sqrt{100} \cdot \sqrt{5} = 10 \cdot \sqrt{5}$
  $\sqrt{150} = \sqrt{25 \cdot 6} = \sqrt{25} \cdot \sqrt{6} = 5 \cdot \sqrt{6}$
- En er bestaat een speciale techniek om wortels uit willekeurige (positieve) decimalen getallen te vinden. Die is echter gebaseerd op verdergaande kennis van wiskunde...

★ ★ **Opgave 3.7: Wortels herleiden**

Je ziet hierboven hoe je wortels van getallen die een kwadraat bevatten kunt vereenvoudigen.

**a** Laat zien dat $\sqrt{8} = 2\sqrt{2}$.

**b** Vereenvoudig op dezelfde manier $\sqrt{45}$.

**c** Herleid op dezelfde manier: $\sqrt{18}$, $\sqrt{12}$, $\sqrt{32}$, $\sqrt{40}$ en $\sqrt{75}$

★ ★ ★ **Opgave 3.8: Kettingbreuk**

Een leuke manier om wortels te benaderen is met behulp van een kettingbreuk. Zo is:

$$\sqrt{2} = 1 + \cfrac{1}{2+\cfrac{1}{2+\cfrac{1}{2+\cfrac{1}{2+\ldots}}}}.$$

Hiermee kun je $\sqrt{2}$ in zoveel decimalen als je maar wilt benaderen. Bedenk hoe je dat doet en benader deze wortel in vijf decimalen nauwkeurig. Kun je de nauwkeurigheid van je rekenmachine halen?

## Practicum

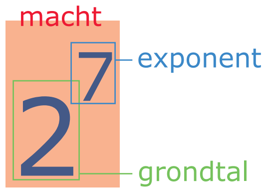
Met *Algebra***KIT** kun je oefenen met **rekenen met wortels zonder rekenmachine**. Je kunt telkens een nieuwe opgave oproepen. Je maakt elke opgave zelf op papier.
Met ‘Toon uitwerking’ zie je het verder uitklapbare antwoord.
Met krijg je een nieuwe opgave.

**Werk met AlgebraKIT.**

# 1.4 Machten

## Inleiding

Bij kwadrateren wordt een getal met zichzelf vermenigvuldigd.
Je kunt een getal ook vaker met zichzelf vermenigvuldigen. Dan spreek je van machtsverheffen.
En zoals je bij kwadrateren kunt terugrekenen door worteltrekken, kun je bij machten terugrekenen door hogere machtswortels te gebruiken.




**Figuur 4.1**

**Je leert in dit onderwerp**

- het begrip macht en machten uitrekenen;
- het begrip derdemachtswortel en derdemachtswortels uitrekenen;

**Voorkennis**

- rekenen (optellen, aftrekken, vermenigvuldigen en delen) met positieve en negatieve getallen en met breuken en alle begrippen die daarbij horen;
- kwadrateren, worteltrekken en rekenen met kwadraten en wortelvormen.

## Voor de docent

Bij het onderdeel ‘Machten’ gaat het om het rekenen met machten en hogeremachtswortels. De leerlingen ontdekken rekenregels zoals: bij machten met hetzelfde grondtal kun je bij vermenigvuldigen de exponenten optellen, bij delen de exponenten van elkaar aftrekken. Je geeft de opdrachten mondeling.

Gewenste materialen:

- Schrijfmateriaal voor op de verticale werkvlakken.
- Bij de tweede opdracht hoort een informatieblad dat in stroken kan worden geknipt om strook voor strook aan de groepjes uit te delen.

### Opdracht 4.1

Een kwadraat heet ook wel een tweedemacht.
Dat komt omdat de inhoud van een kubus een derdemacht is. De inhoud van een kubus met ribben van 2 cm is: $2 \times 2 \times 2 = 2^3 = 8$ cm$^3$.

Omgekeerd bereken je de lengte van de ribben van een kubus met inhoud 8 met een derdemachtswortel: $\sqrt[3]{8} = 2$.

Bekijk eerst alleen kubussen met gehele getallen als lengtes van de ribben.

Welke afmetingen en welke inhoud heeft de grootste kubus die een inhoud heeft van minder dan 100000 cm$^3$?
Bereken vervolgens de lengte van de ribben van een kubus die een inhoud heeft van precies 100000 cm$^3$ in mm nauwkeurig.

### Toelichting

Geef de opdracht mondeling en bespreek het begrip ‘derdemacht’ en benoem het machtsverheffen van een getal en de bijbehorende notatie, evenals het werken met derdemachtswortels en de bijbehorende notatie.

Mogelijke hulpvragen: “Kun je een aantal derdemachten opschrijven?”, “Van welk getal komt de derdemacht in de buurt van 100000?” en “Hoe puzzel je nu verder?”.
Bij de vraag naar de lengte van de ribben in mm nauwkeurig is het nuttig vraag te stellen: “Welke wortelvorm hoort er bij deze vraag?” en “Hoe kun je die wortel berekenen?” (dat kan met de wortelfunctie en door met behulp van derdemachten in te klemmen).

### Uitwerking

De grootste kubus met inhoud onder de 100000 cm$^3$ heeft ribben van 46 cm.
Dit kun je vinden door proberen en inklemmen.

De inhoud is dan $46^3 = 97336$ cm$^3$.

De ribben van een kubus van 100000 cm$^3$ zijn $\sqrt[3]{100000} \approx 46{,}4$ cm.
Ook dit kun je vinden door proberen en inklemmen. Maar een rekenmachine gebruiken kan ook.

## Opdracht 4.2

In het algemeen krijg je een macht door een getal een aantal keer met zichzelf te vermenigvuldigen: $2^5 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 32$ is ‘twee-tot-de-vijfde(macht)’. Het getal 2 heet het ‘grondtal’ en het getal 5 heet de ‘exponent’ van de macht.

Terugrekenen vanuit zo'n vijfdemacht gaat met een vijfdemachtswortel $\sqrt[5]{32} = 2$.

Bereken met je rekenmachine (eventueel benader in drie decimalen) en/of laat zien:

- $17^4 = \dots$; $-17^4 = \dots$; $(-17)^4 = \dots$ en $10000 - 17^4 = \dots$
- $2^5 \cdot 2^3 = 2^8$; $\frac{2^5}{2^3} = 2^2$; $2^0 = 1$ en $\left(2^5\right)^3 = 2^{15}$
- $3^{95} \cdot 3^{114} = 3^{\cdots}$; $\frac{3^{114}}{3^{95}} = 3^{\cdots}$; $3^{80} \cdot \frac{3^{11}}{3^{54}} = 3^{\cdots}$ en $\left(3^{12}\right)^{15} = 3^{\cdots}$
- $\sqrt[3]{27} = \dots$; $\sqrt[3]{5^3} = \dots$; $\sqrt[3]{\frac{8}{27}} = \dots$ en $\sqrt[3]{1000} = \dots$
- $\sqrt[3]{216} = \dots$; $\sqrt[3]{3;375} = \dots$; $\sqrt[3]{18} \approx \dots$ en $\sqrt[3]{100} \approx \dots$
- $\sqrt[5]{32} = \dots$; $\sqrt[5]{\frac{1}{32}} = \dots$; $\sqrt[5]{320} \approx \dots$ en $\sqrt[5]{1000} \approx \dots$

### Toelichting

Geef de opdracht mondeling en in stappen. De opdracht staat op het **Informatieblad** om in stroken uit te delen.

Mogelijke hulpvragen: “Hoe kun je met je rekenmachine machten en hogeremachtswortels berekenen?” en na afloop: “Welke rekenregels voor machten heb je nu ontdekt?”, “Kun je ze algemeen formuleren?”.

Het is slechts een eerste kennismaking met de rekenregels voor machten en alleen bedoeld om het werken met machten (met name bij de wetenschappelijke notatie) inzichtelijk te maken. Het is nuttig om te vermelden dat het berekenen van machten eindeloos kan worden geoefend met behulp van AlgebraKIT in het Practicum.

### Uitwerking

- $17^4 = 83521$; $-17^4 = -83521$; $(-17)^4 = 83521$ en $10000 - 17^4 = 16479$
- $2^5 \cdot 2^3 = 2^8$; $\frac{2^5}{2^3} = 2^2$; $2^0 = 1$ en $\left(2^5\right)^3 = 2^{15}$
- $3^{95} \cdot 3^{114} = 3^{209}$; $\frac{3^{114}}{3^{95}} = 3^{19}$; $3^{80} \cdot \frac{3^{54}}{3^{11}} = 3^{123}$ en $\left(3^{12}\right)^{15} = 3^{180}$

- $\sqrt[3]{27} = 3$; $\sqrt[3]{5^3} = 5$; $\sqrt[3]{\frac{8}{27}} = \frac{2}{3}$ en $\sqrt[3]{1000} = 10$
- $\sqrt[3]{216} = 6$; $\sqrt[3]{3{,}375} = 1{,}5$; $\sqrt[3]{18} \approx 2{,}621$ en $\sqrt[3]{100} \approx 4{,}642$
- $\sqrt[5]{32} = 2$; $\sqrt[5]{\frac{1}{32}} = \frac{1}{2}$; $\sqrt[5]{320} \approx 3{,}170$ en $\sqrt[5]{1000} \approx 3{,}981$

## Opdracht 4.3

Bekijk wat iedereen heeft gemaakt en heeft bedacht over ‘rekenen met machten en hogeremachts-wortels’. Als het goed is heb je enkele rekenregels ontdekt. Onthoud ook de uitdrukkingen ‘grondtal’ en ‘exponent’.
Maak een eigen overzicht van wat je hebt geleerd.

**Toelichting**

Loop samen met de leerlingen alle bedenksels na. Bevraag leerlingen of ze elkaars gedachtenspinsels kunnen toelichten. Samen zouden jullie naar een overzicht van de theorie moeten komen. Ieder schrijft het voor zichzelf op.

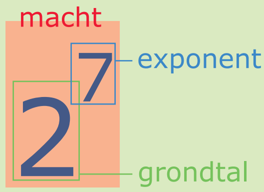
**Uitwerking**

Het theorieblok geeft het gewenste overzicht.

# Theorie

## Om te onthouden

Voor het vermenigvuldigen met steeds hetzelfde getal gebruik je een **macht** met **grondtal** en een **exponent**. Bijvoorbeeld:
$3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 3^5$.
Reken je zo'n getal uit, dan wordt de uitkomst snel groot: $3^5 = 243$.



Figuur 4.2

Je spreekt van **machtsverheffen** en je zegt ‘3 tot de macht 5’, of kortweg ‘3 tot de vijfde’.

Bij het rekenen hebben machten voorrang op de andere bewerkingen.

Bij vermenigvuldigen van machten met hetzelfde grondtal mag je de exponenten optellen: $3^5 \cdot 3^4 = 3^{5+4} = 3^9$.

Bij delen van machten met hetzelfde grondtal mag je de exponenten aftrekken: $\frac{3^5}{3^2} = 3^{5-2} = 3^3$.

Zie **Voorbeeld 2**.

Je kunt ook terugrekenen vanuit machten. Bij terugrekenen vanuit derde machten spreek je van **derdemachtswortels**. Zie **Voorbeeld 2**.

## Verwerken

### ★ Opgave 4.1

Bereken:

**a** $4^5$

**b** $3^4 \cdot 2^3$

**c** $\left(\frac{2}{3}\right)^4$

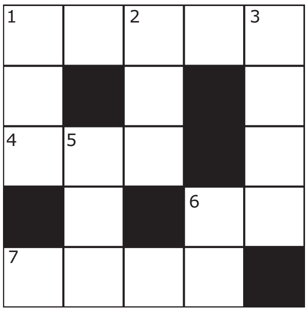
**d** $\left(1\frac{3}{5}\right)^3$

**e** $(-2)^6$

**f** $-2^4 \cdot 3^3$

### ★ Opgave 4.2

Je ziet hier een kruisgetallenpuzzel. Hij staat ook op het **werkblad**.
Vul de puzzel in.



| Horizontaal | | Verticaal | |
|---|---|---|---|
| 1 | $11^4$ | 1 | $5^3$ |
| 4 | $24^2$ | 2 | $26^2$ |
| 6 | $2^6$ | 3 | $2^{10}$ |
| 7 | $92^2$ | 5 | $4^2 \cdot 7^2$ |
| | | 6 | $4^3$ |

Figuur 4.3

### ★ Opgave 4.3

Schrijf de volgende machten eenvoudiger. Je hoeft ze niet te berekenen!

**a** $2^{16} \cdot \left(2^{10}\right)^3$

**b** $\frac{4 \cdot 2^{26}}{2^{20}}$

**c** $\frac{2^{14} \cdot 2^{26}}{\left(2^{20}\right)^2}$

### ★ Opgave 4.4

Bereken:

**a** $\sqrt[3]{1000}$

**b** $\sqrt[3]{1000000}$

**c** $\sqrt[3]{10^6}$

**d** $\sqrt[3]{0{,}001}$

**e** $\sqrt[3]{0{,}000001}$

**f** $\sqrt[3]{0{,}125}$

### ★ Opgave 4.5

Je hebt een kubus met een inhoud van 20 liter.

**a** Hoeveel bedraagt de lengte van elke ribbe van deze kubus in mm nauwkeurig?

**b** Bereken de totale oppervlakte van deze kubus in $mm^2$ nauwkeurig.

★ **Opgave 4.6**

Je kunt van een getal eerst de derde macht uitrekenen en dan op de uitkomst de derde machtswortel toepassen. En ook de omgekeerde volgorde is mogelijk.

**a** Neem het getal 6 en bereken $\sqrt[3]{6^3}$. Wat doe je eerst, de derde macht of de derde machtswortel?

**b** Bereken ook $\sqrt[3]{6}^3$.

**c** Doe hetzelfde als bij a en b maar nu met het getal 17.

Kennelijk heffen de bewerkingen derde macht en derde machtswortel elkaar op.

**d** Onderzoek of dit ook voor negatieve getallen geldt.

## Toepassen

Als je een blaadje papier neemt (A4-formaat) dan kun je dit dubbel vouwen. Het dubbelgevouwen blaadje vouw je nog eens dubbel. Je hebt dan vier lagen papier op elkaar, en weer kun je het resultaat dubbelvouwen om acht lagen papier te krijgen. Enzovoorts...
Hoe vaak kun je zo blijven dubbelvouwen?

Stel je zet € 100,00 op de bank en je krijgt 4% rente per jaar als je er niet aan komt.
Een jaar later heb je dan € 104,00.
Weer een jaar later: € 108,16.
Nog een jaar later: € 112,49.
Dat noem je ‘rente op rente’ krijgen. Hoeveel heb je na 10 jaar?

★★ **Opgave 4.7: Papier vouwen**

In **Toepassen** wordt beschreven hoe je door een blaadje papier dubbel te vouwen steeds meer lagen krijgt.

**a** Laat zien dat je na 8 keer vouwen 256 lagen papier hebt.

**b** Hoeveel lagen heb je na 10 keer vouwen?

Ga er van uit dat je stuk papier groot genoeg is om te blijven vouwen en dat het papier 0,1 mm dik is.

**c** Hoeveel keer moet je vouwen om een laag papier van 10 cm dik te krijgen?

**d** En na hoeveel keer vouwen heb je een laag papier van 10 m dik?

★★ **Opgave 4.8: Rente op rente**

In **Toepassen** wordt beschreven hoe je rekent met rente op rente.

**a** Reken de bedragen na 1 jaar, na 2 jaar en na 3 jaar zelf na. Hoe reken je?

**b** Hoeveel heb je na 10 jaar?

**c** Na hoeveel jaar is het beginbedrag verdubbeld?

## Practicum

Veel rekenwerk doe je met een **rekenmachine**, ook met machten en hogere machtswortels rekenen. Voor de volgende twee types rekenmachine zijn er practica beschikbaar:

- **Machten en wortels, wetenschappelijke notatie TI-30XB Multiview**
- **Machten en wortels, wetenschappelijke notatie Casio fx-82NL**

Met *Algebra***KIT** kun je oefenen met **machten uitrekenen**. Je kunt telkens een nieuwe opgave oproepen. Je maakt elke opgave zelf op papier.
Met ‘Toon uitwerking’ zie je het verder uitklapbare antwoord.
Met ⟲ krijg je een nieuwe opgave.

**Werk met AlgebraKIT.**

# 1.5 Meneer Van Dalen

## Inleiding

Je weet al dat je bij het rekenen een bepaalde volgorde in acht moet nemen. Maar nu komen daar machten en wortels nog bij. En die gaan voor...

**Figuur 5.1**

**Je leert in dit onderwerp**

- werken met de juiste rekenvolgorde.

**Voorkennis**

- rekenen (optellen, aftrekken, vermenigvuldigen en delen) met positieve en negatieve getallen en met breuken en alle begrippen die daarbij horen;
- kwadrateren, worteltrekken en rekenen met kwadraten en wortelvormen;
- het begrip macht en machten uitrekenen;
- het begrip derdemachtswortel en derdemachtswortels uitrekenen.

## Voor de docent

Bij het onderdeel 'Rekenvolgorde' gaat het om het rekenen met de juiste rekenvolgorde. Het is belangrijk om die rekenvolgorde goed te onthouden, maar je maakt ook kennis met een paar uitzonderingen erop. Je geeft de opdrachten mondeling.

Gewenste materialen:

- Schrijfmateriaal voor op de verticale werkvlakken.
- Bij de eerste opdracht hoort een informatieblad met beide te berekenen uitdrukkingen erop.
- Bij de tweede opdracht hoort een informatieblad dat in stroken kan worden geknipt om strook voor strook aan de groepjes uit te delen.

### Opdracht 5.1

'Meneer Van Dalen Wacht Op Antwoord' was vroeger een ezelsbruggetje om de voorrangsregels voor het rekenen te onthouden: eerst Machten, dan Vermenigvuldigen, daarna Delen, vervolgens Worteltrekken, dan Optellen en tenslotte Aftrekken.

Bereken $144/4 \times 3 - \sqrt{16} + 2^3$ door deze ezelsbrug letterlijk op te volgen en bereken dit daarnaast ook met je rekenmachine.

Beschrijf met behulp van je rekenmachineantwoord welke rekenvolgorde er tegenwoordig wordt gebruikt. Denk er daarbij ook om dat wat binnen haakjes staat altijd voorrang heeft. Laat dit zien door $2 \cdot \sqrt{16} + 2 \cdot 3 - 4 \cdot (2+6) \big/ 2^3$ in stappen te berekenen.

**Toelichting**

Geef de opdracht mondeling. De beide uitdrukkingen staan op een **Informatieblad**.

Mogelijke hulpvragen: "Moet je eerst vermenigvuldigen en dan pas delen?", "Moet je eerst optellen en dan pas aftrekken?" en "Wat moet in ieder geval wel eerst?".
Na afloop is het van belang om de juiste (huidige) rekenvolgorde te benoemen. Misschien leuk om de vraag te stellen: "Kun je zelf een goede ezelsbrug bedenken?".

**Uitwerking**

Met de gegeven ezelsbrug: $144 \Big/ 4 \times 3 - 4 + 2^3 = 144 \Big/ 12 - 4 + 8 = 12 - 12 = 0$.

Je rekenmachine maakt er 112 van. Hij doet eerst $2^3 = 8$ en $\sqrt{16} = 4$ (machten en wortels eerst), dan $144/4 = 36$ en $36 \times 3 = 108$ (vermenigvuldigen en delen van links naar rechts) en tenslotte $108 - 4 + 8 = 112$. Je doet eerst machten en wortels van links naar rechts, dan vermenigvuldigen en delen van links naar rechts en tenslotte optellen en aftrekken van links naar rechts. Maar binnen haakjes gaat altijd voor!

Zo wordt $2 \cdot \sqrt{16} + 2 \cdot 3 - 4 \cdot (2+6) \Big/ 2^3 =$
$= 2 \cdot 4 + 2 \cdot 3 - 4 \cdot 8/8 =$
$= 8 + 6 - 32/8 =$
$= 14 - 4 = 10$

## Opdracht 5.2

In het algemeen is de rekenvolgorde: eerst wat binnen haakjes staat, dan machten en wortels van links naar rechts, dan vermenigvuldigen en delen van links naar rechts en tenslotte optellen en aftrekken van links naar rechts.

Maar soms verzinnen mensen notaties die de zaak op de kop zetten, omdat ze haakjes vervangen: $\frac{6}{1+5} = 1$.

Maar als je zo'n opgave mondeling opgeeft en je zegt “6 gedeeld door 1 plus 5” dan gaat er iets fout.

Hoe moet je de volgende opgaven mondeling opgeven om wel het goede antwoord te krijgen? Geef ook het goede antwoord.

- $\frac{6}{1+5}$
- $\frac{24-4}{2 \cdot 5}$
- $\sqrt{6 + 2 \cdot 15}$
- $2^{3+6}$
- $\sqrt{2 + \frac{12}{2+2^2}}$

**Toelichting**

Geef de opdracht mondeling en in stappen. De opdracht staat op het **Informatieblad** om in stroken uit te delen. Je kunt hier een ‘spelletje’ laten spelen: één leerling van een groepje krijgt de opdracht op papier en dicteert de anderen wat er op het bord moet komen en die berekenen dan het antwoord.

Mogelijke hulpvragen: “Wat betekent een lange breukstreep?”, “En een lange streep aan een wortelteken?” en na afloop: “Hoe kun je in een berekening het aantal haakjes verminderen?” en “Wat is daar het voordeel van? En wat is een nadeel?”.

**Uitwerking**

- $\frac{6}{1+5}$ wordt: 6 gedeeld door haakje openen 1 plus 5 haakje sluiten; uitkomst 1.
- $\frac{24-4}{2 \cdot 5}$ wordt: haakje openen $24 - 4$ haakje sluiten gedeeld door haakje openen $2 \cdot 5$; uitkomst 2.
- $\sqrt{6 + 2 \cdot 15}$ wordt: de wortel uit haakje openen $6 + 2 \cdot 15$ haakje sluiten; uitkomst 6.
- $2^{3+6}$ wordt: 2 tot de macht haakje openen $3 + 6$ haakje sluiten; uitkomst $2^9 = 512$.
- $\sqrt{2 + \frac{12}{2+2^2}}$ wordt: de wortel uit haakje openen 2 plus 12 gedeeld door haakje openen $2+2^2$ haakjes sluiten en weer haakje sluiten; uitkomst 2.

## Opdracht 5.3

Bekijk wat iedereen heeft gemaakt en heeft bedacht over ‘de juiste (huidige) rekenvolgorde’. Wie weet hebben de leerlingen zelf een mooie ezelsbrug gevonden. Het bespreken van de uitzonderingen (lange breukstreep, lange streep aan wortelteken, e.d.) is ook noodzakelijk.
Maak een eigen overzicht van wat je hebt geleerd.

**Toelichting**

Loop samen met de leerlingen alle bedenksels na. Bevraag leerlingen of ze elkaars gedachtenspinsels kunnen toelichten. Samen zouden jullie naar een overzicht van de theorie moeten komen. Ieder schrijft het voor zichzelf op.

**Uitwerking**

Het theorieblok geeft het gewenste overzicht.

# Theorie

## Om te onthouden

Bij rekenen gelden deze **voorrangsregels**:

1. Eerst uitrekenen wat tussen haakjes staat.
2. Dan machten en wortels van links naar rechts.
3. Dan vermenigvuldigen en delen van links naar rechts.
4. Tenslotte optellen en aftrekken van links naar rechts.

Houd er wel rekening mee, dat haakjes soms zijn verstopt: $\sqrt{5^2} = \sqrt{}(5^2)$ en $\frac{6}{2+3} = 6/(2+3)$.

Figuur 5.2

## Verwerken

★ **Opgave 5.1**

Bereken zonder de rekenmachine te gebruiken:

**a** $3^5 / 3^2 + 3^4$

**b** $3^4 \cdot 2^3$

**c** $\left(\sqrt{196} - 3^2\right)^3$

**d** $\left(2 \cdot \sqrt[3]{15}\right)^3$

**e** $6 \cdot 2^3 / \left(4^3 - 7 \cdot 2^3\right)$

**f** $\left(\frac{2}{3}\right)^{\sqrt{9}} \cdot 1{,}5^3$

★ **Opgave 5.2**

Bereken eerst zonder de rekenmachine te gebruiken en controleer daarna je berekening door hem in zijn geheel in de rekenmachine in te voeren.

**a** $\sqrt{2 \cdot 70 + 4}$

**b** $\frac{12 \cdot 3}{2^3 - 4}$

**c** $\frac{2^{4+\sqrt{16}}}{2^5}$

**d** $\sqrt[3]{\frac{1}{3} - \left(\frac{1}{3}\right)^3}$

★ **Opgave 5.3**

Onderzoek of de volgende berekeningen correct zijn. Licht steeds je antwoord toe.

**a** $2^3 \cdot 2^4 = 2^7$

**b** $2^6 / 2^3 = 2^{6/3} = 2^2$

**c** $\left(2^2\right)^3 = 2^5$

**d** $2^0 = 1$

★ ★ **Opgave 5.4**

Bij het rekenen met wortels kun je door slim herleiden soms wortels optellen die op de eerste blik niet gelijksoortig zijn.

**a** Laat zien, dat $\sqrt{18} = 3\sqrt{2}$ en dat $\sqrt{8} = 2\sqrt{2}$.

**b** Bereken nu de exacte uitkomst van $\left(\sqrt{18} + \sqrt{8}\right)^2$. Geeft je rekenmachine dezelfde uitkomst als je de berekening in één keer invoert?

**c** Bereken $\left(\sqrt{75} - \sqrt{27}\right)^2$ door beide wortels te herleiden. Controleer je antwoord met de rekenmachine.

## Toepassen

Volgens een legende is Sissa Ben Dahir is de uitvinder van het schaakspel. De Indiase koning Shirham vroeg hem wat hij als beloning voor die uitvinding wilde hebben. Sissa Ben Dahir zei: "Geef me één graankorrel om op het eerste veld van het bord te leggen, 2 graankorrels voor op het tweede veld, 4 voor op het derde veld, 8 op het vierde en laat me zo verder gaande alle 64 velden bedekken." De koning lachte en antwoordde: "Is dat echt alles dat je wilt hebben?" en hij gaf opdracht het graan uit te betalen.
Toen bleek dat de koning te weinig graan had om Sissa uit te betalen, liet hij Sissa Ben Dahir in de gevangenis opsluiten.

Figuur 5.3

★ ★ ★ **Opgave 5.5: Graankorrels op een schaakbord**

Lees hierboven de legende van de uitvinding van het schaakspel.

Om een idee te krijgen van het aantal graankorrels dat koning Shirham moest uitbetalen kun je eens kijken naar machten van 2.

**a** Waarom moet je naar machten van 2 kijken?

**b** Bereken:

- $2^0$
- $2^0 + 2^1$
- $2^0 + 2^1 + 2^2$
- $2^0 + 2^1 + 2^2 + 2^3$
- $2^0 + 2^1 + 2^2 + 2^3 + 2^4$
- $2^0 + 2^1 + 2^2 + 2^3 + 2^4 + 2^5$
- $2^0 + 2^1 + 2^2 + 2^3 + 2^4 + 2^5 + 2^6$

**c** Vergelijk alle uitkomsten bij b. Wat valt je op? (Tel er eventueel telkens 1 bij op.)

**d** Hoeveel graankorrels wilde Sissa van de koning hebben? Schrijf je antwoord met een macht van 2.

**e** Nu je weet dat Sissa meer dan 18.000.000.000.000.000.000 (18 triljoen) graankorrels zou moeten krijgen, kun je misschien wel schatten hoeveel $m^3$ graan dat zou moeten zijn. Stel dat je dit graan wilt opslaan in een grote schuur met een vloeroppervlakte van 1000 $m^2$. Hoe hoog moet die schuur dan worden?

## Practicum

Veel rekenwerk doe je met een **rekenmachine** en de machine hanteert de juiste rekenvolgorde.
Voor de volgende twee types rekenmachine zijn er practica beschikbaar:

- **Machten en wortels, wetenschappelijke notatie TI-30XB Multiview**
- **Machten en wortels, wetenschappelijke notatie Casio fx-82NL**

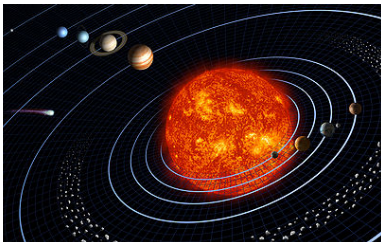
Met *Algebra***KIT** kun je oefenen met de **rekenvolgorde**. Je kunt telkens een nieuwe opgave oproepen. Je maakt elke opgave zelf op papier.
Met 'Toon uitwerking' zie je het verder uitklapbare antwoord.
Met ↺ krijg je een nieuwe opgave.

**Werk met AlgebraKIT.**

# 1.6 Wetenschappelijke notatie

## Inleiding

Soms heb je met hele grote getallen te maken. Zoals bij berekeningen van afstanden in het zonnestelsel of nog verder in de ruimte. De getallen worden dan vaak erg onoverzichtelijk met (vaak onnodig) veel cijfers. Dan gebruik je de wetenschappelijke notatie met machten van 10.



**Figuur 6.1**

**Je leert in dit onderwerp**

- werken met de wetenschappelijke notatie.

**Voorkennis**

- rekenen (optellen, aftrekken, vermenigvuldigen en delen) met positieve en negatieve getallen en met breuken en alle begrippen die daarbij horen;
- kwadrateren, worteltrekken en rekenen met kwadraten en wortelvormen;
- machten en wortels uitrekenen en de juiste rekenvolgorde hanteren.

## Voor de docent

Bij het onderdeel 'Wetenschappelijke notatie' gaat het om het schrijven van hele grote of hele kleine getallen met veel nullen erin met behulp van machten van 10. Deze getallen krijgen de vorm $a \cdot 10^n$ met $1 \leq a \leq 9$. Ook de significante cijfers van een berekening worden benoemd. Je geeft de opdrachten mondeling.

Gewenste materialen:

- Schrijfmateriaal voor op de verticale werkvlakken.
- Bij de tweede opdracht hoort een informatieblad dat in stroken kan worden geknipt om strook voor strook aan de groepjes uit te delen.

### Opdracht 6.1

Onze planeet Aarde heeft (ongeveer) de vorm van een bol. De omtrek van die bol is de lengte van de evenaar en bedraagt 40.000 km. Dat is ongeveer $4 \cdot 10^{10}$ mm.

Laat zien, dat dit inderdaad zo is en leg uit waarom deze manier van opschrijven van een getal met veel nullen handig is. Hoeveel miljard mm is dit?

Als mensen hand in hand staan met de armen gespreid zitten de middens van hun lichamen ongeveer 1,5 m van elkaar. Hoeveel mensen moeten er hand in hand staan met de armen gespreid om de Aarde te omspannen?

**Toelichting**

Geef de opdracht mondeling.

Mogelijke hulpvragen: "Hoeveel mm gaan er in één meter?", "Hoeveel mm gaan er dus in één km?", "Hoe schrijf je dat als een macht van 10?" en "Wat heeft de macht van 10 te maken met het aantal nullen aan het eind van een getal?".
Bij de vraag over het aantal mensen dat nodig is, is het nuttig aan te sturen op de 'wetenschappelijke notatie' ter voorbereiding op de volgende opdracht.

**Uitwerking**

1 km = 1000000 mm, dus 40.000 km = $40.000 \cdot 1.000.000$ mm en dat is $4 \cdot 10^4 \cdot 10^6 = 4 \cdot 10^{10}$ mm.

Je verliest als snel uit het oog hoeveel nullen er nou precies staan, daarom is werken met machten van 10 vaak handig. Bovendien rekenen vrijwel alle apparaten met een beperkt aantal cijfers, vaak een stuk of tien. Dan passen al die nullen niet, een getal van meer dan tien cijfers kan niet worden weergegeven.

Omdat 1 miljard = $1000000000 = 10^9$, is dit 40 miljard mm.

Er zijn $4 \cdot 10^7 \big/ 1{,}5 \approx 2{,}7 \cdot 10^7$ mensen voor nodig.

## Opdracht 6.2

In de ‘wetenschapplijke notatie’ gebruik je machten van 10:
$1000 = 10 \cdot 10 \cdot 10 = 10^3$, $10.000 = 10^4$, $100.000 = 10^5$, enzovoorts.

Maar ook: $0{,}01 = \frac{1}{100} = \frac{10^0}{10^2} = 10^{-2}$, $0{,}001 = \frac{1}{1000} = \frac{10^0}{10^3} = 10^{-3}$, $0{,}0001 = \frac{1}{10000} = \frac{10^0}{10^4} = 10^{-4}$, enzovoorts.

Zo is $13000 = 1{,}3 \cdot 10000 = 1{,}3 \cdot 10^4$ en $0{,}00013 = 1{,}3 \cdot 0{,}0001 = 1{,}3 \cdot 10^{-4}$.
Merk op dat je altijd een cijfer vanaf 1 t/m 9 voor de komma moet hebben!

Schrijf in de wetenschappelijke notatie zonder je rekenmachine te gebruiken:

- 340000
- 0,0034
- 310 duizend
- 310 duizendste
- 3,5 miljoen
- 3,5 miljoenste
- 468 miljard
- 468 miljardste

**Toelichting**

Geef de opdracht mondeling, schrijf eventueel de twee voorbeelden uit op je eigen werkplek. De opdracht staat op het **Informatieblad** om in stroken uit te delen.

Mogelijke hulpvragen: “Welke macht van 10 is duizend/miljoen/miljard?”, “Hoeveel cijfers achter de komma heeft 1 duizendste/miljoenste/miljardste?” “Welke macht van 10 is duizendste/miljoenste/miljardste?” en “Heb je wel steeds precies één cijfer groter dan 0 voor de komma?”.

**Uitwerking**

- $340000 = 3{,}4 \cdot 100000 = 3{,}4 \cdot 10^5$
- $0{,}0034 = 3{,}4 \cdot 0{,}001 = 3{,}4 \cdot 10^{-3}$
- 310 duizend $= 3{,}10 \cdot 10^2 \cdot 10 \cdot 3 = 3{,}1 \cdot 10^5$
- 310 duizendste $= 3{,}1 \cdot 10^2 \cdot 0{,}001 = 3{,}1 \cdot 10^2 \cdot 10^{-3} = 3{,}1 \cdot 10^{-1}$
- 3,5 miljoen $= 3{,}5 \cdot 1000000 = 3{,}5 \cdot 10^6$
- 3,5 miljoenste $= 3{,}5 \cdot 0{,}000001 = 3{,}5 \cdot 10^{-6}$
- 468 miljard $= 4{,}68 \cdot 10^2 \cdot 10^9 = 4{,}68 \cdot 10^{11}$
- 468 miljardste $= 4{,}68 \cdot 10^2 \cdot 10^{-9} = 4{,}68 \cdot 10^{-7}$

## Opdracht 6.3

De lichtsnelheid is ongeveer $3{,}0 \cdot 10^8$ m/s (meter per seconde).
Er zijn dan twee ‘significante cijfers’ gebruikt, waarvan er altijd één voor de komma staat.

Bereken de lichtsnelheid in km/uur en de tijd die het licht over 1 km doet in seconden. Geef je antwoorden in de wetenschappelijke notatie en ook met twee significante cijfers.

**Toelichting**

Geef de opdracht mondeling. Werken met de rekenmachine is nu prima.

Mogelijke hulpvragen: “Hoeveel m/uur is 1 m/s?”, “Hoeveel km/uur is 1 m/s?” en “Hoe bereken je nu de lichtsnelheid in km/uur?”. Vervolgens “Staat je uitkomst in km/uur nu echt in de wetenschappelijke notatie? Waarom wel/niet? En als dat niet zo is: hoe zorg je er dan voor?” en “Hoe zorg je voor het gewenste aantal significante cijfers?”.
Voor de tijd die het licht nodig heeft voor 1 km, kun je werken met de lichtsnelheid in m/s of die in km/uur.

**Uitwerking**

1 m/s betekent 3600 m/uur en dus $\frac{3600}{1000} = 3{,}6$ km/uur.

De lichtsnelheid in km/uur is dus $3{,}6 \cdot 3{,}0 \cdot 10^8 = 10{,}8 \cdot 10^8$ km/uur.
In de wetenschappelijke notatie is dat $1{,}08 \cdot 10^9$ km/uur, met twee significante cijfers ongeveer $1{,}1 \cdot 10^9$ km/uur.

Over 1 km doet het licht $\frac{1}{1{,}08 \cdot 10^9} \approx 0{,}926 \cdot 10^{-9} = 9{,}26 \cdot 10^{-10}$ uur.

Dat is $9{,}26 \cdot 10^{-8} \cdot 3600 \approx 3{,}33 \cdot 10^{-6}$ s, met twee significante cijfers ongeveer $3{,}3 \cdot 10^{-6}$ s.

## Opdracht 6.4

Bekijk wat iedereen heeft gemaakt en heeft bedacht over ‘de wetenschappelijke notatie’. Ook het idee van ‘significante cijfers’ wordt benoemd.
Maak een eigen overzicht van wat je hebt geleerd.

**Toelichting**

Loop samen met de leerlingen alle bedenksels na. Bevraag leerlingen of ze elkaars gedachtenspinsels kunnen toelichten. Samen zouden jullie naar een overzicht van de theorie moeten komen. Ieder schrijft het voor zichzelf op.

**Uitwerking**

Het theorieblok geeft het gewenste overzicht.

# Theorie

## Om te onthouden

Je schrijft hele grote en hele kleine getallen vaak in de **wetenschappelijke notatie**.

- Een groot getal krijgt dan de vorm $a \cdot 10^{n}$.
- Een klein getal krijgt dan de vorm $a \cdot 10^{-n}$.

Hierin is $1 \leq a < 10$.

Je gebruikt deze notatie vooral als het gaat om miljoenen, miljarden, miljoensten, miljardsten, e.d.

Getallen die uit veel cijfers ongelijk aan 0 bestaan ga je om die notatie te gebruiken eerst afronden. Op hoeveel decimalen je afrondt, hangt af van hoeveel cijfers een belangrijke betekenis hebben. Deze belangrijke cijfers noem je de **significante cijfers**

## Verwerken

★ **Opgave 6.1**

Schrijf als macht van 10:

**a** 1000

**b** 100000000

**c** 10 miljard

**d** 0,001

**e** $\frac{1}{100000}$

**f** 10 miljardste

★ **Opgave 6.2**

Schrijf in de wetenschappelijke notatie:

**a** 123 miljoen

**b** 614000000000

**c** 0,00001496

**d** 0,00000000000042

★ **Opgave 6.3**

Gebruik bij de volgende berekeningen de wetenschappelijke notatie. Geef je antwoord ook in die vorm.

**a** In Nederland woonden in 2021 ongeveer 17,5 miljoen mensen. Het gemiddeld inkomen van een Nederlander is ongeveer € 18.000. Bereken het nationaal inkomen (het inkomen van alle Nederlanders samen) in 2021.

**b** In Nederland zijn er jaarlijks ongeveer 1,5 miljoen middelbare scholieren. Zo'n scholier kost de overheid gemiddeld € 4500. Hoeveel geeft de overheid jaarlijks ongeveer uit aan middelbaar onderwijs?

★ **Opgave 6.4**

Bacteriën zijn micro-organismen. Een bepaald soort bacterie heeft een gewicht van $2{,}4 \cdot 10^{-8}$ kg.

**a** Op een plant bevinden zich 3,2 miljoen van deze bacteriën. Hoeveel wegen deze bacteriën samen? Geef je antwoord met drie significante cijfers.

**b** Hoeveel van deze bacteriën wegen samen 1 kg? Geef je antwoord met drie significante cijfers.

★ ★ **Opgave 6.5**

Uit Wikipedia (13-11-2009):

> Een amoebe (spreek uit als ‘ameube’) is een eencellig organisme dat bestaat uit protoplasma met één of meerdere kernen. Het endoplasma (binnenste laagje) is troebel en korrelig terwijl het ectoplasma (buitenste laagje) meestal helder is. Het organisme behoort tot de wortelpotigen en varieert afhankelijk van de soort tussen de 30 en 800 µm.

1 µm is $\frac{1}{1000}$ mm. Hoeveel meter is een amoebe van 800 µm? Geef je antwoord in de wetenschappelijke notatie.

## Toepassen

In deze video wordt je de wereld getoond als je erop inzoomt en uitzoomt in stappen van 10. Hij is Engelstalig.

**Bekijk de videoclip: Machten van 10.**

★ ★ **Opgave 6.6: Lichtjaren**

Een lichtjaar is de afstand die het licht in een jaar aflegt. De lichtsnelheid is ongeveer $3 \cdot 10^8$ m/s. Een astronomische eenheid is de gemiddelde afstand van de Aarde tot de Zon: 1 AE = 149,6 miljoen kilometer. Vooral in de sterrenkunde zijn lichtjaar en AE nuttige maten.

De **dubbelster Alpha Centauri** vormt samen met de veel zwakkere Proxima Centauri een drievoudig systeem, dat zich van alle sterren het dichtst bij ons zonnestelsel bevindt. De afstand tot de Zon bedraagt 4,36 lichtjaar.

**a** Hoeveel km is 1 lichtjaar? En hoeveel AE?

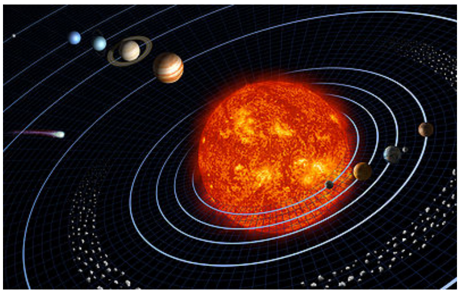
**b** Hoeveel km is Alpha Centauri van onze Zon verwijderd? En van de Aarde?

**c** Stel je voor dat je in een ruimteschip met 20000 km/uur van de Aarde rechtstreeks naar de Zon zou kunnen vliegen. Hoe lang doe je daar dan over? En hoe lang doe je over de reis naar Alpha Centauri?

★ ★ ★ **Opgave 6.7: Schaalmodel**

Ons **Zonnestelsel** bestaat uit een ster (de Zon) en acht planeten. Je wilt een schaalmodel maken van het zonnestelsel dat nog in een schoollokaal past. Zoek de afmetingen van deze planeten en hun onderlinge afstanden op.

Bereken hoe groot je de afmetingen van de planeten moet maken en hoe groot je de (bijna) cirkelvormige banen om de Zon moet maken. Geef een overzicht van alle afmetingen.



Figuur 6.2

## Practicum

Veel rekenwerk doe je met een **rekenmachine**, ook werken met de wetenschappelijke notatie. Voor de volgende twee types rekenmachine zijn er practica beschikbaar:

- **Machten en wortels, wetenschappelijke notatie TI-30XB Multiview**
- **Machten en wortels, wetenschappelijke notatie Casio fx-82NL**

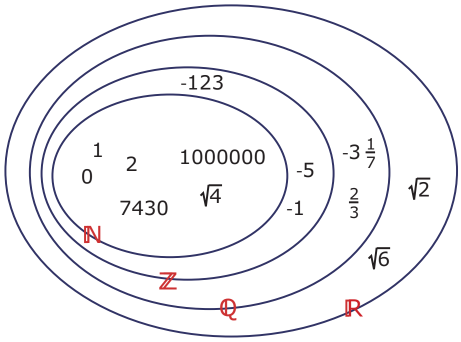
Met *Algebra*KIT kun je oefenen met de **wetenschappelijke notatie**. Je kunt telkens een nieuwe opgave oproepen. Je maakt elke opgave zelf op papier.
Met ‘Toon uitwerking’ zie je het verder uitklapbare antwoord.
Met ↺ krijg je een nieuwe opgave.

**Werk met AlgebraKIT.**

# 1.7 Soorten getallen

## Inleiding

Je hebt inmiddels met allerlei soorten getallen kennisgemaakt: decimale getallen, gehele getallen, breuken, negatieve getallen, machten, wortels en misschien al het getal $\pi$. Hoog tijd om dit even overzichtelijk op een rijtje te zetten.




Figuur 7.1

**Je leert in dit onderwerp**

- allerlei soorten getallen herkennen en er overzicht over krijgen.

**Voorkennis**

- rekenen (optellen, aftrekken, vermenigvuldigen en delen) met positieve en negatieve getallen en met breuken en alle begrippen die daarbij horen;
- kwadrateren, worteltrekken en rekenen met kwadraten en wortelvormen;
- machten en wortels uitrekenen en de juiste rekenvolgorde hanteren;
- werken met de wetenschappelijke methode.

## Voor de docent

Bij het onderdeel 'Soorten getallen' gaat het om het herkennen van de verschillende getallensoorten. Ook het omrekenen van breuken naar exacte decimale vormen (en het omgekeerde) komt aan de orde.

Gewenste materialen:

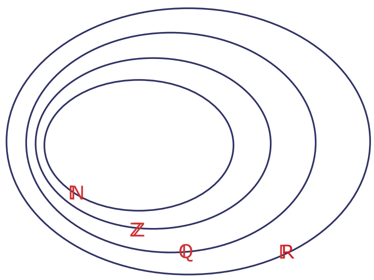
- Schrijfmateriaal voor op de verticale werkvlakken.
- Bij de eerste opdracht hoort een informatieblad met de figuur en de gegeven getallen.

### Opdracht 7.1

Er zijn nogal wat soorten getallen:

- de natuurlijke getallen $\mathbb{N} = \{0,1,2,3,...\}$
- de gehele getallen $\mathbb{Z} = \{..., -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, ...\}$
- de rationale getallen $\mathbb{Q}$ waarin alle getallen zitten die je als breuk kunt schrijven
- de reële getallen $\mathbb{R}$ waarin (voorlopig) alle getallen zitten

Je ziet in de figuur hoe die verzamelingen getallen in elkaar passen.




Figuur 7.2

Bekijk deze lijst met getallen:

$12;\ \sqrt{12};\ \frac{12}{3};\ \frac{12}{7};\ \sqrt{9};\ -5;\ 9{,}26;\ \pi;\ 10.364;\ 10{,}364;\ \sqrt{\frac{16}{9}};\ 2\frac{3}{4}$

Zet ze op de juiste plaats in de figuur.

**Toelichting**

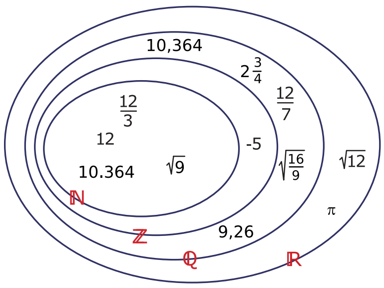
Geef de opdracht mondeling.

Mogelijke hulpvragen: “Welke getallen kun je anders schrijven?”, “Kun je de wortels uitrekenen?”, “Wat weet je van de waarde van $\pi$?” en “Waarom mag je bijvoorbeeld gehele getallen die niet bij de natuurlijke getallen horen niet in het binnenste gebied zetten?”.

Bij getallen als $\pi$ en $\sqrt{12}$ is het goed om te melden dat die alleen kunnen worden benaderd. Ze heten ‘irrationale getallen’.

**Uitwerking**

Let op: $\frac{12}{3} = 4$, $\sqrt{9} = 3$, $\sqrt{\frac{16}{9}} = \frac{4}{3} = 1\frac{1}{3}$.




**Figuur 7.3**

## Opdracht 7.2

Elk rationaal getal heeft zo ofwel een eindig aantal decimalen, ofwel de decimalen gaan zich herhalen. Daarom hoef je rationale getallen niet te benaderen.

Bijvoorbeeld: $\frac{4}{5} = 0{,}8$ en $\frac{2}{11} = 0{,}1818181818... = 0{,}\underline{18}$.

Schrijf $\frac{2}{7}$ als decimaal getal zonder je rekenmachine te gebruiken.

**Toelichting**

Geef de opdracht mondeling.

Mogelijke hulpvragen: “Hoe kun je een deling als 2/7 handmatig uitvoeren?”, “Wanneer beginnen de decimalen zich te herhalen?” en “Hoe schrijf je nu de uitkomst op?”.

Voor wie dit een flauwe opdracht vindt is een betere uitdaging: $\frac{2}{17} = 0{,}\underline{1176470588235294}$.

**Uitwerking**

Maak een staartdeling zoals in **Voorbeeld 2**.

Je vindt: $\frac{2}{7} = 0{,}\underline{28574}$.

## Opdracht 7.3

Neem een getal als $g = 0{,}\underline{1234}$. Bepaal welke breuk hier bij hoort.

**Toelichting**

Geef de opdracht mondeling. Werken met de rekenmachine is nu prima.

Mogelijke hulpvragen: “Welk groepje decimalen herhaalt zich eindeloos?”, “Waarmee kun je $g$ vermenigvuldigen om zo'n groepje voor de komma te krijgen?” en “Wat gebeurt er als je daarvan het oorspronkelijke getal $g$ af haalt?”. Er ontstaat als het goed is een vergelijking zonder decimalen die door een deling kan worden opgelost.

**Uitwerking**

$10000 \cdot g = 1234{,}123412341234...$ dus $10000 \cdot g - g = 1234$.

Dat betekent dat $9999 \cdot g = 1234$ en dat $g = \frac{1234}{9999}$.

## Opdracht 7.4

Bekijk wat iedereen heeft gemaakt en heeft bedacht over 'soorten getallen'. Ook het omzetten van breuken naar decimale getallen en omgekeerd, komt aan de orde. Onthoud de namen van de verschillende soorten getallen.
Maak een eigen overzicht van wat je hebt geleerd.

**Toelichting**

Loop samen met de leerlingen alle bedenksels na. Bevraag leerlingen of ze elkaars gedachtenspinsels kunnen toelichten. Samen zouden jullie naar een overzicht van de theorie moeten komen. Ieder schrijft het voor zichzelf op.

**Uitwerking**

Het theorieblok geeft het gewenste overzicht.

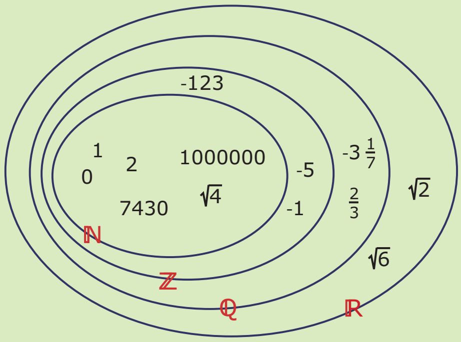
# Theorie

## Om te onthouden

Er bestaan allerlei soorten getallen:

- **natuurlijke getallen**: $\mathbb{N} = \{0,1,2,3,4,...\}$
- **gehele getallen**: $\mathbb{Z} = \{...,-3,-2,-1,0,1,2,3,...\}$
- **rationale getallen**: $\mathbb{Q}$ bestaat uit alle getallen die je als breuk kunt schrijven, dus ook de gehele getallen
- **reële getallen**: $\mathbb{R}$ en dat zijn voorlopig alle getallen samen.

Getallen als $\sqrt{-1}$ zijn geen reële getallen. Dit zijn complexe getallen, maar voorlopig krijg je daar niet mee te maken...




Figuur 7.4

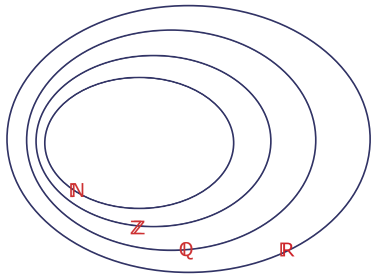
## Verwerken

★ **Opgave 7.1**

Gegeven zijn de volgende getallen: -1,5, $\sqrt{16}$, -$\sqrt{5}$, 0, $\frac{7}{3}$, $\sqrt{-4}$, 1,$\underline{15}$ en -$\frac{12}{4}$.

**a** Maak een overzicht van de verschillende soorten getallen zoals dat hiernaast en plaats de gegeven getallen er in.

**b** Zet de gegeven getallen op de juiste plaats op de getallenlijn.




Figuur 7.5

★ **Opgave 7.2**

Schrijf $\frac{7}{31}$ als exact decimaal getal.

★ **Opgave 7.3**

Schrijf 5,1$\underline{63}$ als breuk.

★★ **Opgave 7.4**

Als je twee natuurlijke getallen optelt, dan krijg je altijd weer een natuurlijk getal. Je zegt daarom wel dat de natuurlijke getallen gesloten zijn voor optellen.

**a** Zijn de natuurlijke getallen ook gesloten voor aftrekken?

**b** Zijn de gehele getallen gesloten voor aftrekken?

**c** Zijn de gehele getallen gesloten voor vermenigvuldigen? En voor delen?

**d** Welke soort getallen is gesloten voor worteltrekken?

## Toepassen

Er zijn nog veel **meer soorten getallen**. Bijvoorbeeld:

- De even getallen zijn alle gehele getallen die een veelvoud zijn van 2.
- De oneven getallen zijn alle gehele getallen die geen veelvoud zijn van 2.
- De drievouden zijn alle gehele getallen die een veelvoud zijn van 3.
- De priemgetallen zijn alle natuurlijke getallen vanaf 2 die niet deelbaar zijn door andere getallen dan 1 en zichzelf.

★★ **Opgave 7.5: Veelvouden**

Je ziet hierboven dat er allerlei soorten getallen zijn: de veelvouden 2, 3, ...

**a** Hoe noem je de veelvouden van 2?

**b** Zet de natuurlijke getallen vanaf 0 tot en met 99 op een rij en streep alle veelvouden van 2 weg maar 2 zelf niet. Welke getallen houd je over?

**c** Streep nu de veelvouden van 3 ook weg maar 3 zelf niet. Hoeveel getallen houd je nu over?

**d** Waarom is het weinig werk om nu de veelvouden van 4 weg te strepen?

**e** Streep nu de veelvouden van 5 (behalve 5) weg. Daarna die van 7 (behalve 7) en zo steeds verder met het eerstvolgende getal dat nog niet is weggestreept. Wat houd je over?

**f** Elk natuurlijk getal is een priemgetal of een veelvoud van een priemgetal. Klopt die uitspraak?

★ ★ ★ **Opgave 7.6: Perfecte getallen**

Het getal 6 heeft behalve zichzelf nog drie andere delers, namelijk 1, 2 en 3. En als je die delers optelt, dan krijg je precies 6. Een getal met de eigenschap dat het gelijk is aan de som van zijn delers (behalve het getal zelf) heet een ‘perfect getal’. Perfecte getallen zijn behoorlijk zeldzaam, tot nu toe zijn er slechts 44 gevonden.

**a** Laat zien dat 28 het volgende perfecte getal is.

Perfecte getallen zijn moeilijk te vinden. Lang hebben wiskundigen gedacht dat ze allemaal de vorm $2^n \cdot \left(2^{n+1} - 1\right)$ zouden hebben.

**b** Ga na, dat dit klopt voor $n = 1$ en voor $n = 2$.

**c** Voor $n = 3$ krijg je geen perfect getal. Ga dat na.

**d** Maar voor $n = 4$ klopt het weer wel. Welk perfecte getal krijg je dan? Kun je er nog meer vinden?

# 1.8 Totaalbeeld

## Samenvatten

## Begrippenlijst

- kwadraat — kwadrateren
- wortel — worteltrekken
- term en factor — gelijksoortige termen
- macht, grondtal en exponent — machtsverheffen — derdemachtswortel
- rekenvolgorde
- wetenschappelijke notatie
- soorten getallen — natuurlijke getallen — gehele getallen — rationale getallen — reële getallen

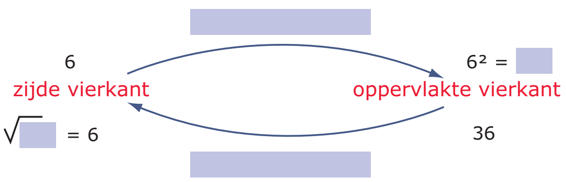
## Activiteitenlijst

- kwadrateren en werken met kwadraten;
- terugrekenen vanuit kwadraten, worteltrekken;
- rekenen met wortels — gelijksoortige termen samennemen;
- werken met hogere machten dan bij kwadrateren — derdemachtswortels uitrekenen;
- de uitgebreide voorrangsregels voor het rekenen ook met machtsverheffen en worteltrekken;
- hele grote getallen en getallen dicht bij 0 schrijven en de wetenschappelijke notatie en omgekeerd;
- soorten getallen herkennen — breuken exact als decimaal getal schrijven;

### Opgave 8.1

Kwadrateren en worteltrekken hangen met elkaar samen.

**a** Maak dat duidelijk in een begrippennet zoals dit. Vul het volledig in.




**Figuur 8.1**

**b** De meeste wortels kun je alleen benaderen. Geef een voorbeeld van zo'n wortel met de bijbehorende benadering in twee decimalen nauwkeurig.

### Opgave 8.2

Met wortels kun je in veel gevallen rekenen zonder ze te benaderen.

**a** Maak met twee voorbeelden duidelijk hoe je gelijksoortige wortels kunt optellen en aftrekken.

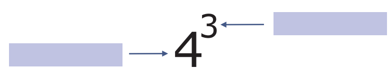
**b** Maak met twee voorbeelden duidelijk hoe je wortels kunt vermenigvuldigen en delen.

**c** Soms kun je wortels die op het eerste gezicht niet gelijksoortig zijn toch gelijksoortig maken en optellen of aftrekken. Geef een voorbeeld.

### Opgave 8.3

Hier zie je een macht.

Zet de begrippen ‘grondtal’ en ‘exponent’ in de figuur.

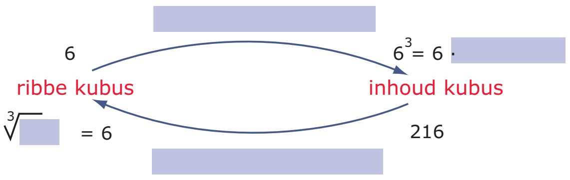



**Figuur 8.2**

### Opgave 8.4

Derde machten en derdemachtswortels hangen met elkaar samen.

**a** Maak dat duidelijk in een begrippennet zoals dit. Vul het volledig in.




**Figuur 8.3**

**b** De meeste derdemachtswortels kun je alleen benaderen. Geef een voorbeeld van zo'n wortel met de bijbehorende benadering in twee decimalen nauwkeurig.

### Opgave 8.5

Je hebt nu machtsverheffen en worteltrekken aan de mogelijke bewerkingen toegevoegd.

**a** Machten met hetzelfde grondtal kun je vermenigvuldigen en delen door de exponenten op te tellen respectievelijk af te trekken. Geef daarvan voorbeelden.

**b** Wat doe je met de exponenten bij machten van machten? Geef een voorbeeld.

**c** Geef een voorbeeld van rekenen met wortels en machten waaruit de voorrangsregels duidelijk worden.

### Opgave 8.6

Schrijf de getallen 12000000000 en 0,0000000035 in de wetenschappelijke notatie.

### Opgave 8.7

Welke soorten getallen zijn er? Maak een beknopt overzicht.

## Testen

★ **Opgave 8.8**

Bereken (gebruik alleen waar nodig je rekenmachine om het antwoord in twee decimalen nauwkeurig te geven):

**a** $7^2$

**b** $1{,}5^2$

**c** $\left(\frac{2}{5}\right)^2$

**d** $\sqrt{6{,}25}$

**e** $\sqrt{\frac{4}{81}}$

**f** $\sqrt{1\frac{9}{16}}$

**g** $\sqrt{70}$

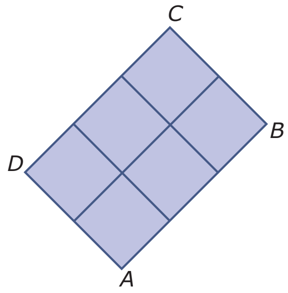
**h** $\left(3\sqrt{6}\right)^2$

★ **Opgave 8.9**

Rechthoek $ABCD$ is opgebouwd uit zes vierkanten die elk een oppervlakte van 2 hebben.

**a** Bereken de exacte omtrek van rechthoek $ABCD$.

**b** De oppervlakte van de rechthoek kun je op twee manieren berekenen, namelijk door de oppervlaktes van de afzonderlijke vierkanten op te tellen en door twee verschillende zijden te vermenigvuldigen. Laat zien dat je in beide gevallen dezelfde oppervlakte krijgt.



**Figuur 8.4**

**Opgave 8.10**

**a** Je hebt een kubus met ribben van 2,5 cm. Hoe groot is de inhoud van de kubus?

**b** Je hebt een kubus met een inhoud van 40 cm$^3$. Tussen welke twee opeenvolgende gehele getallen ligt de lengte van een ribbe?

**c** Je hebt een kubus met een inhoud van 40 cm$^3$. Geef de exacte lengte van elke ribbe van deze kubus en benader deze lengte in drie decimalen nauwkeurig.

★ **Opgave 8.11**

Maak de volgende berekeningen, geef steeds exacte antwoorden.

**a** $7^4$

**b** $5^0$

**c** $\left(\frac{2}{3}\right)^4$

**d** $1{,}6^3$

**e** $\sqrt{2 \cdot 2^2 + 17}$

**f** $\left(\sqrt{75} + \sqrt{3}\right)^2$

**g** $\frac{6 \cdot 3^2}{6 - 3^2}$

**h** $5^{1+\sqrt{25}}/25 - 5$

★ **Opgave 8.12**

Schrijf als macht van 7:

**a** $7 \cdot 7^{140}$

**b** $7^{141}/7^{15}$

**c** $\left(7^{70}\right)^7$

**d** $7^5 + 42 \cdot 7^4$

**e** $\frac{3 \cdot 7^{115}}{1029}$

**f** $\frac{8 \cdot 7^{200}}{7^{201} + 7^{200}}$

★ **Opgave 8.13**

In Australië woonden in 2020 ongeveer 25,5 miljoen mensen. Het nationaal inkomen van Australië bedroeg in dat jaar ongeveer 1.223.887.000.000 USD (US-dollar).

**a** Schrijf beide getallen in de wetenschappelijke notatie.

**b** Bereken het gemiddeld jaarinkomen van een inwoner van Australië in 2020.

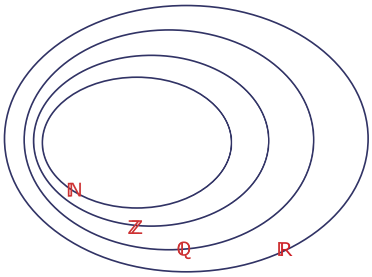
De landoppervlakte van Australië bedraagt ongeveer $7{,}7 \cdot 10^6$ km$^2$.

**c** Hoeveel grond heeft een Australiër gemiddeld tot zijn beschikking?

★ **Opgave 8.14**

Gegeven zijn de volgende getallen: 8, -0,35, $\sqrt{17}$, -$\sqrt{4}$, $1\frac{3}{7}$, $\sqrt{0{,}25}$, $6{,}1\underline{3}$ en $\frac{12}{3}$.

Maak een overzicht van de verschillende soorten getallen zoals dat hiernaast en plaats de gegeven getallen er in.




**Figuur 8.5**

## Toepassen

★ ★ ★ **Opgave 8.15: Wortels benaderen**

Voor het benaderen van wortels bestaan verschillende technieken. Deze gaat vrij snel:

- Stap 1: Doe een gok.
- Stap 2: Deel het getal waarvan je de wortel wilt benaderen door je gok.
- Stap 3: Bereken het gemiddelde van het getal dat je bij stap 2 hebt gevonden en je gok.

Je hebt nu een nieuwe gok en daarmee herhaal je de stappen 2 en 3 tot je de gewenste benadering hebt gevonden.

**a** Probeer deze techniek uit en laat zien dat $\sqrt{12} \approx 3{,}644$ in drie decimalen nauwkeurig.

**b** Benader op dezelfde manier $\sqrt{40}$ in drie decimalen nauwkeurig.

**c** Geef een verklaring voor deze methode met behulp de oppervlakte van rechthoeken.

# Leerdoelentabel

In het ☐ achter de opgave kun je aangeven hoe je de opgave hebt gemaakt:
✓ goed gemaakt — **S** wel begrepen maar een slordige fout gemaakt — **H** hulp nodig gehad — **G** samen met groepje goed gemaakt — **X** fout gemaakt en niet goed begrepen — **N** niet bekeken

| | | ★ | ★ ★ | ★ ★ ★ |
|---|---|---|---|---|
| 1 | **Kwadraten** | ★ | ★ ★ | ★ ★ ★ |
| | Getallen kwadrateren (met zichzelf vermenigvuldigen) en de bijbehorende notatie. | 1.1 ☐ 1.2 ☐ 1.3 ☐ 1.4 ☐ **T** 8.8 ☐ | 1.5 ☐ 1.6 ☐ | 1.7 ☐ **T** 8.15 ☐ |
| 2 | **Wortels** | ★ | ★ ★ | ★ ★ ★ |
| | Terugrekenen vanuit een kwadraat (worteltrekken) en de bijbehorende notatie. | 2.1 ☐ 2.2 ☐ 2.3 ☐ **T** 8.8 ☐ **T** 8.9 ☐ | 2.4 ☐ 2.5 ☐ 2.6 ☐ | 2.7 ☐ **T** 8.15 ☐ |
| 3 | **Wortelrekenen** | ★ | ★ ★ | ★ ★ ★ |
| | Rekenen met wortelvormen. | 3.1 ☐ 3.2 ☐ 3.3 ☐ 3.4 ☐ 3.5 ☐ **T** 8.11 ☐ | 3.6 ☐ 3.7 ☐ | 3.8 ☐ |
| 4 | **Machten** | ★ | ★ ★ | ★ ★ ★ |
| | Het begrip macht en machten uitrekenen. | 4.1 ☐ 4.2 ☐ 4.3 ☐ **T** 8.11 ☐ **T** 8.12 ☐ | 4.7 ☐ 4.8 ☐ | |
| | Het begrip derdemachtswortel en derdemachtswortels uitrekenen. | 4.4 ☐ 4.5 ☐ 4.6 ☐ | | |
| 5 | **Meneer Van Dalen** | ★ | ★ ★ | ★ ★ ★ |
| | Werken met de juiste rekenvolgorde. | 5.1 ☐ 5.2 ☐ 5.3 ☐ **T** 8.11 ☐ | 5.4 ☐ | 5.5 ☐ |
| 6 | **Wetenschappelijke notatie** | ★ | ★ ★ | ★ ★ ★ |
| | Werken met de wetenschappelijke notatie. | 6.1 ☐ 6.2 ☐ 6.3 ☐ 6.4 ☐ **T** 8.13 ☐ | 6.5 ☐ 6.6 ☐ | 6.7 ☐ |
| 7 | **Soorten getallen** | ★ | ★ ★ | ★ ★ ★ |
| | Allerlei soorten getallen herkennen en er overzicht over krijgen. | 7.1 ☐ 7.2 ☐ 7.3 ☐ **T** 8.14 ☐ | 7.4 ☐ 7.5 ☐ | 7.6 ☐ |

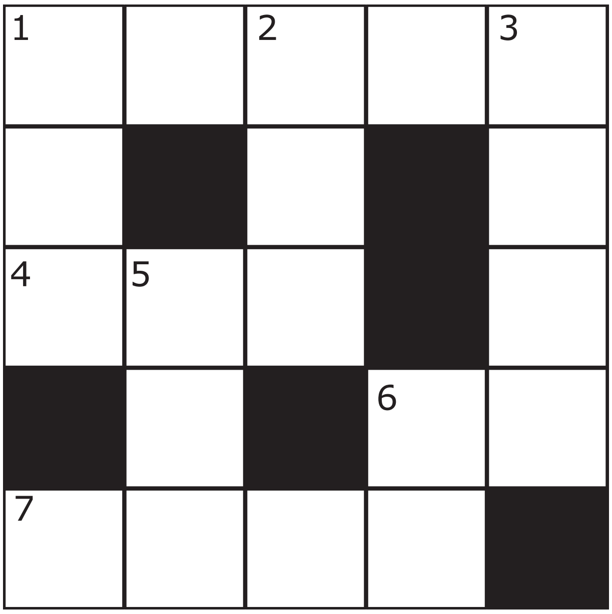
**Het lesmateriaal in deze reader is gebaseerd op het materiaal dat ook op de Math4All website staat.**

**De reader is gegenereerd met de Math4All maatwerkdienst. De inhoud en de volgorde van de onderwerpen in deze reader zijn gekozen door docenten van het ConTeXt College.**

**Stichting Math4All**

**www.math4all.nl**

**Werkblad bij Opgave 4.2 op pagina 27.**



# Informatieblad bij Opdracht 1.2

$9^2$; $(-9)^2$; $-9^2$; 0; $9^2$

$3{,}5^2$; $2{,}2^2$; $\left(\frac{1}{2}\right)^2$; $\left(\frac{2}{3}\right)^2$

$1{,}75^2$; $\left(1\frac{3}{4}\right)^2$; $\left(2\frac{2}{3}\right)^2$; $\left(4^2\right)^2$

# Informatieblad bij Opdracht 2.1

$\sqrt{64}$; $\sqrt{144}$; $\sqrt{225}$; $\sqrt{1024}$

$\sqrt{0,64}$; $\sqrt{1,44}$; $\sqrt{2,25}$; $\sqrt{10,24}$

$\sqrt{\frac{9}{16}}$; $\sqrt{1\frac{9}{16}}$; $\sqrt{2\frac{7}{9}}$; $\sqrt{20,25}$

# Informatieblad bij Opdracht 3.2

$\sqrt{2} \cdot \sqrt{3} = \sqrt{6}$

$\frac{\sqrt{6}}{\sqrt{2}} = \sqrt{3}$

$3\sqrt{2} \cdot 5\sqrt{3} = 15\sqrt{6}$

$2 \cdot \sqrt{7}^2 = 14$

$\frac{15\sqrt{6}}{3\sqrt{2}} = 5\sqrt{3}$

$\sqrt{27} = 3\sqrt{3}$

$\sqrt{128} = 8\sqrt{2}$

# Informatieblad bij Opdracht 4.2

$17^4 = ...$; $-17^4 = ...$; $(-17)^4 = ...$ en $10000 - 17^4 = ...$

$2^5 \cdot 2^3 = 2^8$; $\frac{2^5}{2^3} = 2^2$; $2^0 = 1$ en $\left(2^5\right)^3 = 2^{15}$

$3^{95} \cdot 3^{114} = 3^{\cdots}$; $\frac{3^{114}}{3^{95}} = 3^{\cdots}$; $3^{80} \cdot \frac{3^{11}}{3^{54}} = 3^{\cdots}$ en $\left(3^{12}\right)^{15} = 3^{\cdots}$

$\sqrt[3]{27} = ...$; $\sqrt[3]{5^3} = ...$; $\sqrt[3]{\frac{8}{27}} = ...$ en $\sqrt[3]{1000} = ...$

$\sqrt[3]{216} = ...$; $\sqrt[3]{3{,}375} = ...$; $\sqrt[3]{18} \approx ...$ en $\sqrt[3]{100} \approx ...$

$\sqrt[5]{32} = ...$; $\sqrt[5]{\frac{1}{32}} = ...$; $\sqrt[5]{320} \approx ...$ en $\sqrt[5]{1000} \approx ...$

# Informatieblad bij Opdracht 5.1

$144/4 \times 3 - \sqrt{16} + 2^3$

$2 \cdot \sqrt{16} + 2 \cdot 3 - 4 \cdot (2 + 6) \big/ 2^3$

# Informatieblad bij Opdracht 5.2

$$\frac{6}{1+5}$$

$$\frac{24-4}{2 \cdot 5}$$

$$\sqrt{6+2\cdot 15}$$

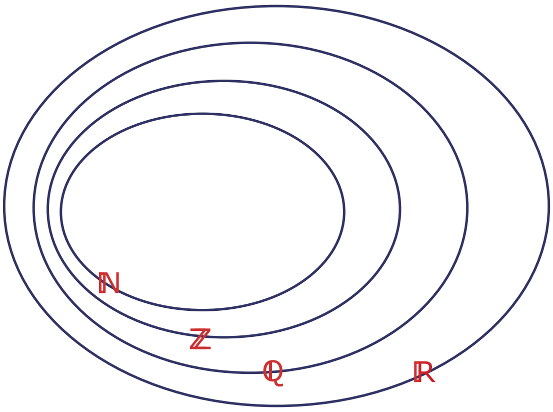
$$2^{3+6}$$

$$\sqrt{2+\frac{12}{2+2^2}}$$

# Informatieblad bij Opdracht 6.2

- 34000
- 0,0034
- 310 duizend
- 310 duizendste
- 3,5 miljoen
- 3,5 miljoenste
- 468 miljard
- 468 miljardste

# Informatieblad bij Opdracht 7.1




$12;\ \sqrt{12};\ \frac{12}{3};\ \frac{12}{7};\ \sqrt{9};\ -5;\ 9{,}26;\ \pi;\ 10.364;\ 10{,}364;\ \sqrt{\frac{16}{9}};\ 2\frac{3}{4}$