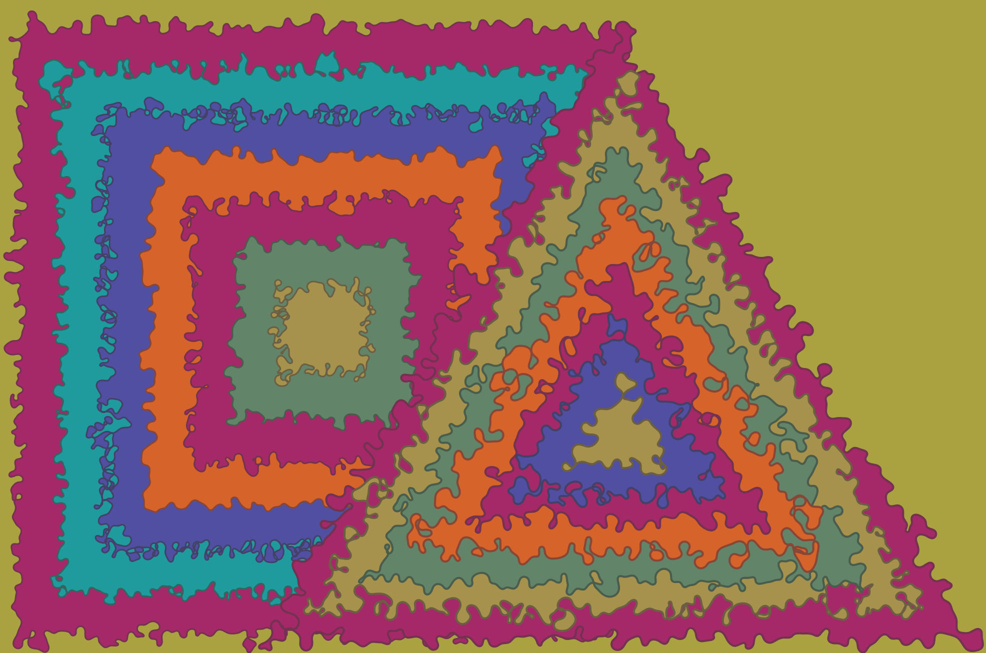
Wiskunde

2 HAVO / VWO

Katern 1 / Werkboek / Opgaven

ConTeXt College



Inhoud

1 Machten en wortels 1

1.1 Kwadraten 4
1.2 Wortels 14
1.3 Wortelrekenen 27
1.4 Machten 38
1.5 Meneer Van Dalen 50
1.6 Wetenschappelijke notatie 59
1.7 Soorten getallen 68
1.8 Totaalbeeld 77

2 Werken met variabelen 81

2.1 Rekenen met variabelen 84
2.2 Variabelen en machten 96
2.3 Rekenschema's 107
2.4 Balansmethode 120
2.5 Haakjes in formules 137
2.6 Totaalbeeld 156

3 Formules omtrek en oppervlakte 163

3.1 Oppervlakteformules 166
3.2 Oppervlakte van driehoeken 177
3.3 Oppervlakte van vierhoeken 191
3.4 Omtrek cirkel 205
3.5 Oppervlakte cirkel 216
3.6 Eenheden 228
3.7 Totaalbeeld 242

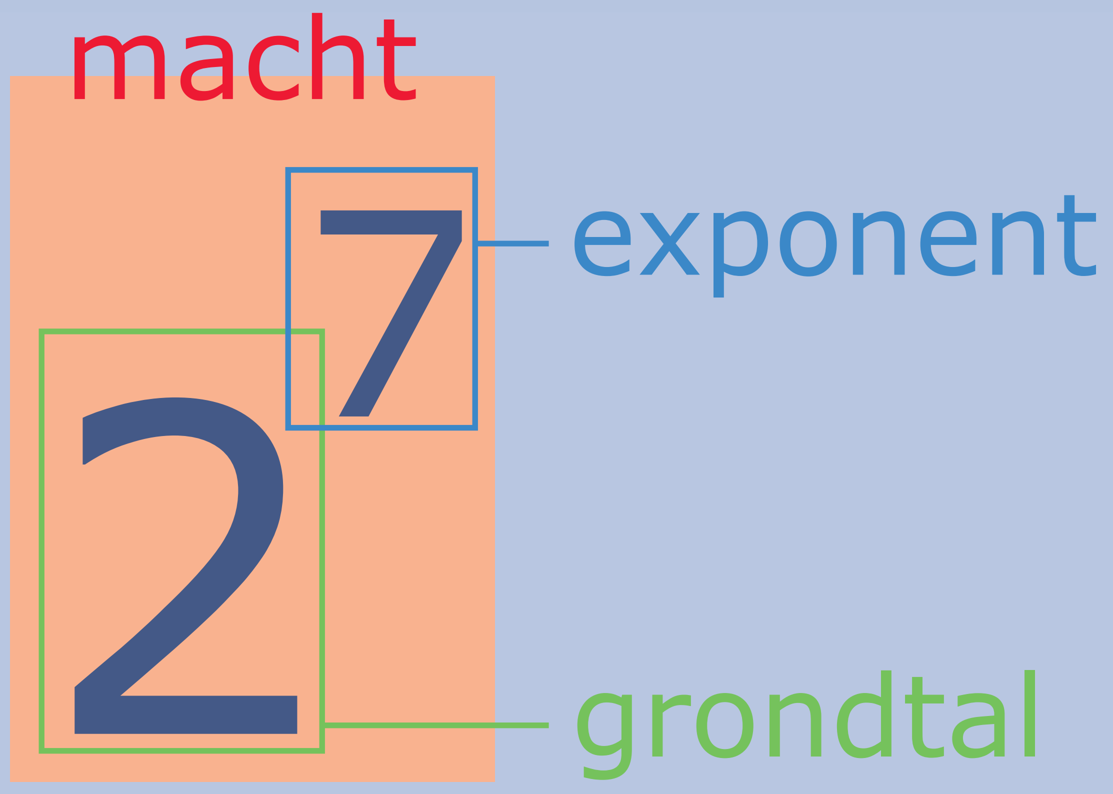
Begrippen

- kwadraat — kwadrateren
- wortel — worteltrekken
- term en factor — gelijksoortige termen
- macht, grondtal en exponent — machtsverheffen — derdemachtswortel
- rekenvolgorde
- wetenschappelijke notatie
- soorten getallen — natuurlijke getallen — gehele getallen — rationale getallen — reële getallen

Activiteiten

- kwadrateren en werken met kwadraten;
- terugrekenen vanuit kwadraten, worteltrekken;
- rekenen met wortels — gelijksoortige termen samennemen;
- werken met hogere machten dan bij kwadrateren — derdemachtswortels uitrekenen;
- de uitgebreide voorrangsregels voor het rekenen ook met machtsverheffen en worteltrekken;
- hele grote getallen en getallen dicht bij 0 schrijven en de wetenschappelijke notatie en omgekeerd;
- soorten getallen herkennen — breuken exact als decimaal getal schrijven;

Machtige getallen



Domein

Rekenen

Hoofdstuk

Machten en wortels

Inhoud

1.1 Kwadraten 4
1.2 Wortels 14
1.3 Wortelrekenen 27
1.4 Machten 38
1.5 Meneer Van Dalen 50
1.6 Wetenschappelijke notatie 59
1.7 Soorten getallen 68
1.8 Totaalbeeld 77

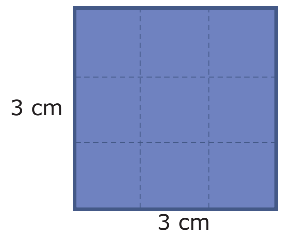
1

1.1 Kwadraten

Verkennen

Opgave V1

De oppervlakte van een vierkant bereken je door de lengte van een zijde met zichzelf te vermenigvuldigen.



a Hoe groot is de oppervlakte van dit vierkant?

b Hoeveel bedragen de afmetingen van een vierkant met een oppervlakte van 441 eenheden?

c Waarom wordt de oppervlakte-eenheid ‘vierkante’ meter geschreven als m^2?

Opgave V2

Bekijk alleen vierkanten met gehele getallen als lengtes van de zijden.

Welke afmetingen heeft het grootste vierkant dat een oppervlakte heeft van minder dan 100000? En het kleinste vierkant dat een oppervlakte heeft van meer dan 100000?

Theorie

Opgave 1

De lengte van een van de zijden van een vierkant is 7 cm.

a Hoe bereken je de oppervlakte van het vierkant? Bereken ook de gevraagde oppervlakte.

b In plaats van 7×7 schrijf je ook wel 7^2.
Hoe spreek je dat uit?

Opgave 2

Bereken de volgende kwadraten zonder rekenmachine:

a 6^2

b 25^2

c $3{,}5^2$

d $\left(\frac{1}{3}\right)^2$

e $2{,}2^2$

f $\left(2\frac{2}{3}\right)^2$

Opgave 3

Maak een lijst met kwadraten van de eerste 20 gehele getallen en leer die uit je hoofd.

Opgave 4

Bekijk de lijst met kwadraten in **Voorbeeld 1**.

a Hoe kun je hieruit het kwadraat van $3{,}8$ halen?

b Hoe kun je hieruit het kwadraat van $\frac{5}{17}$ halen?

c Welke positieve waarde heeft a als $a^2 = 5{,}29$?

d Laat zien, dat $20^2 + 3^2 \neq 23^2$.
Laat dit ook zien in een tekening met vierkanten.

Opgave 5

Hoe zit het met de kwadraten van negatieve getallen?

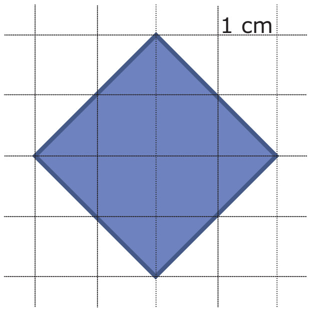
a Bereken $(-3)^2$.

b En waarom zijn de haakjes nodig? Met andere woorden: wat is het verschil tussen $(-3)^2$ en -3^2?

c Welke twee waarden kan a aannemen als $a^2 = 9$?

Opgave 6

Bekijk de roosterfiguur hiernaast.



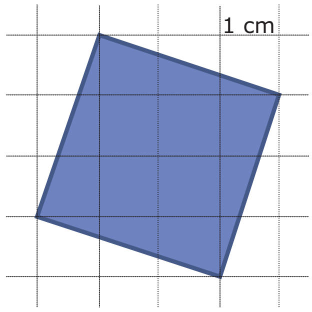
a Waarom weet je zeker dat het een vierkant betreft?

b Hoe groot is de oppervlakte van dit vierkant?

c Bereken de lengte van de zijde op dezelfde manier als in **Voorbeeld 2** in twee decimalen nauwkeurig.

Opgave 7

Bekijk de roosterfiguur hiernaast.



a Waarom weet je zeker dat het een vierkant betreft?

b Hoe groot is de oppervlakte van dit vierkant?

c Bereken de lengte van de zijde op dezelfde manier als in **Voorbeeld 2** in twee decimalen nauwkeurig.

Verwerken

Opgave 8

Bereken zonder rekenmachine:

a $3{,}3^2$

b $0{,}9^2$

c $-2{,}7^2$

d $(-0{,}1)^2$

e $15^2 - 13^2$

f $(15 - 13)^2$

Opgave 9

Bereken zonder rekenmachine:

a $\left(\frac{2}{5}\right)^2$

b $\left(-\frac{3}{8}\right)^2$

c $\left(-1\frac{1}{4}\right)^2$

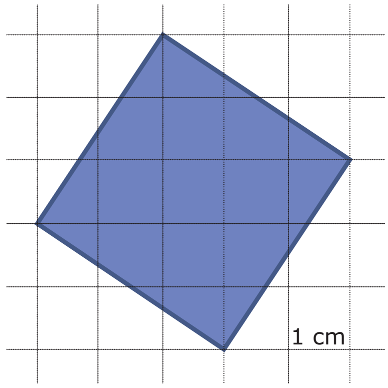
d $-\left(2\frac{2}{5}\right)^2$

Opgave 10

Laat met behulp van vierkanten zien dat $1{,}5^2 = 2{,}25$.

Opgave 11

Bekijk de roosterfiguur hiernaast.



a Waarom weet je zeker dat het een vierkant betreft?

b Hoe groot is de oppervlakte van dit vierkant?

c Bereken nu de lengte van de zijde in twee decimalen nauwkeurig.

Opgave 12

Bepaal de twee waarden van p waarvoor geldt:

a $p^2 = 121$

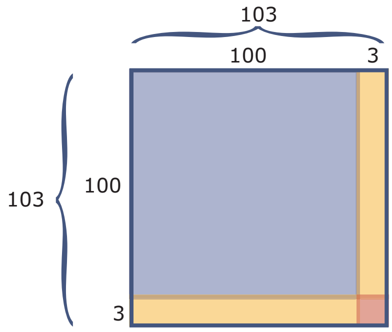
b $p^2 = 4{,}41$

c $p^2 = 1\frac{7}{9}$

Toepassen

Een kwadraat is de oppervlakte van een vierkant. Daar kun je gebruik van maken om kwadraten van sommige getallen snel zonder rekenmachine uit te rekenen.

Bijvoorbeeld $103^2 = 100^2 + 2 \times 100 \times 3 + 3^2 = 10000 + 600 + 9 = 10609$.



En dus is $10{,}3^2 = 106{,}09$.

Bedenk zelf hoe je bijvoorbeeld 98^2 en $0{,}98^2$ op deze manier snel kunt berekenen.

Opgave 13: Kwadraten en vierkanten

Je kunt de kwadraten van sommige getallen uit het hoofd uitrekenen door je er vierkanten bij voor te stellen. Lees **Toepassen**.

a Bereken op deze manier 51^2.

b Bereken op deze manier 98^2.

c Bereken op deze manier $10{,}4^2$.

Opgave 14: Kwadraten van getallen die eindigen op 5

Soms moet je een kwadraat uitrekenen van een getal dat eindigt op een 5. Daarvoor kun je een ‘truc’ gebruiken. Hiermee kun je bijvoorbeeld 35^2 uitrekenen.

- Deel het getal door 10. Tussen welke twee gehele getallen ligt het antwoord?
- Vermenigvuldig die twee getallen met elkaar.
- Je krijgt nu het antwoord door 25 achter de uitkomst van die vermenigvuldiging te plaatsen.

Ga na of deze ‘truc’ echt werkt. En probeer hem daarna te verklaren.

Practicum

Veel rekenwerk doe je met een **rekenmachine**, ook kwadraten uitrekenen.
Voor de volgende twee types rekenmachine zijn er practica beschikbaar:

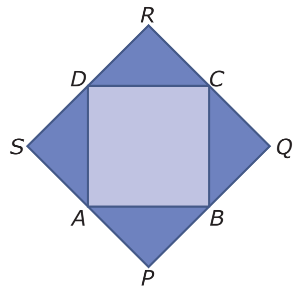
- **Machten en wortels, wetenschappelijke notatie TI-30XB Multiview**
- **Machten en wortels, wetenschappelijke notatie Casio fx-82NL**

1.2 Wortels

Verkennen

Opgave V1

Een probleem uit de Oudheid was het verdubbelen van een vierkant. Hier zie je hoe een vierkant wordt verdubbeld: de oppervlakte van vierkant $PQRS$ is het dubbele van de oppervlakte van vierkant $ABCD$. De oppervlakte van $ABCD$ is 1 cm^2.



a Hoe groot is de oppervlakte van vierkant $PQRS$?

b Hoe lang is elke zijde van vierkant $PQRS$? Geef een benadering in twee decimalen nauwkeurig.

c Leg uit waarom de lengte van de zijde $PQRS$ geen geheel getal is.

Theorie

Opgave 1

De oppervlakte van een vierkant is 64 cm^2.

a Hoe bereken je de zijde van het vierkant? Bereken ook die zijde.

b De zijde van een vierkant heeft een lengte van $\sqrt{7}$. Hoeveel bedraagt de oppervlakte?

Opgave 2

Bereken de volgende wortels zonder rekenmachine:

a $\sqrt{49}$

b $\sqrt{144}$

c $\sqrt{2{,}25}$

d $\sqrt{\frac{4}{9}}$

e $\sqrt{0{,}64}$

f $\sqrt{3\frac{1}{16}}$

Opgave 3

Tussen welke gehele getallen ligt $\sqrt{140}$?

Opgave 4

Bereken:

a $\sqrt{64}$

b $\sqrt{100}$

c $\sqrt{144}$

d $\sqrt{225}$

e $\sqrt{2{,}25}$

f $\sqrt{6{,}25}$

g $\sqrt{0{,}09}$

h $\sqrt{0{,}36}$

Opgave 5

Bereken:

a $\sqrt{\frac{1}{9}}$

b $\sqrt{\frac{1}{25}}$

c $\sqrt{\frac{9}{16}}$

d $\sqrt{\frac{25}{36}}$

e $\sqrt{1\frac{9}{16}}$

f $\sqrt{2\frac{1}{4}}$

g $\sqrt{2\frac{7}{9}}$

h $\sqrt{20\frac{1}{4}}$

Opgave 6

Hoe zit het met de wortels van negatieve getallen?

a Welk antwoord zou je $\sqrt{-16}$ willen geven?

b Hoe reken je $\sqrt{(-4)^2}$ uit?

c Waarom kun je de wortel uit een negatief getal niet trekken?

Opgave 7

Je voert nu de bewerkingen "kwadrateren" en "worteltrekken" na elkaar uit.

a Hoe bereken je $\sqrt{4^2}$? En wat komt er uit?

b Hoe bereken je $\sqrt{4}^2$? En wat komt er uit?

c Vervang in a en b het getal 4 door een willekeurig ander niet-negatief getal. Wat gebeurt er telkens?

Opgave 8

Bekijk **Voorbeeld 2**.

a Teken zelf zo'n vierkant op een cm-rooster en leg uit waarom de oppervlakte van dit vierkant 2 is.

b De lengte van de zijde van het vierkant is daarom $\sqrt{2}$. Meet eens op hoe lang de zijde van het vierkant is in mm nauwkeurig en leg uit waarom dit nooit de exacte lengte van de zijde kan zijn.

c Waarom kan ook $1{,}414213562$ niet de exacte waarde van $\sqrt{2}$ zijn?

d Waarom zal $\sqrt{2}$ nooit een exact decimaal getal kunnen zijn?

e Wat maakt jouw rekenmachine van $\sqrt{2}$? En wat gebeurt er als je met die benadering in beeld op de kwadraattoets drukt? Hoe komt dat, denk je?

Opgave 9

Schat bij de volgende wortels eerst tussen welke gehele getallen ze liggen. Bereken ze dan met je rekenmachine en rond af op vier decimalen nauwkeurig:

a $\sqrt{3}$

b $\sqrt{50}$

c $\sqrt{0{,}4}$

d $\sqrt{1000}$

e $\sqrt{5\frac{1}{3}}$

f $\sqrt{-21}$

g $-\sqrt{21}$

h $\sqrt{50} - \sqrt{5}$

Verwerken

Opgave 10

Bereken de volgende wortels zonder de rekenmachine te gebruiken.
Je kunt dit verder oefenen met het **Practicum**.

a $\sqrt{121}$

b $\sqrt{196}$

c $\sqrt{4{,}41}$

d $\sqrt{0{,}0025}$

e $\sqrt{73-9}$

f $\sqrt{1\frac{15}{49}}$

g $\sqrt{625}-\sqrt{361}$

h $-\sqrt{0{,}36}$

Opgave 11

Een vierkant heeft een oppervlakte van 20 cm^2.

a Hoe groot is de exacte lengte van elke zijde?

b Tussen welke opeenvolgende gehele getallen ligt de lengte van deze zijde?

c Benader de lengte van de zijden van dit vierkant in drie decimalen nauwkeurig.

d Waarom kan dit nooit meer dan een benadering van de werkelijke lengte zijn?

Opgave 12

Schat bij de volgende wortels eerst tussen welke gehele getallen ze liggen. Bereken ze dan met je rekenmachine en rond af op vier decimalen nauwkeurig:

a $\sqrt{5}$

b $\sqrt{96}$

c $\sqrt{0{,}0014}$

d $\sqrt{1700}$

e $\sqrt{15\frac{1}{5}}$

f $12 \cdot \sqrt{5}$

Opgave 13

De oppervlakte van een vierkant is A cm^2. De omtrek van dit vierkant is P cm.

a Neem $A = 25$ en bereken P.

b Neem $A = 24$ en bereken P.

c Stel een formule op voor het verband tussen A en P van de vorm $P = ...$

d Stel een formule op voor het verband tussen A en P van de vorm $A = ...$

e Bepaal de waarde(n) waarvoor $A = P$.

Opgave 14

Bereken zonder rekenmachine:

a $\sqrt{13^2}$

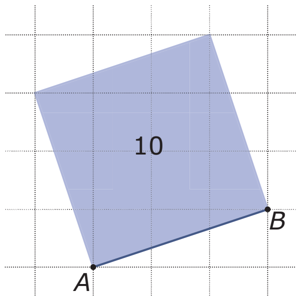
b $\sqrt{13}^2$

c $\sqrt{7}^2 - 2 \cdot \sqrt{49}$

d $\sqrt{256} - \sqrt{15}^2$

Toepassen

Applet



Op een lijnstuk kun je altijd een vierkant maken. Als je dan de oppervlakte van dit vierkant exact kunt bepalen, kun je door worteltrekken ook de lengte van het lijnstuk (de zijde van het vierkant) vaststellen.

Omdat op lijnstuk AB een vierkant van 10 eenheden past, geldt: $AB = \sqrt{10} \approx 3{,}16$.

Van lijnstukken tussen roosterpunten kun je zo dus altijd de lengte berekenen.

Opgave 15: Wortels en vierkanten

Je ziet in **Toepassen** hoe je de lengte van een lijnstuk tussen twee roosterpunten bepaalt door er een vierkant op te tekenen.

a Ga na dat het vierkant op AB inderdaad een oppervlakte van 10 heeft.

b Bereken op deze manier de lengte van AB als punt B 4 eenheden rechts en 2 eenheden boven punt A ligt.

c Oefen dit met een medeleerling, het zal je later nog van pas komen.

Opgave 16: Rare rechthoek?

Een rechthoek heeft een lengte van $\sqrt{5} + \sqrt{3}$ en een breedte van $\sqrt{5} - \sqrt{3}$.

Laat zien, dat de oppervlakte van deze rechthoek 2 is.

Practicum

Veel rekenwerk doe je met een **rekenmachine**, ook met kwadraten (machten) en wortels rekenen.
Voor de volgende twee types rekenmachine zijn er practica beschikbaar:

- **Machten en wortels, wetenschappelijke notatie TI-30XB Multiview**
- **Machten en wortels, wetenschappelijke notatie Casio fx-82NL**

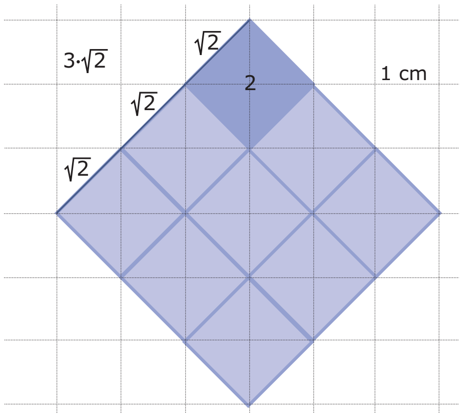
Met *Algebra***KIT** kun je oefenen met **het worteltrekken zonder rekenmachine**. Je kunt telkens een nieuwe opgave oproepen. Je maakt elke opgave zelf op papier.
Met ‘Toon uitwerking’ zie je het verder uitklapbare antwoord.
Met ⟲ krijg je een nieuwe opgave.

AlgebraKIT

1.3 Wortelrekenen

Verkennen

Opgave V1



Je ziet hier hoe je van negen vierkanten met een oppervlakte van 2 cm^2 één groter vierkant kunt maken.

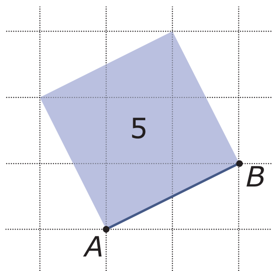
a Hoe groot is de oppervlakte van het grote vierkant?

b Hoe lang is elke zijde van het grote vierkant?

c Leg uit hoe je vanuit de lengtes van de zijden van het grote vierkant de oppervlakte ervan kunt berekenen.

Theorie

Opgave 1



Je ziet hier een vierkant met oppervlakte 5 cm^2.

a Hoe lang is de zijde van het vierkant?

b Hoe krijg je een vierkant waarvan de zijden $2\sqrt{5}$ zijn?

c Waarom noem je $2\sqrt{5}$ en $3\sqrt{5}$ wel gelijksoortige wortels?

d Hoeveel is $2\sqrt{5} + 3\sqrt{5}$?

e Hoeveel is $3\sqrt{5} - 2\sqrt{5}$?

Opgave 2

In de vorige opgave had je een vierkant met oppervlakte 5 en dus zijde $\sqrt{5}$. Neem nu een vierkant waarvan de zijden $2\sqrt{5}$ zijn.

a Teken dit vierkant. Bepaal de oppervlakte ervan door de figuur te verdelen in een vierkant en vier halve rechthoeken.

b Hoe kun je die oppervlakte uitrekenen door de zijden te vermenigvuldigen?

Opgave 3

Voer de volgende berekeningen met wortels uit. Benader alleen waar nodig het eindantwoord in twee decimalen nauwkeurig.

a $\sqrt{2+3+4}$

b $\sqrt{2} + \sqrt{3} + \sqrt{4}$

c $\sqrt{5}+\sqrt{5}+\sqrt{5}$

d $6\sqrt{5}+3\sqrt{5}-5\sqrt{5}$

Opgave 4

Bereken en laat in het eindantwoord de wortel staan:

a $\sqrt{6}+\sqrt{6}$

b $2\sqrt{3}+5\sqrt{3}$

c $4\sqrt{7}+\sqrt{7}$

d $4\sqrt{7}+2\sqrt{9}$

e $5\sqrt{3}-3\sqrt{3}$

f $4\sqrt{7}-3\sqrt{7}$

g $8\sqrt{6} - \sqrt{16}$

h $8\sqrt{6} - \sqrt{6}$

Opgave 5

Bekijk **Voorbeeld 2**.

a Laat zien dat $\sqrt{2} \cdot \sqrt{3} = \sqrt{6}$ door beide zijden te kwadrateren.

b Laat ook door kwadrateren zien, dat $\frac{\sqrt{6}}{\sqrt{2}} = \sqrt{3}$.

Opgave 6

Geef van de volgende berekeningen aan of ze waar zijn of niet.

a $\sqrt{2} \cdot \sqrt{5} = \sqrt{10}$

b $\sqrt{2} + \sqrt{5} = \sqrt{7}$

c $\sqrt{3} \times \sqrt{2} = \sqrt{5}$

d $2 \cdot \sqrt{7} = \sqrt{14}$

e $3 \cdot \sqrt{3} = \sqrt{27}$

f $2\sqrt{2} \cdot \sqrt{8} = 8$

Opgave 7

Maak de volgende berekeningen. Laat wortels die niet op een geheel getal uitkomen in het antwoord staan.

a $\sqrt{7} \cdot \sqrt{5}$

b $\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}$

c $4\sqrt{2} \cdot 2\sqrt{7}$

d $\sqrt{18} \Big/ \sqrt{2}$

e $\sqrt{15} \Big/ \sqrt{3}$

f $\frac{8\sqrt{6}}{2\sqrt{2}}$

Verwerken

Opgave 8

Maak de volgende berekeningen zonder de rekenmachine te gebruiken. Laat wortels die niet op een geheel getal uitkomen in het antwoord staan.

a $\sqrt{7} + \sqrt{7}$

b $3\sqrt{5} + 2\sqrt{5}$

c $5\sqrt{7} - 2\sqrt{7}$

d $3\sqrt{5} - \sqrt{5}$

e $\sqrt{2} \cdot \sqrt{8}$

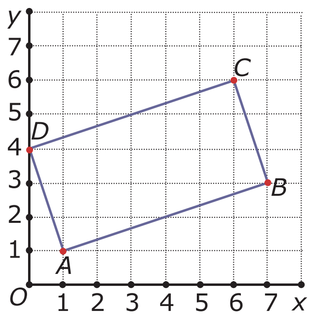
f $3\sqrt{2} \cdot 2\sqrt{7}$

g $\sqrt{125}\Big/\sqrt{5}$

h $5\sqrt{10}\Big/\sqrt{2}$

Opgave 9

Hier zie je in een assenstelsel de punten $A(1,1)$, $B(7,3)$, $C(6,6)$ en $D(0,4)$ en rechthoek $ABCD$.



a Bereken de oppervlakte van rechthoek $ABCD$.

b Verdeel de rechthoek in twee vierkanten en leg uit hoe je daarmee de lengtes van de zijden kunt berekenen. Bereken de lengtes van AB en AD.

c Laat zien hoe je met behulp van deze twee zijden ook de oppervlakte van de rechthoek kunt berekenen.

d Bereken ook de exacte omtrek van de rechthoek.

Opgave 10

Geef van de volgende berekeningen aan of ze waar of niet waar zijn.

a $\sqrt{7} + \sqrt{8} = \sqrt{15}$

b $\sqrt{9} + \sqrt{49} = \sqrt{100}$

c $\sqrt{7} + 6\sqrt{7} = 7\sqrt{7}$

d $3\sqrt{3} + 2\sqrt{3} = 5\sqrt{6}$

Opgave 11

Uit een aantal van de volgende berekeningen komt een geheel getal. Bij de andere laat je de wortel in het antwoord staan.

a $\sqrt{2} \cdot \sqrt{12{,}5}$

b $3\sqrt{3} \cdot \sqrt{10}$

c $2\sqrt{6} \cdot 3\sqrt{6}$

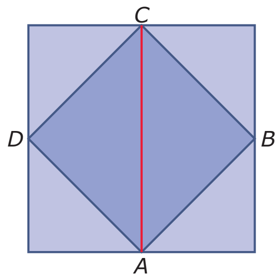
d $\sqrt{50}\Big/\sqrt{5}$

e $\dfrac{2\sqrt{72}}{\sqrt{2}}$

f $\dfrac{6\sqrt{12{,}5}}{3\sqrt{2}}$

Opgave 12

Je ziet hier twee vierkanten in elkaar.



a Bereken de lengte van AB en diagonaal AC als de oppervlakte van vierkant $ABCD$ 6 is.

b Bereken de lengte van AB en diagonaal AC als de oppervlakte van vierkant $ABCD$ 10 is.

c Bereken de lengte van de diagonaal van een vierkant met oppervlakte 8.

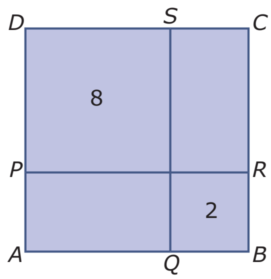
d Bereken de lengte van de diagonaal van een vierkant met oppervlakte a.

e Bereken de lengte van de diagonaal van een vierkant met zijde z.

Opgave 13

Een vierkant $ABCD$ is verdeeld in twee kleinere vierkanten en twee rechthoeken. De oppervlaktes van beide kleinere vierkanten zijn gegeven, zie figuur.

Bereken de oppervlakte van $ABCD$.



Toepassen

Het benaderen van wortels is voor ons heden ten dage een fluitje van een cent: je rekenmachine doet dat zo maar in een stuk of negen decimalen nauwkeurig. Geweldig natuurlijk, maar... elektronische rekenmachines bestaan nauwelijks 70 jaar.
Tot die tijd werd er vaak met tabellen voor wortels gewerkt.
En in die tabellen kwamen natuurlijk niet van alle getallen de wortels voor, vaak alleen maar wortels van 1 t/m 100...
Er bestaan dan nog een paar technieken om wortels die niet in de tabel voorkwamen te vinden:

- Benaderen met behulp van inklemmen, een ‘hoger/lager spelletje’.
- Het rekenen met wortels op een handige manier toepassen:
  $\sqrt{500} = \sqrt{100 \cdot 5} = \sqrt{100} \cdot \sqrt{5} = 10 \cdot \sqrt{5}$
  $\sqrt{150} = \sqrt{25 \cdot 6} = \sqrt{25} \cdot \sqrt{6} = 5 \cdot \sqrt{6}$
- En er bestaat een speciale techniek om wortels uit willekeurige (positieve) decimalen getallen te vinden. Die is echter gebaseerd op verdergaande kennis van wiskunde...

Opgave 14: Wortels herleiden

Je ziet hierboven hoe je wortels van getallen die een kwadraat bevatten kunt vereenvoudigen.

a Laat zien dat $\sqrt{8} = 2\sqrt{2}$.

b Vereenvoudig op dezelfde manier $\sqrt{45}$.

c Herleid op dezelfde manier: $\sqrt{18}$, $\sqrt{12}$, $\sqrt{32}$, $\sqrt{40}$ en $\sqrt{75}$

Opgave 15: Kettingbreuk

Een leuke manier om wortels te benaderen is met behulp van een kettingbreuk. Zo is:
$\sqrt{2} = 1 + \frac{1}{2+\frac{1}{2+\frac{1}{2+\frac{1}{2+\ldots}}}}$.

Hiermee kun je $\sqrt{2}$ in zoveel decimalen als je maar wilt benaderen. Bedenk hoe je dat doet en benader deze wortel in vijf decimalen nauwkeurig. Kun je de nauwkeurigheid van je rekenmachine halen?

Practicum

Met *Algebra***KIT** kun je oefenen met **rekenen met wortels zonder rekenmachine**. Je kunt telkens een nieuwe opgave oproepen. Je maakt elke opgave zelf op papier.
Met ‘Toon uitwerking’ zie je het verder uitklapbare antwoord.
Met ↺ krijg je een nieuwe opgave.

AlgebraKIT

1.4 Machten

Verkennen

Opgave V1

De inhoud van een kubus bereken je door de lengte van een ribbe twee keer met zichzelf te vermenigvuldigen.

a Hoe groot is de inhoud van een kubus met een ribbe van 3 cm?

b Hoeveel bedragen de afmetingen van een kubus met een inhoud van 125 eenheden?

c Waarom wordt de inhoudseenheid ‘kubieke’ meter geschreven als m^3?

d Hoe zou je de afmetingen berekenen van een kubus met een inhoud van 100 eenheden?

Theorie

Opgave 1

Bekijk in de **Uitleg** wat een macht is en hoe je een macht uitrekent. Bereken nu:

a 2^5

b 3^3

c 1^{12}

d $3{,}5^3$

e $\left(\frac{1}{3}\right)^4$

f $\left(\frac{2}{5}\right)^4$

Opgave 2

Je kunt ook van negatieve getallen machten nemen. Daarbij zijn haakjes nodig.

a Wat betekent $(-3)^4$? En hoeveel komt daar uit?

b Wat betekent -3^4? Wat komt er uit?

Opgave 3

Uit een kwadraat kun je terugrekenen met worteltrekken. Bij derdemachten bestaat ook zoiets.
Je weet dat $5^3 = 125$.
Dit betekent dat de derdemachtswortel van 125 gelijk is aan 5: $\sqrt[3]{125} = 5$.

Bereken de volgende derdemachtswortels: $\sqrt[3]{64}$, $\sqrt[3]{8}$, $\sqrt[3]{-8}$.

Opgave 4

Bereken:

a 3^4

b $3 \cdot 2^6$

c 7^1

d $\left(\frac{1}{2}\right)^4$

e $\left(2\frac{2}{3}\right)^3$

f $\left(\frac{2}{7}\right)^0$

g $(-3)^5$

h $-3 \cdot 2^4$

i $-2 \cdot (-3)^2$

Opgave 5

Schrijf de volgende machten eenvoudiger. Je hoeft ze niet te berekenen!

a $3^{95} \cdot 3^{114}$

b $\frac{3^{114}}{3^{95}}$

c $3^{80} \cdot \frac{3^{54}}{3^{11}}$

d $(3^{12})^5$

e $\frac{(3^{15})^{10}}{3^{50}.3^{100}}$

Opgave 6

Bekijk **Voorbeeld 2**.

a Hoe bereken je de lengte van de zijde van een kubus als je de inhoud van die kubus weet?

b Ga uit van een kubus met een inhoud van 8 m^3. Leg uit waarom $\sqrt[3]{8} = 2$.

c Bij het probleem van de verdubbeling van de kubus gaat het om een kubus met een inhoud van 2 m^3. Leg uit waarom $\sqrt[3]{2}$ geen geheel getal is.

d Benader met behulp van inklemmen $\sqrt[3]{2}$ in drie decimalen nauwkeurig. Controleer je antwoord met behulp van je rekenmachine.

Opgave 7

Bereken (probeer dit zoveel mogelijk uit het hoofd te doen):

a $\sqrt[3]{216}$

b $\sqrt[3]{1728}$

c $\sqrt[3]{3{,}375}$

d $\sqrt[3]{\frac{8}{27}}$

Opgave 8

Benader met je rekenmachine op twee decimalen nauwkeurig:

a $\sqrt[3]{18}$

b $\sqrt[3]{100}$

c $\sqrt[3]{49}$

d $\sqrt[3]{400}$

Verwerken

Opgave 9

Bereken:

a 4^5

b $3^4 \cdot 2^3$

c $\left(\frac{2}{3}\right)^4$

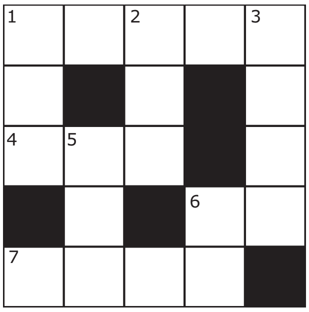
d $\left(1\frac{3}{5}\right)^3$

e $(-2)^6$

f $-2^4 \cdot 3^3$

Opgave 10

Je ziet hier een kruisgetallenpuzzel. Hij staat ook op het **werkblad**.
Vul de puzzel in.



Horizontaal		Verticaal	
1	11^4	1	5^3
4	24^2	2	26^2
6	2^6	3	2^{10}
7	92^2	5	$4^2 \cdot 7^2$
		6	4^3

Opgave 11

Schrijf de volgende machten eenvoudiger. Je hoeft ze niet te berekenen!

a $2^{16} \cdot (2^{10})^3$

b $\frac{4 \cdot 2^{26}}{2^{20}}$

c $\frac{2^{14} \cdot 2^{26}}{(2^{20})^2}$

Opgave 12

Bereken:

a $\sqrt[3]{1000}$

b $\sqrt[3]{1000000}$

c $\sqrt[3]{10^6}$

d $\sqrt[3]{0{,}001}$

e $\sqrt[3]{0{,}000001}$

f $\sqrt[3]{0{,}125}$

Opgave 13

Je hebt een kubus met een inhoud van 20 liter.

a Hoeveel bedraagt de lengte van elke ribbe van deze kubus in mm nauwkeurig?

b Bereken de totale oppervlakte van deze kubus in mm^2 nauwkeurig.

Opgave 14

Je kunt van een getal eerst de derde macht uitrekenen en dan op de uitkomst de derde machtswortel toepassen. En ook de omgekeerde volgorde is mogelijk.

a Neem het getal 6 en bereken $\sqrt[3]{6^3}$. Wat doe je eerst, de derde macht of de derde machtswortel?

b Bereken ook $\sqrt[3]{6}^3$.

c Doe hetzelfde als bij a en b maar nu met het getal 17.

Kennelijk heffen de bewerkingen derde macht en derde machtswortel elkaar op.

d Onderzoek of dit ook voor negatieve getallen geldt.

Toepassen

Als je een blaadje papier neemt (A4-formaat) dan kun je dit dubbel vouwen. Het dubbelgevouwen blaadje vouw je nog eens dubbel. Je hebt dan vier lagen papier op elkaar, en weer kun je het resultaat dubbelvouwen om acht lagen papier te krijgen. Enzovoorts...
Hoe vaak kun je zo blijven dubbelvouwen?

Stel je zet € 100,00 op de bank en je krijgt 4% rente per jaar als je er niet aan komt.
Een jaar later heb je dan € 104,00.
Weer een jaar later: € 108,16.
Nog een jaar later: € 112,49.
Dat noem je ‘rente op rente’ krijgen. Hoeveel heb je na 10 jaar?

Opgave 15: Papier vouwen

In **Toepassen** wordt beschreven hoe je door een blaadje papier dubbel te vouwen steeds meer lagen krijgt.

a Laat zien dat je na 8 keer vouwen 256 lagen papier hebt.

b Hoeveel lagen heb je na 10 keer vouwen?

Ga er van uit dat je stuk papier groot genoeg is om te blijven vouwen en dat het papier 0,1 mm dik is.

c Hoeveel keer moet je vouwen om een laag papier van 10 cm dik te krijgen?

d En na hoeveel keer vouwen heb je een laag papier van 10 m dik?

Opgave 16: Rente op rente

In **Toepassen** wordt beschreven hoe je rekent met rente op rente.

a Reken de bedragen na 1 jaar, na 2 jaar en na 3 jaar zelf na. Hoe reken je?

b Hoeveel heb je na 10 jaar?

c Na hoeveel jaar is het beginbedrag verdubbeld?

Practicum

Veel rekenwerk doe je met een **rekenmachine**, ook met machten en hogere machtswortels rekenen.
Voor de volgende twee types rekenmachine zijn er practica beschikbaar:

- **Machten en wortels, wetenschappelijke notatie TI-30XB Multiview**
- **Machten en wortels, wetenschappelijke notatie Casio fx-82NL**

Met *Algebra***KIT** kun je oefenen met **machten uitrekenen**. Je kunt telkens een nieuwe opgave oproepen. Je maakt elke opgave zelf op papier.
Met ‘Toon uitwerking’ zie je het verder uitklapbare antwoord.
Met krijg je een nieuwe opgave.

AlgebraKIT

1.5 Meneer Van Dalen

Verkennen

Opgave V1

'Meneer Van Dalen Wacht Op Antwoord' was vroeger een ezelsbruggetje om de voorrangsregels voor het rekenen te onthouden: eerst Machten, dan Vermenigvuldigen, daarna Delen, vervolgens Worteltrekken, dan Optellen en tenslotte Aftrekken.

a Bereken $144/4 \times 3 - 4 + 2^3$ door deze ezelsbrug letterlijk op te volgen.

b Wat maakt je rekenmachine van $144/4 \times 3 - 4 + 2^3$?

c Laat zien hoe je dit tegenwoordig uitrekent.

Opgave V2

In de **Wikipedia: Bewerkingsvolgorde** staat deze rekenopgave uit een rekenboekje uit 1958.

Vereenvoudig het antwoord zoveel mogelijk.

$$\frac{1^{8}/_{15} \times {}^{3}/_{37} : {}^{2}/_{185} + {}^{1}/_{5}\,(1^{2}/_{3} : {}^{1}/_{10} + 3^{1}/_{4} \times 3^{1}/_{3})}{1^{8}/_{15} \times {}^{3}/_{37} : {}^{2}/_{185} - {}^{1}/_{5}\,(1^{2}/_{3} : {}^{1}/_{10} + 3^{1}/_{4} \times 3^{1}/_{3})} + {}^{1}/_{15} : {}^{4}/_{5} \times {}^{3}/_{14} : {}^{1}/_{2} - {}^{11}/_{18} =$$

Een leuke uitdaging: Wat komt er uit als je de ezelsbrug uit de vorige opgave hanteert?

Theorie

Opgave 1

Bekijk de berekening $8 + \sqrt{9} \cdot 2^3$.

a In deze berekening komen vier bewerkingen voor. In welke volgorde moet je die uitvoeren?

b Bereken de uitkomst.

c Door haakjes toe te voegen, verander je de rekenvolgorde. Wat komt er bijvoorbeeld uit $\left(8 + \sqrt{9}\right) \cdot 2^3$?

Opgave 2

In de volgende berekeningen zijn de voorrangsregels niet goed toegepast. Verbeter ze.

a $2 \cdot 3^3 = 6^3 = 216$

b $\sqrt{36} \Big/ 4 = \sqrt{9} = 3$

c $\sqrt{9} + \sqrt{16} = \sqrt{25} = 5$

d $36 \Big/ 4 + 2^3 = 36 \Big/ 4 + 8 = 36/12 = 3$

e $6^5 - 6^3 = 6^2 = 36$

f $(2+3)^4 = 2^4 + 3^4 = 16 + 81 = 97$

Opgave 3

Let op de voorrangsregels en bereken:

a $4 \cdot 2^5 - 400 \big/ \sqrt{16}$

b $\left(2^3 + 3^2\right)^2 \big/ 17 - \sqrt[3]{64}$

c $\left(2 \cdot \sqrt[3]{2}\right)^3$

Opgave 4

Door op de goede plaats haakjes te zetten krijg je een correcte berekening.

a $3^4/8 - 5 = 27$

b $2^5 - \sqrt{256} \big/ 2^3 = 2$

c $3 \cdot 3^2 / \sqrt{49} - 4 = 27$

Opgave 5

Bereken zonder rekenmachine: $\frac{2^{1+\sqrt{25}}}{12-2 \cdot 6/3}$.
Controleer je antwoord achteraf door de gehele berekening in één keer door je rekenmachine te laten uitvoeren.

Opgave 6

Bereken zonder rekenmachine: $\sqrt{2 + \frac{12}{2^2+2}}$.
Controleer je antwoord achteraf door de gehele berekening in één keer door je rekenmachine te laten uitvoeren.

Verwerken

Opgave 7

Bereken zonder de rekenmachine te gebruiken:

a $3^5 / 3^2 + 3^4$

b $3^4 \cdot 2^3$

c $\left(\sqrt{196} - 3^2\right)^3$

d $\left(2 \cdot \sqrt[3]{15}\right)^3$

e $6 \cdot 2^3 / \left(4^3 - 7 \cdot 2^3\right)$

f $\left(\frac{2}{3}\right)^{\sqrt{9}} \cdot 1{,}5^3$

Opgave 8

Bereken eerst zonder de rekenmachine te gebruiken en controleer daarna je berekening door hem in zijn geheel in de rekenmachine in te voeren.

a $\sqrt{2 \cdot 70 + 4}$

b $\frac{12 \cdot 3}{2^3 - 4}$

c $\frac{2^{4+\sqrt{16}}}{2^5}$

d $\sqrt[3]{\frac{1}{3} - \left(\frac{1}{3}\right)^3}$

Opgave 9

Onderzoek of de volgende berekeningen correct zijn. Licht steeds je antwoord toe.

a $2^3 \cdot 2^4 = 2^7$

b $2^6 / 2^3 = 2^{6/3} = 2^2$

c $\left(2^2\right)^3 = 2^5$

d $2^0 = 1$

Opgave 10

Bij het rekenen met wortels kun je door slim herleiden soms wortels optellen die op de eerste blik niet gelijksoortig zijn.

a Laat zien, dat $\sqrt{18} = 3\sqrt{2}$ en dat $\sqrt{8} = 2\sqrt{2}$.

b Bereken nu de exacte uitkomst van $\left(\sqrt{18}+\sqrt{8}\right)^2$. Geeft je rekenmachine dezelfde uitkomst als je de berekening in één keer invoert?

c Bereken $\left(\sqrt{75}-\sqrt{27}\right)^2$ door beide wortels te herleiden. Controleer je antwoord met de rekenmachine.

Toepassen

Volgens een legende is Sissa Ben Dahir is de uitvinder van het schaakspel. De Indiase koning Shirham vroeg hem wat hij als beloning voor die uitvinding wilde hebben. Sissa Ben Dahir zei: “Geef me één graankorrel om op het eerste veld van het bord te leggen, 2 graankorrels voor op het tweede veld, 4 voor op het derde veld, 8 op het vierde en laat me zo verder gaande alle 64 velden bedekken.” De koning lachte en antwoordde: “Is dat echt alles dat je wilt hebben?” en hij gaf opdracht het graan uit te betalen.

Toen bleek dat de koning te weinig graan had om Sissa uit te betalen, liet hij Sissa Ben Dahir in de gevangenis opsluiten.

Opgave 11: Graankorrels op een schaakbord

Lees hierboven de legende van de uitvinding van het schaakspel.

Om een idee te krijgen van het aantal graankorrels dat koning Shirham moest uitbetalen kun je eens kijken naar machten van 2.

a Waarom moet je naar machten van 2 kijken?

b Bereken:

- 2^0
- $2^0 + 2^1$
- $2^0 + 2^1 + 2^2$
- $2^0 + 2^1 + 2^2 + 2^3$
- $2^0 + 2^1 + 2^2 + 2^3 + 2^4$
- $2^0 + 2^1 + 2^2 + 2^3 + 2^4 + 2^5$
- $2^0 + 2^1 + 2^2 + 2^3 + 2^4 + 2^5 + 2^6$

c Vergelijk alle uitkomsten bij b. Wat valt je op? (Tel er eventueel telkens 1 bij op.)

d Hoeveel graankorrels wilde Sissa van de koning hebben? Schrijf je antwoord met een macht van 2.

e Nu je weet dat Sissa meer dan 18.000.000.000.000.000.000 (18 triljoen) graankorrels zou moeten krijgen, kun je misschien wel schatten hoeveel m^3 graan dat zou moeten zijn. Stel dat je dit graan wilt opslaan in een grote schuur met een vloeroppervlakte van 1000 m^2. Hoe hoog moet die schuur dan worden?

Practicum

Veel rekenwerk doe je met een **rekenmachine** en de machine hanteert de juiste rekenvolgorde.
Voor de volgende twee types rekenmachine zijn er practica beschikbaar:

- **Machten en wortels, wetenschappelijke notatie TI-30XB Multiview**
- **Machten en wortels, wetenschappelijke notatie Casio fx-82NL**

Met *Algebra***KIT** kun je oefenen met de **rekenvolgorde**. Je kunt telkens een nieuwe opgave oproepen. Je maakt elke opgave zelf op papier.
Met ‘Toon uitwerking’ zie je het verder uitklapbare antwoord.
Met krijg je een nieuwe opgave.

AlgebraKIT

1.6 Wetenschappelijke notatie

Verkennen

Opgave V1

Onze planeet Aarde heeft (ongeveer) de vorm van een bol. De omtrek van die bol is de lengte van de evenaar en bedraagt 40.000 km.

a Hoeveel mm is 1 km? En hoeveel mm is dus de omtrek van de Aarde?

b Je had voor de berekening bij a natuurlijk geen rekenmachine nodig. Maar doe hem eens op je rekenmachine. Waarschijnlijk krijg je als antwoord $4 \cdot 10^{10}$. (Of iets wat dit moet voorstellen zoals 4E10.)
Leg uit waarom dit hetzelfde is als jouw antwoord bij b.

c Waarom is het beter om $4 \cdot 10^{10}$ te schrijven dan 40000000000?

d Voor getallen met veel nullen worden ook wel woorden als miljoen en miljard en dergelijke gebruikt. 1 miljoen hetzelfde als $1 \cdot 10^6$. Hoeveel is 1 miljard?

Opgave V2

Wij werken met getallen in het tientallig stelsel. We hebben dus tientallen, honderdtallen, duizendtallen, enzovoorts. Dat zijn allemaal machten van 10. Dus kun je getallen schrijven als machten van 10. Zo is $1234 = 1 \cdot 10^3 + 2 \cdot 10^2 + 3 \cdot 10^1 + 4$.

Op de **website van het CBS.** staat een bevolkingsteller. Nederland telde $17.986.881$ inwoners op maandag 22 juli 2024 om 12:53.50 uur.

Schrijf dit getal in het tientallig stelsel met machten van 10.

Theorie

Opgave 1

Bekijk de **Uitleg**.

a Schrijf 100000 als macht van 10.

Het getal 304586 bestaat uit 3 honderdduizendtallen, 0 tienduizendtallen, 4 duizendtallen, 5 honderdtallen, 8 tientallen en 6 eenheden.

b Laat zien, hoe je dit kunt schrijven met machten van 10.

c Schrijf $0{,}00001$ als macht van 10.

Het getal $30{,}4586$ bestaat uit 3 tientallen, 0 eenheden, 4 tienden, 5 honderdsten, 8 duizendsten en 6 tienduizendsten.

d Laat zien, hoe je dit kunt schrijven met machten van 10.

Opgave 2

Grote getallen zijn bijvoorbeeld 1 miljoen en 1 miljard.

a Schrijf deze getallen als macht van 10.

Kleine getallen zijn bijvoorbeeld 1 miljoenste en 1 miljardste.

b Schrijf deze getallen als macht van 10.

Opgave 3

Enkele uitspraken met grote en kleine getallen.

- Ongeveer 3 miljoen jaar geleden zijn de dinosauriërs uitgestorven.
- Sommige eencelligen zijn slechts $2{,}5$ miljoenste mm breed.
- Volgens het ministerie kwam ons nationaal inkomen in 2010 uit op 468 miljard.

Schrijf deze getallen in de wetenschappelijke notatie.

Opgave 4

Bekijk **Voorbeeld 1**. Je ziet hoeveel de lichtsnelheid in m/s bedraagt.

a Waarom is dit getal in de wetenschappelijke notatie $3{,}0 \cdot 10^8$ en niet $2{,}99792458 \cdot 10^8$?

b Het omrekenen van m/s naar km/uur kan in twee stappen. Bereken eerst de lichtsnelheid in m/uur.

c Reken de lichtsnelheid in m/uur nu om naar km/uur.

Opgave 5

De omtrek van de Aarde is 40.000 km. Als mensen hand in hand staan met de armen gespreid zitten de middens van hun lichamen ongeveer $1{,}5$ m van elkaar.

a Hoeveel mensen moeten er hand in hand staan met de armen gespreid om de Aarde te omspannen? Geef je antwoord in de wetenschappelijke notatie in één decimaal nauwkeurig.

Er zijn ongeveer 7 miljard mensen op Aarde.

b Hoeveel keer kunnen die op de beschreven manier de Aarde te omspannen? Geef je antwoord in de wetenschappelijke notatie in één decimaal nauwkeurig.

Opgave 6

Neem voor de lichtsnelheid $3{,}0 \cdot 10^8$ m/s. De afstand van de Aarde tot de Zon is ongeveer $1{,}5 \cdot 10^8$ km.

Hoe lang is het licht onderweg vanaf de Zon naar de Aarde?

Opgave 7

Hier zie je een foto van de huisstofmijt. Deze diertjes leven van menselijke huidschilfers, in een hoofdkussen van je bed kunnen er wel 12000 voorkomen en dan ben je echt niet onhygiënisch. Sommige mensen zijn allergisch voor hun uitwerpselen. Zo'n huisstofmijt weegt gemiddeld slechts $1{,}5 \cdot 10^{-3}$ gram en heeft afmetingen van ongeveer $0{,}3$ mm breed tot $0{,}5$ mm lang. Je kunt ze met het blote oog niet zien.

Hoeveel wordt je kussen zwaarder tengevolge van de huisstofmijt er in?

Opgave 8

Bekijk **Voorbeeld 3**. Je ziet hoeveel ‘googol’ is.

a Hoeveel is 1 googol^2?

b En hoeveel is $\sqrt{\text{googol}}$?

Opgave 9

In de strip spreekt Schröder van een kans van ‘googol to one’, dus één op googol.

Schrijf deze kans in de wetenschappelijke notatie. En ook in procenten.

Verwerken

Opgave 10

Schrijf als macht van 10:

a 1000

b 100000000

c 10 miljard

d 0,001

e $\frac{1}{100000}$

f 10 miljardste

Opgave 11

Schrijf in de wetenschappelijke notatie:

a 123 miljoen

b 614000000000

c $0{,}00001496$

d $0{,}00000000000042$

Opgave 12

Gebruik bij de volgende berekeningen de wetenschappelijke notatie. Geef je antwoord ook in die vorm.

a In Nederland wonen ongeveer $17{,}5$ miljoen mensen. Het gemiddeld inkomen van een Nederlander is ongeveer € 18.000. Bereken het nationaal inkomen (het inkomen van alle Nederlanders samen).

b In Nederland zijn er jaarlijks ongeveer $1{,}5$ miljoen middelbare scholieren. Zo'n scholier kost de overheid gemiddeld € 4500. Hoeveel geeft de overheid jaarlijks ongeveer uit aan middelbaar onderwijs?

Opgave 13

Bacteriën zijn micro-organismen. Een bepaald soort bacterie heeft een gewicht van $2{,}4 \cdot 10^{-8}$ kg.

a Op een plant bevinden zich $3{,}2$ miljoen van deze bacteriën. Hoeveel wegen deze bacteriën samen? Geef je antwoord met drie significante cijfers.

b Hoeveel van deze bacteriën wegen samen 1 kg? Geef je antwoord met drie significante cijfers.

Opgave 14

Uit Wikipedia (13-11-2009):

> Een amoebe (spreek uit als 'ameube') is een eencellig organisme dat bestaat uit protoplasma met één of meerdere kernen. Het endoplasma (binnenste laagje) is troebel en korrelig terwijl het ectoplasma (buitenste laagje) meestal helder is. Het organisme behoort tot de wortelpotigen en varieert afhankelijk van de soort tussen de 30 en 800 µm.

1 µm is $\frac{1}{1000}$ mm. Hoeveel meter is een amoebe van 800 µm? Geef je antwoord in de wetenschappelijke notatie.

Toepassen

Applet

In deze video wordt je de wereld getoond als je erop inzoomt en uitzoomt in stappen van 10. Hij is Engelstalig.

Opgave 15: Lichtjaren

Een lichtjaar is de afstand die het licht in een jaar aflegt. De lichtsnelheid is ongeveer $3 \cdot 10^8$ m/s. Een astronomische eenheid is de gemiddelde afstand van de Aarde tot de Zon: 1 AE = 149,6 miljoen kilometer. Vooral in de sterrenkunde zijn lichtjaar en AE nuttige maten.

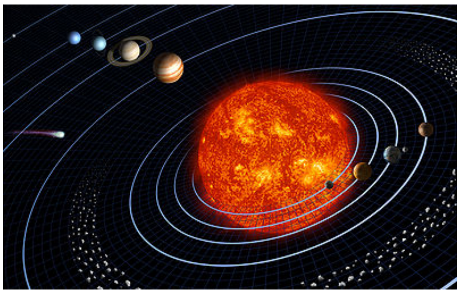
De **dubbelster Alpha Centauri** vormt samen met de veel zwakkere Proxima Centauri een drievoudig systeem, dat zich van alle sterren het dichtst bij ons zonnestelsel bevindt. De afstand tot de Zon bedraagt $4{,}36$ lichtjaar.

a Hoeveel km is 1 lichtjaar? En hoeveel AE?

b Hoeveel km is Alpha Centauri van onze Zon verwijderd? En van de Aarde?

c Stel je voor dat je in een ruimteschip met 20000 km/uur van de Aarde rechtstreeks naar de Zon zou kunnen vliegen. Hoe lang doe je daar dan over? En hoe lang doe je over de reis naar Alpha Centauri?

Opgave 16: Schaalmodel



Ons **Zonnestelsel** bestaat uit een ster (de Zon) en acht planeten. Je wilt een schaalmodel maken van het zonnestelsel dat nog in een schoollokaal past. Zoek de afmetingen van deze planeten en hun onderlinge afstanden op.

Bereken hoe groot je de afmetingen van de planeten moet maken en hoe groot je de (bijna) cirkelvormige banen om de Zon moet maken. Geef een overzicht van alle afmetingen.

Practicum

Veel rekenwerk doe je met een **rekenmachine**, ook werken met de wetenschappelijke notatie.
Voor de volgende twee types rekenmachine zijn er practica beschikbaar:

- **Machten en wortels, wetenschappelijke notatie TI-30XB Multiview**
- **Machten en wortels, wetenschappelijke notatie Casio fx-82NL**

Met *Algebra***KIT** kun je oefenen met de **wetenschappelijke notatie**. Je kunt telkens een nieuwe opgave oproepen. Je maakt elke opgave zelf op papier.
Met 'Toon uitwerking' zie je het verder uitklapbare antwoord.
Met ⟲ krijg je een nieuwe opgave.

AlgebraKIT

1.7 Soorten getallen

Verkennen

Opgave V1

Bekijk deze lijst met getallen:

12; $\sqrt{12}$; $\frac{12}{3}$; $\frac{12}{7}$; $\sqrt{9}$; -5; $9{,}26$; π; $10\,.\,364$; $10{,}364$; $\sqrt{\frac{16}{9}}$; $2\frac{3}{4}$

Ze zien er nogal verschillend uit. Je kunt ze dan ook indelen in soorten getallen. Zo zijn 12 en $\sqrt{9} = 3$ allebei gehele getallen, maar 12 en $\sqrt{12}$ zijn niet allebei gehele getallen.

Schrijf op welke soorten getallen je kunt onderscheiden en waaraan je ze herkent.

Theorie

Opgave 1

Bekijk **Uitleg 1**. De Oude Grieken kenden alleen de natuurlijke getallen. Cijfers en het tientallig stelsel was ze onbekend, ze gebruikten letters om getallen weer te geven. De Romeinen gebruikten ook letters om getallen weer te geven, hoewel ze ‘Romeinse cijfers’ genoemd worden. Tot ver in de Middeleeuwen waren deze Romeinse cijfers in Europa de enige manier om getallen weer te geven.
De Romeinse cijfers bestaan uit de symbolen I voor 1, V voor 5, X voor 10, L voor 50, C voor 100, D voor 500 en M voor 1000.
De eerste tien getallen zijn I, II, III, IV, V, VI, VII, VIII, IX en X.

a Hoe wordt 4 voorgesteld in Romeinse cijfers?

b Hoe zou 24 er in Romeinse cijfers uitzien?

c Welk getal is MDCCXXIX? En hoe ziet 1999 er uit?

De Romeinen hadden geen symbool voor 0 omdat hun systeem voor getallen geen positiestelsel is. Het tientallig stelsel dat we nu gebruiken is wel een positiestelsel.

d Probeer uit te leggen wat het verschil is.

e Wat is het nadeel van de Romeinse cijfers?

f Waarom is bij een positiestelsel een 0 nodig?

Opgave 2

Toen in West-Europa na de Middeleeuwen het tientallig stelsel werd ingevoerd, werden de cijfers 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 en 9 de basis van onze getallen.

a Kun je bedenken in welke situaties negatieve getallen belangrijk zijn?

Breuken waren altijd verhoudingen van gehele getallen, vandaar al die schrijfwijzen ervoor.

b Hoe schrijf je een breuk als decimaal getal?

c Kun je elk rationaal getal als breuk schrijven? En als decimaal getal?

d Zijn er nog andere getallen dan de rationale getallen?

Opgave 3

Bekijk **Uitleg 2**. Je ziet dat wortels vaak geen rationale getallen zijn.

a Geef een voorbeeld van een wortel die wel een rationaal getal is, maar geen geheel getal.

Het getal $\sqrt{2}$ is tot in miljoenen decimalen berekend: $\sqrt{2} = 1{,}4142135623730950488....$ Maar er is geen regelmaat in de decimalen te vinden en dus is het getal nooit precies bekend.

b Wat is het kenmerkende verschil tussen irrationale getallen en rationale getallen?

c Hoeveel decimalen van $\sqrt{2}$ geeft jouw rekenmachine? Schrijf ze op.

d Kun je op met je rekenmachine meer decimalen van $\sqrt{2}$ vinden? Hoe dan?

Opgave 4

Wortels uit een negatief getal, wat moet je daar nou mee?

a Waarom is de wortel uit een negatief getal geen reëel getal?

Stel je nu eens voor dat er een getal i is waarvoor geldt: $i^2 = -1$.

b Wat is $\sqrt{-1}$ dan?

c Wat is $\sqrt{-4}$ nu? En $\sqrt{-2}$?

Opgave 5

Bekijk **Voorbeeld 1**.

a Teken een diagram zoals in **Uitleg 2** en plaats daarin de getallen uit het voorbeeld.

b Teken een getallenlijn waarop al deze getallen voorkomen en plaats ze er in de juiste volgorde op.

Opgave 6

Bekijk **Voorbeeld 2**. Elk rationaal getal heeft ofwel een eindig aantal decimalen, ofwel de decimalen gaan zich herhalen.

a Schrijf $\frac{3}{16}$ exact als decimaal getal.

b Schrijf $\frac{2}{13}$ exact als decimaal getal.

c Als de noemer van de breuk een priemgetal is, dan is het niet altijd gemakkelijk om de herhaling van de decimalen te vinden. Probeer maar eens een paar breuken zoals $\frac{1}{17}$, $\frac{1}{19}$, of $\frac{1}{31}$ als exact decimaal getal te schrijven.

Opgave 7

Neem een getal als $0{,}\underline{1234}$. Je wilt bepalen welke breuk hier bij hoort. Noem het getal g.

a Er herhalen zich vier decimalen. Hoeveel is dus $10000 \cdot g$?

b Je weet dat $10000 \cdot g - 1 \cdot g = 9999 \cdot g$. Welk gehele getal is $9999 \cdot g$?

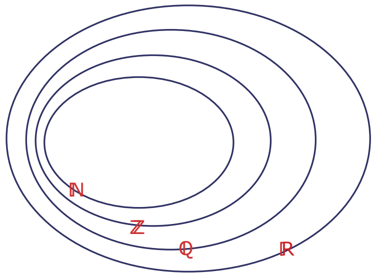
c Schrijf nu g als breuk.

d Schrijf op dezelfde manier $12{,}\underline{34}$ als breuk.

Verwerken

Opgave 8

Gegeven zijn de volgende getallen: $-1{,}5$, $\sqrt{16}$, $-\sqrt{5}$, 0, $\frac{7}{3}$, $\sqrt{-4}$, $1{,}\underline{15}$ en $-\frac{12}{4}$.



a Maak een overzicht van de verschillende soorten getallen zo-als dat hiernaast en plaats de gegeven getallen er in.

b Zet de gegeven getallen op de juiste plaats op de getallenlijn.

Opgave 9

Schrijf $\frac{7}{31}$ als exact decimaal getal.

Opgave 10

Schrijf $5{,}1\underline{63}$ als breuk.

Opgave 11

Als je twee natuurlijke getallen optelt, dan krijg je altijd weer een natuurlijk getal. Je zegt daarom wel dat de natuurlijke getallen gesloten zijn voor optellen.

a Zijn de natuurlijke getallen ook gesloten voor aftrekken?

b Zijn de gehele getallen gesloten voor aftrekken?

c Zijn de gehele getallen gesloten voor vermenigvuldigen? En voor delen?

d Welke soort getallen is gesloten voor worteltrekken?

Toepassen

Er zijn nog veel **meer soorten getallen**. Bijvoorbeeld:

- De even getallen zijn alle gehele getallen die een veelvoud zijn van 2.
- De oneven getallen zijn alle gehele getallen die geen veelvoud zijn van 2.
- De drievouden zijn alle gehele getallen die een veelvoud zijn van 3.
- De priemgetallen zijn alle natuurlijke getallen vanaf 2 die niet deelbaar zijn door andere getallen dan 1 en zichzelf.

Opgave 12: Veelvouden

Je ziet hierboven dat er allerlei soorten getallen zijn: de veelvouden 2, 3, ...

a Hoe noem je de veelvouden van 2?

b Zet de natuurlijke getallen vanaf 0 tot en met 99 op een rij en streep alle veelvouden van 2 weg maar 2 zelf niet. Welke getallen houd je over?

c Streep nu de veelvouden van 3 ook weg maar 3 zelf niet. Hoeveel getallen houd je nu over?

d Waarom is het weinig werk om nu de veelvouden van 4 weg te strepen?

e Streep nu de veelvouden van 5 (behalve 5) weg. Daarna die van 7 (behalve 7) en zo steeds verder met het eerstvolgende getal dat nog niet is weggestreept. Wat houd je over?

f Elk natuurlijk getal is een priemgetal of een veelvoud van een priemgetal. Klopt die uitspraak?

Opgave 13: Perfecte getallen

Het getal 6 heeft behalve zichzelf nog drie andere delers, namelijk 1, 2 en 3. En als je die delers optelt, dan krijg je precies 6. Een getal met de eigenschap dat het gelijk is aan de som van zijn delers (behalve het getal zelf) heet een ‘perfect getal’. Perfecte getallen zijn behoorlijk zeldzaam, tot nu toe zijn er slechts 44 gevonden.

a Laat zien dat 28 het volgende perfecte getal is.

Perfecte getallen zijn moeilijk te vinden. Lang hebben wiskundigen gedacht dat ze allemaal de vorm $2^n \cdot (2^{n+1} - 1)$ zouden hebben.

b Ga na, dat dit klopt voor $n = 1$ en voor $n = 2$.

c Voor $n = 3$ krijg je geen perfect getal. Ga dat na.

d Maar voor $n = 4$ klopt het weer wel. Welk perfecte getal krijg je dan? Kun je er nog meer vinden?

1.8 Totaalbeeld

Samenvatten

Wanneer je een getal herhaaldelijk met zichzelf vermenigvuldigt, krijg je een macht van dit getal. Kwadraten zijn voorbeelden van machten. Wil je omgekeerd vanuit de macht van een getal het oorspronkelijke getal weer terugvinden dan moet je worteltrekken. Omdat je de bewerkingen machtsverheffen en worteltrekken in komende onderwerpen regelmatig zult tegenkomen, leer je er in dit onderwerp mee werken. Verder zul je machten van 10 gebruiken bij het weergeven van heel grote en heel kleine (dicht bij 0) getallen.

De volgende opgaven zijn bedoeld om overzicht over het onderwerp **Machten en wortels** te krijgen. Dit betreft de onderdelen 1, 2, 3, 4, 5, 6 en 7 van dit onderwerp. Het is nuttig om er een eigen samenvatting bij te maken.

Begrippen

- kwadraat — kwadrateren
- wortel — worteltrekken
- term en factor — gelijksoortige termen
- macht, grondtal en exponent — machtsverheffen — derdemachtswortel
- rekenvolgorde
- wetenschappelijke notatie
- soorten getallen — natuurlijke getallen — gehele getallen — rationale getallen — reële getallen

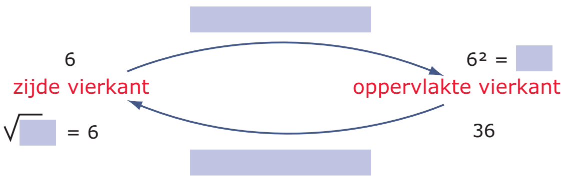
Activiteiten

- kwadrateren en werken met kwadraten;
- terugrekenen vanuit kwadraten, worteltrekken;
- rekenen met wortels — gelijksoortige termen samennemen;
- werken met hogere machten dan bij kwadrateren — derdemachtswortels uitrekenen;
- de uitgebreide voorrangsregels voor het rekenen ook met machtsverheffen en worteltrekken;
- hele grote getallen en getallen dicht bij 0 schrijven en de wetenschappelijke notatie en omgekeerd;
- soorten getallen herkennen — breuken exact als decimaal getal schrijven;

Opgave 1

Kwadrateren en worteltrekken hangen met elkaar samen.

a Maak dat duidelijk in een begrippennet zoals dit. Vul het volledig in.



b De meeste wortels kun je alleen benaderen. Geef een voorbeeld van zo'n wortel met de bijbehorende benadering in twee decimalen nauwkeurig.

Opgave 2

Met wortels kun je in veel gevallen rekenen zonder ze te benaderen.

a Maak met twee voorbeelden duidelijk hoe je gelijksoortige wortels kunt optellen en aftrekken.

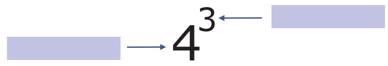
b Maak met twee voorbeelden duidelijk hoe je wortels kunt vermenigvuldigen en delen.

c Soms kun je wortels die op het eerste gezicht niet gelijksoortig zijn toch gelijksoortig maken en optellen of aftrekken. Geef een voorbeeld.

Opgave 3

Hier zie je een macht.

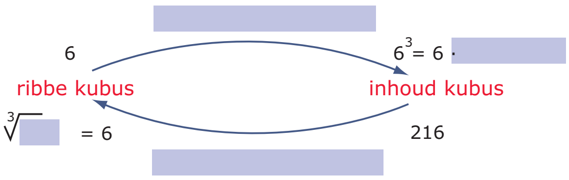
Zet de begrippen ‘grondtal’ en ‘exponent’ in de figuur.



Opgave 4

Derde machten en derdemachtswortels hangen met elkaar samen.

a Maak dat duidelijk in een begrippennet zoals dit. Vul het volledig in.



b De meeste derdemachtswortels kun je alleen benaderen. Geef een voorbeeld van zo'n wortel met de bijbehorende benadering in twee decimalen nauwkeurig.

Opgave 5

Je hebt nu machtsverheffen en worteltrekken aan de mogelijke bewerkingen toegevoegd.

a Machten met hetzelfde grondtal kun je vermenigvuldigen en delen door de exponenten op te tellen respectievelijk af te trekken. Geef daarvan voorbeelden.

b Wat doe je met de exponenten bij machten van machten? Geef een voorbeeld.

c Geef een voorbeeld van rekenen met wortels en machten waaruit de voorrangsregels duidelijk worden.

Opgave 6

Schrijf de getallen 12000000000 en $0,0000000035$ in de wetenschappelijke notatie.

Opgave 7

Welke soorten getallen zijn er? Maak een beknopt overzicht.

Toepassen

Opgave 8: Wortels benaderen

Voor het benaderen van wortels bestaan verschillende technieken. Deze gaat vrij snel:

- Stap 1: Doe een gok.
- Stap 2: Deel het getal waarvan je de wortel wilt benaderen door je gok.
- Stap 3: Bereken het gemiddelde van het getal dat je bij stap 2 hebt gevonden en je gok.

Je hebt nu een nieuwe gok en daarmee herhaal je de stappen 2 en 3 tot je de gewenste benadering hebt gevonden.

a Probeer deze techniek uit en laat zien dat $\sqrt{12} \approx 3{,}644$ in drie decimalen nauwkeurig.

b Benader op dezelfde manier $\sqrt{40}$ in drie decimalen nauwkeurig.

c Geef een verklaring voor deze methode met behulp de oppervlakte van rechthoeken.

Begrippen

- formule — uitdrukking herleiden — variabele — factor van een vermenigvuldiging — term van een optelling — gelijksoortige termen
- macht, machtsverheffen — kwadraat, tweede macht
- vergelijking (met één variabele) — rekenschema — terugrekenschema, inverse bewerkingen
- balansmethode
- haakjes wegwerken

Activiteiten

- uitdrukkingen (in formules) herleiden door factoren te vermenigvuldigen en gelijksoortige termen samen te nemen;
- uitdrukkingen (in formules) herleiden door factoren te vermenigvuldigen en daarbij machten te gebruiken en gelijksoortige termen samen te nemen;
- rekenschema's gebruiken om vergelijkingen op te lossen waarin de variabele één keer voor komt;
- de balansmethode gebruiken om vergelijkingen op te lossen;
- uitdrukkingen herleiden door haakjes weg te werken;

Omrekenformules

Domein

Grafieken en formules

Hoofdstuk

Werken met variabelen

Inhoud

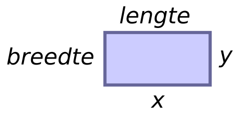
2.1 Rekenen met variabelen 84
2.2 Variabelen en machten 96
2.3 Rekenschema's 107
2.4 Balansmethode 120
2.5 Haakjes in formules 137
2.6 Totaalbeeld 156

2

2.1 Rekenen met variabelen

Verkennen

Opgave V1



Je ziet hier een rechthoek met een lengte van x en een breedte van y.
Zo'n rechthoek heeft een omtrek P (van ‘periferie’).
Voor de omtrek geldt: $P = x + y + x + y$.

a Iemand schrijft dit als $P = 2 \cdot x + 2 \cdot y$. Klopt dat ook?

b Hoe kun je deze tweede formule uit de eerste afleiden? Welke rekentechnieken met variabelen pas je toe?

c Kun je een nog kortere formule voor de omtrek maken?

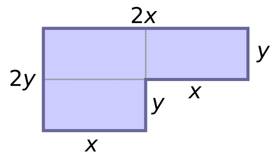
De rechthoek heeft een een oppervlakte A (van "area", het Engelse woord voor oppervlakte).

d Welke formule voor de oppervlakte kun je opschrijven?

Theorie

Opgave 1

Je ziet een figuur die uit drie rechthoeken bestaat. De lengte van elke rechthoek is x en de breedte y.



a Welke formule geldt voor de omtrek P van de rechthoek? Schrijf de formule zo kort mogelijk op.

b Moet je ook nog iets afspreken over de gebruikte eenheden van de verschillende variabelen in de formule?

Opgave 2

Herleid indien mogelijk.

a $4a + 2a$

b $3d + 2t$

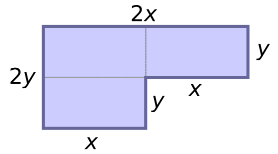
c $a + a + 3a$

d $-2a + 3b + 4a + 7b$

e $2b + 3a + b + -2a + b$

Opgave 3

Je ziet een figuur die uit drie rechthoeken bestaat. De lengte van elke rechthoek is x en de breedte y.



a Welke formule geldt voor de oppervlakte A van de rechthoek? Schrijf de formule zo kort mogelijk op.

b Je kunt die oppervlakte ook berekenen door van een rechthoek van $2x$ bij $3y$ een rechthoek van x bij y af te trekken. Laat zien, dat je dan toch dezelfde formule voor de oppervlakte krijgt.

c Moet je ook nog iets afspreken over de gebruikte eenheden van de verschillende variabelen in de formule?

Opgave 4

Waarom kun je $5xy + 2xy$ wel herleiden en $5xy + 2x$ niet?
Maak bij je uitleg ook gebruik van rechthoeken.

Opgave 5

Herleid indien mogelijk.

a $4ab + 2ab$

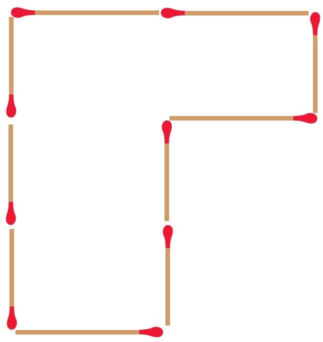
b $3pq + 22$

c $ab + 5ab - 2ab$

d $-2ab + 3ba + 4ab + 7ba$

e $2pq + 3q + pq + -2q + p$

Opgave 6



Van lange en korte lucifers is een figuur gelegd die uit gelijke rechthoeken bestaat. Noem de lengte van de korte lucifer k en die van de langere lucifer l.

a Stel een formule op voor de omtrek van de figuur en herleid die zo ver mogelijk.

b Geef een zo kort mogelijke formule voor de oppervlakte A van de figuur.

c Leg aan de hand van de figuur uit, dat $2l \cdot 3k - l \cdot 2k = 4kl$.

Opgave 7

Herleid de volgende uitdrukkingen indien mogelijk.

a $4p + 5q + 8p - 4q + q$

b $4p + 2q + 8p - 4q + r$

c $5p \cdot 3q + q \cdot 2p - 3p \cdot 2q$

d $5p \cdot 3r + q \cdot 2p - 3p \cdot 2q$

Opgave 8

Maak zoals in **Voorbeeld 2** de volgende formules. Bepaal daarna de kortste routes van begin- naar eindpunt. Schrijf de kortste formule op.

a $a + 2b + 3a + b - 2a$

b $3b - 4a - 5b + 5a$

c $-3a + b + 5a - 4b + a$

d $5a + 3b - 2a - 3b - 3a$

Opgave 9

Schrijf zo eenvoudig mogelijk.

a $2a + 4b - a + 3a - 2b$

b $4a - 2a + 3b + a$

c $5p - 3p + 2q + p - 6p$

d $p - 5q + p + q + 2r$

Opgave 10

Bekijk in **Voorbeeld 3** dat je een formule beter eerst kunt herleiden voordat je er waarden in gaat invullen.

Bereken de waarde van W als $p = 15$ en $q = -5$ in de volgende gevallen.

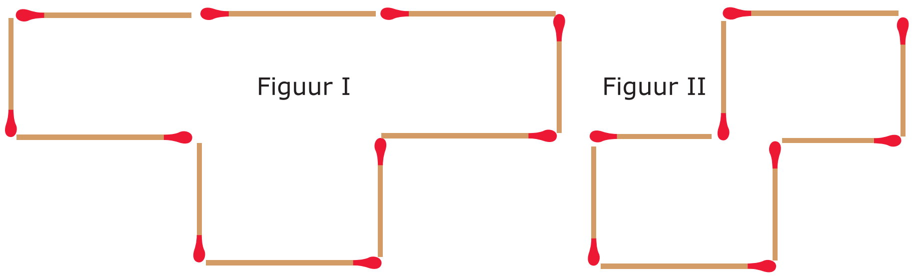
a $W_1 = pq - p + 3pq + 6p$

b $W_1 = 5p - 4q + 12pq - 3p - 5pq$

Verwerken

Opgave 11

Schrijf bij de twee rechthoekige luciferfiguren zo eenvoudig mogelijke formules voor de omtrek P en de oppervlakte A. De lengte van de korte lucifer is p en die van de lange is r.



Opgave 12

Herleid.

a $4p + 6q - 3p + 12q$

b $-3p - 4p + 12q + 11p$

c $15a + 3b - 12a + b - a$

d $x \cdot 5 + 4y - 4x$

e $p + 4q + 2p - 2q$

f $3a + 4b - 6a + 8c$

Opgave 13

Herleid.

a $2bl + l + bl + 4l + 3bl$

b $3kl + 2kl + l + 4l - kl$

c $150a - 12b \cdot 10a + 22a + 3 + 55ab$

d $-m + 8 + 4 + 9m$

Opgave 14

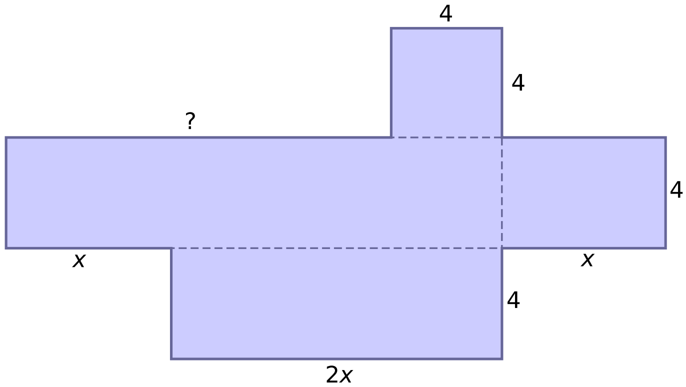
Neem $p = 5$ en $q = -3$ en bereken R.

a $R = 12p - 5q + pq - 6p + 5pq$

b $R = 13p \cdot -2q - 2pq$

Opgave 15

Deze figuur heeft alleen rechte hoeken.



a Hoe groot is de lengte van het lijnstuk bij het vraagteken?

b Geef een zo kort mogelijke formule voor de omtrek P van de figuur.

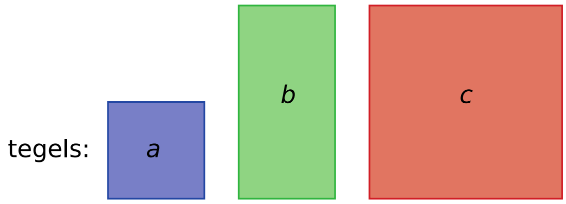
c Geef een zo kort mogelijke formule voor de oppervlakte A van de figuur.

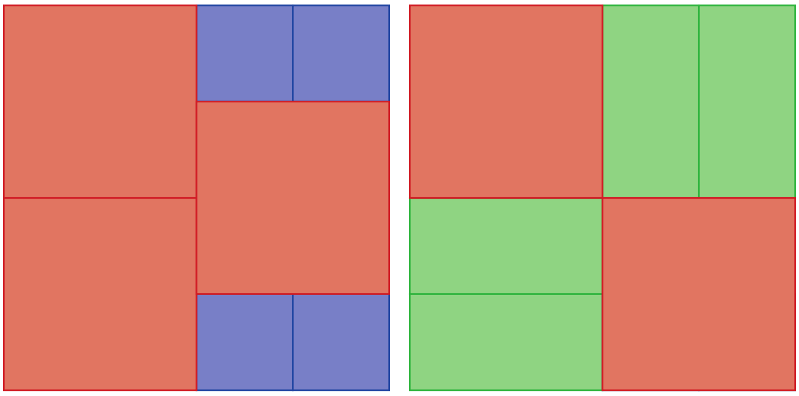
d Neem $x = 6$ cm. Hoe groot zijn dan de omtrek en de oppervlakte van de figuur?

Toepassen

Opgave 16: Tegelpatronen

Een tuindersbedrijf maakt tegelpatronen voor terrassen. Daarvoor gebruiken ze drie typen tegels. De oppervlakte van tegel 1 is a, van tegel 2 b en van tegel 3 c. In de figuren zie je twee tegelpatronen die het bedrijf maakt.





patroon 1 patroon 2

a Maak een formule voor oppervlakte A van tegelpatroon 1 en tegelpatroon 2.

Om het werk te versnellen, maakt het bedrijf grotere tegelpatronen door samenstellingen te maken van patroon 1 en patroon 2. Een samenstelling ziet er als volgt uit:

patroon 1	patroon 2	patroon 1
patroon 2	patroon 1	patroon 2
patroon 1	patroon 2	patroon 1

b Maak een formule voor de oppervlakte van dit samengestelde tegelpatroon.

De tegel met oppervlakte a kost € 5, die met oppervlakte b kost € 8 en die met oppervlakte c kost € 12.

c Hoeveel kost dit samengestelde tegelpatroon?

Practicum

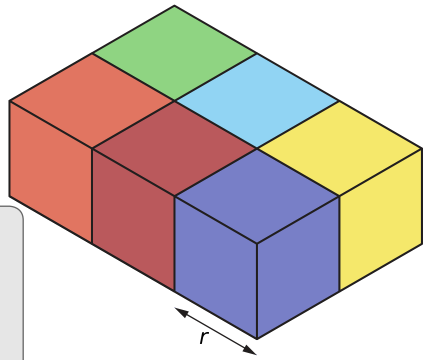
Met *Algebra***KIT** kun je oefenen met **rekenen met variabelen**. Je kunt telkens een nieuwe opgave oproepen. Je maakt elke opgave zelf op papier.
Met 'Toon uitwerking' zie je het verder uitklapbare antwoord.
Met krijg je een nieuwe opgave.

AlgebraKIT

2.2 Variabelen en machten

Verkennen

Opgave V1



In de afbeelding zie je een balk die bestaat uit zes kubussen. Iedere kubus heeft zijden van r cm.

a Maak een formule waarbij je de inhoud van één kubus kunt berekenen. Noem de inhoud I en de zijden r.

b Maak nu een formule waarbij je de inhoud van de gehele balk berekent. Noem de inhoud weer I en gebruik r, de lengte van de zijden van een kubus.

c Ook de oppervlakte van de balk kun je uitdrukken in r. Hoe groot is de oppervlakte van elk zijvlak van zo'n kubus?

d Hoe groot is de oppervlakte van de bovenkant van de balk? En de voorkant? En de zijkant?

e Maak een berekening van de oppervlakte van de gehele balk, uitgedrukt in r. Vergeet niet de zijkanten mee te tellen die je niet ziet. Geef de oppervlakte van de balk aan met A.

Theorie

Opgave 1

Bekijk de balk in de **Uitleg**.

a Geef een zo kort mogelijke formule voor de oppervlakte A van de balk.

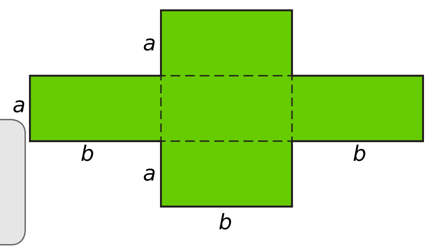
Je hebt een balk met een lengte van $6p$ een breedte van $4p$ en een hoogte van q.

b Geef een zo kort mogelijke formule voor de inhoud I van de balk.

c Geef een zo kort mogelijke formule voor de oppervlakte A van de balk.

Opgave 2

Stel een zo kort mogelijke formule op voor de omtrek P en de oppervlakte A van de figuur.



Opgave 3

Herleid.

a $3ab + 4ab$

b $2xy - 4yx + 7xy$

c $-3ab + 4a^2 - 2ab$

d $2x^2 + 5xy - x^2$

e $3x^2 \cdot 4x^2$

f $2x^2 \cdot 5x - x^3$

Opgave 4

Herleid.

a $P = 5p + 3p + 2q + p + 6q$

b $A = p^2 + 5pq + p^2 + qp$

Opgave 5

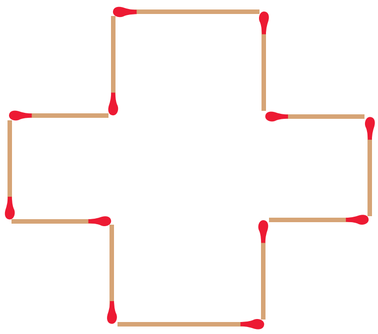
Bekijk de formule voor de figuur uit **Voorbeeld 1**.

a Leg uit hoe je aan de formule voor de oppervlakte kunt komen.

b Neem $p = 5$ en $q = 3$ en bereken de oppervlakte A. Controleer je antwoord met behulp van de figuur.

Opgave 6

Bekijk de luciferfiguur. Neem aan dat alle hoeken recht zijn. Noem de lengte van de korte lucifer k en die van de langere lucifer boven en onder l. Alleen de onderste en de bovenste lucifer zijn lang.



a Geef een zo kort mogelijke formule voor de oppervlakte A van de figuur.

en, dus

b Bereken A als $k = 3$ cm en $l = 4$ cm met behulp van je formule.

Opgave 7

Herleid of schrijf: ‘Kan niet korter.’.

a $ab + ba$

b $3a - 2a^2$

c $4a + a^2 - 2a$

d $a + 4ab$

e $a^2 - 2a^2 - ab + 3a$

Opgave 8

Herleid.

a $3x \cdot 4x^2$

b $-2x^2 + 3x \cdot x + 5x$

c $(-z)^3 \cdot -5z^2$

d $b^2 \cdot b^3 \cdot b$

Opgave 9

Herleid.

a $4p + 6q - 3p + 12q$

b $-3p - 4p + 12q + 11p$

c $15a + 3b - 12a + b - a$

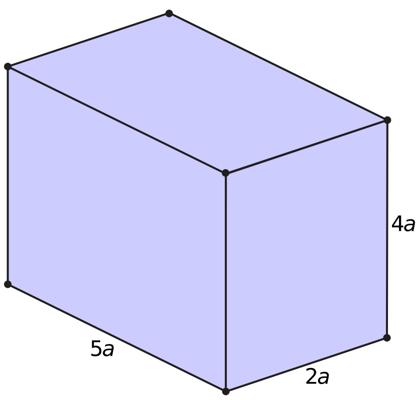
d $x \cdot 5 + 4y - 4x$

e $x \cdot x + 4x + 2x \cdot x - 2x$

f $3u \cdot v - 2v \cdot u + u$

Opgave 10

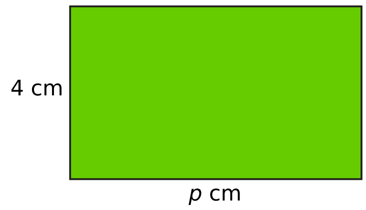
Stel formules op voor de inhoud I en de oppervlakte A van de balk.



Verwerken

Opgave 11

Van een rechthoek is de lengte p en de breedte 4.



a Geef de formule voor de oppervlakte A van deze rechthoek.

b Hoe groot is A als $p = 3$?

Opgave 12

Herleid.

a $ab + 2ab$

b $10xy - 7xy$

c $nm + nm + 2nm$

d $5df - 10df + 7df$

Opgave 13

Herleid.

a $5a \cdot 4a^2$

b $-3p \cdot 2p$

c $3x^4 \cdot 4x^2$

d $g^2 \cdot 2g \cdot 3g$

Opgave 14

Herleid. Als je het niet korter kunt schrijven, neem je de uitdrukking over.

a $pt + 3tp - 5p$

b $x^2 + x^2$

c $v^2 + 3v$

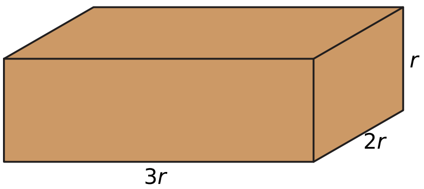
d $4u^2 - 2u^2$

e $8z^4 \cdot (-z)^2$

f $8x - 8 \cdot x \cdot (-2x) - 16x^2$

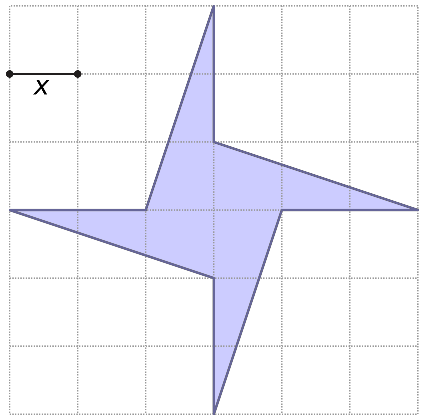
Opgave 15

Stel een formule op voor de inhoud I en de oppervlakte A van deze balk.



Opgave 16

Je ziet een windmolenfiguur. De figuur wordt gevormd door de vier wieken die aan een windmolen zitten. Druk de oppervlakte van de windmolenfiguur uit in x.



Toepassen

Een fabrikant wil zijn hagelslag verpakken in doosjes met een vierkante bodem.
Voor een doosje gebruikt hij 800 cm^2 karton.
Ga ervan uit dat een doosje precies de vorm van een balk heeft.

De hoogte van zo'n doosje wordt aangegeven met h en de zijde van het grondvlak met x, beide in cm.
Voor het verband tussen h en x geldt de formule: $4xh + 2x^2 = 800$.

Opgave 17

Bekijk hierboven de beschrijving van een bepaald type verpakkingsdoosje.

a Leid zelf de formule die in de tekst wordt gegeven af.

b De verpakkingsmachine laat een maximale breedte van 8 cm toe.
Bepaal de waarde van h bij $x = 8$.

Opgave 18

Bekijk de oppervlakteformule van het doosje hagelslag nog eens.

a Welke formule kun je opstellen voor de inhoud I van het doosje?

b Hoeveel cm^3 hagelslag gaat er in het doosje met de maximale breedte van 8 cm?

Practicum

Met *Algebra***KIT** kun je oefenen met **rekenen met variabelen en machten**. Je kunt telkens een nieuwe opgave oproepen. Je maakt elke opgave zelf op papier.
Met ‘Toon uitwerking’ zie je het verder uitklapbare antwoord.
Met ⟲ krijg je een nieuwe opgave.

AlgebraKIT

2.3 Rekenschema's

Verkennen

Opgave V1

Niet overal in Europa wordt de euro als munteenheid gebruikt. In Denemarken bijvoorbeeld is de munteenheid de Deense kroon (DKK). Een Deense kroon is ongeveer € 0,13.

a Het omrekenen van DKK naar euro kun je schematisch zo weergeven. Welk getal moet er op de stippeltjes staan?

b Teken zelf het schema dat hoort bij het terugrekenen van euro naar DKK.

c Geef de formule van aantal DKK naar aantal euro. Neem voor aantal DKK de letter d en voor aantal euro de letter e.

d Geef de formule van aantal euro naar aantal DKK. Neem voor aantal DKK de letter d en voor aantal euro de letter e.

Theorie

Opgave 1

Ga uit van de formule uit de **Uitleg**: $K = 150 + 0{,}075a$.
De maandelijkse huurkosten van de kopieermachine zijn: € 150,00.

a Hoeveel bedragen de kosten per kopie als je de maandelijkse huur buiten beschouwing laat?

b Bereken de maandelijkse kosten als er 15000 kopieën per maand worden gemaakt.

c Gebruik het terugrekenschema. Reken uit bij welk aantal kopieën de maandelijks kosten € 2287,50 bedragen.

Opgave 2

De formule voor de aanschaf van Deense kronen bij een bepaalde bank is: $e = 0{,}14d + 5$.
Daarin is d het aantal DKK en e het aantal euro dat ervoor moet worden betaald.

a Hoeveel euro kost 500 DKK bij deze bank?

b Maak bij deze formule een rekenschema en een terugrekenschema.

c Jean koopt voor € 100,00 Deense kronen.
Welke vergelijking hoort daarbij?

d Geef het terugrekenschema bij de vergelijking.

e Los de vergelijking op met het terugrekenschema.

Opgave 3

Bekijk in **Voorbeeld 1** de eerste formule.

a Bereken met behulp van het rekenschema de waarde van K als $q = 250$.

b Maak het bijpassende terugrekenschema.

c Los op: $6000 + 20 \cdot q = 9920$.

d Schrijf met behulp van het terugrekenschema de vergelijking in de vorm $q = ...$

Opgave 4

Bekijk in **Voorbeeld 1** de tweede formule.

a Bereken met behulp van het rekenschema de waarde van L als $t = 10$.

b Maak het bijpassende terugrekenschema.

c Los op: $50 - 1{,}5 \cdot t = 5$.

d Schrijf met behulp van het terugrekenschema de vergelijking in de vorm $t = ...$

Opgave 5

Bekijk in **Voorbeeld 1** de derde formule.

a Bereken met behulp van de formule de waarde van M als $q = 250$.

b Hoe kun je aan je berekening bij a zien dat een rekenschema maken bij deze formule niet goed mogelijk is.

c Hoe kun je een vergelijking als $\frac{6000+20q}{q} = 4$ oplossen?

Opgave 6

In **Voorbeeld 2** zie je dat bij elk rekenschema een formule te maken is door met de invoer-variabele de rekenstappen uit te voeren.

a Schrijf een formule op bij het rekenschema waarin a het aantal gewerkte uren en K de kosten in euro zijn.

$$a \longrightarrow \boxed{\cdot 15} \longrightarrow \dots \longrightarrow \boxed{+ 45} \longrightarrow K$$

b Schrijf een formule op bij het rekenschema waarin A de vloeroppervlakte en K de schoon-maakkosten in euro zijn.

$$A \longrightarrow \boxed{- 8} \longrightarrow \dots \longrightarrow \boxed{\cdot 3} \longrightarrow K$$

Opgave 7

Voor een toets kun je maximaal 36 punten halen. De docent berekent bij deze toets het cijfer door bij het behaalde aantal punten vier op te tellen en dan de uitkomst daarvan te delen door vier.

a Stel het behaalde aantal punten voor door p en het cijfer door c.
Geef de rekenwijze van de docent door een rekenschema te maken.

b Stel een bijpassende formule op.

c Hoeveel punten moet je halen voor een $7{,}5$?
Gebruik een terugrekenschema.

Verwerken

Opgave 8

Als je naar de Verenigde Staten gaat, is het verstandig om vooraf wat Amerikaanse dollars te kopen. Dat kan bij een bank, maar dan betaal je wel provisie.
Een bank rekent met de formule: $e = 0{,}75d + 4{,}5$.
Hierin is d het aantal Amerikaanse dollars en e het aantal euro dat je ervoor moet betalen.

a Hoeveel provisie betaal je bij deze bank?

b Maak een rekenschema bij deze formule. Geef ook het terugrekenschema.

c Hoeveel moet je betalen voor 1250 Amerikaanse dollars?

d Hoeveel Amerikaanse dollars krijg je voor 500 euro?

Opgave 9

Er is een verband tussen de lengte (cm) van je voet en je schoenmaat: “Vermenigvuldig de lengte van je voet met 1,5 en tel daar 2 bij op.” Neem voor je voetlengte L en de schoenmaat S.

a Geef dit verband met een rekenschema.

b Geef het terugrekenschema.

c Stel een formule op bij het verband tussen L en S.

d Een voet is 26 cm lang. Bereken de schoenmaat.

e Welke vergelijking hoort er bij de vraag: “Bij welke voetlengte heb je een schoenmaat van 36,5?”

f Los deze vergelijking op door terug te rekenen. Bepaal de bijbehorende exacte voetlengte.

Opgave 10

Amerikanen geven de temperatuur weer in graden Fahrenheit (°F) terwijl wij in West-Europa graden Celsius (°C) gebruiken. Als F het aantal °F en C het aantal °C voorstelt, dan geldt: $C = \frac{5F-160}{9}$.

a Het is 59 °F. Wat is de temperatuur in °C? Rond af op een gehele graad.

b Je wilt uitrekenen hoeveel °F overeenkomt met 25 °C. Welke vergelijking los je op?

c Los de vergelijking bij b op. Rond af op een gehele graad.

d Water kookt bij 100 °C. Bereken bij welke temperatuur water kookt in °F. Rond af op een gehele graad.

e Maak bij ditzelfde verband een formule van de vorm $F = ...$

Opgave 11

Een docente Engels heeft een overhoring ‘woordjes’ gegeven. De leerlingen moeten van 36 Engelse woorden de Nederlandse vertaling geven. De docente rekent ‘vier fouten per punt’.

a Bram heeft veertien fouten. Welk cijfer krijgt Bram?

b Met welke formule wordt het cijfer c berekend als het aantal fouten f bekend is?

c Inge had een $5{,}5$ voor de overhoring. Welke vergelijking moet je oplossen om uit te rekenen hoeveel fouten ze had? Los die vergelijking op.

Opgave 12

Voor een proefwerk wiskunde kun je maximaal 51 punten krijgen. Het cijfer wordt berekend met de formule: $c = \frac{p}{51} \cdot 9 + 1$

De c staat voor het cijfer en de p voor het aantal punten.

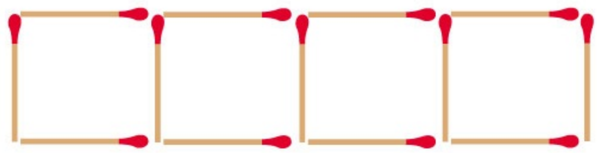
a Welk cijfer heb je als je 33 punten hebt behaald? Rond af op één decimaal.

b Maak een terugrekenschema bij deze formule.

c Jan Willem had een $6{,}5$ voor het proefwerk. Welke vergelijking los je op om uit te rekenen hoeveel punten hij had? Los die vergelijking op. Rond af op gehele punten.

d Welke formule hoort bij het terugrekenschema?

Opgave 13



Met lucifers kun je vierkanten op een rij maken. Kijk maar eens naar de figuur.

a Hoeveel vierkanten zie je in de figuur? Hoeveel lucifers waren er voor nodig?

b Bedenk hoe het aantal lucifers L afhangt van het aantal vierkanten v dat je zo op een rij legt. Stel een formule op voor L afhankelijk van v.

c Welke vergelijking moet je oplossen om uit te rekenen hoeveel vierkanten je kunt maken met 100 lucifers? Los die vergelijking op.

, dus 33 vierkan-

Toepassen

Opgave 14: Reisverzekering

Wanneer je op reis gaat, kun je een reisverzekering afsluiten. Daarvoor betaal je de verzekeringsmaatschappij een bepaalde startpremie. Bij DALIV betaal je een eenmalige afsluitprovisie en daarnaast een vast bedrag per dag. De tabel laat enkele premies zien.

reistijd (dagen)	5	10	15	20
premie (euro)	17,50	30,00	42,50	55,00

a Tussen welke 2 variabelen geeft de tabel het verband weer? Kies voor elk van die variabelen een letter.

b Hoeveel bedraagt de premie als je een reisverzekering voor 25 dagen wilt afsluiten?

c Stel een rekenschema op bij dit verband en bereken daarmee de premiekosten bij 12 dagen.

d Hoeveel dagen ben je verzekerd als je in totaal € 45,00 betaald?

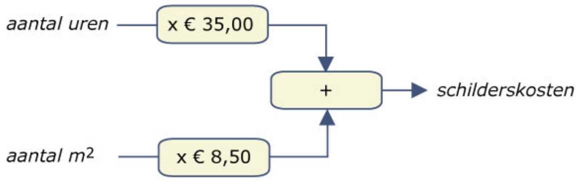
e Met welke formule kun je het aantal dagen d berekenen als je het totaal bedrag e weet?

Opgave 15: Schildersbedrijf

De firma Raaimakers is een schildersbedrijf. De kosten voor het schilderen van een huis worden bepaald door:

- de tijd (h) die de schilders bezig zijn.
- de grootte van de te schilderen oppervlakte (m^2).

De schilderkosten kun je berekenen met het schema:



a Voor het schilderen van de woonkamer en de keuken van het huis van de familie Willemsen wordt achttien uur uitgetrokken. De te schilderen oppervlakte is ongeveer 48 m^2.
Wat zijn de schilderkosten?

b De schilderkosten voor een oppervlakte van 68 m^2 zijn € 1120,50.
Hoelang zijn de schilders bezig geweest?

c Een andere schilderklus kostte € 973,00. Voor het schilderen is een tijd van $12{,}5$ uur berekend.
Welke oppervlakte moest er worden geschilderd?

2.4 Balansmethode

Verkennen

Opgave V1

Iemand heeft 9 precies gelijke dukaten. Op een balans houden 2 van die dukaten en 12 gewichten van 100 gram aan de éne kant de 7 andere dukaten, 8 gewichten van 100 gram en 6 gewichten van 10 gram aan de andere kant precies in evenwicht.

Hoe zwaar zijn die munten?

Opgave V2

Bedenk een getal zonder het me te vertellen. Vermenigvuldig het getal met 4 en tel bij het antwoord 20 op. Trek hiervan twee keer het getal af en neem de helft van wat je nu hebt gevonden.
Als je me nu de uitkomst van deze berekening vertelt, weet ik het getal dat je had bedacht.

Hoe kan dat? Geef een duidelijke uitleg, probeer het eerst maar een paar keer.

Theorie

Opgave 1

Bekijk de **Uitleg**. Je ziet hoe je een vergelijking kunt oplossen met de balansmethode.

a In **Opgave 1** ging het over dukaten. Ga na dat bij de puzzel de vergelijking $7g + 860 = 2g + 1200$ past. Hierin is g het aantal gram dat een dukaat weegt.

b Deze vergelijking kun je oplossen met behulp van de balansmethode. Hoeveel gram kun je aan beide kanten weghalen zonder het evenwicht te verstoren? Welke vergelijking krijg je dan?

c Hoeveel munten kun je aan beide zijden weghalen zonder het evenwicht te verstoren? Welke vergelijking krijg je dan? Hoe kun je nu berekenen hoe zwaar elke dukaat is?

d Hoe kun je nu de vergelijking oplossen en berekenen hoe zwaar elke dukaat is?

e Waarom kun je deze vergelijking niet oplossen door terugrekenen?

Opgave 2

Los de volgende vergelijkingen op met de balansmethode.

a $7 \cdot g + 2 = 3 \cdot g + 8$

b $6g + 2100 = 10g + 1500$

Opgave 3

Bij de vergelijking $6g - 20 = 4g + 4$ kun je je maar moeizaam een balans voorstellen vanwege het minteken. Toch kun je ook nu de balansmethode toepassen.

a Hoeveel keer g kun je aan beide zijden aftrekken? Welke vergelijking krijg je dan?

b Tel nu aan beide zijden 20 op. Welke vergelijking krijg je?

c Bereken nu g.

Opgave 4

Bekijk in **Voorbeeld 1** hoe je de balansmethode gebruikt om een vergelijking op te lossen. Los nu zelf op deze manier de volgende vergelijkingen op.

a $7 \cdot g + 6 = 5 \cdot g + 15$

b $8 \cdot g - 15 = 5 \cdot g + 21$

c $8 \cdot g - 15 = 5 \cdot g$

d $12 - 4 \cdot g = 6 \cdot g + 2$

Opgave 5

Je ziet hier hoe een vergelijking wordt opgelost.

a Schrijf bij elke stap op wat er is gebeurd.

$$\begin{aligned} 5g+12 &= 3g+7 \\ 2g+12 &= 7 \\ 2g &= \text{-}5 \\ g &= \text{-}2{,}5 \end{aligned}$$

b Schrijf bij elke stap op wat er is gebeurd.

$$\begin{aligned} 6g-8 &= 10g+12 \\ 6g &= 10g+20 \\ \text{-}4g &= 20 \\ g &= \text{-}5 \end{aligned}$$

Opgave 6

Bekijk in **Voorbeeld 2** hoe je om een vergelijking op te lossen eerst de uitdrukkingen aan beide zijden van het isgelijkteken korter te schrijven. Los nu zelf op deze manier de volgende vergelijkingen op.

a $2g + 15 + 6g = 5 + 3g - 20$

b $6 + 8g/2 = 4 - 5g + 12 + g$

c $26 - a - 4a = 8a$

d $x + 6 - 0{,}5x = 3{,}4 + 0{,}1x$

Opgave 7

In **Opgave 2** trof je een getallenraadsel aan. Je speelt dit spel met een medeleerling en krijgt als uitkomst het getal 19.

a Ga na dat je om het getal g te weten te komen de vergelijking $(4g + 20 - 2g)/2 = 19$ moet oplossen.

b Deze vergelijking kun je zo niet uit het hoofd oplossen. Maar hoe kun je de uitdrukking aan de linker zijde van het isgelijkteken eenvoudiger schrijven? Welke vergelijking krijg je dan?

c Welk getal had je medeleerling in gedachten?

Opgave 8

Bekijk in **Voorbeeld 3** hoe je een vergelijking met breuken kunt oplossen met de balansmethode.

a Waarom wordt in de eerste stap aan beide zijden met 12 vermenigvuldigd?

b De tweede en de derde stap had je ook wel kunnen omwisselen. Laat zien hoe de oplossing er dan uit ziet.

Opgave 9

Los de volgende vergelijkingen op.

a $\frac{2}{7}x + 4 = 3 - \frac{1}{2}x$

b $\frac{5-x}{3} = \frac{1}{4}x$

c $\frac{1}{3}p + \frac{1}{4}p = p - \frac{5}{6}$

Opgave 10

Oefen het oplossen van vergelijkingen met de balansmethode via het **Practicum**.

Je oefent jezelf met behulp van AlgebraKIT. Blijf oefenen tot je vrijwel geen fouten meer maakt.

Verwerken

Opgave 11

Los de volgende vergelijkingen op. Gebruik waar nodig de balansmethode, maar terugrekenen mag natuurlijk ook.

a $12g + 3 = 7g + 18$

b $10 + 6g = 2 + 8g$

c $12 - 4g = 36 + 2g$

d $5g = g + 8$

e $5200 + 15g = 600$

f $-6g + 55 = 4g - 25$

g $3 - g = 6 + 2g$

h $-g + 7 = 4g - 11$

i $320 + 0{,}5g = 950 - 1{,}25g$

j $17 = 4 - 11g$

Opgave 12

Op school staat een kopieermachine. Leerlingen mogen daar voor 10 cent per kopie gebruik van maken.
De school huurt deze machine voor € 150,00 per maand en elke kopie kost de school 7,5 cent.

De vraag is: "Vanaf welk aantal kopieën per maand zijn de kosten voor het gebruiken van deze kopieermachine even groot als de inkomsten?".

a Leg uit dat deze vraag kan worden vertaald naar de vergelijking $150 + 0{,}075 \cdot a = 0{,}10 \cdot a$. Hierin is a het aantal kopieën per maand.

b Los deze vergelijking op met de balansmethode.

c Wat is nu het antwoord op de gestelde vraag?

Opgave 13

Bij het opbranden van een kaars hoort de formule $L = 20 - 1{,}5 \cdot t$, waarin L de lengte in cm en t de brandtijd in uren is.

a Welke vergelijking hoort er bij de vraag: "Na hoeveel uur is deze kaars nog 5 cm lang?"

b Waarom kun je deze vergelijking zowel met de balansmethode als door terugrekenen oplossen?

c Wat is het antwoord op de gestelde vraag?

Opgave 14

Bij het opbranden van een kaars hoort de formule $L = 20 - 1{,}5 \cdot t$, waarin L de lengte in cm en t de brandtijd in uren is.
Voor een tweede kaars geldt dat hij bij aansteken 30 cm lang is en elk uur $3{,}25$ cm korter wordt als hij opbrandt. Beide kaarsen worden tegelijkertijd aangestoken.

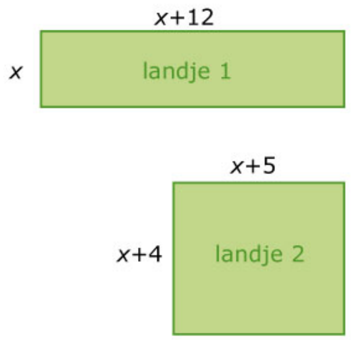
a Welke vergelijking hoort er bij de vraag: “Na hoeveel uur zijn beide kaarsen even lang?”

b Waarom kun je deze vergelijking alleen met de balansmethode oplossen?

c Wat is het antwoord op de gestelde vraag? Geef je antwoord in één decimaal nauwkeurig.

Opgave 15

De twee figuren hieronder hebben niet altijd dezelfde omtrek. Hoeveel moet je voor x nemen als deze figuren dezelfde omtrek moeten hebben?



Opgave 16

Los de volgende vergelijkingen op.

a $4 - \frac{1}{3}x = \frac{1}{9} + \frac{5}{6}x$

b $0{,}1x + 2{,}5 - 1{,}3x = x - 5{,}4$

c $\frac{1}{5}x - \frac{1}{2} = \frac{x-3}{10} + 0{,}2x$

d $40 - \frac{1}{2}x + 10 = x - 20 + \frac{1}{2}x$

Toepassen

Opgave 17: Leeftijdspuzzels

Een puzzel zoals deze kun je met behulp van een vergelijking oplossen.
Probeer maar...

“Achmed en José zijn samen 38 jaar. Achmed was 5 jaar geleden 2 keer zo oud als José nu. Hoe oud zijn ze elk?”

a Neem eens aan dat José x jaar oud is. Hoe oud is Achmed dan?

b Welke vergelijking kun je nu opstellen om de puzzel op te lossen?

c Los de gevonden vergelijking op en geef beider leeftijden.

Hier zie je nog zo'n puzzel. “Siomara is 24 jaar oud. Ito is jonger. Toen hij 12 jaar oud was, was Siomara zo oud als Ito nu is.
Hoe oud is Ito?”

d Los deze puzzel op.

Opgave 18: Break-even-point

Een **break-even-point** is in de economie het punt waarin de opbrengst R gelijk is aan de totale kosten K.
Voor het aantal liters ActivExtra x dat per maand wordt verkocht geldt: $R = 1{,}15 \cdot x$.
Ook het aantal maandelijks geproduceerde liters is x liter en er geldt: $K = 25000 + 0{,}80 \cdot x$.
Maak je een grafiek van R en een grafiek van K in één figuur, dan is het break-even-point het snijpunt van beide.

a Met welke vergelijking kun je dat snijpunt berekenen?

b Los deze vergelijking op met de balansmethode.

c Vanaf welk aantal liter gaat de firma die ActivExtra produceert hieraan winst maken?

Practicum

Met *Algebra***KIT** kun je oefenen met **vergelijkingen oplossen met de balansmethode**.
Je kunt telkens een nieuwe opgave oproepen. Je maakt elke opgave zelf op papier.
Met 'Toon uitwerking' zie je het verder uitklapbare antwoord.
Met ⟲ krijg je een nieuwe opgave.

AlgebraKIT

2.5 Haakjes in formules

Verkennen

Opgave V1

Je bepaalt je (Europese) schoenmaat s door de lengte van je voet v in cm te meten. Er geldt: $s = 1{,}5 \cdot (v + 2)$.

a Maak een bijpassend rekenschema. Waarom staan er haakjes in deze formule?

b Iemand beweert dat je je schoenmaat ook zo kunt uitrekenen: $s = 1{,}5 \cdot v + 3$. Klopt dat?

Opgave V2

Bedenk een getal zonder het me te vertellen. Vermenigvuldig het getal met 4 en tel bij het antwoord 20 op. Trek hiervan twee keer het getal af en neem de helft van wat je nu hebt gevonden.
Als je me de uitkomst van deze berekening vertelt, weet ik het getal dat je had bedacht.

Noem het getal g en de uitkomst u en stel een formule op voor u afhankelijk van g. Schrijf die formule daarna zo eenvoudig mogelijk.

Theorie

Opgave 1

Bekijk **Uitleg 1**. Je ziet hoe je haakjes kunt uitwerken.

a Leg uit hoe je aan de eerste figuur kunt zien dat $2 \cdot (p + 7) = 2 \cdot p + 14$.

b Teken een rechthoek van 3 en een lengte van $a + 8$ en laat zien hoe je $3 \cdot (a + 8)$ zonder haakjes kunt schrijven.

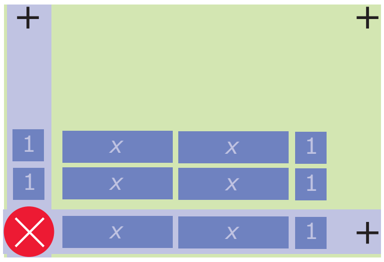
c Laat ook met behulp van rechthoeken zien hoe je $2 \cdot (x - 5)$ zonder haakjes kunt schrijven.

d Wat wordt $a(b + c)$ zonder haakjes?

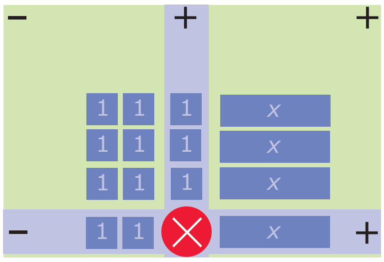
e Wat wordt -$a(b - c)$ zonder haakjes?

Opgave 2

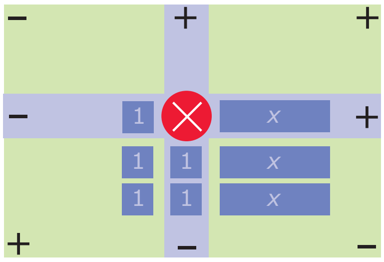
Je kunt het uitwerken van haakjes zichtbaar maken met figuren zoals deze.



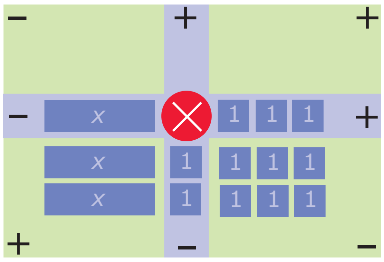
I



II



III



IV

a In figuur I wordt het uitwerken van de haakjes in de uitdrukking $2 \cdot (2x + 1)$ uitgebeeld. Hoe wordt deze uitdrukking zonder haakjes?

b In figuur II wordt het uitwerken van de haakjes in de uitdrukking $3 \cdot (x - 2)$ uitgebeeld. Hoe wordt deze uitdrukking zonder haakjes?

c Wat wordt er in de derde figuur uitgebeeld?

d En wat wordt er in de vierde figuur uitgebeeld?

e Maak zelf zo'n tekening bij het uitwerken van haakjes en laat een medeleerling de bijbehorende uitdrukking opschrijven.

Opgave 3

Schrijf de volgende uitdrukkingen zonder haakjes.

a $2 \cdot (x + 3)$

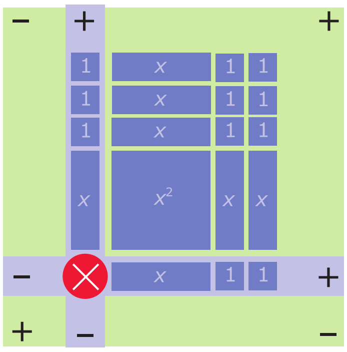
b $4 \cdot (y - 3)$

c $-3 \cdot (a + 4)$

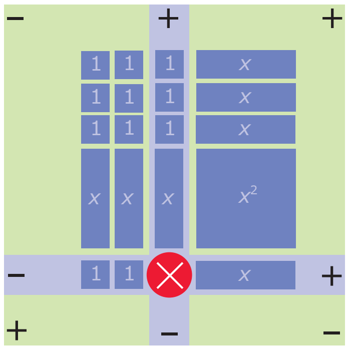
d $-4 \cdot (p - 6)$

Opgave 4

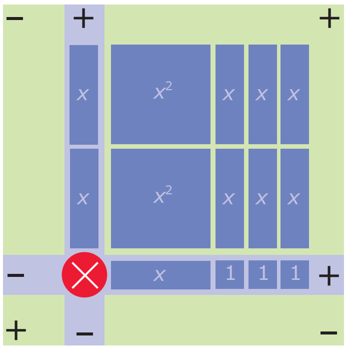
Bekijk **Uitleg 2**. Je ziet hoe je haakjes kunt uitwerken en daarbij met machten moet rekenen. In deze twee figuren worden dergelijke uitwerkingen in beeld gebracht.



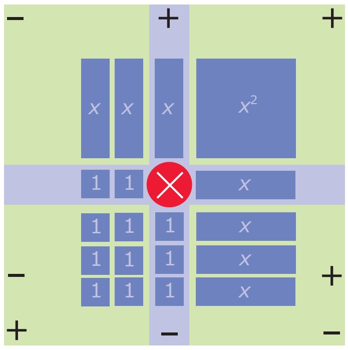
I



II



III



IV

a Leg uit dat in de eerste figuur $(x + 2)\,(x + 3) = x^2 + 5x + 6$ in beeld wordt gebracht.

b In de tweede figuur wordt in beeld gebracht hoe je $(x - 2)\,(x + 3)$ zonder haakjes kunt schrijven. Laat zien hoe dat gaat en dat je berekening klopt met de figuur.

c Welke uitwerking wordt in de derde figuur in beeld gebracht?

d Welke uitwerking wordt in de vierde figuur in beeld gebracht?

Opgave 5

Werk in de volgende uitdrukkingen de haakjes uit en schrijf ze zo kort mogelijk.

a $(x+2)(x+4)$

b $(x+2)(x-4)$

c $x(3x+1)$

d $(x+2)(y+3)$

e $(a-1)(a-4)$

f $(b+4)(b-4)$

Opgave 6

Werk in de volgende uitdrukkingen de haakjes uit en schrijf ze zo kort mogelijk.

a $4 \cdot (k+5)$

b $10(x-3)$

c $2 \cdot (1-2x)$

d $2-(1-2x)$

Opgave 7

Schrijf de volgende formules zonder haakjes en zo kort mogelijk.

a $y=2(x-4)-5$

b $y=2(x-4)-(5-x)$

c $K=3(p-3)+(p-3)$

d $u=\text{-}4(t-4)$

Opgave 8

Werk in de volgende uitdrukkingen de haakjes uit en schrijf ze zo kort mogelijk.

a $(x+3)(x+4)$

b $(x+3)(x+4)$

c $(2x+3)(4-3x)$

d $(x-3)^2-9$

e $2x(x-3)-9$

Opgave 9

Schrijf de volgende formules zo kort mogelijk.

a $y=2(x-4)(5-x)$

b $K=3(p-3)+(p-3)^2$

c $u = (t - 4)(t + 4)$

Opgave 10

Los op:

a $5(3x - 6) = 14x + 11$

b $7 + 6x = 9(4x - 10)$

c $2(x + 3) + 6x = 14$

d $3(x-4)+16=x+20$

Opgave 11

Los op.

a $9(a-5)=3(a+2)$

b $8\left(2b+\frac{1}{2}\right)=4(7-2b)$

c $(a+2)(a+7) = (a+3)(a+4)$

d $(8-b)(b+4) = (b-3)(9-b)$

Opgave 12

Je wilt het volgende probleem oplossen: “Boer Brandwijk koopt 50 kippen en geiten. De dieren kosten hem 1000 euro. Een kip kost € 1,00 en een geit kost € 51,00. Hoeveel kippen en hoeveel geiten koopt hij?”

a Noem het aantal kippen x. Hoeveel geiten zijn er dan?

b Het totale bedrag dat hij moet betalen is € 1000. Welke vergelijking met de variabele x levert dat op?

c Los deze vergelijking op.

d Wat is de oplossing van deze puzzel?

Verwerken

Opgave 13

Werk de haakjes uit en schrijf de volgende uitdrukkingen zo eenvoudig mogelijk.

a $10 \cdot (p + 3)$

b $5(2 - 6x)$

c $3(2a + 3) - (6a - 9)$

d $(a - 2)\,(a + 5)$

e $3(b+1)(b-4)$

f $(2c-5)^2$

Opgave 14

Los de volgende vergelijkingen op.

a $4(2a+3)=14a$

b $6-2\cdot(2x-1)=30$

c $2(k+5)=\text{-}4(k-8)$

d $3(x+1)-2(x-4)=1$

Opgave 15

300 brugklassers bestellen via school een rekenmachine. Er zijn twee soorten rekenmachines toegestaan, soort A van € 15,00 en soort B van € 12,00. Dat kost in totaal € 4320,00. Hoeveel rekenmachines van elke soort worden er gekocht?

a Als er 50 rekenmachines van soort A worden besteld, hoeveel van soort B moeten er dan worden besteld? Waarom kan dit nooit het juiste antwoord op de vraag zijn?

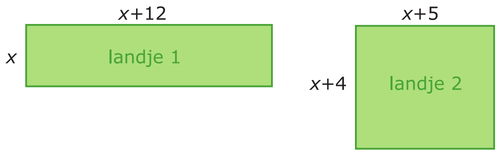
b Neem voor het aantal rekenmachines van soort A een variabele en stel dan een bij dit probleem passende vergelijking op.

c Los deze vergelijking op.

d Hoeveel machines van elke soort zijn er besteld?

Opgave 16

De twee getekende landjes hebben dezelfde oppervlakte.



a Welke vergelijking levert dit op?

b Los de vergelijking op.

c Welke oppervlakte hebben de landjes?

Opgave 17

Een leeftijdspuzzle: “Arnoud en Maartje zijn samen 36 jaar oud. Arnoud is twee keer zo oud als Maartje 3 jaar geleden was. Hoe oud zijn beide?”

a Kies voor de huidige leeftijd van Maartje de letter x. Hoe oud was ze drie jaar geleden? En hoe oud is Arnoud?

b Los deze puzzle op met behulp van een vergelijking.

Opgave 18

Het land van boer Brandwijk was een vierkant van x bij x m. Door de aanleg van een fietspad moet hij aan de westkant een strook van 3 m afstaan. Hij wil er aan de zuidkant een strook van 4 m bij.

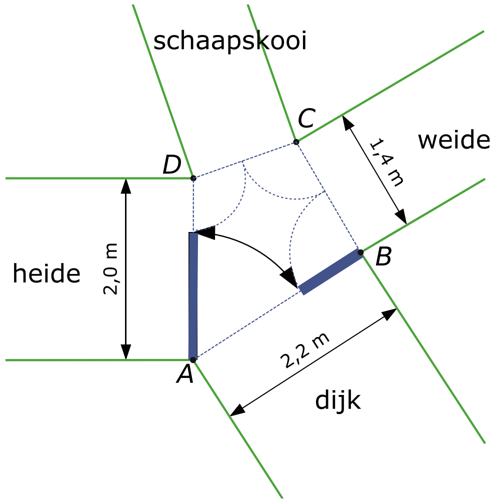
a Maak een plaatje van de hierboven beschreven situatie.

b Welke oppervlakte heeft zijn land na de aanleg van het fietspad als hij zijn zin krijgt? Schrijf de uitdrukking met haakjes en zonder haakjes.

c Als zijn land oorspronkelijk 100 m lang en breed was, hoeveel m^2 heeft hij er dan bij gekregen? Verklaar je antwoord.

d Bij welke waarde van x is het land na de aanleg van het fietspad even groot als ervoor? Verklaar je antwoord.

Toepassen



Boer Harmsen houdt schapen. Die schapen heeft hij soms in een weiland, soms op de heide en soms op de dijk. Hij heeft van de éne naar de andere plek paden gemaakt. Die paden hebben alle drie een andere breedte en komen ergens bij elkaar, zoals je ziet. Daar begint ook een pad naar de schaapskooi. Harmsen heeft bedacht dat het handig is om steeds twee van die paden tegelijk te kunnen afsluiten, dan kunnen zijn schapen gemakkelijk van de éne plaats naar de andere worden gebracht. Hij plaatst daarom vier hekken op dit kruispunt, bij elk van de punten A, B, C en D komt een paal met daaraan een hek dat kan draaien om die paal. Zo komt bij A een hek dat een deel van het pad naar de heide, maar ook een deel van het pad naar de dijk kan afsluiten. En dergelijke hekken komen er ook bij de andere punten. Hij kan zo steeds twee wegen afsluiten. De hekken bij C en bij D maakt hij even breed.

Hoe breed moeten alle hekken en het pad naar de schaapskooi worden?

Opgave 19: Schapen houden

Los het probleem van schapenhouder Harmsen op dat is beschreven in **Toepassen**.

Opgave 20: Leeftijd raden

Schrijf het nummer op van de maand waarin je jarig bent, maar laat het niet zien. Vermenigvuldig dit getal met 5. Tel er 6 bij op en vermenigvuldig het resultaat met 4. Tel daar 1 bij op en vermenigvuldig de uitkomst met 5. Tel daar tenslotte het nummer van de dag bij waarop je jarig bent en trek er nog 125 van af. Als je mij nu de einduitkomst vertelt, weet ik op welke datum je jarig bent.

Dat dit werkt kun je verklaren met behulp van haakjes uitwerken. Probeer maar...

Opgave 21: Leeftijdsverschil

Een hersenkraker:

Een man en een vrouw zijn samen 91 jaar oud. De vrouw is een aantal jaren jonger dan de man. Toen de man zo oud was als zij nu is, was de vrouw 26. Hoe oud zijn de man en de vrouw nu?

a Neem voor de huidige leeftijd van de man maar eens een getal, bijvoorbeeld 60 jaar. Hoe oud moet de vrouw dan nu zijn?

b De gekozen leeftijd voor de man betekent dat zij 26 jaar oud was toen hij 31 jaar was. Waarom kan dit nooit waar zijn?

c Kun je een betere schatting van de leeftijd van de man maken?

d Neem voor de leeftijd van de man x. Hoe oud is de vrouw dan nu?

e Welke vergelijking ontstaat als je op hun leeftijdsverschil let?

f Los deze vergelijking op en bepaal zo de leeftijd van de man en die van de vrouw.

Practicum

Met *Algebra***KIT** kun je oefenen met **uitdrukkingen herleiden en haakjes wegwerken**.
Je kunt telkens een nieuwe opgave oproepen. Je maakt elke opgave zelf op papier.
Met ‘Toon uitwerking’ zie je het verder uitklapbare antwoord.
Met ⟲ krijg je een nieuwe opgave.

AlgebraKIT

2.6 Totaalbeeld

Samenvatten

Bij diverse problemen gaat het om variabele grootheden, kortweg variabelen. In de wiskunde worden ze vaak door letters voorgesteld. Je komt ze in formules tegen en soms moet je er mee rekenen. In veel gevallen heb je met verbanden te maken die leiden tot situaties waarin het éne gelijk is aan iets anders. Dan kom je vergelijkingen tegen. Vaak zoek je variabelen die zo'n vergelijking kloppend maken, waar maken. Je lost dan de vergelijking op.

De volgende opgaven zijn bedoeld om overzicht over het onderwerp **werken met variabelen** te krijgen. Dit betreft de onderdelen 1, 2, 3, 4 en 5 van dit onderwerp. Het is nuttig om er een eigen samenvatting bij te maken. De opgaven hieronder zijn bedoeld om je daarbij te helpen.

Begrippen

- formule — uitdrukking herleiden — variabele — factor van een vermenigvuldiging — term van een optelling — gelijksoortige termen
- macht, machtsverheffen — kwadraat, tweede macht
- vergelijking (met één variabele) — rekenschema — terugrekenschema, inverse bewerkingen
- balansmethode
- haakjes wegwerken

Activiteiten

- uitdrukkingen (in formules) herleiden door factoren te vermenigvuldigen en gelijksoortige termen samen te nemen;
- uitdrukkingen (in formules) herleiden door factoren te vermenigvuldigen en daarbij machten te gebruiken en gelijksoortige termen samen te nemen;
- rekenschema's gebruiken om vergelijkingen op te lossen waarin de variabele één keer voor komt;
- de balansmethode gebruiken om vergelijkingen op te lossen;
- uitdrukkingen herleiden door haakjes weg te werken;

Opgave 1

Herleid.

a $5a + 2a + 6 + a + 1$

b $5a - 2a + 6 + a - 1$

c $-3a + 4ab - 2a - ab + 2b$

d $2a \cdot 6a - 4a - 5a^2$

Opgave 2

Herleid.

a $a \cdot a \cdot 2a$

b $4a^2 \cdot 3a^5$

c $2a \cdot -3a^2 \cdot -2b$

Opgave 3

Taxibedrijf A berekent de ritprijs als volgt:
Als de rit begint dan staat de taximeter op € 4,00. Voor iedere in de taxi afgelegde kilometer moet daar bovenop € 2,50 worden betaald. Zij gebruiken dus de formule $p = 4{,}00 + 2{,}5 \cdot a$.

a Je kunt het verband weergeven met een rekenschema. Laat dat zien.

b Je betaalt voor een rit in een taxi van dit bedrijf € 20,25. Met welke vergelijking kun je dan het aantal gereden km berekenen?

c Laat zien hoe je deze vergelijking oplost door terugrekenen.

Opgave 4

Los de volgende vergelijkingen op met de balansmethode. Laat duidelijk zien wat je elke stap doet.

a $23g + 40 = 18g + 85$

b $200 - 5g = 10g - 150$

Opgave 5

Werk in de volgende uitdrukkingen de haakjes uit. Laat duidelijk zien hoe je te werk gaat.

a $4(x + 3)$

b $4(x-3)$

c $4-(x-3)$

d $(x+3)(x+2)$

e $(x+3)(x-3)$

f $\left(x^2-3\right)^2$

Opgave 6

Los de volgende vergelijkingen op. Laat duidelijk zien hoe je te werk gaat.

a $4x-2(x-3)=12$

b $k(k-2) = (k-1)(k+5)$

Toepassen

In bepaalde situaties kun je bij het oplossen van een probleem wel eens op de gedachte komen om twee variabelen in te voeren. Hier zie een voorbeeld van probleem dat iemand oplost door twee variabelen te gebruiken.

> Tijdens een toneelvoorstelling waren er in totaal 592 bezoekers.
> De leden van de toneelclub betaalden € 2 entree en de niet-leden € 5. Er is in totaal € 2708 binnengekomen. Hoeveel niet-leden zaten er in de zaal?

Je kunt dit probleem aanpakken door het aantal leden x en het aantal niet-leden y te stellen.
Uit de tekst hierboven volgt dan $x + y = 592$ en $2x + 5y = 2708$.
En met die twee vergelijkingen kun je het probleem oplossen.

Opgave 7: Twee variabelen, of toch maar één?

Bekijk de aanpak van het probleem in **Toepassen**.

a Leg uit hoe je de twee vergelijkingen uit de tekst kunt afleiden.

b Leg uit waarom $x + y = 592$ is te schrijven als $y = 592 - x$.

c Schrijf ook de andere vergelijking in de vorm $y = ...$

d Je hebt nu twee verbanden tussen x en y. Daarbij kun je grafieken maken. Teken die twee grafieken in één figuur.

e Welke betekenis heeft het snijpunt van beide grafieken?

f Met welke vergelijking kun je dit snijpunt berekenen? Los deze vergelijking op met de balansmethode.

g Wat is het antwoord op de vraag?

h Kon je dit probleem ook oplossen door maar één variabele in te voeren? Hoe dan?

Opgave 8: Sinas en cola

Twee leerlingen kopen voor een klassenavond sinas en cola. Sinas kost € 1,40 per fles van 1 liter en cola € 1,20 per literfles. Ze willen aan drinken € 20,00 uitgeven. Omdat cola goedkoper is kopen ze twee keer zoveel cola als sinas. Hoeveel van elke soort flessen moeten ze aanschaffen?

a Noem het aantal literflessen sinas x en het aantal literflessen cola y. Leg uit welke twee vergelijkingen je uit de tekst kunt afleiden.

b Schrijf ook de tweede vergelijking in de vorm $y = ...$

c Je hebt nu twee verbanden tussen x en y. Daarbij kun je grafieken maken. Teken die twee grafieken in één figuur.

d Waarom hoef je het snijpunt van beide grafieken niet precies uit te rekenen?

e Wat is het antwoord op de vraag? Komen ze precies met het geld uit?

f Kon je dit probleem ook oplossen door maar één variabele in te voeren? Hoe dan?

Begrippen

- oppervlakteformule
- oppervlakte driehoek — basis en hoogte
- oppervlakte vierhoek — oppervlakte parallellogram, vlieger, trapezium
- omtrekformule cirkel — cirkelsector en sectorhoek
- oppervlakteformule cirkel
- grootheid en (samengestelde) eenheid — voorvoegsel

Activiteiten

- omtrek en vooral oppervlakte bepalen vanuit (halve) rechthoeken
- een formule voor de oppervlakte van een driehoek afleiden en gebruiken
- formules voor de oppervlakte van enkele bijzondere vierhoeken afleiden en gebruiken
- de omtrek van een cirkel berekenen vanuit de diameter — de omtrekformule van een cirkel — de omtrek van een cirkelsector berekenen
- de oppervlakte van een cirkel berekenen vanuit de straal — de oppervlakteformule van een cirkel
- werken met allerlei eenheden en voorvoegsels — omrekenen van eenheden

Hoeveel papier heb ik nodig?

Domein

Meten en tekenen

Hoofdstuk

Formules omtrek en oppervlakte

Inhoud

3.1 Oppervlakteformules 166
3.2 Oppervlakte van driehoeken 177
3.3 Oppervlakte van vierhoeken 191
3.4 Omtrek cirkel 205
3.5 Oppervlakte cirkel 216
3.6 Eenheden 228
3.7 Totaalbeeld 242

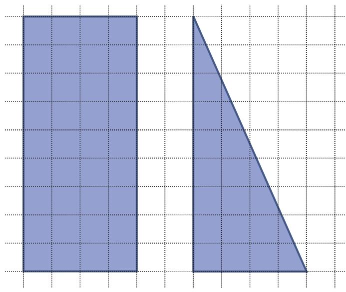
3

3.1 Oppervlakteformules

Verkennen

Opgave V1

Je ziet hier een rechthoek en een rechthoekige driehoek op een cm-rooster.



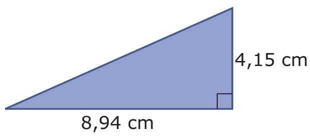
a Hoeveel cm^2 is de oppervlakte van de rechthoek?

b Hoeveel cm^2 is de oppervlakte van de rechthoekige driehoek?

c Waarom kun je van deze figuren gemakkelijk de oppervlakte bepalen?

Opgave V2

Dit is een rechthoekige driehoek die niet precies op een cm-rooster past.



a Waarom moet nu het rechtehoekteken in de figuur staan?

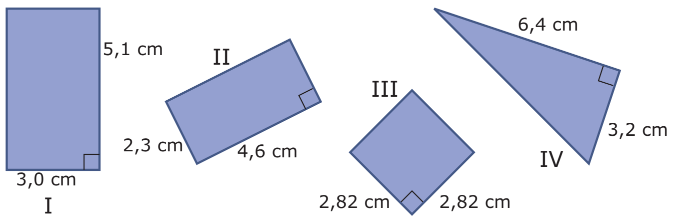
b Hoeveel cm^2 is de oppervlakte van de rechthoekige driehoek? Geef het exacte antwoord. Laat je berekening zien.

c Hoe reken je in het algemeen de oppervlakte uit van een rechthoekige driehoek? Probeer je antwoord in formulevorm te geven.

Theorie

Opgave 1

Bekijk de drie rechthoeken en rechthoekige driehoek.



a Waarom moet je de oppervlakte van deze figuren berekenen met behulp van een oppervlakteformule?

b Bereken van elk van deze vier figuren de exacte oppervlakte.

c Van een rechthoek met lengte l en breedte b kun je gemakkelijk de omtrek berekenen. Welke formule geldt voor de omtrek van een rechthoek?

d Bereken de exacte omtrek van de figuren I, II en III.

e Hoe kun je van figuur IV de omtrek bepalen?

Opgave 2

In de uitleg vind je de oppervlakteformule voor een vierkant.

a Bereken de exacte oppervlakte van een vierkant met zijden van $4{,}7$ mm.

b Bereken de lengte van de zijde van een vierkant met een oppervlakte van 15 mm^2 in tienden van millimeters nauwkeurig.

c Welke formule geldt voor de omtrek van een vierkant met zijde z?

Opgave 3

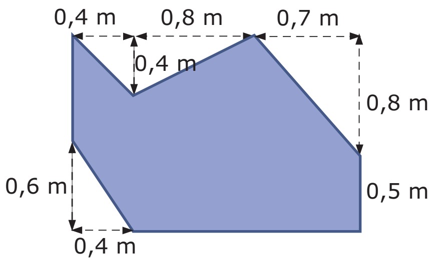
Bekijk de figuur in **Voorbeeld 1**. De oppervlakte van de figuur wordt berekend door deze in rechthoeken en rechthoekige driehoeken te verdelen.

a Is er een andere, handige verdeling mogelijk om de oppervlakte uit te rekenen?

b Je kunt de oppervlakte van de figuur ook berekenen door er een rechthoek omheen te tekenen en daarvan de oppervlaktes van rechthoekige driehoeken af te trekken. Gebruik de figuur op het **werkblad** en laat zien dat je zo op hetzelfde antwoord uitkomt.

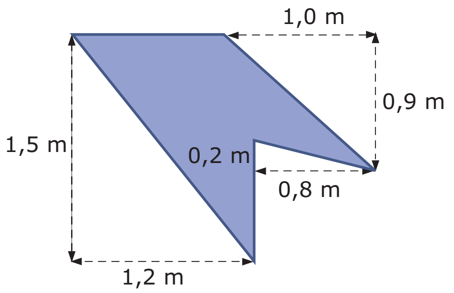
Opgave 4

Bereken de exacte oppervlakte van de figuur in m^2.
De linker- en rechterzijde lopen evenwijdig en staan loodrecht op de onderzijde. De afstandslijnen staan loodrecht op elkaar.



Opgave 5

Bereken de exacte oppervlakte van de figuur.
De afstandslijnen staan loodrecht op elkaar.



Opgave 6

Gebruik de applet uit **Voorbeeld 3**.

a Bekijk de originele instelling van de applet. Ga na dat de oppervlakte van het vierkant dat je ziet inderdaad 17 roosterhokjes is.

b Ga na dat dat elke zijde nu inderdaad ongeveer $4{,}12$ eenheden is.

Opgave 7

Van een vierkant is de oppervlakte A gegeven.

a Bereken de exacte omtrek P als $A = 35$.

b Benader deze omtrek in twee decimalen nauwkeurig.

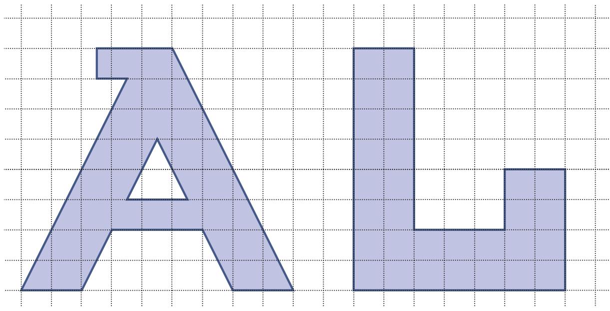
c Welke formule voor P afhankelijk van A kun je afleiden?

Verwerken

Opgave 8

Hier en op het **werkblad** zie je een A en een L op roosterpapier. Je mag er van uitgaan dat de hoekpunten van de letter A die geen roosterpunt zijn telkens precies midden tussen twee roosterpunten liggen. Let op: de roostereenheid is $0{,}5$ cm.

a Bereken van zowel de A als de L de exacte oppervlakte in mm^2.

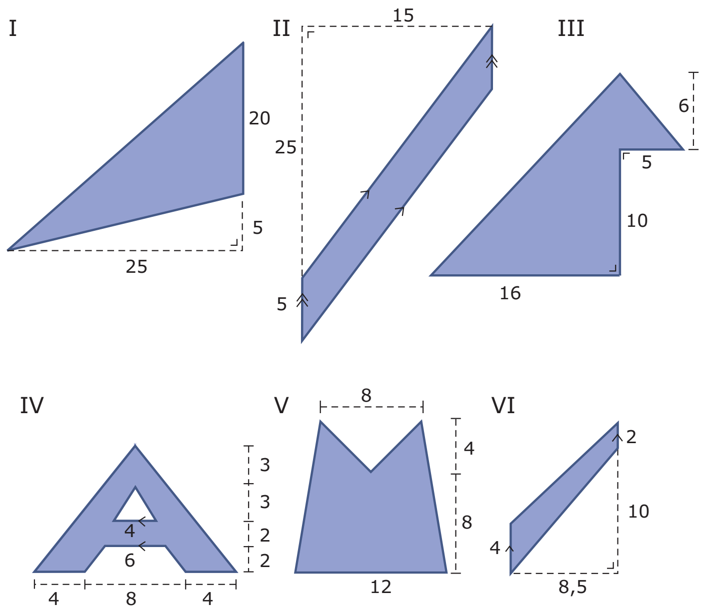


b Waarom kun je wel van de L, maar niet van de A de exacte omtrek bepalen?

c Bereken de omtrek van de L in mm.

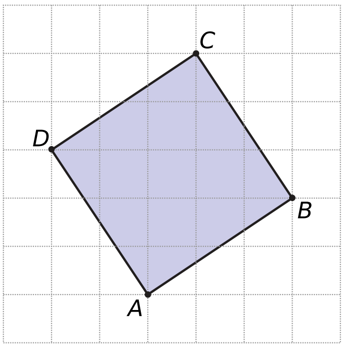
Opgave 9

Bereken de oppervlakte van de figuren, ze staan ook op het **werkblad**. Je mag ervan uitgaan dat de figuren IV en V lijnsymmetrisch zijn.



Opgave 10

Bereken de lengte van de zijden van vierkant $ABCD$. Rond af op drie decimalen.



Opgave 11

Iemand heeft een grasveld met een oppervlakte van 1,2 dam^2. Het grasveld heeft twee rechte hoeken. Aan drie zijden wordt het grasveld begrensd door een beukenhaag.

Bereken hoe lang de beukenhaag is.

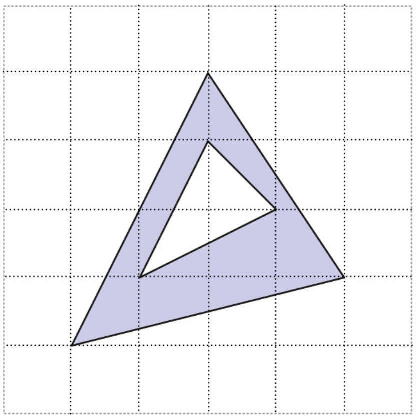
Opgave 12

a Een vierkant heeft een omtrek van 80 cm. Bereken de oppervlakte.

b Van een rechthoekige driehoek is de oppervlakte $16{,}5$ cm^2. Deze driehoek is de helft van een rechthoek met lengte 6 cm. Bereken de breedte van die rechthoek.

Opgave 13

Bereken de oppervlakte van de figuur. Hij staat ook op het **werkblad**.



Toepassen

Opgave 14: Een vierkant schilderij

Een vierkant schilderij heeft rondom een lijst die aan alle zijden 5 cm breed is.
De oppervlakte van de lijst is 400 cm^2.
Bereken de oppervlakte van het schilderij zonder de lijst.

Opgave 15: Bijzondere rechthoek

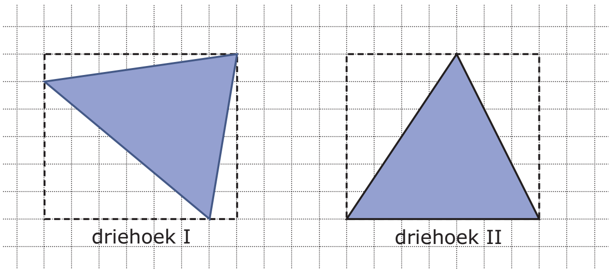
Van een rechthoek is bekend dat de lengte twee keer zo groot is als de breedte en dat de totale omtrek 63 cm bedraagt. Bereken de oppervlakte van deze rechthoek.

3.2 Oppervlakte van driehoeken

Verkennen

Opgave V1

Je ziet hier twee driehoeken op een cm-rooster. Beide driehoeken zijn omgeven door eenzelfde rechthoek.



a Hoeveel cm^2 is de oppervlakte van driehoek I?

b Hoeveel cm^2 is de oppervlakte van driehoek II?

c Waarom kun je van driehoek II gemakkelijker de oppervlakte bepalen?

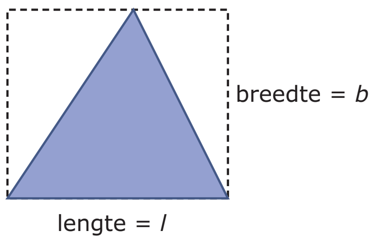
Kennelijk kun je binnen een rechthoek driehoeken maken die verschillen van oppervlakte.

d Denk je dat je driehoeken kunt maken die een grotere oppervlakte hebben dan de helft van de rechthoek?

e Kun je driehoeken maken die een kleinere oppervlakte hebben dan driehoek I en waar toch geen kleinere rechthoek omheen past? Leg je antwoord uit.

Opgave V2

Dit is een driehoek met een rechthoek eromheen waarvan de lengte samenvalt met één zijde van de driehoek.



a Gebruik het **werkblad** en laat door de figuur te verdelen zien dat de oppervlakte van deze driehoek altijd de helft van die van de rechthoek is.

b Welke formule voor de oppervlakte A van deze driehoek kun je opschrijven?

c Geldt deze formule voor elke driehoek binnen deze rechthoek als één zijde samenvalt met de lengte van de rechthoek en het derde hoekpunt op de tegenover liggende lengte zit? Leg je antwoord uit.

Theorie

Opgave 1

Werk met de applet in **Uitleg 1**.
Bekijk met welke formule je de oppervlakte van een driehoek kunt berekenen.

a Maak binnen de rechthoek op zijde AB een ΔABC met basis $AB = 10$ en hoogte $CD = 7$. Is er maar één zo'n driehoek mogelijk?

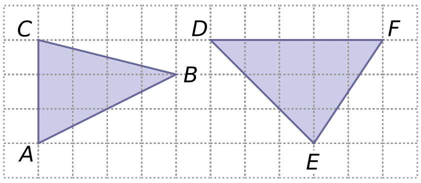
A. ja
B. nee

b Heeft elk van deze driehoeken dezelfde oppervlakte? Waarom?

c Bereken die oppervlakte met de formule voor de oppervlakte van een driehoek.

Controleer vervolgens met het rooster in de applet dat het antwoord correct is.

Opgave 2



a Bereken de oppervlakte van ΔABC.

b Bereken de oppervlakte van ΔDEF.

Opgave 3

Gegeven zijn de punten $A(1,6)$, $B(1,1)$ en $C(5,2)$.

a Teken de punten in een assenstelsel, en teken driehoek ABC.

b Op welke manier kun je in deze driehoek het beste een hoogtelijn te tekenen?

c Bereken de oppervlakte van driehoek ABC.

Opgave 4

Bekijk in **Uitleg 2**, wat het principe van Cavalieri is.
Neem aan dat in ΔABC geldt $AB = 5$ en $CD = 4$.

a Bereken de oppervlakte van ΔABC met behulp van de oppervlakteformule.

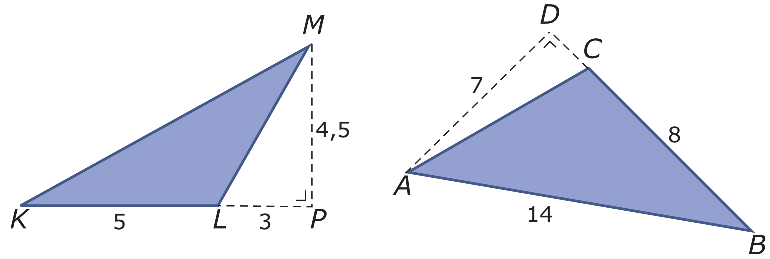
Maakt het uit waar je punt C op de zijde van de rechthoek plaatst?

b Plaats nu punt C op het verlengde van de zijde van de rechthoek. Doe het zo dat $BD = 1$. Laat nu met behulp van rechthoekige driehoeken zien, dat de oppervlakte van ΔABC daardoor niet verandert.

c Laat zien dat de oppervlakteformule ook geldt als ΔABC rechthoekig is. Hoe zit het dan met de hoogte van de driehoek?

Opgave 5

Je ziet hier twee driehoeken KLM en ABC.



a Bereken de oppervlakte van ΔKLM.

b Bereken de oppervlakte van ΔABC.

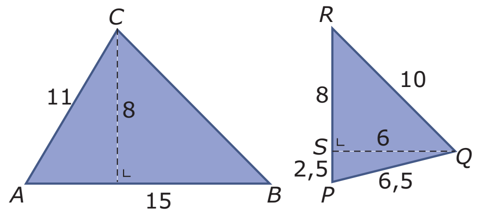
Opgave 6

Teken een driehoek FGH met een basis van 6 cm en een oppervlakte van 9 cm^2.

Is er maar één zo'n driehoek mogelijk?

Opgave 7

Bereken van deze driehoeken de oppervlakte.



Opgave 8

De punten $A(-3,-3)$, $B(2,-3)$, $C(3,-2)$ en $D(0,3)$ zijn gegeven. Neem 1 cm als roostereenheid.

a Teken ΔABD in een assenstelsel. Bereken de oppervlakte van deze driehoek met behulp van de oppervlakteformule.

b Waarom kun je de oppervlakte van ΔACD niet exact met behulp van de oppervlakteformule berekenen?

c Bereken op een andere manier de exacte oppervlakte van ΔACD.

d Meet nu de lengte van AC en meet de afstand van punt D tot AC in millimeters nauwkeurig. Bereken met die getallen de oppervlakte van ΔACD. Rond af op één decimaal.

Opgave 9

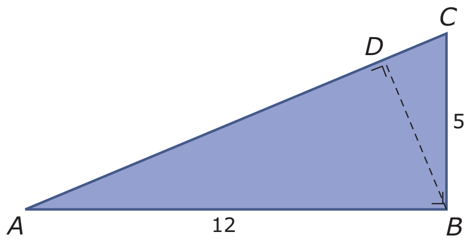
Bekijk **Voorbeeld 2**. Je ziet hoe je bij een driehoek met een gegeven oppervlakte en zijde de hoogte op die zijde berekent.

a Laat zien dat de berekende hoogte CD inderdaad 3 is.

b Neem aan dat $AC = 3{,}5$ en bereken hiermee de exacte afstand van B tot AC.

Opgave 10

Je ziet een rechthoekige driehoek ABC. De afmetingen staan in de figuur.



a Bereken de oppervlakte van driehoek ABC.

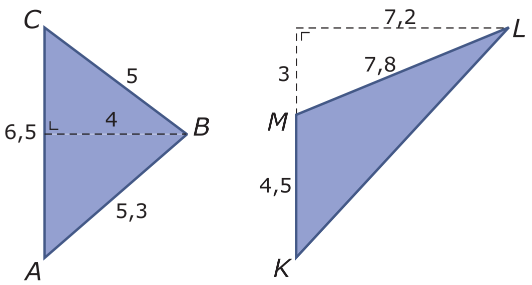
b Je kunt lijnstuk BD opvatten als hoogte van deze driehoek. Welke zijde is dan de bijbehorende basis?

c Als je weet dat $AC = 13$, dan kun je met behulp van de oppervlakteformule de hoogte BD berekenen. Laat zien hoe dat gaat.

Verwerken

Opgave 11

Bekijk de twee driehoeken.



Bereken van beide driehoeken de oppervlakte.

Opgave 12

In een assenstelsel zijn de punten $A(0,-2)$, $B(3,-2)$, $C(2,2)$ en $D(-2,4)$ gegeven.

a Bereken de oppervlakte van ΔABC.

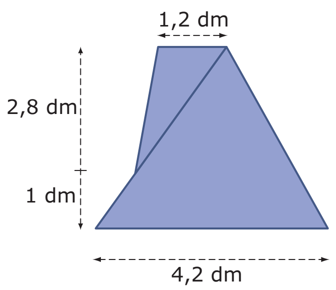
b Bereken de oppervlakte van ΔABD.

c Bereken de oppervlakte van ΔACD.

Opgave 13

De figuur bestaat uit twee driehoeken. De zijden aan de onder- en de bovenkant van de figuur lopen evenwijdig aan elkaar. De afstandslijnen staan loodrecht op elkaar.

Bereken de oppervlakte van de totale figuur.



Opgave 14

Van een groot driehoekig kleed zijn de zijden 310 cm, 200 cm en 180 cm.

a Teken dit kleed op schaal $1 : 50$.

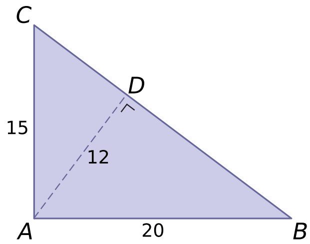
b Bepaal door meten in de figuur en omrekenen de werkelijke hoogte op de langste zijde. Rond af op gehele centimeters.

c Bereken de oppervlakte van dit driehoekige kleed.

d Je kunt ook een andere hoogte opmeten en daarmee de oppervlakte van het driehoekige kleed bepalen. Laat zien dat je dan ongeveer hetzelfde antwoord vindt.

Opgave 15

Bereken de lengte van zijde BC van de rechthoekige driehoek ABC.

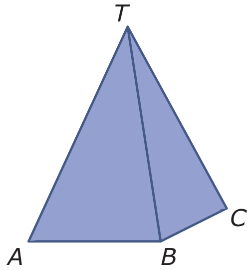


Opgave 16

Teken een ΔABC waarvoor geldt: $AB = 5$ cm, $BC = 7{,}5$ cm, $\angle B$ is een stompe hoek en $opp(\Delta ABC) = 11{,}25$ cm^2.

Toepassen

Opgave 17: Oppervlakte van een piramide



Een regelmatige vierzijdige piramide heeft altijd een vierkant grondvlak $ABCD$. De top T zit loodrecht boven het midden van het grondvlak.

In deze regelmatige vierzijdige piramide $ABCD.T$ zijn alle ribben 6 cm.

a Hoeveel draad is er nodig voor een draadmodel van zo'n piramide?

b Hoe groot is de oppervlakte van deze piramide ongeveer? Maak eerst een uitslag en meet de hoogte van de driehoekige grensvlakken. Rond af op gehele cm^2.

Opgave 18: Heroon van Alexandrië

Een van de vele grote wiskundigen uit de Griekse Oudheid was **Heroon van Alexandrië**. Hij leefde ongeveer van 10 na Christus tot 70 na Christus. Hij heeft een groot aantal formules bedacht, waaronder een formule om de oppervlakte van een driehoek te berekenen aan de hand van de lengtes van de drie zijden. Deze formule staat ook wel bekend als de formule van Heron. Stel dat een driehoek zijden a, b en c heeft, dan luidt de formule: *oppervlakte*= $\sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$.
Daarbij staat s voor de helft van de omtrek van de driehoek.

a Waarom is de formule $s = \frac{a+b+c}{2}$ juist?

Gegeven is een rechthoekige driehoek met zijden van 3 cm, 4 cm en 5 cm.

b Bereken de oppervlakte van deze driehoek met de bekende formule met basis en hoogte.

c Bereken de oppervlakte met de formule van Heron. Ga na dat je dezelfde uitkomst krijgt.

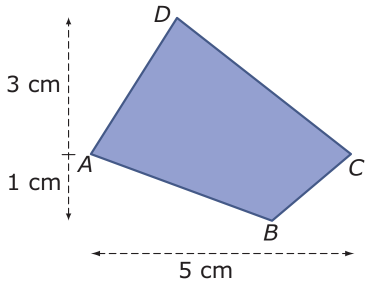
d Bereken de oppervlakte van een driehoek met zijden van $12{,}9$ cm, $9{,}3$ cm en $11{,}8$ cm. Rond af op twee decimalen.

3.3 Oppervlakte van vierhoeken

Verkennen

Opgave V1

Dit is een vierhoek $ABCD$ waarvan de punten A en C op gelijke hoogte liggen.



a Je kunt deze vierhoek op twee manieren in twee driehoeken verdelen. Laat zien hoe je dat doet.

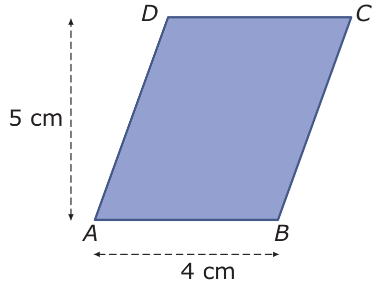
b Bij welke van deze twee verdelingen kun je de oppervlakte van de driehoeken uitrekenen met de gegeven afmetingen?

c Bereken nu de oppervlakte van de vierhoek $ABCD$.

d Kun je van elke vierhoek op deze manier de oppervlakte berekenen? Leg je antwoord uit.

Opgave V2

Vierhoek $ABCD$ is een parallellogram.



a Je kunt ook van zo'n parallellogram de oppervlakte berekenen door het in twee driehoeken te verdelen. Laat zien hoe je dat doet.

b Ga na dat je dezelfde uitkomst krijgt als je het parallellogram met de andere diagonaal verdeelt.

c Kun je dit parallellogram met behulp van alleen de twee afmetingen in de figuur zelf tekenen?

Theorie

Opgave 1

Werk met de applet in de **Uitleg**.

a Maak een parallellogram $ABCD$ met basis $AB = 7$ en een hoogte van 5. (Gebruik daarbij handig het rooster). Als je de plaats van A en B hebt gekozen, is er dan nog maar één parallellogram mogelijk?

A. ja
B. nee

b In welke twee gelijke driehoeken kun je je parallellogram verdelen?

c Heeft elk parallellogram met een basis van 7 en een hoogte van 5 dezelfde oppervlakte?

A. ja
B. nee

d Bereken die oppervlakte met de formule voor de oppervlakte van een parallellogram. Controleer vervolgens met het rooster in de applet dat het antwoord correct is.

Opgave 2

Werk met de applet in de **Uitleg**.

a Maak een trapezium $ABCD$ met $AB = 7$ evenwijdig aan $CD = 3$ en een hoogte van 5. Als je de plaats van A en B hebt gekozen, is er dan nog maar één trapezium mogelijk?

b Trek diagonaal BD. In welke twee driehoeken wordt het trapezium hierdoor verdeeld?

c Heeft elk trapezium met deze afmetingen dezelfde oppervlakte?

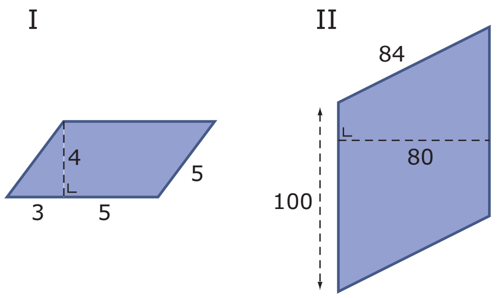
A. ja

B. nee

d Bereken die oppervlakte. Controleer vervolgens met de waarde voor de oppervlakte in de applet dat het antwoord correct is.

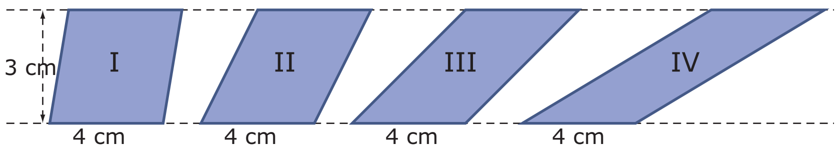
Opgave 3

Bereken van deze parallellogrammen de oppervlakte.



Opgave 4

Bekijk de vier parallellogrammen.



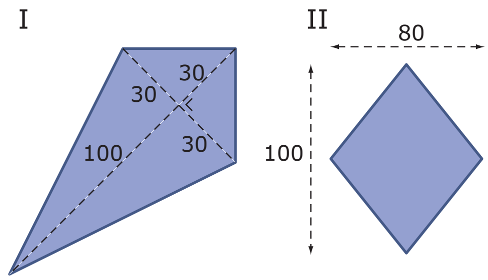
a Bepaal de oppervlakte van parallellogram I.

b Bepaal ook de oppervlakte van de andere drie parallellogrammen.

c Welk van deze parallellogrammen heeft de grootste omtrek?

Opgave 5

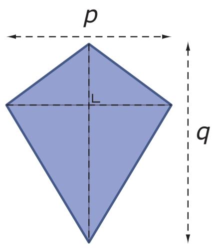
Bereken de oppervlakte van de vlieger en de ruit.



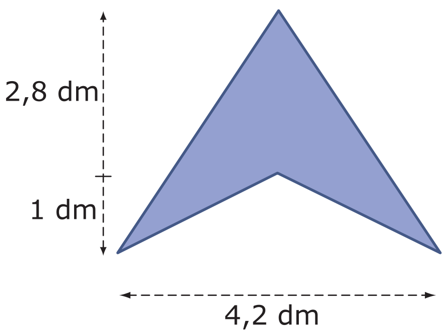
Opgave 6

Bekijk de vlieger.

a Laat zien waarom geldt: *oppervlakte (vlieger)* $= \frac{1}{2} \cdot p \cdot q$



b Bekijk deze ‘pijlpuntvlieger’. Bereken de oppervlakte ervan.



c Geldt de formule voor de oppervlakte van een vlieger voor elke vlieger? Dus ook voor een ruit bijvoorbeeld?

A. ja
B. nee

Opgave 7

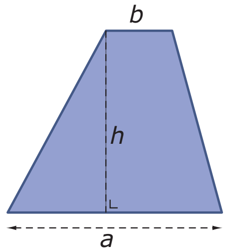
Bekijk de berekening van de oppervlakte van het trapezium nogmaals.

a Teken zelf zo'n trapezium met de gegeven afmetingen en geef daarin de hoogtes van beide driehoeken waarin het wordt verdeeld aan. Kun je maar één zo'n trapezium tekenen?

b Je kunt de oppervlakte van dit trapezium ook berekenen door diagonaal AC te trekken. Laat zien, dat je dan dezelfde oppervlakte krijgt.

Opgave 8

Bekijk het trapezium. Als de lengte van de twee evenwijdige zijden en de afstand tussen die twee zijden is gegeven, kun je de oppervlakte van het trapezium berekenen.



a Laat zien dat de oppervlakte van dit trapezium gelijk is aan $\frac{1}{2} \cdot (a + b) \cdot h$.

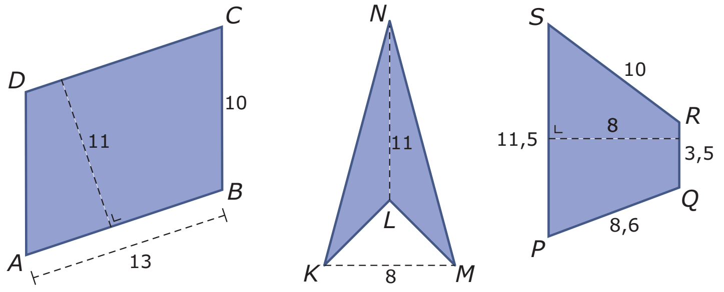
b Bereken, met behulp van de bij a gevonden oppervlakteformule, de oppervlakte van het trapezium uit **Voorbeeld 3**.

c Teken zelf een 'schuiner' trapezium waarvan de afstand tussen beide evenwijdige zijden niet binnen het trapezium valt. Kun je nog steeds met dezelfde formule de oppervlakte van zo'n trapezium berekenen?

Verwerken

Opgave 9

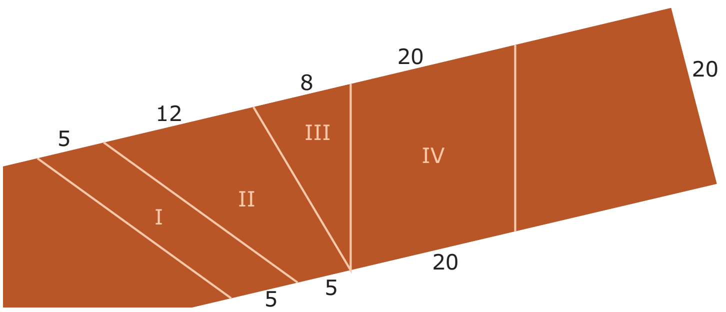
Bekijk de drie vierhoeken: een parallellogram, een pijlpuntvlieger en een trapezium.



Bereken de oppervlakte van deze vierhoeken.

Opgave 10

Uit een rechthoekige plank met een breedte van 20 centimeter worden drie vierhoeken en een driehoek gezaagd. Je ziet een deel van deze plank. De vier figuren vormen samen de helft van de oppervlakte van de plank.

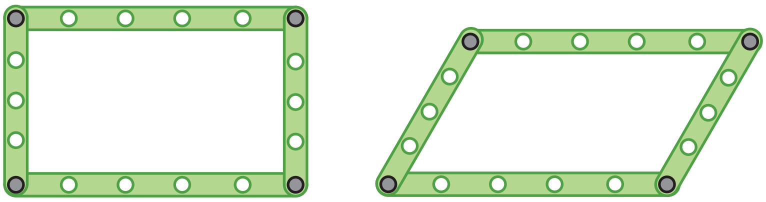


a Bereken van elk van deze vier figuren de oppervlakte.

b Hoe lang is deze plank in totaal?

Opgave 11

Een rechthoek van metalen strips is te vervormen tot een parallellogram. Zie de figuur.

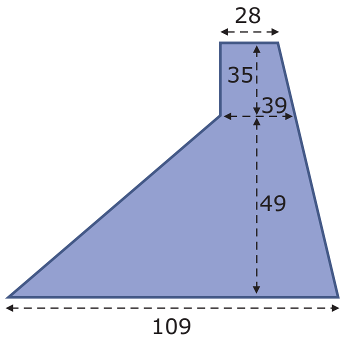


Alle mogelijke figuren die ontstaan bij het vervormen van deze rechthoek, hebben dezelfde omtrek. Hebben ze ook dezelfde oppervlakte? Licht je antwoord toe.

Opgave 12

Bekijk de figuur. De onderkant en de bovenkant lopen evenwijdig. De linker bovenhoek is een rechte hoek (90°). Alle maten zijn in centimeters.

Bereken de oppervlakte van deze staalplaat.



Opgave 13

In een rechthoekig assenstelsel zijn de punten $A(-3,-3)$, $B(2,-3)$ en $C(4,4)$ gegeven.

a A, B en C zijn de hoekpunten van parallellogram $ABCD$. Geef de coördinaten van punt D en bereken de oppervlakte van dit parallellogram.

b A, B en C zijn de hoekpunten van trapezium $ABCE$ waarvan $CE = 9$ en CE is evenwijdig met AB. Geef de coördinaten van punt E en bereken de oppervlakte van dit trapezium.

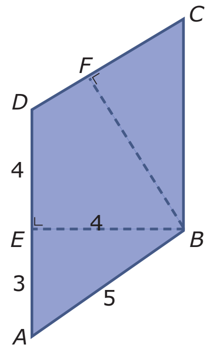
c Je kunt met de gegevens uit b, maar dan met punt F in plaats van E, ook een trapezium $ABFC$ maken. Welke coördinaten heeft punt F in dit geval? En welke oppervlakte heeft dit trapezium?

d A, B en C zijn de hoekpunten van vlieger $ABCG$. Geef de coördinaten van punt G en bereken de exacte oppervlakte van deze vlieger.

Opgave 14

Bekijk het parallellogram $ABCD$.

Bereken de afstand van punt B tot lijnstuk CD, dus de hoogte BF.



Opgave 15

Van een vierkant is de lengte d van een diagonaal gegeven.

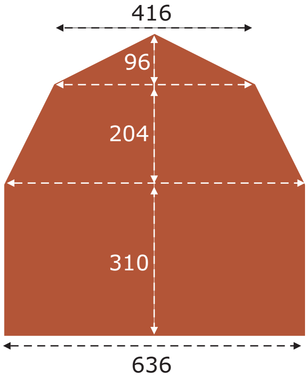
a Stel een formule op voor de oppervlakte van zo'n vierkant.

b Bereken de oppervlakte van zo'n vierkant als $d = 3$.

c Hoe lang zijn de diagonalen van een vierkant met een oppervlakte van 32 eenheden?

Toepassen

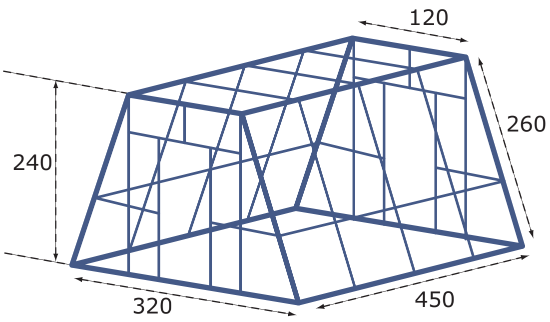
Opgave 16: Mansardedak



Dit is een huis met een zogenaamd ‘mansardedak’. Zo'n dak is bedacht om de verdieping van het huis over een grotere breedte beloopbaar te maken. De zijgevel van dit huis heeft de vorm van een lijnsymmetrische zevenhoek en staat loodrecht op de onderkant van het huis. De maten zijn gegeven in centimeters. Bereken de totale oppervlakte van de gevel in m^2 door deze in driehoeken en/of vierhoeken te verdelen. Rond af op één decimaal nauwkeurig.

Opgave 17: Plantenkas

Je ziet een bijzondere plantenkas. De afmetingen zijn in cm gegeven. De kas heeft de vorm van een symmetrisch prisma en de bodem is uiteraard niet van glas.



Bereken de totale hoeveelheid glas die voor deze plantenkas nodig is in m^2. Rond af op één decimaal.

3.4 Omtrek cirkel

Verkennen

Opgave V1

Je hebt al eerder gezien dat de omtrek van een cirkel gelijk is aan $\pi \times d$, waarin d de diameter van de cirkel is.

Er lijkt dus een vaste verhouding te bestaan tussen de omtrek en de diameter van elke cirkel.

a Waarom kun je deze verhouding waarschijnlijk nauwkeuriger bepalen bij het meten aan een groot cirkelvormig voorwerp dan aan een klein cirkelvormig voorwerp?

In China werd rond 480 na Christus al een zeer nauwkeurige schatting van deze verhouding gevonden. Men ging hierbij uit van de verhouding bij een cirkel waarvan de omtrek 355 eenheden bedroeg en de diameter 113.

b Geef een decimale benadering van deze verhouding $\frac{\text{omtrek}}{\text{diameter}}$. Rond af op vijf decimalen.

c Bereken met behulp van deze benadering de omtrek van een cirkel met een diameter van 1 m in mm nauwkeurig.

Theorie

Opgave 1

Werk met de applet in de **Uitleg**. Gebruik de applet om π te benaderen. Bekijk ook de formule waarmee je de omtrek van een cirkel exact kunt berekenen.

a Bij een vijfhoek met zijn hoekpunten op de cirkel is de deling $\frac{\text{omtrek}}{\text{diameter}}$ behoorlijk kleiner dan de werkelijke waarde van π. Hoe komt dat?

b Bij welke veelhoek krijg je voor het eerst een benadering van π in twee decimalen nauwkeurig?

c Bereken met je rekenmachine de omtrek van een cirkel met een straal van 1 in vier decimalen nauwkeurig.

Opgave 2

Het getal π is ook op je rekenmachine te vinden.

a Schrijf de waarde van π in negen decimalen op.

b De Oude Grieken dachten dat π een breuk was.

Ze gebruikten voor $\frac{\text{omtrek}}{\text{diameter}}$ van een cirkel soms de breuk $\frac{22}{7}$.

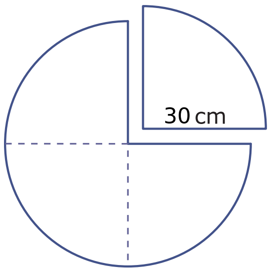
Hoeveel verschilt dit getal van π? Rond af op negen decimalen.

Opgave 3

Je hebt een zuiver rond tafelblad met een diameter van 60 cm.

a Bereken de omtrek van dit tafelblad in mm nauwkeurig.

Je zaagt dit tafelblad doormidden en de helften nog eens doormidden. Je krijgt dan vier kwart tafelbladen. Zo'n ‘taartpunt’ van een cirkel heet een cirkelsector.



b Bereken de totale omtrek van zo'n cirkelsector in mm nauwkeurig.

Opgave 4

Bekijk de berekening van de omtrek van de cirkel in **Voorbeeld 1**.

a Voer zelf de berekening uit en controleer de afronding.

b In het voorbeeld staat nog een tweede formule voor het berekenen van de omtrek van een cirkel. Bereken de omtrek van de cirkel ook met die formule.

c Bereken de omtrek van een cirkel met een diameter van 25 cm. Rond af op twee decimalen.

d Bereken de omtrek van een cirkel met een straal van 25 cm. Rond af op twee decimalen.

Opgave 5

Het binnengebied van deze rotonde is zuiver cirkelvormig. De diameter daarvan is 20 meter.

a Bereken de omtrek van het binnengebied van deze rotonde. Rond af op één decimaal.

In het cirkelvormige binnengebied van de rotonde ligt een cirkelvormig grasperk met een straal van 4 meter. Op de rand van dat grasperk worden rozen geplant. De afstand tussen (de middens van) twee rozenstruikjes wordt 60 centimeter.

b Hoeveel struikjes zijn er voor nodig?

Opgave 6

Bekijk de berekening van de straal van een cirkel met een gegeven omtrek in **Voorbeeld 2**.

a Bereken de straal van een cirkel met een omtrek van 25 cm in twee decimalen nauwkeurig.

b Bereken nu de diameter van een cirkel met een omtrek van 30 cm in twee decimalen nauwkeurig.

Opgave 7

Het binnengebied van een rotonde is zuiver cirkelvormig. Langs de rand van dit binnengebied staan 200 rozenstruiken met een onderlinge afstand tussen de middens van $0{,}55$ m.

a Hoeveel meter is de omtrek van deze rotonde (ongeveer)?

b Bereken de straal van deze rotonde. Rond af op één decimaal.

Opgave 8

Bekijk de berekening van de omtrek van een cirkelsector in **Voorbeeld 3**.

a Voer zelf de berekening uit en geef het antwoord in cm, in tienden van mm nauwkeurig.

b Bereken de omtrek van een cirkelsector met een straal van 25 cm en een sectorhoek van $113°$ in twee decimalen nauwkeurig.

Opgave 9

Het binnengebied van een rotonde is zuiver cirkelvormig. Het gebied is verdeeld in drie even grote cirkelsectoren. Langs alle randen van die sectoren zijn drie verschillende soorten struiken geplant. Eén van die drie sectoren is langs de complete rand met 120 rozenstruikjes beplant. De afstand tussen de rozenstruikjes (tussen de middens) is $0{,}55$ m.

a Bereken de omtrek van deze cirkelsector in meters.

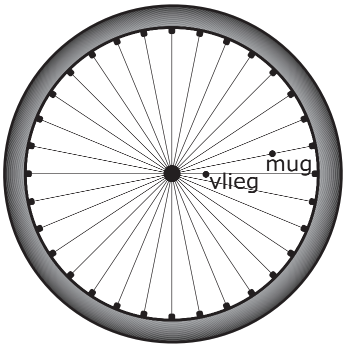
b Bereken de straal van deze cirkelsector in meters. Rond af op één decimaal.

Verwerken

Opgave 10

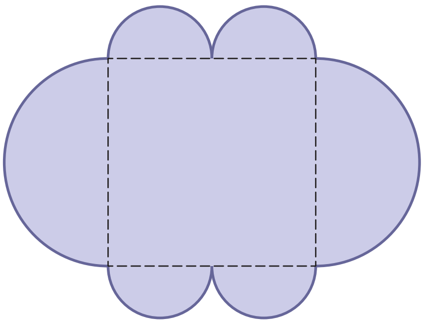
Op een spaak van een fietswiel zit een vlieg, op een andere spaak zit een mug. De vlieg zit 10 cm van de as, de mug 30 cm. Het wiel draait precies één keer rond, zodat de vlieg en de mug allebei een cirkel draaien.

Hoeveel gehele centimeters is de cirkel van de mug groter dan die van de vlieg?



Opgave 11

In de figuur zie je een vierkant met zijden van 20 cm met halve cirkels eromheen. Bereken de omtrek van de gehele figuur in centimeters nauwkeurig.



Opgave 12

Bereken de omtrek van een cirkelsector met een straal van 20 cm en een hoek van $32°$. Geef je antwoord in centimeters en rond af op één decimaal.

Opgave 13

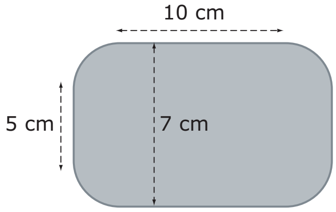
De grote wijzer van een kerkklok is $1{,}5$ m lang.

a Bereken de lengte van de weg die de punt van de wijzer in een kwartier aflegt in centimeters nauwkeurig.

b Legt de wijzerpunt in een jaar tijd ongeveer 100 km af? Licht je antwoord toe.

Opgave 14

Je ziet een blik sardines. In het bovenaanzicht van het blik staan de afmetingen. De afgeronde hoeken zijn kwartcirkels. De lijnstukken zijn evenwijdig of loodrecht op elkaar.



Bereken de omtrek van de bovenkant van zo'n sardineblik in millimeters nauwkeurig.

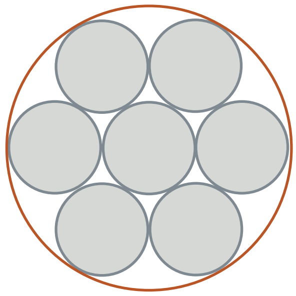
Opgave 15

Jan fietst elke dag $4{,}2$ km van huis naar school. Stel je voor dat bij elke omwenteling van zijn trappers ook zijn wiel precies één keer ronddraait. De diameter van zijn fietswiel is 71 cm.

Hoe vaak gaan zijn trappers dan rond op weg van huis naar school? Rond af op gehele omwentelingen.

Opgave 16

Dit is het bovenaanzicht van zeven gelijke tafeltennisballetjes die precies binnen een grote cirkelvormige doos passen. Elk balletje heeft een omtrek van $125{,}7$ mm.



Hoe groot is de omtrek van het bovenaanzicht van de doos afgerond op gehele millimeters?

Toepassen

Opgave 17: Touw om de aarde

Ga ervan uit dat de aarde precies bolvormig is en dat de omtrek 40000 km is.

a Bereken de straal van de aarde in gehele kilometers nauwkeurig.

b Stel je voor dat om de evenaar een touw is gespannen. Als je dat touw nu overal op de evenaar op 1 meter boven het aardoppervlak wilt bevestigen, hoeveel extra meter touw heb je dan nodig? Rond af op gehele meters.

Opgave 18: De snelheid van de Maan

De Maan draait in ongeveer $27{,}32$ dagen om de Aarde en staat ongeveer $384{,}4$ km van de Aarde af (gemiddeld).

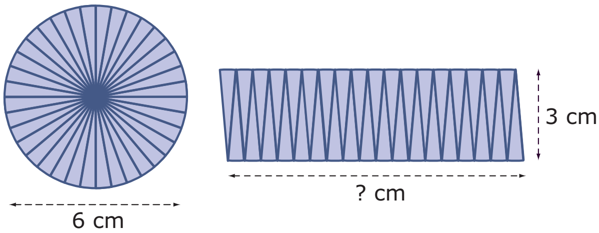
Met welke snelheid (in km/h) beweegt de Maan om de Aarde? Rond af op twee decimalen.

3.5 Oppervlakte cirkel

Verkennen

Opgave V1

Je ziet hoe een cirkel met een straal van 3 cm in 36 sectoren is verdeeld. Je kunt vervolgens, om de oppervlakte van deze cirkel te schatten, die sectoren in de vorm van een ‘parallellogram’ leggen.



a Waarom staat hier het woord ‘parallellogram’ tussen aanhalingstekens?

b Het ‘parallellogram’ staat verder ook een beetje scheef, maar de hoogte ervan is ongeveer gelijk aan de straal van de cirkel. Hoe lang is de basis ongeveer? Druk je antwoord uit in π.

c Hoe groot is de oppervlakte van het ‘parallellogram’ ongeveer? Druk je antwoord uit in π.

d Hoe groot is de oppervlakte van de cirkel dus ongeveer? Benader deze oppervlakte in mm^2 nauwkeurig.

Opgave V2

Bekijk nog eens hoe in de vorige opgave de oppervlakte van een cirkel werd geschat.

a Waarom is de basis van het ‘parallellogram’ niet precies de halve omtrek van de cirkel?

b Hoe kun je dat verschil tussen de basis van het ‘parallellogram’ en de halve omtrek van de cirkel in het algemeen kleiner maken bij het verdelen van een cirkel in sectoren?

c Wat kun je dan zeggen over de hoogte van het ‘parallellogram’?

d Je hebt nu een cirkel met straal r. Je verdeelt hem in zo veel sectoren dat je er precies een parallellogram met een hoogte van r en een basis van πr kunt leggen. In oneindig veel kleine sectoren dus eigenlijk. Hoe groot wordt de oppervlakte van die cirkel? Vereenvoudig je antwoord zoveel mogelijk.

Theorie

Opgave 1

Werk met de applet uit de **Uitleg**. Je kunt er de oppervlakte van een cirkel mee benaderen.

a Bij welke veelhoek krijg je voor het eerst een benadering van de oppervlakte van een cirkel met straal 2 in één decimaal nauwkeurig?

b Bij welke veelhoek krijg je voor het eerst een benadering van de oppervlakte van een cirkel met straal 3 in één decimaal nauwkeurig?

c Bereken met je rekenmachine de oppervlakte van een cirkel met een straal van 3 in vijf decimalen nauwkeurig.

Opgave 2

Ga uit van een cirkel met straal r.

a Welke formule kun je opschrijven voor de oppervlakte A van die cirkel?

b De diameter van deze cirkel kun je met $d = 2r$ berekenen.
Laat zien dat hieruit volgt: $A = 0{,}25\pi d^2$.

Opgave 3

Een cirkel met straal 5 is in zes sectoren geknipt.

a Hoe groot is de oppervlakte van elke cirkelsector? Geef je antwoord in één decimaal nauwkeurig.

b Welke formule geldt voor de oppervlakte van een cirkelsector met een sectorhoek van $s°$ en een straal van r?

Opgave 4

Bekijk de berekening van de oppervlakte van een cirkel in **Voorbeeld 1**.

a Voer zelf de berekening uit en controleer de afronding.

b Bereken de oppervlakte van een cirkel met een diameter van 12 cm in twee decimalen nauwkeurig.

c Je kunt de oppervlakte van een cirkel ook berekenen met de formule $A = 0{,}25\pi d^2$, waarin d de diameter is. Laat zien dat je met deze formule dezelfde oppervlakte krijgt voor de cirkel als bij b.

Opgave 5

Het binnengebied van deze rotonde is zuiver cirkelvormig. De diameter daarvan is 20 m. De breedte van het wegdek is 5 m.

a Bereken de oppervlakte van het binnengebied van deze rotonde in één decimaal nauwkeurig.

b Bereken de oppervlakte van het wegdek om de rotonde in m^2 nauwkeurig. Let niet op de aan- en afvoerwegen.

Opgave 6

Bekijk de berekening van de straal van een cirkel met een gegeven oppervlakte in **Voorbeeld 2**.

a Voer zelf de berekening uit en geef het antwoord in tienden van millimeters nauwkeurig.

b Bereken de diameter van een cirkel met een oppervlakte van 25 cm^2 in twee decimalen nauwkeurig.

Opgave 7

Het binnengebied van een rotonde is zuiver cirkelvormig. De oppervlakte van dit binnengebied is 200 m^2.

a Hoe groot is de straal van deze rotonde in meters nauwkeurig? Rond af op twee decimalen.

b Bereken de omtrek van dit binnengebied in één decimaal nauwkeurig.

Opgave 8

Bekijk de berekening van de oppervlakte van een cirkelsector in **Voorbeeld 3**.

a Voer zelf de berekening uit en geef het antwoord in mm, in tienden van mm^2 nauwkeurig.

b Bereken de oppervlakte van een cirkelsector met een straal van 25 cm en een sectorhoek van $113°$ in cm^2, in twee decimalen nauwkeurig.

Opgave 9

Je wilt de straal van een cirkelsector met een oppervlakte van 100 cm^2 berekenen. De sectorhoek is $100°$. Rond af op één decimaal.

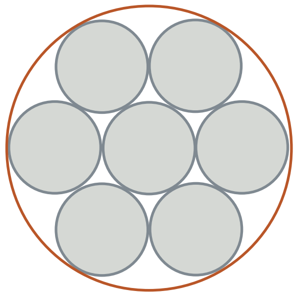
Verwerken

Opgave 10

Je ziet het Chinese Yin en Yang symbool. De figuur bestaat uit (halve) cirkels. De grote cirkel heeft een diameter van 20 cm, de halve cirkels zijn even groot en de kleinste cirkels hebben een diameter van 4 cm. De dikte van de rand mag je verwaarlozen.

Bereken de oppervlakte van het zwarte gedeelte in cm^2 nauwkeurig.

Opgave 11



Dit is het bovenaanzicht van zeven gelijke balletjes die precies binnen een grote cirkelvormige doos passen. Elk balletje heeft een diameter van 20 cm. Bereken de oppervlakte van de lege ruimte die overblijft in dit bovenaanzicht. Geef je antwoord in hele mm^2.

Opgave 12

Een cirkel heeft een oppervlakte van 400 m^2.

Bereken de omtrek van deze cirkel in meters nauwkeurig.

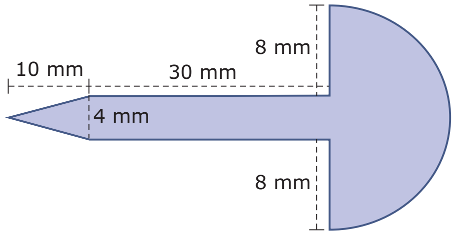
Opgave 13

Van een halve cirkel is de totale omtrek 400 m.

Bereken de oppervlakte van deze cirkel in m^2 nauwkeurig.

Opgave 14

Dit is een dwarsdoorsnede van een spijker. De kop is precies een halve bol. De rest van de spijker is lijnsymmetrisch.



Bereken de oppervlakte van de dwarsdoorsnede in mm^2 nauwkeurig.

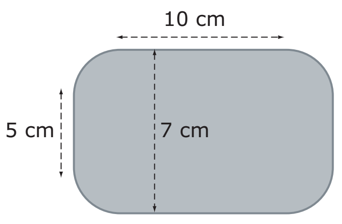
Opgave 15

In een ringband zitten 100 vellen papier met in elk vel 23 cirkelvormige gaatjes. Elk gaatje heeft een diameter van 6 mm.

Hoeveel hele mm^2 papier is in totaal uit dat pak papier geperforeerd?

Opgave 16

Je ziet een blik sardines. In het bovenaanzicht zijn de afmetingen getekend. De afgeronde hoeken zijn kwartcirkels.



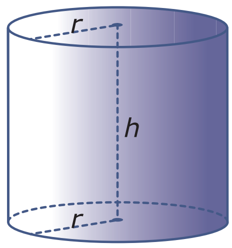
Bereken de oppervlakte van de bovenkant van zo'n sardineblik in cm^2. Rond af op twee decimalen.

Opgave 17

De oppervlakte van een taartpunt met een hoek van 23° is 246 cm^2. Bereken de bijbehorende straal van de taart in centimeters. Rond af op één decimaal.

Toepassen

Opgave 18: Oppervlakte cilinder



Deze cilinder heeft een cilindermantel, een grondvlak en een bovenvlak.

Knip je de cilindermantel in de hoogte open (dus je knipt evenwijdig aan de as) en vouw je deze cilindermantel plat, dan krijg je een rechthoek. De lengte van die rechthoek is de omtrek van de grondcirkel, de breedte is de hoogte van de cilinder. En dus kun je er de oppervlakte van berekenen.

De totale oppervlakte van de cilinder is dan die van de cilindermantel plus de oppervlakte van grondvlak en bovenvlak.

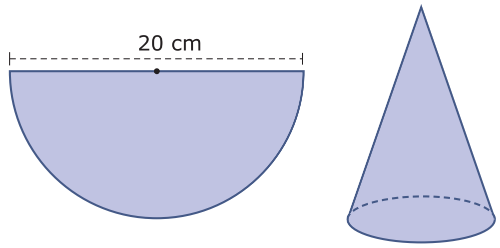
a Bereken de oppervlakte van een cilinder met een diameter van 10 cm en een hoogte van 20 cm in cm^2 nauwkeurig.

b Welke formule kun je opstellen voor de oppervlakte van een cilinder met een straal van r cm en een hoogte van h cm?

c Uit hoeveel gehele cm^2 metaal bestaat een cilindervormig blikje met een omtrek van $23{,}2$ cm en een hoogte van $10{,}8$ cm?

Opgave 19: Oppervlakte kegel

Van een stuk dun karton wordt een kegel gemaakt. Eerst wordt er een halve cirkel uitgeknipt en die wordt tot een punt geplakt. De diameter van die halve cirkel is 20 cm.



a Bereken de oppervlakte van de halve cirkel. Rond af op gehele cm^2.

b Hoe groot is de oppervlakte van de grondcirkel van deze kegel in cm^2? Rond af op één decimaal.

3.6 Eenheden

Verkennen

Opgave V1

Met behulp van een regenmeter bepaal je hoeveel mm water per m^2 er in een bepaalde tijdsperiode is gevallen. Er is in 3 uur tijd op een bepaalde plaats 42 mm water per m^2 gevallen.

a Hoeveel liter water is dat per m^2?

b Een open cilindervormige regenbak heeft een diameter van $0{,}8$ m. Hoeveel liter water is daar elk van de afgelopen uren gemiddeld bijgekomen? (Rond af op hele L).

Opgave V2

Op 16 augustus 2009 liep Usain Bolt op de 100 meter een wereldrecord van $9{,}58$ seconden. Op dat moment was het wereldrecord 100 m voor vrouwen $10{,}49$ seconden en stond het op naam van Florence Griffith-Joyner sinds 16 juli 1988.

Hoeveel m zou Usain Bolt op de finishlijn hebben voorgelegen als ze tegen elkaar hadden gelopen tijdens hun recordloop? (Geef je antwoord in dm nauwkeurig).

Theorie

Opgave 1

Bekijk in de **Uitleg** enkele veel voorkomende eenheden en hun voorvoegsels.

a Je hebt 1 kg suiker. Van welk woord is ‘k’ de afkorting? En wat betekent dit?

b Het voorvoegsel M staat voor ‘Mega’ en dat betekent miljoen.
Hoeveel g suiker is 1 Mg?

c En hoeveel kg is 1 Mg?

d Hoeveel mg is 1 Mg? Schrijf je antwoord zo kort mogelijk.

e In de praktijk wordt voor Mg het woord ‘ton’ gebruikt. Hoeveel kg is een megaton? Schrijf je antwoord zo kort mogelijk.

Opgave 2

Elke liter water weegt $0{,}998$ kg.

a Hoeveel g weegt 1 mL water? Geef je antwoord in decimalen.

b Een liter zeewater weegt ongeveer $1{,}024$ kg. Je mengt een liter zeewater met een liter water en haalt daar 1 mL gemengd water uit. Hoeveel g weegt die mL? Geef een exact antwoord.

Opgave 3

In de nanotechnologie wordt gewerkt met afstanden van nanometers.

Hoeveel mm is $3{,}1$ nm? Geef je antwoord zonder machten, dus als normaal decimaal getal.

Opgave 4

In **Voorbeeld 1** zie je enkele voorbeelden van het omrekenen van eenheden.

a Hoeveel cm^3 is 1 dL?

b Een ‘ons’ is een oude benaming voor 1 hg. Hoeveel g is dat?

c Hoeveel L gaan er in $1\ \text{m}^3$?

d Een ‘are’ is $1\ \text{dam}^2$. Hoeveel m^2 is 1 hectare (‘hecto-are’)?

Opgave 5

Vul in.

a $0{,}013\ m^3 = \ldots\ L$

b $12\ nm = \ldots\ cm$

c $3{,}15\ ha = \ldots\ m^2$

d $0{,}31\ hL = \ldots\ cm^3$

e $125\ mL = \ldots\ m^3$

f $0{,}95\ TB = \ldots\ MB$

Opgave 6

De tijdrekening heeft zijn eigen systeem.

a Hoeveel ms gaan er in 1 dag?

b Waar komt het woord kwartier vandaan? En hoeveel seconden gaan er in?

c Hoeveel dagen, uren, minuten en seconden zou 1 megaseconde moeten zijn?

Opgave 7

De omtrek van de Aarde is 40000 km.

a Je fietst gemiddeld 20 km in een uur. Hoeveel dagen en uren doe je over deze afstand?

b Stel je voor dat je met een raket zo snel zou kunnen gaan dat je de omtrek van de Aarde in 1 uur aflegt. De afstand tot de planeet Mars is vanaf de Aarde ongeveer 56 miljoen km. Hoeveel dagen en uur doe je daar over?

Opgave 8

Bij een grootheid als snelheid heb je te maken met samengestelde eenheden zoals m/s of km/h.

a Voor lucht bij kamertemperatuur (20 °C) is de geluidssnelheid ongeveer 343 m/s. Hoeveel km/h is dat? Geef je antwoord in één decimaal nauwkeurig.

b De lichtsnelheid is ongeveer 300000 km/s. Hoeveel km/h is dat? Geef je antwoord in wetenschappelijke notatie.

c Hoeveel m/s is dat? Geef je antwoord in wetenschappelijke notatie.

Opgave 9

De soortelijke massa (of ‘dichtheid’) van een bepaalde stof is het gewicht bijvoorbeeld per dm^3 of per cm^3. Zo heeft gewoon water een soortelijke massa van $0{,}998$ kg/dm^3.

a Hoeveel g/cm^3 is de soortelijke massa van water?

b Hoeveel kg weegt 1 m^3 water?

c Goud heeft een soortelijke massa van $19{,}2$ kg/dm^3. Een gouden ring heeft een volume van $0{,}4$ mL. Hoeveel gram weegt deze ring? Rond af op één decimaal.

Verwerken

Opgave 10

Kubieke centimeter wordt ook wel afgekort tot cc (‘cubic centimetre’). Een bromfietsmotor van 50 cc heeft een totale cilinderinhoud van 50 cm^3.

a Hoeveel liter is dat?

b Hoeveel cc heeft een motor met een totale cilinderinhoud van $0{,}25$ L?

c Een automotor heeft soms wel een cilinderinhoud van 2 L. Hoeveel cc is dat?

Opgave 11

Een liter water weegt ongeveer 1 kg.

a Hoeveel gram weegt 1 mL water?

b Het platte dak van een schoolgebouw heeft een totale oppervlakte van 400 m^2. Er valt op een bepaalde morgen 12 mm regen op dat dak. Hoeveel liter is dat in totaal?

c Stel je voor dat dit water op het dak zou blijven staan. Hoeveel kg water drukt er dan op elke m^2 van het dak?

Opgave 12

Schaatser Sven Kramer reed op 17 november 2007 de 5 km in 6:03,32. Dit betekent dat hij er zes minuten en 3,32 seconden over deed.

a Met hoeveel km/h schaatste hij gemiddeld? Rond af op één decimaal.

Een cheetah (jachtluipaard) haalt wel een topsnelheid van 108 km/h. Dat houdt hij echter niet langer dan zo'n 500 m vol.

b Hoeveel seconden houdt de cheetah deze snelheid vol? Rond af op één decimaal.

Opgave 13

Je legt een terras aan van stenen. De oppervlakte van het totale terras wordt 34 m^2. Onder de stenen komt zand. Dit zandbed krijgt overal een diepte van 20 cm. Vanwege het inklinken van het zand moet je 15% extra zand nemen. De stenen zijn rechthoekige blokken van 30 cm bij 15 cm. Vanwege het breukverlies (op de randen van het terras gebruik je stukken van stenen en dan verlies je altijd wel wat) neem je 10% extra stenen. Het terras omvat ook een vijvertje, dat is een rechthoekige kunststofbak van 1 meter bij 1,5 meter en een diepte van 40 cm.

a Hoeveel stenen ga je bestellen?

b Hoeveel kuub zand (een kuub is 1 m^3) bestel je voor het zandbed? Rond af op één decimaal.

c Hoeveel liter water gaat er maximaal in de vijver?

Opgave 14

Sommige computers hebben een harde schijf met een opslagruimte van $1{,}2$ TB. Foto's hebben een bestandsgrootte van bijvoorbeeld 8 MB.

a Hoeveel van die foto's gaan er op zo'n harde schijf?

b Je neemt per foto vier seconden om hem te bekijken. Hoeveel dagen, uren, minuten heb je nodig om alle foto's die op de harde schijf passen te bekijken?

Opgave 15

Reken om.

a 120 km/h = ... m/s

b 12 m/s = ... km/h

c $3{,}6\ \text{kg/m}^3 = \ldots\ \text{g/L}$

d $12\ \text{g/cm}^3 = \ldots\ \text{kg/L}$

Opgave 16

Een ijzeren staaf heeft een lengte van 1,20 m en een vierkante doorsnede van 5 cm bij 5 cm.

De soortelijke massa van ijzer is $7{,}9\ \text{g/cm}^3$.

a Hoeveel kg weegt deze staaf?

De staaf wordt verchroomd, dus aan alle kanten van een laag chroom voorzien. Die laag chroom is overal 1 mm dik. De staaf wordt hierdoor 1800 gram zwaarder.

b Bereken met behulp hiervan de soortelijke massa van chroom in twee decimalen nauwkeurig.

Toepassen

Opgave 17: Het Brits-Amerikaanse maatsysteem

In Engelstalige landen wordt nog vaak het Brits-Amerikaanse maatsysteem gebruikt.

Voor snelheid op land wordt bijvoorbeeld de eenheid mph gebruikt, dat is ‘miles per hour’ (‘mijl per uur’). Op zee wordt de snelheid in kt, dat is ‘knot’ (‘knopen’) uitgedrukt. 1 kt = 1 nmph, dus 1 nautical mile per hour. Let op! Hier betekent de ‘n’ niet nano!

a 1 mile is $1609{,}344$ m. Hoeveel km/h is 1 mph? Geef een exact antwoord.

b Hoeveel m/s is dat? Geef een exact, decimaal antwoord.

c 1 nautical mile is 1852 m. Hoeveel km/h is 1 kt (1 nautical mile per uur)? Geef een exact antwoord.

d En hoeveel m/s is dat? Rond af op vijf decimalen.

e Als een Britse automobilist in Nederland ziet dat hij op de snelweg maximaal 120 km/h mag en hij rekent om naar mph, hoe hard zou hij dan maximaal mogen rijden? Rond af op één decimaal.

f De maximale toegestane snelheid op Amerikaanse snelwegen is vaak 70 mph. Komt dit enigszins overeen met onze maximale snelheid op snelwegen?

Opgave 18: Astronomische afstanden

De gemiddelde afstand van de Aarde tot de Zon wordt de astronomische eenheid AE genoemd. 1 AE is ongeveer 150 miljoen km.

a De planeet Mars heeft een gemiddelde afstand van 228 mln km van de Zon. Hoeveel AE is dat?

b Neptunus is de planeet in ons zonnestelsel die het verst van de Zon af staat, gemiddeld maar liefst ongeveer 30 keer zover als de Aarde. Hoeveel km staat Neptunus ongeveer van de Zon af? Geef je antwoord in miljoenen km.

De lichtsnelheid is ongeveer 300000 km/s.

c Hoeveel minuten en seconden is het zonlicht onderweg naar de Aarde?

Een lichtjaar is de afstand die het licht in 1 jaar aflegt.

d Hoeveel km is dat? Geef je antwoord in wetenschappelijke notatie, in één decimaal nauwkeurig.

e En hoeveel AE is dat? Rond af op helen.

Alpha Centauri is de helderste ster in het sterrenbeeld Centaur (Centaurus).
Van alle sterren bevinden de Centaur-sterren zich het dichtst bij ons zonnestelsel. Hun gemiddelde afstand tot de zon bedraagt $4{,}36$ lichtjaar.

f Hoeveel km is Alpha Centauri van onze zon verwijderd? Neem aan dat het licht met een snelheid van 300000 km per seconde gaat. Geef je antwoord in wetenschappelijke notatie, in één decimaal nauwkeurig.

Opgave 19: Heuveltje op, heuveltje af

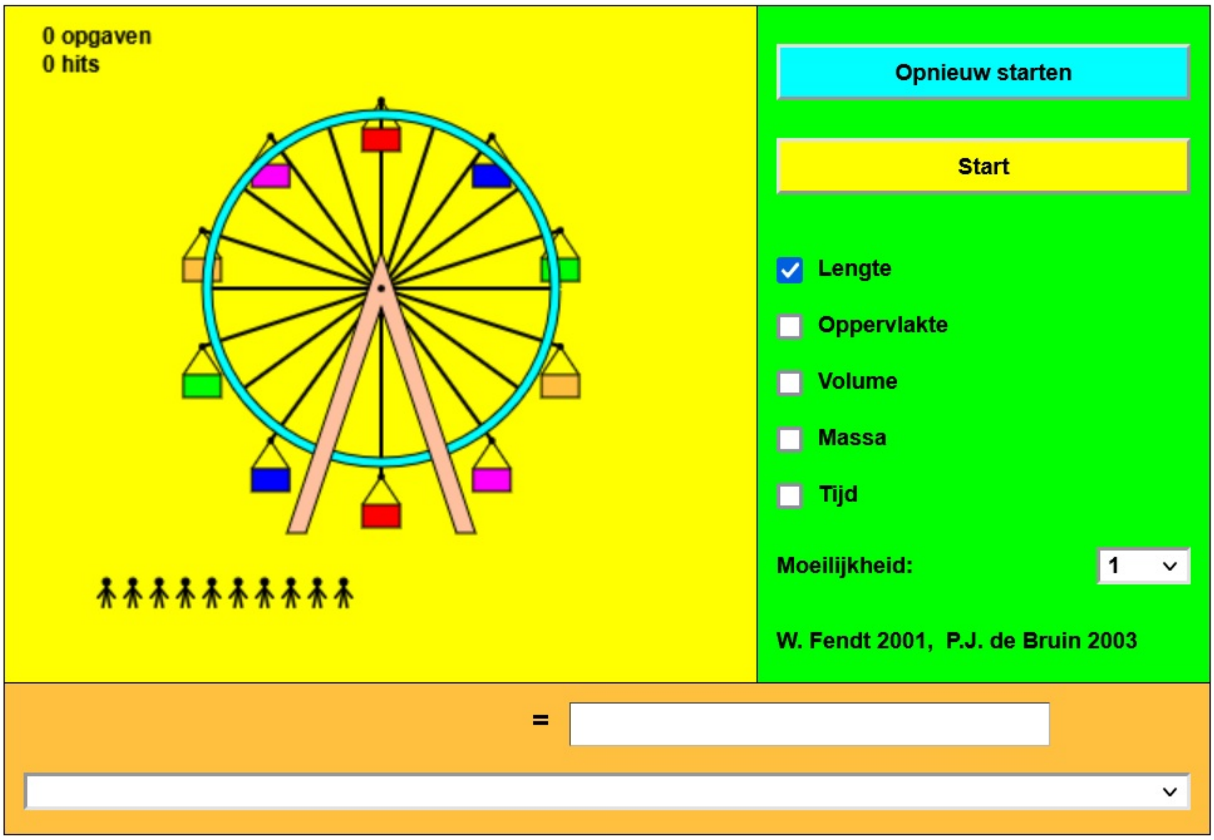
Een wielrenner fietst met 20 km/h uur een berg op. Hij keert bovenop om en fietst hetzelfde stuk nu met 60 km/h weer naar beneden. Hoe groot was zijn gemiddelde snelheid over de gehele rit?

Practicum

Er bestaan diverse webpagina's voor het **omrekenen van eenheden**.
Dit zijn er een paar:

- **eenheden-omrekenen.info**
- **convertking.net**

Je kunt ook even spelen met deze applet van Walter Fendt.
Hij kent alleen niet alle soorten eenheden.



3.7 Totaalbeeld

Samenvatten

Bij veel bijzondere 2D-figuren kun je de oppervlakte (en soms de omtrek) berekenen vanuit gegeven zijden en hoogtes. Dit kun je beschrijven met een formule. In dit onderwerp kom je bijvoorbeeld formules voor de omtrek en de oppervlakte van een cirkel tegen. Maar er zijn ook formules af te leiden voor de oppervlakte van een driehoek en van sommige vierhoeken. En daarmee kun je dan weer de oppervlakte (en soms de inhoud) van bepaalde ruimtelijke figuren berekenen.

De volgende opgaven zijn bedoeld om overzicht over het onderwerp **Formules voor omtrek en oppervlakte** te krijgen. Dit betreft de onderdelen 1, 2, 3, 4, 5 en 6 van dit onderwerp. Het is nuttig om er een eigen samenvatting bij te maken.

Begrippen

- oppervlakteformule
- oppervlakte driehoek — basis en hoogte
- oppervlakte vierhoek — oppervlakte parallellogram, vlieger, trapezium
- omtrekformule cirkel — cirkelsector en sectorhoek
- oppervlakteformule cirkel
- grootheid en (samengestelde) eenheid — voorvoegsel

Activiteiten

- omtrek en vooral oppervlakte bepalen vanuit (halve) rechthoeken
- een formule voor de oppervlakte van een driehoek afleiden en gebruiken
- formules voor de oppervlakte van enkele bijzondere vierhoeken afleiden en gebruiken
- de omtrek van een cirkel berekenen vanuit de diameter — de omtrekformule van een cirkel — de omtrek van een cirkelsector berekenen
- de oppervlakte van een cirkel berekenen vanuit de straal — de oppervlakteformule van een cirkel
- werken met allerlei eenheden en voorvoegsels — omrekenen van eenheden

Opgave 1

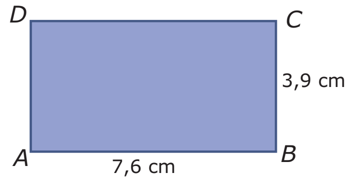
Veel figuren kun je verdelen in rechthoeken en halve rechthoeken. Of je kunt er een rechthoek omheen tekenen waarvan je rechthoeken en halve rechthoeken af moet trekken om de figuur te krijgen.

a Hoe bereken je van zo'n figuur de oppervlakte? Teken zelf een voorbeeld!

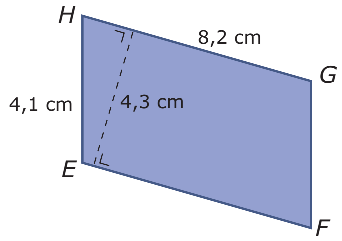
b Kun je van zo'n figuur ook altijd de exacte omtrek vaststellen? Wanneer kan dat wel?

Opgave 2

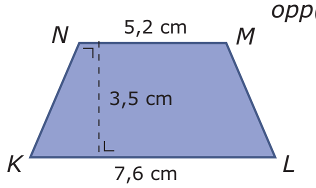
Je ziet hier drie bijzondere vierhoeken en een driehoek.



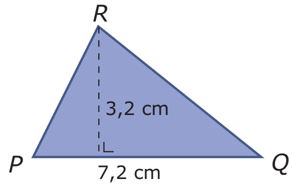
opp(rechthoek) =
opp(ABCD) =



opp(parallellogram) =
opp(EFGH) =



opp(trapezium) =
opp(KLMN) =



opp(driehoek) =
opp(PQR) =

Schrijf bij elke figuur de juiste oppervlakteformule. Bereken vervolgens die oppervlakte.

Opgave 3

Een cirkel heeft middelpunt M en een straal $r = 3$ cm.

a Schrijf de formule voor de omtrek van een cirkel op en bereken de omtrek van de gegeven cirkel in mm nauwkeurig.

b Schrijf de formule voor de oppervlakte van een cirkel op en bereken de oppervlakte van de gegeven cirkel in mm^2 nauwkeurig.

Opgave 4

Een cirkel heeft middelpunt M en straal r cm.

a De omtrek van deze cirkel is 100 cm. Laat zien, hoe je de diameter $d = 2r$ berekent in mm nauwkeurig.

b De oppervlakte van deze cirkel is 100 cm^2. Laat zien, hoe je de diameter $d = 2r$ berekent in mm nauwkeurig.

Opgave 5

Een cirkelsector heeft middelpunt M, een straal $r = 3$ cm en een sectorhoek van $48°$.

a Bereken de omtrek van deze cirkelsector in mm nauwkeurig.

b Bereken de oppervlakte van deze cirkelsector in mm^2 nauwkeurig.

c Een andere sector van deze cirkel heeft een oppervlakte van 10 cm^2. Welke sectorhoek heeft deze cirkelsector? Geef je antwoord in graden nauwkeurig.

Opgave 6

Bekijk het omrekenen van eenheden nog eens goed. Zorg er voor dat je weet wat de voorvoegsels betekenen. Schrijf bij elk van de volgende situaties zelf ook op hoe je omrekent!

a Hoeveel cm^3 is $1{,}5$ L?

b Hoeveel cm is 240000 nm?

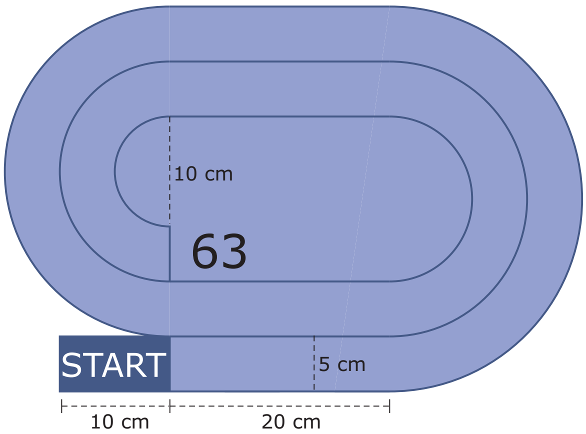
c Hoeveel km/h is 55 m/s?

d Hoeveel kg/L is $0{,}34$ g/mm^3?

Toepassen

Opgave 7: Ganzenbord

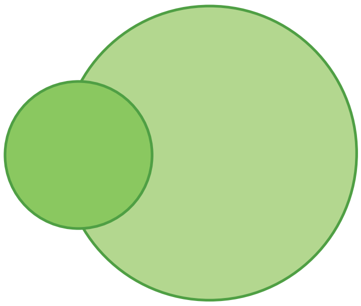
Het ganzenbordspel is al heel oud. Het speelveld is een rij vakjes begrensd door rechte lijnen en halve cirkels. Hieronder zie je een mogelijk speelveld, de vakjes 1 tot en met 62 zijn niet aangegeven. Je moet met je gans van ‘START’ naar vak 63 zien je komen. Alle vakjes die je passeert zijn even breed, namelijk 5 cm. Verdere afmetingen zie je in de figuur.



a Stel je voor dat je telkens precies over het midden van de vakjes beweegt. Hoe lang is dan de route van ‘START’ naar de finish in vak 63?

b Bereken ook de oppervlakte van het speelveld (de vakken 1 tot en met 63).

Opgave 8: Overlappende cirkels



In een vijver liggen twee ronde bladeren van een waterplant. Het éne blad heeft een diameter van 4 dm, het andere van 8 dm. Het kleine ligt met de helft van zijn oppervlakte op het grote blad.

Welk percentage van het grote blad wordt door het kleine blad bedekt?

Het lesmateriaal in deze reader is gebaseerd op het materiaal dat ook op de Math4All website staat.

De reader is gegenereerd met de Math4All maatwerkdienst. De inhoud en de volgorde van de onderwerpen in deze reader zijn gekozen door docenten van het ConTeXt College.

Stichting Math4All

Inhoud Katern 1

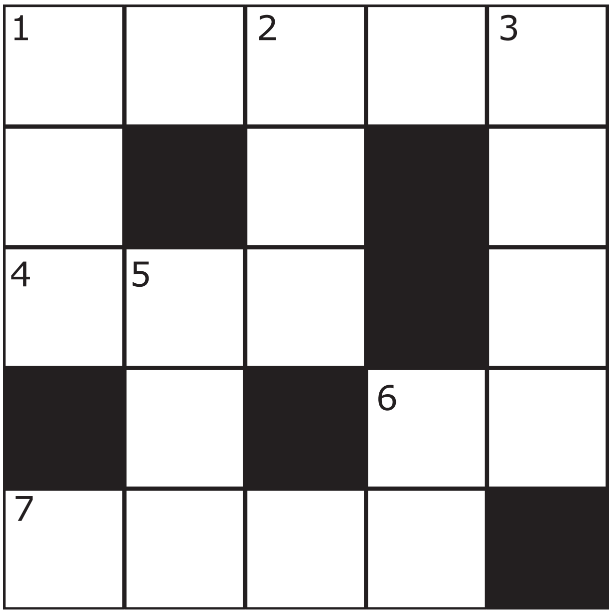
13. Machten en wortels

14. Werken met variabelen

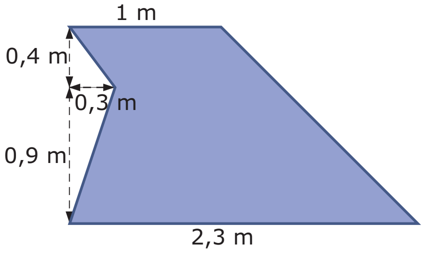
15. Formules omtrek en oppervlakte

www.math4all.nl

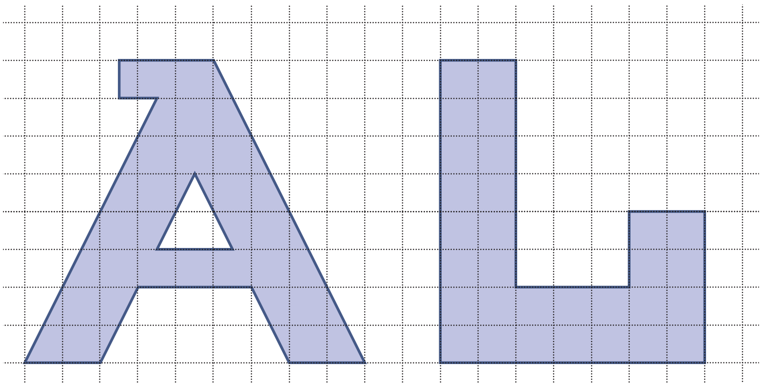
Werkblad bij Opgave 10 op pagina 45.



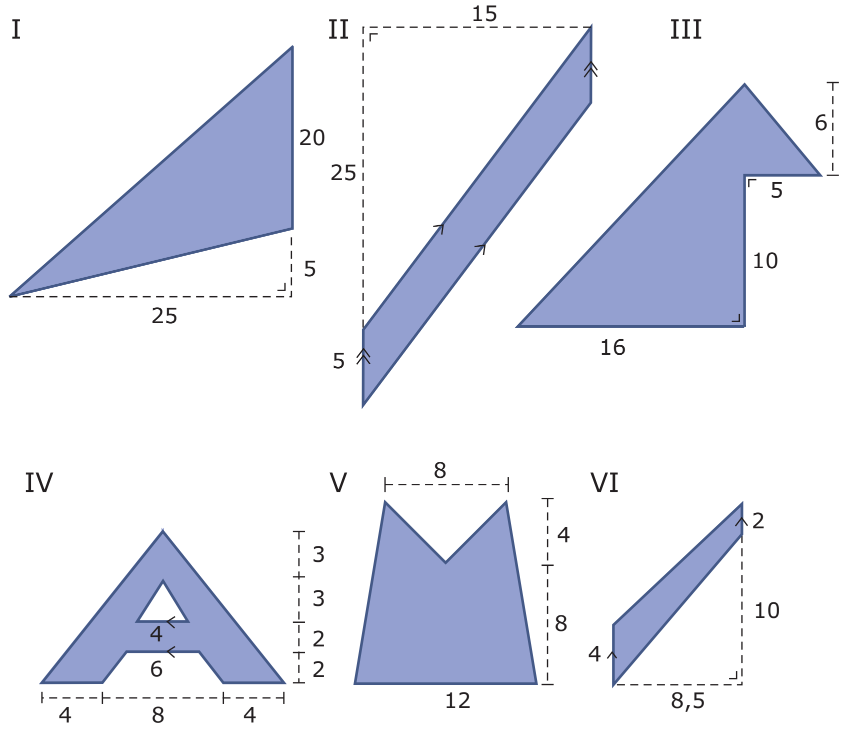
Werkblad bij Opgave 3 op pagina 168.



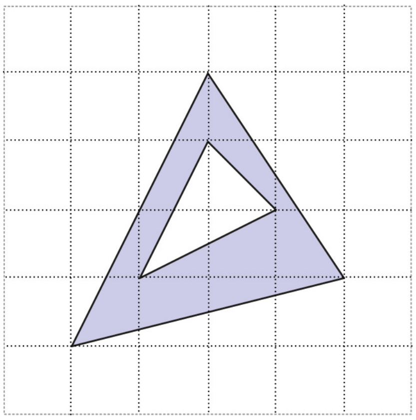
Werkblad bij Opgave 8 op pagina 172.



Werkblad bij Opgave 9 op pagina 173.



Werkblad bij Opgave 13 op pagina 175.



Werkblad bij Opgave 2 op pagina 178.