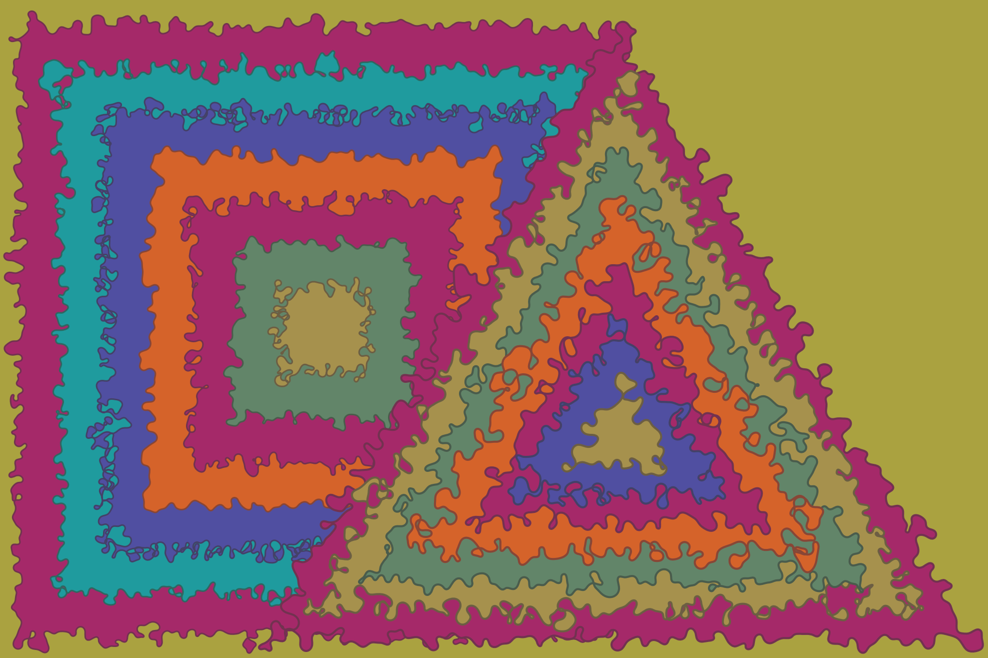
Wiskunde

2 HAVO / VWO

Katern 1 / Theorie

ConTeXt College



Inhoud

Voorwoord

Het lesmateriaal in dit katern is gebaseerd op het materiaal dat je kunt vinden op de Math4All website `www.math4all.nl`. In de tekst staan dan ook regelmatig verwijzingen naar die website. Waar je precies moet zijn op die website kun je zien in de kopregel van iedere pagina.

Ieder hoofdstuk bestaat uit een aantal paragrafen en wordt steeds afgesloten met een paragraaf *Totaalbeeld* waar de leerstof wordt samengevat en/of herhaald. Iedere paragraaf is ingedeeld in vaste rubrieken die houvast geven bij de bestudering van het lesmateriaal.

- Verkennen
- Uitleg
- Theorie en Voorbeelden
- Verwerken
- Toepassen

Indien er in het lesmateriaal wordt verwezen naar werkbladen dan kun je deze terugvinden op de website en achterin je katern.

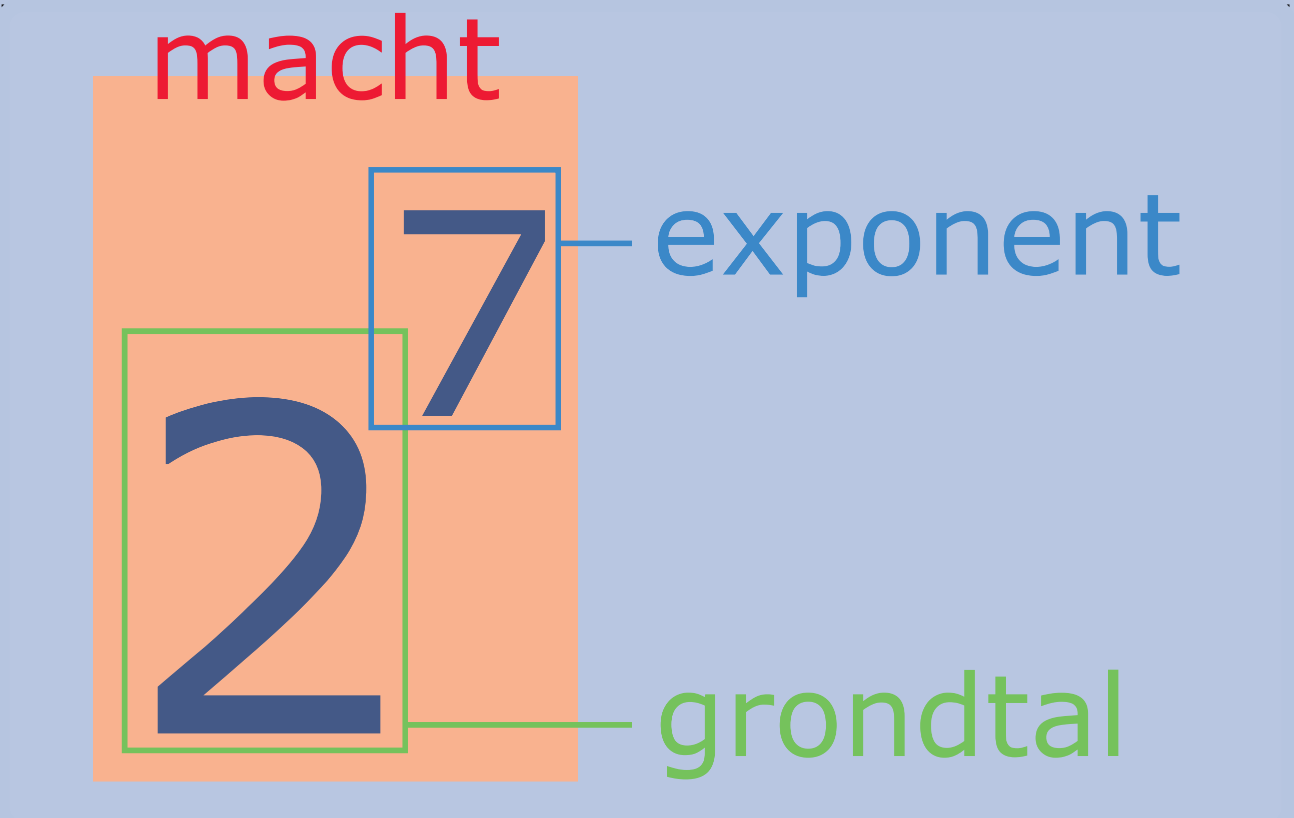
Begrippen

- kwadraat — kwadrateren
- wortel — worteltrekken
- term en factor — gelijksoortige termen
- macht, grondtal en exponent — machtsverheffen — derdemachtswortel
- rekenvolgorde
- wetenschappelijke notatie
- soorten getallen — natuurlijke getallen — gehele getallen — rationale getallen — reële getallen

Activiteiten

- kwadrateren en werken met kwadraten;
- terugrekenen vanuit kwadraten, worteltrekken;
- rekenen met wortels — gelijksoortige termen samennemen;
- werken met hogere machten dan bij kwadrateren — derdemachtswortels uitrekenen;
- de uitgebreide voorrangsregels voor het rekenen ook met machtsverheffen en worteltrekken;
- hele grote getallen en getallen dicht bij 0 schrijven en de wetenschappelijke notatie en omgekeerd;
- soorten getallen herkennen — breuken exact als decimaal getal schrijven;

Machtige getallen



Domein

Rekenen

Hoofdstuk

Machten en wortels

Inhoud

1

1.1 Kwadraten

Inleiding

De oppervlakte van een vierkant heet een kwadraat. Dat komt van het Latijnse woord ‘quadratus’ voor vierkant. Je rekent die oppervlakte uit door de zijde van het vierkant met zichzelf te vermenigvuldigen. En een getal met zichzelf vermenigvuldigen heet daarom kwadrateren.

Je leert in dit onderwerp

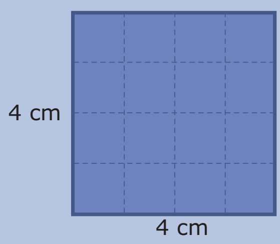
- getallen kwadrateren (met zichzelf vermenigvuldigen) en de bijbehorende notatie.

Voorkennis

- rekenen (optellen, aftrekken, vermenigvuldigen en delen) met positieve en negatieve getallen en met breuken en alle begrippen die daarbij horen;
- de oppervlakte van een roosterfiguur en een vierkant met gegeven zijde berekenen.

Opgave V1 Opgave V2

Uitleg



Dit vierkant heeft vier zijden van 4 cm.
De oppervlakte van het vierkant is $4 \times 4 = 16$ cm^2.
In plaats van 4×4 schrijf je ook wel 4^2.
Je spreekt dit uit als ‘vier tot de tweede’ of ‘vier kwadraat’.

‘Kwadraat’ (vroeger ‘quadraat’) komt van het latijnse ‘quattuor’ dat ‘vier’ betekent; een kwadraat is eigenlijk gewoon een andere naam voor (oppervlakte van een) vierkant. Het berekenen van een kwadraat heet **kwadrateren**.

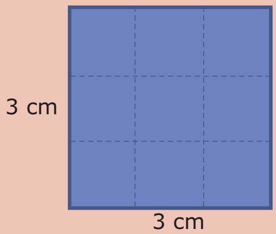
Voor een vierkant geldt: $oppervlakte = zijde^2$.

Met de rekenmachine bereken je 4^2 zo: 4 x^2 =

of zo: 4 ^ 2 =

Opgave 1 Opgave 2 Opgave 3

Theorie



Als je een getal met zichzelf vermenigvuldigt, noem je dat **kwadrateren** en het resultaat heet het **kwadraat** van dat getal.

Het kwadraat van 3 schrijf je als 3^2.
Het kwadraat van 3 is $3^2 = 3 \times 3 = 9$.

Het kwadraat van 3 is de oppervlakte van een vierkant met zijde 3.

Bedenk wel dat $(\text{-}3)^2 = \text{-}3 \times \text{-}3 = 9$, maar $\text{-}3^3 = \text{-}3 \times 3 = \text{-}9$.

Voorbeeld 1

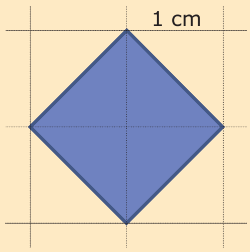
Meestal worden alleen de kwadraten van gehele positieve getallen ook echt 'kwadraten' genoemd. Dat komt omdat men in de Oudheid geen andere getallen kende dan 1, 2, 3, enzovoorts...
Hier zie je dus een heleboel kwadraten:

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	4	9	16	25	36	49	64	81
10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
100	121	144	169	196	225	256	289	324	361
20	21	22	23	24	25	26	27	28	29
400	441	484	529	576	625	676	729	784	841
30	31	32	33	34	35	36	37	38	39
900	961	1024	1089	1156	1225	1296	1369	1444	1521
40	41	42	43	44	45	46	47	48	49
1600	1681	1764	1849	1936	2025	2116	2209	2304	2401

Opgave 4 Opgave 5

Voorbeeld 2

De oppervlakte van dit vierkant is 2 cm^2.
Maar van welk getal is 2 het kwadraat?



Dit was al in de Oudheid een boeiende vraag.
Niemand wist er het antwoord op...
Alleen door proberen kun je het vinden. Speel een ‘hoger/lager’-spelletje:

getal	kwadraat	omhoog/omlaag
1	1	omhoog
2	4	omlaag
1,1	1,21	omhoog
1,2	1,44	omhoog
1,3	1,69	omhoog
1,4	1,96	omhoog
1,5	2,25	omlaag
1,41	1,9881	omhoog
1,42	2,0164	omlaag

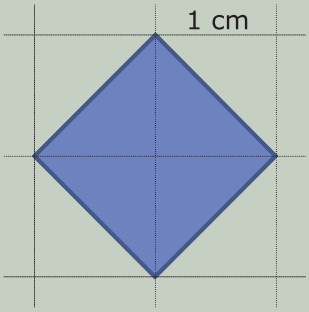
Na lang proberen vind je ongeveer 1,414213562, maar zelfs dat is niet het exacte antwoord...

Opgave 6 Opgave 7

1.2 Wortels

Inleiding

Dit is een vierkant met een oppervlakte van 2 cm^2. Om de lengte van de zijde te bepalen moet je een getal vinden waarvan het kwadraat 2 is. Zo'n getal kun je door proberen (hoger/lager-tabel) vinden. Gek genoeg komt er geen nauwkeurig decimaal getal uit...



Je leert in dit onderwerp

- terugrekenen vanuit een kwadraat (worteltrekken) en de bijbehorende notatie.

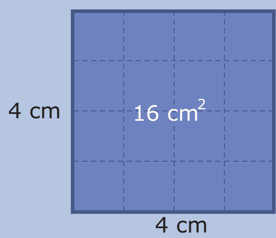
Voorkennis

- rekenen (optellen, aftrekken, vermenigvuldigen en delen) met positieve en negatieve getallen en met breuken en alle begrippen die daarbij horen;
- de oppervlakte van een roosterfiguur en een vierkant met gegeven zijde berekenen door kwadrateren.

Opgave V1

Uitleg

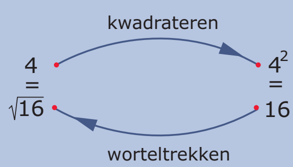
De oppervlakte van dit vierkant is 16 cm^2.
De lengte van elke zijde is 4 cm, want $4^2 = 4 \times 4 = 16$.
Je zegt: de wortel van 16 is 4.
Je schrijft dit als: $\sqrt{16} = 4$.
Dat noem je worteltrekken. Je rekenmachine kan ook worteltrekken. Bijvoorbeeld $\sqrt{441} = 21$ gaat waarschijnlijk zo:



2nd x^2 441) =

Maar misschien heeft je rekenmachine wel een afzonderlijke worteltoets...

De bewerkingen ‘kwadrateren’ en ‘worteltrekken’ heffen elkaar op. Meetkundig gezien gaat het bij kwadrateren om het bepalen van de oppervlakte van een vierkant vanuit de zijde: $4^2 = 16$. En bij worteltrekken gaat het om het bepalen van de zijde vanuit een gegeven oppervlakte $\sqrt{16} = 4$.

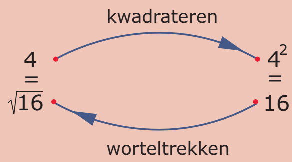


En dus is: $\sqrt{4^2} = 4$ en ook $\left(\sqrt{4}\right)^2 = 4$.

Opgave 1 Opgave 2 Opgave 3

Theorie

Als je vanuit een kwadraat terugrekent, noem je dat **worteltrekken** en het resultaat heet de **wortel** van dat getal. Worteltrekken is de terugrekenbewerking bij kwadrateren en je kunt deze bewerking op elk getal toepassen.



De wortel van 16 schrijf je als $\sqrt{16}$.
De wortel van 16 is $\sqrt{16} = 4$, want $4^2 = 16$.

De wortel van 3 schrijf je als $\sqrt{3}$.
De wortel van 3 is $\sqrt{3} = 1{,}73205... \approx 1{,}732$.
Dit getal is alleen te benaderen, er bestaat geen exacte uitkomst.

Het kwadraat van $\sqrt{3}$ is $\left(\sqrt{3}\right)^2 = 3$.

De wortel van 3^2 is $\sqrt{3^2} = 3$.

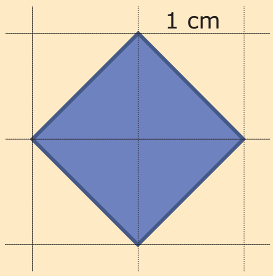
Voorbeeld 1

Uit een kwadraat kun je gemakkelijk wortel trekken.
Bijvoorbeeld:

- $\sqrt{1024} = \sqrt{32^2} = 32$
- $\sqrt{1\frac{7}{9}} = \sqrt{\frac{16}{9}} = \sqrt{\left(\frac{4}{3}\right)^2} = \frac{4}{3} = 1\frac{1}{3}$
- $\sqrt{1{,}44} = \sqrt{(1{,}2)^2} = 1{,}2$

Opgave 4 Opgave 5 Opgave 6 Opgave 7

Voorbeeld 2



De oppervlakte van dit vierkant is 2 cm^2.

De lengte van de zijde is daarom $\sqrt{2}$.

Maar hoe groot is $\sqrt{2}$ nu precies?

Dit was al in de Oudheid een boeiende vraag.
Niemand wist er het antwoord op...
Na lang proberen (inklemmen met een hoger/lager-tabel) vind je ongeveer 1,414213562, maar zelfs dat is niet het exacte antwoord...

$\sqrt{2}$ is niet exact te berekenen, dit getal kan alleen worden benaderd!

$\sqrt{2} \approx 1{,}4142$ gaat waarschijnlijk zo:

[2nd] [x^2] [2] [=]

Hetzelfde geldt voor getallen als $\sqrt{3}$, $\sqrt{5}$, $\sqrt{20}$, kortom voor vrijwel alle wortels.
Alleen de wortels uit zuivere kwadraten ‘komen uit’: bijvoorbeeld $\sqrt{9} = 3$ en $\sqrt{0{,}04} = 0{,}2$

Opgave 8 Opgave 9

1.3 Wortelrekenen

Inleiding

Worteltrekken komt meestal niet op exacte getallen uit, je kunt wortels vaak alleen benaderen. Soms laat je dan de wortelvormen gewoon staan en ga je ermee rekenen. Maar kun je wortels zomaar optellen, aftrekken, vermenigvuldigen en delen?
Ontdek het zelf...

Je leert in dit onderwerp

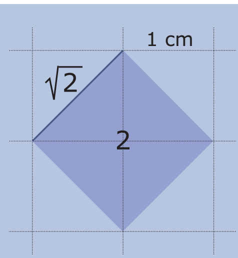
- rekenen met wortelvormen.

Voorkennis

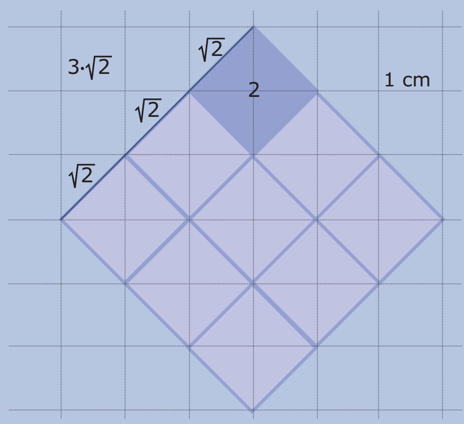
- rekenen (optellen, aftrekken, vermenigvuldigen en delen) met positieve en negatieve getallen en met breuken en alle begrippen die daarbij horen;
- worteltrekken en de betekenis van de wortel uit een getal.

Opgave V1

Uitleg



$\sqrt{2}$ is de lengte van de zijde van een vierkant met oppervlakte 2. Dit getal is niet als decimaal getal te schrijven, het is alleen te benaderen. Omdat een oppervlakte altijd positief is, kun je alleen worteltrekken uit positieve getallen en uit 0. Al in de tijd van de Oude Grieken (zo'n 600 jaar v.Chr.) was dit bekend. Zij beschouwden elke wortel als een lijnstuk. Omdat ze van veel wortels geen mooie gehele getallen of nette breuken konden maken, noemden ze wortels ‘onmeetbare getallen’. Ze konden er alleen mee rekenen door ze als lijnstukken voor te stellen.



Maak je het lijnstuk dat $\sqrt{2}$ voorstelt drie keer zo lang, dan krijg je $3 \cdot \sqrt{2}$ of kortweg $3\sqrt{2}$.
Dit zijn twee verschillende lijnstukken met dezelfde wortels, je mag ze nu optellen:
$\sqrt{2} + 3\sqrt{2} = 4\sqrt{2}$.

Deze optelling bestaat uit twee termen. In beide termen komen dezelfde wortels voor en daarom spreek je van gelijksoortige termen. Gelijksoortige termen mag je altijd samennemen.

Ook kun je zien: $3\sqrt{2} = \sqrt{9 \cdot 2} = \sqrt{18}$.

Dit is het begin van rekenen met wortels, ook andere wortels dan $\sqrt{2}$.

Opgave 1 Opgave 2

Theorie

De wortel uit een getal heeft meestal geen exacte uitkomst, kan alleen worden benaderd.
Daarom laat je wortelvormen vaak staan in een berekening en reken je er mee.

Wil je uitdrukkingen met wortels optellen, dan spreek je van de **termen** van de optelling. Termen waarin dezelfde wortelvormen voorkomen heten **gelijksoortige termen**.
Wil je uitdrukkingen met wortels vermenigvuldigen, dan spreek je van de **factoren** van de vermenigvuldiging.

Voor het **rekenen met wortels** geldt:

- het vermenigvuldigingsteken tussen een getal en een wortelvorm laat je vaak weg: $4 \cdot \sqrt{3} = 4\sqrt{3}$;
- gelijksoortige termen kun je samennemen: $\sqrt{3} + 4\sqrt{3} = 5\sqrt{3}$;
- niet gelijksoortige termen kun je niet samennemen: $\sqrt{3} + 4\sqrt{2}$ kun je niet korter schrijven;
- wortelvormen kun je vermenigvuldigen en delen: $\sqrt{2} \cdot \sqrt{3} = \sqrt{2 \cdot 3} = \sqrt{6}$ en $\frac{\sqrt{6}}{\sqrt{3}} = \sqrt{\frac{6}{3}} = \sqrt{2}$.

Voorbeeld 1

Meestal kun je berekeningen met wortels alleen benaderen met de rekenmachine. Alleen gelijksoortige wortels kun je optellen tot één wortelvorm.
Voorbeelden van optellingen en aftrekkingen met wortels zijn:

- $\sqrt{2} + \sqrt{3}$ kun je niet als één wortel schrijven want er zijn geen gelijksoortige termen, maar wel benaderen met je rekenmachine: $\sqrt{2} + \sqrt{3} \approx 3{,}14626437$.

  2nd x^2 2) + 2nd x^2 3) =
- $\sqrt{2} + \sqrt{2} + \sqrt{2} = 3 \cdot \sqrt{2}$ (drie gelijksoortige termen)
- $6\sqrt{2} - 4\sqrt{2} = 2\sqrt{2}$ (twee gelijksoortige termen)
- $\sqrt{4} + \sqrt{9} = 2 + 3 = 5$
- $\sqrt{9+4} = \sqrt{13} \approx 3{,}605551275$, dit kan ook in één keer op de rekenmachine:

  2nd x^2 9 + 4) =
- $\sqrt{7} + \sqrt{25} + 4\sqrt{7} - 3\sqrt{7} = 2\sqrt{7} + 5$ (alleen gelijksoortige termen kun je samen nemen).

Opgave 3 Opgave 4

Voorbeeld 2

Vermenigvuldigen en delen van wortels is eigenlijk heel eenvoudig.
Dat kun je in deze voorbeelden zien:

- $\sqrt{2} \cdot \sqrt{3} = \sqrt{2 \cdot 3} = \sqrt{6}$ wat je kunt controleren door kwadrateren.
- $\frac{\sqrt{6}}{\sqrt{2}} = \sqrt{\frac{6}{2}} = \sqrt{3}$ wat je ook kunt controleren door kwadrateren.

Op dezelfde manier kun je de volgende berekeningen uitvoeren:

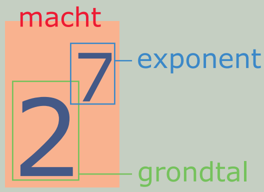
- $3 \cdot \sqrt{2} \cdot 5 \cdot \sqrt{3} = 3 \cdot 5 \cdot \sqrt{2 \cdot 3} = 15 \cdot \sqrt{6}$
- $2 \cdot \sqrt{7}^2 = 2 \cdot \sqrt{7} \cdot \sqrt{7} = 2 \cdot \sqrt{49} = 2 \cdot 7 = 14$
- $\frac{15 \cdot \sqrt{6}}{3 \cdot \sqrt{2}} = \frac{15}{3} \cdot \sqrt{\frac{6}{2}} = 5 \cdot \sqrt{3}$

Opgave 5 Opgave 6 Opgave 7

1.4 Machten

Inleiding

Bij kwadrateren wordt een getal met zichzelf vermenigvuldigd.
Je kunt een getal ook vaker met zichzelf vermenigvuldigen. Dan spreek je van machtsverheffen.
En zoals je bij kwadrateren kunt terugrekenen door worteltrekken, kun je bij machten terugrekenen door hogere machtswortels te gebruiken.



Je leert in dit onderwerp

- het begrip macht en machten uitrekenen;
- het begrip derdemachtswortel en derdemachtswortels uitrekenen;

Voorkennis

- rekenen (optellen, aftrekken, vermenigvuldigen en delen) met positieve en negatieve getallen en met breuken en alle begrippen die daarbij horen;
- kwadrateren, worteltrekken en rekenen met kwadraten en wortelvormen.

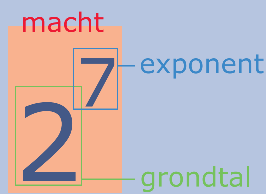
Opgave V1

Uitleg

Als je een getal met zichzelf vermenigvuldigt, krijg je een kwadraat: $3 \cdot 3 = 3^2$.

Er is een meer algemene schrijfwijze voor het vermenigvuldigen met steeds hetzelfde getal. Bijvoorbeeld:
$3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 3^5$.
Reken je zo'n getal uit, dan wordt de uitkomst machtig groot: $3^5 = 243$.

Je spreekt van machtsverheffen en je zegt ‘3 tot de macht 5’, of kortweg ‘3 tot de vijfde’.
En 3^5 heet een macht met grondtal 3 en exponent 5.
Een kwadraat zoals 3^2 is een macht met grondtal 3 en exponent 2.



$2^7 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 128$.

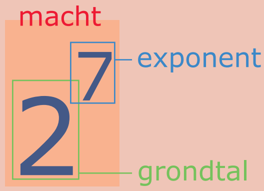
Op de rekenmachine:

Opgave 1 Opgave 2 Opgave 3

Theorie

Voor het vermenigvuldigen met steeds hetzelfde getal gebruik je een **macht** met **grondtal** en een **exponent**. Bijvoorbeeld: $3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 3^5$.

Reken je zo'n getal uit, dan wordt de uitkomst snel groot: $3^5 = 243$.



Je spreekt van **machtsverheffen** en je zegt '3 tot de macht 5', of kortweg '3 tot de vijfde'.

Bij het rekenen hebben machten voorrang op de andere bewerkingen.

Bij vermenigvuldigen van machten met hetzelfde grondtal mag je de exponenten optellen: $3^5 \cdot 3^4 = 3^{5+4} = 3^9$.

Bij delen van machten met hetzelfde grondtal mag je de exponenten aftrekken: $\frac{3^5}{3^2} = 3^{5-2} = 3^3$.

Zie **Voorbeeld 1**.

Je kunt ook terugrekenen vanuit machten. Bij terugrekenen vanuit derde machten spreek je van **derdemachtswortels**. Zie **Voorbeeld 2**.

Voorbeeld 1

Het rekenen met machten is eenvoudig als je de betekenis kent:

- $17^4 = 17 \cdot 17 \cdot 17 \cdot 17 = 83521$
- $(\text{-}17)^4 = \text{-}17 \cdot \text{-}17 \cdot \text{-}17 \cdot \text{-}17 = 83521$
- $\text{-}17^4 = \text{-}17 \cdot 17 \cdot 17 \cdot 17 = \text{-}83521$
- $100000 - 17^4 = 100000 - 17 \cdot 17 \cdot 17 \cdot 17 = 100000 - 83521 = 16479$

Je ziet dat machten voorrang hebben op optellen en aftrekken. En verder:

- $2^3 \cdot 2^4 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 2^7$
  Bij vermenigvuldigen van machten met hetzelfde grondtal tel je de exponenten op.
- $\frac{2^7}{2^4} = \frac{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2}{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2} = \frac{2 \cdot 2 \cdot 2}{1} = 2^3$
  Bij delen van machten met hetzelfde grondtal trek je de exponenten af.
- $\frac{2^3}{2^3} = \frac{2 \cdot 2 \cdot 2}{2 \cdot 2 \cdot 2} = 1$ en $\frac{2^3}{2^3} = 2^0$.
  Een getal tot de macht 0 is altijd 1.
- $\left(2^3\right)^4 = 2^3 \cdot 2^3 \cdot 2^3 \cdot 2^3 = 2^{3+3+3+3+3} = 2^{12}$
  Bij machten van machten vermenigvuldig je de exponenten.

Opgave 4 Opgave 5

Voorbeeld 2

De inhoud van een kubus met ribben van 4 is: $4 \cdot 4 \cdot 4 = 4^3$. De inhoud van een kubus is een derde macht.

Een beroemd probleem uit de Oudheid is de 'verdubbeling van de kubus': Het altaar van de tempel van Delphi is een kubus van 1 bij 1 bij 1 m, welke afmetingen moet eenzelfde altaar krijgen met een 2 keer zo grote inhoud?

Omdat het bestaande altaar een inhoud heeft van $1^3 = 1$ m^3, moet de vergrote kubus een inhoud hebben van 2 m^3. Dus geldt voor de zijde z van dit altaar: $z^3 = 2$.

De oplossing van het probleem van Delphi is de derdemachts wortel uit 2: $z = \sqrt[3]{2}$.
De uitkomst hiervan vind je door inklemmen met een hoger/lager-tabel. Probeer maar eens: $\sqrt[3]{2} \approx 1{,}25992105$.

Opgave 6 Opgave 7 Opgave 8

1.5 Meneer Van Dalen

Inleiding

Je weet al dat je bij het rekenen een bepaalde volgorde in acht moet nemen. Maar nu komen daar machten en wortels nog bij. En die gaan voor...

Je leert in dit onderwerp

- werken met de juiste rekenvolgorde.

Voorkennis

- rekenen (optellen, aftrekken, vermenigvuldigen en delen) met positieve en negatieve getallen en met breuken en alle begrippen die daarbij horen;
- kwadrateren, worteltrekken en rekenen met kwadraten en wortelvormen;
- het begrip macht en machten uitrekenen;
- het begrip derdemachtswortel en derdemachtswortels uitrekenen.

Opgave V1 Opgave V2

Uitleg

‘Meneer Van Dalen Wacht Op Antwoord’ was vroeger een ezelsbruggetje om de voorrangsregels voor het rekenen te onthouden: eerst Machten, dan Vermenigvuldigen, daarna Delen, vervolgens Worteltrekken, dan Optellen en tenslotte Aftrekken. Tegenwoordig wordt die volgorde niet langer strikt gehanteerd, maar toch zijn er (vanwege de moderne rekenapparatuur) een aantal duidelijke afspraken.
Bij het rekenen moet je deze rekenvolgorde hanteren:

- H: eerst doe je wat binnen haakjes staat;
- MW: vervolgens machten en wortels van links naar rechts;
- VD: daarna vermenigvuldigen en delen van links naar rechts;
- OA: tenslotte optellen en aftrekken van links naar rechts.

Je ziet dat machten en wortels gelijkwaardig zijn, dat hetzelfde geldt voor vermenigvuldigen en delen en optellen en aftrekken. Met haakjes kun je de volgorde beïnvloeden: wat daarbinnen staat doe je eerst.

Ezelsbrug nodig? Bijvoorbeeld: ‘Heel Mooi Weer VanDaag Op Ameland’ als je dit gebruikt als H-MW-VD-OA.

Opgave 1 Opgave 2

Theorie

Bij rekenen gelden deze **voorrangsregels**:

1. Eerst uitrekenen wat tussen haakjes staat.
2. Dan machten en wortels van links naar rechts.
3. Dan vermenigvuldigen en delen van links naar rechts.
4. Tenslotte optellen en aftrekken van links naar rechts.

Houd er wel rekening mee, dat haakjes soms zijn verstopt: $\sqrt{5^2} = \surd(5^2)$ en $\frac{6}{2+3} = 6/(2+3)$.

Voorbeeld 1

Bereken: $2 \cdot \sqrt{16} + 2 \cdot 3 - 4 \cdot (2+6) \,/\, 2^3$.

Antwoord

$2 \cdot \sqrt{16} + 2 \cdot 3 - 4 \cdot (2+6) \,/\, 2^3 =$
$= 2 \cdot 4 + 2 \cdot 3 - 4 \cdot 8/8 =$
$= 8 + 6 - 32/8 =$
$= 14 - 4 = 10$

Opgave 3 Opgave 4

Voorbeeld 2

Je hebt gezien dat je de rekenvolgorde Haakjes-MachtenWortels-VermenigvuldigenDelen-OptellenAftrekken moet hanteren. Maar soms kun je door een bijzondere schrijfwijze te gebruiken de volgorde wijzigen.
Drie bekende voorbeelden zijn:

- de lange breukstreep: $\frac{6 \cdot 2}{5-3} = \frac{12}{2} = 6$ (aftrekken gaat hier voor delen)
- de lange streep aan het wortelteken: $\sqrt{6 + 2 \cdot 15} = \sqrt{6 + 30} = \sqrt{36} = 6$ (vermenigvuldigen en optellen gaan hier voor worteltrekken)
- de notatie voor machten: $2^{4+1} = 2^5 = 32$ (optellen gaat hier voor machtsverheffen)

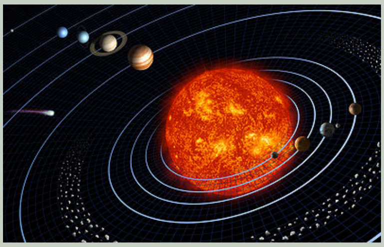
Op je rekenmachine moet je in deze gevallen de weggelaten haakjes weer toevoegen.

Opgave 5 Opgave 6

1.6 Wetenschappelijke notatie

Inleiding

Soms heb je met hele grote getallen te maken. Zoals bij berekeningen van afstanden in het zonnestelsel of nog verder in de ruimte. De getallen worden dan vaak erg onoverzichtelijk met (vaak onnodig) veel cijfers. Dan gebruik je de wetenschappelijke notatie met machten van 10.



Je leert in dit onderwerp

- werken met de wetenschappelijke notatie.

Voorkennis

- rekenen (optellen, aftrekken, vermenigvuldigen en delen) met positieve en negatieve getallen en met breuken en alle begrippen die daarbij horen;
- kwadrateren, worteltrekken en rekenen met kwadraten en wortelvormen;
- machten en wortels uitrekenen en de juiste rekenvolgorde hanteren.

Opgave V1 Opgave V2

Uitleg

Omdat je in het tientallig stelsel werkt, spelen machten van 10 een grote rol bij het opschrijven van getallen. Met behulp van de rekenregels voor machten kun je bij eenheden, tientallen, honderdtallen, duizendtallen, etc., werken met machten van 10. Datzelfde geldt voor tienden, honderdsten, duizendsten, etc.
De rekenregels voor machten van 10 (en ook voor andere machten) zijn:

- bij vermenigvuldigen van machten tel je de exponenten op: $10^5 \cdot 10^3 = 10^8$
- bij het delen van machten trek je de exponenten van elkaar af: $10^5 / 10^3 = 10^2$

Hieruit volgt:

- $1 = 10^1 / 10^1 = 10^{1-1} = 10^0$ dus $10^0 = 1$
- $\frac{1}{10} = 10^0 / 10^1 = 10^{-1}$
- $\frac{1}{100} = 10^0 / 10^2 = 10^{-2}$
- $\frac{1}{1000} = 10^0 / 10^3 = 10^{-3}$

enzovoorts.

Hele grote getallen zoals 135 miljard = 135.000.000.000 zijn door het grote aantal cijfers moeilijk te lezen. Je schrijft zo'n getal daarom als:
$135.000.000.000 = 1{,}35 \cdot 100.000.000.000 = 1{,}35 \cdot 10^{11}$.

Ook hele kleine getallen zoals 32 miljoenste = 0,000032 zijn door het grote aantal cijfers moeilijk te lezen. Je schrijft zo'n getal daarom als:
$0{,}000032 = 3{,}2 \cdot 0{,}00001 = 3{,}2 \cdot \frac{1}{100000} = 3{,}2 \cdot 10^{-5}$.

Deze manier van opschrijven van getallen noem je de wetenschappelijke notatie.

Opgave 1 Opgave 2 Opgave 3

Theorie

Je schrijft hele grote en hele kleine getallen vaak in de **wetenschappelijke notatie**.

- Een groot getal krijgt dan de vorm $a \cdot 10^{n}$.
- Een klein getal krijgt dan de vorm $a \cdot 10^{-n}$.

Hierin is $1 \leq a < 10$.

Je gebruikt deze notatie vooral als het gaat om miljoenen, miljarden, miljoensten, miljardsten, e.d.

Getallen die uit veel cijfers ongelijk aan 0 bestaan ga je om die notatie te gebruiken eerst afronden. Op hoeveel decimalen je afrondt, hangt af van hoeveel cijfers een belangrijke betekenis hebben. Deze belangrijke cijfers noem je de **significante cijfers**

Voorbeeld 1

De **lichtsnelheid** is in vacuüm (het luchtledige) gelijk aan $299.792.458$ m/s. Deze waarde is exact doordat ze wordt gebruikt als definitie van de lengte van de standaardmeter: een meter is gedefinieerd als de afstand die het licht in $1/299792458$ seconde aflegt.

Het licht legt dus ongeveer $3{,}0 \cdot 100.000.000$ m per seconde af (bij twee significante cijfers).
De wetenschappelijke notatie van de lichtsnelheid is dan $3{,}0 \cdot 10^{8}$ m/s.

Hoeveel km/uur is dat?

Antwoord

Om de lichtsnelheid in m/s om te rekenen naar km per uur moet je dit getal vermenigvuldigen met 3600 (het aantal seconden in een uur) en vervolgens delen door 1000 (het aantal m in een km).
Dus is de lichtsnelheid ongeveer $3{,}6 \cdot 3{,}0 \cdot 10^{8} = 10{,}8 \cdot 10^{8} = 1{,}08 \cdot 10^{9}$ km/uur.

Opgave 4 Opgave 5

Voorbeeld 2

Een meter is gedefinieerd als de afstand die het licht in $1/299792458$ seconde aflegt. Hoe lang doet het licht over het afleggen van 1 meter? Geef je antwoord in de wetenschappelijke notatie in drie decimalen nauwkeurig, dus met vier significante cijfers.

Antwoord

Als je deze deling met de rekenmachine uitvoert, dan krijg je waarschijnlijk $3 \cdot 10^{-9}$ seconden. Dat is niet in twee decimalen nauwkeurig.

Maar je kunt de rekenmachine in de wetenschappelijke notatie zetten. Dan wordt de berekening ineens veel nauwkeuriger. Je vindt dan ongeveer $3{,}336 \cdot 10^{-9}$. De vraag is natuurlijk wel of je die nauwkeurigheid nodig hebt...

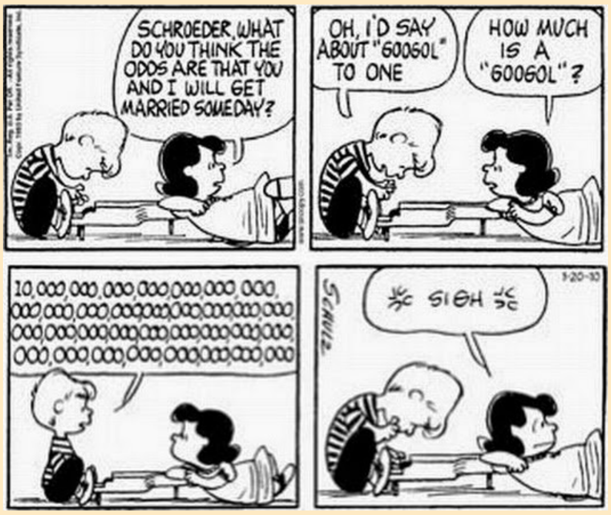
Opgave 6 Opgave 7

Voorbeeld 3

Voor $1 \cdot 10^{100}$ bestaat de naam **googol**.

Deze naam is omstreeks 1920 bedacht door een negenjarig neefje van de Amerikaanse wiskundige Edward Kasner. De naam Google is een verbastering hiervan gemaakt door Larry Page, één van de grondleggers van deze zoekmachine.

Veel rekenmachines hebben dit getal als grens van de getallen die erop kunnen worden weergegeven.
Het is ongeveer zo groot als $70 \cdot 69 \cdot 68 \cdot \ldots \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1$.



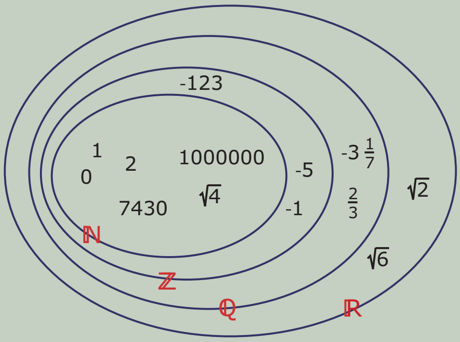
1 googolplex = $1 \cdot 10^{\text{googol}}$, een 1 met googol nullen. Best groot...

Opgave 8 Opgave 9

1.7 Soorten getallen

Inleiding

Je hebt inmiddels met allerlei soorten getallen kennisgemaakt: decimale getallen, gehele getallen, breuken, negatieve getallen, machten, wortels en misschien al het getal π.
Hoog tijd om dit even overzichtelijk op een rijtje te zetten.



Je leert in dit onderwerp

- allerlei soorten getallen herkennen en er overzicht over krijgen.

Voorkennis

- rekenen (optellen, aftrekken, vermenigvuldigen en delen) met positieve en negatieve getallen en met breuken en alle begrippen die daarbij horen;
- kwadrateren, worteltrekken en rekenen met kwadraten en wortelvormen;
- machten en wortels uitrekenen en de juiste rekenvolgorde hanteren;
- werken met de wetenschappelijke methode.

Opgave V1

Uitleg 1

De wiskunde kan niet zonder getallen...
Om te beginnen zijn daar de natuurlijke getallen 1, 2, 3, 4, 5, ..., 7420, ... Omdat in onze tientallige schrijfwijze een nul nodig is wordt het getal 0 meestal ook een natuurlijk getal genoemd:
$\mathbb{N} = \{0,1,2,3,4,...\}$

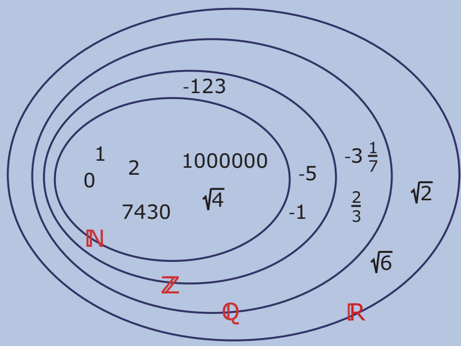
Doe je niks anders dan optellen, vermenigvuldigen en machtsverheffen, dan heb je aan de natuurlijke getallen genoeg. Maar ja, er worden ook getallen afgetrokken, gedeeld en er wordt wortel getrokken...

Om getallen altijd te kunnen aftrekken heb je ook negatieve getallen nodig, want anders kun je bijvoorbeeld $5 - 9$ niet uitrekenen. Dus eerst voeg je -1, -2, -3, etc., toe aan de natuurlijke getallen. Je krijgt dan de gehele getallen:
$\mathbb{Z} = \{...,-3,-2,-1,0,1,2,3,...\}$

Om getallen altijd te kunnen delen heb je ook breuken nodig, want anders kun je bijvoorbeeld $2/3$ niet uitrekenen. Voeg je de breuken toe aan de gehele getallen, dan krijg je de rationale getallen $\mathbb{Q}$ (‘ratio’ betekent ‘breuk, verhouding’).
Die naam is niet zo gek, want ook gehele getallen kun je als breuk schrijven. Bijvoorbeeld: $3 = \frac{3}{1}$.

En hiermee is het nog niet afgelopen...

Uitleg 2



Inmiddels heb je ook leren worteltrekken. En dat levert twee problemen op...

Getallen als $\sqrt{2}$ kun je niet als breuk schrijven, het zijn irrationale getallen.
(Al in de Griekse Oudheid is dit bewezen.)
Daarom kun je dergelijke wortels alleen benaderen, nooit exact berekenen. Je moet dus aan de rationale getallen nog deze irrationale getallen toevoegen. Je krijgt dan de reële getallen. Dit zijn de getallen waar je eigenlijk altijd mee werkt. Alle reële getallen samen stel je voor door $\mathbb{R}$.

Het tweede probleem betreft getallen als $\sqrt{-1}$. Dit zijn geen reële getallen. Hiervoor zijn de complexe getallen in het leven geroepen, maar voorlopig krijg je daar niet mee te maken...

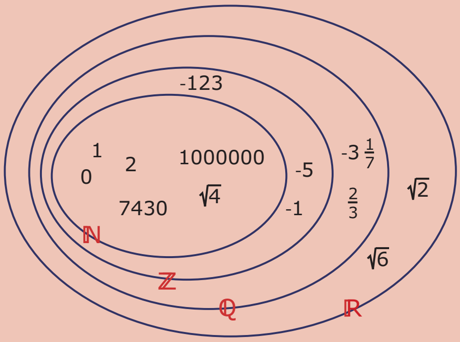
Hier zie je de voor jou belangrijke soorten getallen in één figuur.

Opgave 1 Opgave 2 Opgave 3 Opgave 4

Theorie

Er bestaan allerlei soorten getallen:

- **natuurlijke getallen**: $\mathbb{N} = \{0,1,2,3,4,...\}$
- **gehele getallen**: $\mathbb{Z} = \{...,-3,-2,-1,0,1,2,3,...\}$
- **rationale getallen**: $\mathbb{Q}$ bestaat uit alle getallen die je als breuk kunt schrijven, dus ook de gehele getallen
- **reële getallen**: $\mathbb{R}$ en dat zijn voorlopig alle getallen samen.



Getallen als $\sqrt{-1}$ zijn geen reële getallen. Dit zijn complexe getallen, maar voorlopig krijg je daar niet mee te maken...

Voorbeeld 1

Geef van elk van de volgende getallen aan tot welke soort het behoort.

- $-2{,}25$
- $-\frac{12}{4}$
- $-\sqrt{53}$
- $\sqrt{\frac{108}{3}}$

Antwoord

Al deze getallen zijn reële getallen.

- $-2{,}25$ is een rationaal getal, maar geen geheel getal
- $-\frac{12}{4} = -3$ en is dus een geheel getal, maar geen natuurlijk getal
- $-\sqrt{53}$ is een irrationaal getal
- $\sqrt{\frac{108}{3}} = 6$ en dus een natuurlijk getal

Opgave 5

Voorbeeld 2

Van een rationaal getal als $\frac{2}{7}$ kun je alle decimalen exact weten omdat bij het uitvoeren van de deling de decimalen zich gaan herhalen. (Je kunt natuurlijk al die nullen aan het begin van elk getal wel weglaten.)

Je ziet dat er herhaling optreedt, dus $\frac{2}{7} = 0,\underline{28574}$.
Elk rationaal getal heeft zo ofwel een eindig aantal decimalen, ofwel de decimalen gaan zich herhalen. Daarom hoef je rationale getallen niet te benaderen.

2 / 7 = 0,285742...
0
2,0
1,4
0,60
0,56
0,040
0,035
0,0050
0,0049
0,00010
0,00007
0,000030
0,000028
0,0000020

Opgave 6 Opgave 7

Begrippen

- formule — uitdrukking herleiden — variabele — factor van een vermenigvuldiging — term van een optelling — gelijksoortige termen
- macht, machtsverheffen — kwadraat, tweede macht
- vergelijking (met één variabele) — rekenschema — terugrekenschema, inverse bewerkingen
- balansmethode
- haakjes wegwerken

Activiteiten

- uitdrukkingen (in formules) herleiden door factoren te vermenigvuldigen en gelijksoortige termen samen te nemen;
- uitdrukkingen (in formules) herleiden door factoren te vermenigvuldigen en daarbij machten te gebruiken en gelijksoortige termen samen te nemen;
- rekenschema's gebruiken om vergelijkingen op te lossen waarin de variabele één keer voor komt;
- de balansmethode gebruiken om vergelijkingen op te lossen;
- uitdrukkingen herleiden door haakjes weg te werken;

Omrekenformules

Domein

Grafieken en formules

Hoofdstuk

Werken met variabelen

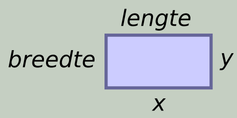
Inhoud

2

2.1 Rekenen met variabelen

Inleiding

Je hebt al met formules kennis gemaakt. Daarbij gebruik je variabelen, grootheden waarvan de waarde kan variëren, veranderen. De omtrek P van deze rechthoek bijvoorbeeld is $P = x + y + x + y$. Dat wil je natuurlijk korter kunnen schrijven...



Je leert in dit onderwerp

- in uitdrukkingen met variabelen termen en factoren herkennen;
- formules herleiden door optellen en aftrekken van gelijksoortige termen;
- de vermenigvuldigingspunt gebruiken en die indien mogelijk weglaten;
- formules herleiden door vermenigvuldigen van factoren.

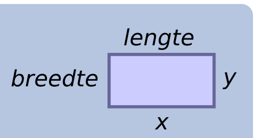
Voorkennis

- rekenen, ook met negatieve getallen;
- de begrippen formule, grootheid, (letter)variabele, eenheid, substitueren (invullen) en vergelijking;
- grafieken bij formules maken en vergelijkingen oplossen met behulp van grafieken en inklemmen of door handig rekenen.

Opgave V1

Uitleg 1

De formule voor de omtrek van een rechthoek kun je schrijven als: $P = x + y + x + y$, waarbij de variabelen x de lengte, y de breedte en P de omtrek van de rechthoek voorstellen.



Deze formule kun je korter schrijven, dat noem je herleiden. Hier kun je de uitdrukking $x + y + x + y$ herleiden:
$x + y + x + y = x + x + y + y = 2 \cdot x + 2 \cdot y$, nog korter $2x + 2y$.
De formule wordt zo $P = 2x + 2y$.

Bij een optelling spreek je van termen: $x + y + x + y$ heeft vier termen, $2x + 2y$ heeft er twee.

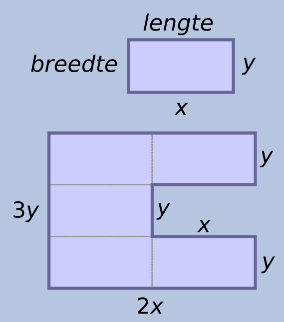
Bij een vermenigvuldiging spreek je van factoren: $2x = 2 \cdot x$ heeft twee factoren, 2 en x.

Je kunt formules of uitdrukkingen herleiden door gelijksoortige termen samen te nemen:

- $x + x = 2 \cdot x = 2x$ en $2x + 3x = 2 \cdot x + 3 \cdot x = x + x + x + x + x = 5x$.
  Maar $2x + 2y$ kan niet korter, die twee termen zijn niet van dezelfde soort.
- Zo is $5x - 2x = x + x + x + x + x - x - x = 3x$
- Ook geldt de wisseleigenschap: $x + y = y + x$.
  Bij aftrekken mag dit alleen als je het minteken meeneemt: $x - y = -y + x$.
- $1x$ schrijf je korter als x, net zoals $-1x = -x$.

Uiteraard mag je ook andere letters gebruiken, als je maar goed onthoudt wat ze betekenen.

Uitleg 2



De formule voor de oppervlakte van een rechthoek kun je schrijven als:
$A = x \cdot y = xy$, waarbij de variabelen x de lengte, y de breedte en A de oppervlakte van de rechthoek voorstellen.

Deze formule kent twee factoren: x en y.

Je kunt dit niet korter schrijven omdat beide variabelen verschillen.

In de onderste figuur zie je hoe je factoren kunt vermenigvuldigen:

- De figuur bestaat uit vijf rechthoeken met dezelfde oppervlakte, dus $A = 5 \cdot xy = 5xy$.
- De figuur is ook een grote rechthoek met een lengte van $2x$ en een breedte van $3y$ minus één rechthoek van x bij y. Dan bereken je de oppervlakte als $A = 2x \cdot 3y - xy$.
- Kennelijk is: $2x \cdot 3y - xy = 2 \cdot x \cdot 3 \cdot y - xy = 2 \cdot 3 \cdot x \cdot y - xy = 6xy - 1xy = 5xy$.

Nu maak je gebruik van de wisseleigenschap van vermenigvuldigen en je ziet hoe je factoren kunt vermenigvuldigen: getallen met elkaar en ongelijke variabelen niet.

Opgave 1 Opgave 2 Opgave 3 Opgave 4 Opgave 5

Theorie

Een **uitdrukking** met variabelen bestaat uit **termen** en **factoren**:
$2xy - 5x + 6xy + 7x$ heeft vier termen, namelijk $2xy$, $-5x$, $6xy$ en $7x$.
$2xy$ heeft drie factoren, namelijk 2, x en y.

Soms kun je een uitdrukking **herleiden**. Je schrijft hem dan zo kort mogelijk.

Je kunt formules of uitdrukkingen herleiden door **gelijksoortige termen** samen te nemen:

- $a + a = 2 \cdot a = 2a$ en $2a + 3a = 5a$.
  Maar $2a + 2b$ kan niet korter; die twee termen zijn niet van dezelfde soort.
- $5ab - 2ba = 5ab + -2ab = 3ab$
- Je gebruikt vaak de wisseleigenschap: $a + b = b + a$ en $ab = a \cdot b = b \cdot a = ba$.
  Bij aftrekken mag dit alleen als je het minteken meeneemt: $4 - 3 = -3 + 4$ of met variabelen $a - b = -b + a$.
- $1a$ schrijf je korter als a, net zoals $-1a = -a$.

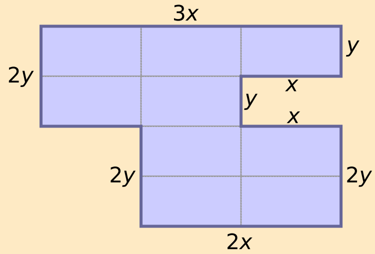
Uiteraard mag je ook andere letters gebruiken.

Voorbeeld 1

Deze figuur bestaat uit rechthoeken van x bij y.

Herleid met behulp van de figuur:

- $2y + x + 2y + 2x + 2y + x + y + x + y + 3y$
- $2x \cdot 2y + 3x \cdot 2y - x \cdot y$
- $3x \cdot 4y - x \cdot 2y - x \cdot y$



Antwoord

De eerste uitdrukking gaat over de omtrek van de figuur, de andere twee over de oppervlakte ervan.

- $2y + x + 2y + 2x + 2y + x + y + x + y + 3x = 8x + 8y$
  Gewoon langs de omtrek wandelen en alles bij elkaar tellen: lengtes bij lengtes en breedtes bij breedtes.
- $2x \cdot 2y + 3x \cdot 2y - x \cdot y = 4xy + 6xy - xy = 9xy$
  Rechthoek van $2x$ bij $2y$ plus rechthoek van $3x$ bij $2y$ minus één rechthoekje van x bij y.
- $3x \cdot 4y - 2y \cdot x - x \cdot y = 12xy - 2xy - xy = 9xy$
  Grote rechthoek van $3x$ bij $2y$ minus rechthoek linksonder van $2y$ bij x en minus één rechthoekje van x bij y.

Opgave 6 Opgave 7

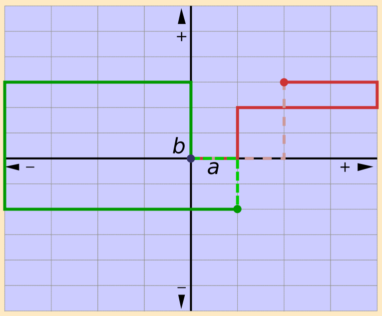
Voorbeeld 2

Applet

Bekijk de uitdrukkingen:

- $a + 2b + 3a + b - 2a$
- $3b - 4a - 5b + a \cdot 5$

Met een rooster dat bestaat uit rechthoekjes van a breed (in horizontale richting) en b hoog (in verticale richting) kun je het herleiden van de uitdrukkingen zichtbaar maken. Zie figuur.



Ga in de figuur na, dat:

- $a + 2b + 3a + b - 2a = a + 3a - 2a + 2b + b = 2a + 3b$
- $3b - 4a - 5b + a \cdot 5 = -4a + 5a + 3b - 5b = a - 2b$

Opgave 8 Opgave 9

Voorbeeld 3

Schrijf de volgende formules zo kort mogelijk.
Bereken daarna de waarde van K als $a = 5$ en $b = -3$.

- $K_1 = 5a + 4ab + 6a - 3ab$
- $K_2 = ab - 4b + 3ab - 7b$

Antwoord

Eerst herleiden:

- $K_1 = 5a + 4ab + 6a - 3ab = 11a + ab$
- $K_2 = ab - 4b + 3ab - 7b = 4ab - 11b$

Nu $a = 5$ en $b = -3$ substitueren (invullen):

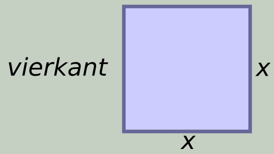
- $K_1 = 11a + ab = 11 \cdot 5 + 5 \cdot -3 = 55 - 15 = 40$
- $K_2 = 4ab - 11b = 4 \cdot 5 \cdot -3 - 11 \cdot -3 = -60 + 33 = -27$

Opgave 10

2.2 Variabelen en machten

Inleiding

Je hebt al met formules kennisgemaakt. Daarbij gebruik je variabelen, grootheden waarvan de waarde kan variëren, veranderen. De oppervlakte A van dit vierkant bijvoorbeeld is $A = x \cdot x$. Ook dit wil je natuurlijk korter kunnen schrijven...



Je leert in dit onderwerp

- werken met machten als je gelijke variabelen vermenigvuldigt;
- formules herleiden door vermenigvuldigen van factoren, ook als daarbij machten voorkomen.

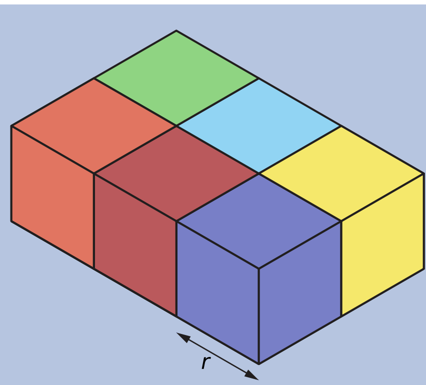
Voorkennis

- rekenen, ook met negatieve getallen;
- de begrippen formule, grootheid, (letter)variabele, eenheid, substitueren (invullen) en vergelijking;
- uitdrukkingen herleiden door vermenigvuldigen van factoren en optellen/aftrekken van gelijksoortige termen.

Opgave V1

Uitleg

In de afbeelding zie je een balk die bestaat uit zes kubussen. Iedere kubus heeft zijden van r cm.



De inhoud I van zo'n kubus is $I = r \cdot r \cdot r$.
Dat schrijf je als $I = r^3$, spreek uit ‘r tot de derde’.
r^3 is de derde macht van r. Als je steeds dezelfde variabelen met elkaar vermenigvuldigt, gebruik je machten.

Zo heeft elk zijvlak van zo'n kubus een oppervlakte $A = r \cdot r = r^2$.
Je zegt nu ‘r tot de tweede’ of ‘r kwadraat’.

De inhoud van de hele balk kun je op twee manieren berekenen:

- $I = 6 \cdot r^3 = 6r^3$, want er zijn 6 kubussen
- $I = 3r \cdot 2r \cdot r$, want de balk heeft ribben van $3r$, $2r$ en r.

Je ziet dat: $l \cdot b \cdot h = 3r \cdot 2r \cdot r = 3 \cdot 2 \cdot r \cdot r \cdot r = 6r^3$.

Je hebt al gezien hoe je uitdrukkingen kunt vereenvoudigen door factoren te vermenigvuldigen en gelijksoortige termen op te tellen. Daar komt nu het werken met machten nog bij.

Opgave 1 Opgave 2 Opgave 3 Opgave 4

Theorie

Soms kun je een uitdrukking herleiden. Je schrijft hem dan zo kort mogelijk.

Je kunt formules of uitdrukkingen herleiden door factoren met elkaar te vermenigvuldigen en dan gelijksoortige termen samen te nemen.

Als je factoren vermenigvuldigt die dezelfde variabele hebben, werk je met **machten**.

- $a \cdot b = ab$ en $2a \cdot 3b = 2 \cdot 3 \cdot a \cdot b = 6ab$.
- $a \cdot a = a^2$ en $2a \cdot 3a = 2 \cdot 3 \cdot a \cdot a = 6a^2$.
  a^2 is de tweede macht van a; je zegt ‘a tot de tweede (macht)’ of a-**kwadraat**. Je zegt ook wel dat a wordt gekwadrateerd.
- $a \cdot a \cdot a = a^3$ en $2a \cdot 3a \cdot 5a = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot a \cdot a \cdot a = 30a^3$.
  a^3 is de derde macht van a; je zegt ‘a tot de derde (macht)’. Je zegt ook wel dat je a tot de derde macht verheft.
- $a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a = a^5$ en $2a^3 \cdot 3a^2 = 2 \cdot 3 \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a = 6a^5$.
  a^5 is de vijfde macht van a; je zegt ‘a tot de vijfde (macht)’. Je zegt ook wel dat je a tot de vijfde macht verheft.

Uiteraard mag je ook andere letters gebruiken.

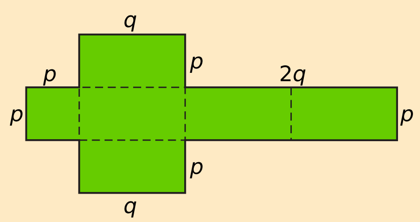
Weer kun je de gelijksoortige termen optellen of aftrekken:

- $3ab + b^2 + 4ab + b^2 = 3ab + 4ab + b^2 + b^2 = 7ab + 2b^2$
- $-4ab + 3ac - 5ac + 3ab = -4ab + 3ab + 3ac - 5ac = -ab - 2ac$
- $(2a)^3 - 2a^2 \cdot a = 2a \cdot 2a \cdot 2a - 2 \cdot a \cdot a \cdot a = 8a^3 - 2a^3 = 6a^3$

Voorbeeld 1

Deze figuur bestaat uit vijf rechthoeken en een vierkant.

Geef een formule voor de oppervlakte A van de figuur.



Antwoord

Voor de oppervlakte A geldt:
$A = p \cdot p + 3 \cdot p \cdot q + p \cdot 2q = p^2 + 3pq + 2pq = p^2 + 5pq$

Opgave 5 Opgave 6

Voorbeeld 2

Je ziet enkele voorbeelden van het herleiden van uitdrukkingen met variabelen erin.

- $4ab + 2ba = 4ab + 2ab = 6ab$
- $-2t^2 + 3t + t^2 = -2t^2 + t^2 + 3t = -t^2 + 3t$
- $2y \cdot 7y = 2 \cdot 7 \cdot y \cdot y = 14y^2$
- $5z \cdot z^3 = 5 \cdot z \cdot z \cdot z \cdot z = 5z^4$
- $-4c^2 \cdot -6c^3 = -4 \cdot c \cdot c \cdot -6 \cdot c \cdot c \cdot c = 24 \cdot c^5$
- $(-x)^2 \cdot x^3 = -x \cdot -x \cdot x \cdot x \cdot x = x^5$

Opgave 7 Opgave 8 Opgave 9

Voorbeeld 3

Van een balk is de breedte vier keer de lengte en de hoogte twee keer de lengte. Noem de lengte van de balk x. Dus:

lengte $= x$

breedte $= 4x$

hoogte $= 2x$

Geef een formule voor de inhoud I en de oppervlakte A van de balk.

Antwoord

inhoud balk = *lengte* · *breedte* · *hoogte*

Als je invult wat je weet, krijg je:

$I = x \cdot 4x \cdot 2x$

Dit kun je korter opschrijven als:

$I = 4 \cdot 2 \cdot x \cdot x \cdot x = 8x^3$

De oppervlakte van de balk vind je door de oppervlakte van alle grensvlakken op te tellen:

$A = 2 \cdot x \cdot 4x + 2 \cdot x \cdot 2x + 2 \cdot 2x \cdot 4x = 8x^2 + 4x^2 + 16x^2 = 28x^2$.

Opgave 10

2.3 Rekenschema's

Inleiding

Je hebt al met formules kennisgemaakt. Formules gebruik je vaak om kort weer te geven hoe je bijvoorbeeld de kosten K uitrekent bij het aankopen van een bepaalde hoeveelheid a. Je kunt dan voor a de juiste waarde in de formule invullen (substitueren). Maar soms wil je voor een bepaald bedrag K weten hoeveel je kunt kopen. Je moet dan terugrekenen...

Je leert in dit onderwerp

- bij een formule een rekenschema opstellen en gebruiken om een variabele te berekenen;
- een terugrekenschema opstellen en gebruiken om de invoervariabele te berekenen.

Voorkennis

- rekenen, ook met negatieve getallen;
- de begrippen formule, grootheid, (letter)variabele, eenheid, substitueren (invullen) en vergelijking;
- uitdrukkingen herleiden door vermenigvuldigen van factoren en optellen/aftrekken van gelijksoortige termen.

Opgave V1

Uitleg

De formule voor de maandelijkse kosten K van een kopieermachine op school is: $K = 150 + 0{,}075a$.
Hierin is a het aantal kopieën per maand.
Met deze formule reken je de kosten bij een gegeven aantal kopieën a uit. Weet je de invoervariabele a dan reken je zo:

$$a \xrightarrow{\boxed{\times\ 0{,}075}} \ldots \xrightarrow{\boxed{+\ 150}} K$$

Elke waarde van a wordt eerst met $0{,}075$ vermenigvuldigd en daarna tel je bij het resultaat 150 op.

Zo'n schema heet rekenschema: je ziet hoe je vanuit een waarde van a de uitkomst berekent. Je hoeft de waarde voor a niet voor een tweede keer in te voeren, je rekent achter elkaar door.

Zo'n rekenschema is vooral handig bij terugrekenen vanuit de uitkomst!

Je maakt dan elke bewerking ongedaan door de terugrekenbewerking, de inverse bewerking.

Als de maandelijkse kosten € 2250,00 bedragen, kun je uitrekenen hoeveel kopieën er zijn gemaakt door de vergelijking $150 + 0{,}075 \cdot a = 2250$ op te lossen.

Met een terugrekenschema:

$$a \xleftarrow{\;/\,0{,}075\;} \ldots \xleftarrow{\;-150\;} K$$

Ga na, dat je vindt: $a = 28000$.
Bij terugrekenen is aftrekken de inverse bewerking van optellen (en omgekeerd) en delen de inverse bewerking van vermenigvuldigen (en omgekeerd).

Opgave 1 Opgave 2

Theorie

In een formule zoals $K = 150 + 0{,}075a$ kun je het berekenen van de waarde van K vanuit een gekozen waarde van a weergeven met een **rekenschema**:

$$a \xrightarrow{\;\times\ 0{,}075\;} \ldots \xrightarrow{\;+\ 150\;} K$$

Een rekenschema is ook handig bij het terugrekenen vanuit de uitkomst. Elke bewerking wordt ongedaan gemaakt door de terugrekenbewerking uit te voeren. Dat zijn **inverse bewerkingen**.

De inverse bewerkingen bij de formule kun je in een **terugrekenschema** zetten:

$$a \xleftarrow{\;/\,0{,}075\;} \ldots \xleftarrow{\;-150\;} K$$

Merk op:

- de terugrekenbewerking van optellen is aftrekken;
- de terugrekenbewerking van aftrekken is optellen;
- de terugrekenbewerking van vermenigvuldigen is delen;
- de terugrekenbewerking van delen is vermenigvuldigen.

Voorbeeld 1

Bij veel formules kun je een rekenschema maken waarbij je rekent vanuit de invoervariabele. Bijvoorbeeld:

- formule: $K = 6000 + 20q = 20 \cdot q + 6000$
  rekenschema:

  $$q \xrightarrow{\;\times\ 20\;} \ldots \xrightarrow{\;+\ 6000\;} K$$

- formule: $L = 50 - 1{,}5t = -1{,}5 \cdot t + 50$
  rekenschema:

  $$t \xrightarrow{\;\times\ -1{,}5\;} \ldots \xrightarrow{\;+\ 50\;} L$$

- formule: $M = \frac{6000+20 \cdot q}{q}$
  rekenschema: is nu niet goed mogelijk, je moet de waarden voor q een tweede keer invoeren als je de uitdrukking in de teller hebt berekend.

En als een rekenschema mogelijk is, kun je ook een terugrekenschema maken en daarmee bijbehorende vergelijkingen oplossen.

Opgave 3 Opgave 4 Opgave 5

Voorbeeld 2

Bij veel formules kun je een rekenschema (en een terugrekenschema) maken. Omgekeerd kun je bij elk rekenschema een formule maken. Bijvoorbeeld:

- Rekenschema:

  $$x \xrightarrow{\;\cdot 20\;} \dots \xrightarrow{\;+\,150\;} y$$

  Formule: $y = x \cdot 20 + 150$ of $y = 20 \cdot x + 150$.
- Rekenschema:

  $$a \xrightarrow{\;+\,10\;} \dots \xrightarrow{\;/\,5\;} u$$

  Formule: $u = \frac{a+10}{5}$.

Opgave 6 Opgave 7

2.4 Balansmethode

Inleiding

Je krijgt nu te maken met vergelijkingen met één variabele waarin als het ware twee formules met elkaar worden vergeleken. Je zoekt dan naar de waarde(n) van de variabele waarbij beide zijden van de vergelijking dezelfde uitkomst hebben.

Je leert in dit onderwerp

- vergelijkingen met een variabele op één plek oplossen met de balansmethode;
- vergelijkingen met een variabele op meer dan één plek oplossen met de balansmethode.

Voorkennis

- rekenen, ook met negatieve getallen;
- de begrippen formule, grootheid, (letter)variabele, eenheid, substitueren (invullen) en vergelijking;
- uitdrukkingen herleiden door vermenigvuldigen van factoren en optellen/aftrekken van gelijksoortige termen;
- bij een formule een rekenschema en een terugrekenschema opstellen en gebruiken om een variabele te berekenen.

Opgave V1 Opgave V2

Uitleg

Bij het oplossen van een vergelijking kun je hem opvatten als een balans in evenwicht. Hier zie je hoe zo de vergelijking $5 \cdot g + 1 = 2 \cdot g + 13$ kan worden opgelost. Het is een vergelijking waar maar één variabele in voorkomt, namelijk de g. Je kunt je die variabele voorstellen als een (nog onbekend) gewichtje. Het maalteken $\cdot$ wordt vaak weggelaten.

$$\begin{aligned} 5g + 1 &= 2g + 13 && \text{beide zijden } -1 \\ 5g &= 2g + 12 && \text{beide zijden } -2g \\ 3g &= 12 && \text{beide zijden } /3 \\ g &= 12/3 = 4 \end{aligned}$$

De **oplossing** $g = 4$ kun je controleren door in de gegeven vergelijking voor g het getal 4 te nemen: $5 \cdot 4 + 1 = 21 = 2 \cdot 4 + 13$.

Opgave 1 Opgave 2 Opgave 3

Theorie

Bij het **systematisch oplossen van een vergelijking** kun je vaak gebruik maken van de **balansmethode**.

Je maakt daarbij gebruik van het feit dat je de vergelijking kunt opvatten als een balans die in evenwicht blijft als je:

- links en rechts van het isgelijkteken hetzelfde optelt of aftrekt;
- links en rechts van het isgelijkteken met hetzelfde (behalve 0) vermenigvuldigt;
- links en rechts van het isgelijkteken door hetzelfde (behalve 0) deelt.

En soms pas je ook nog andere bewerkingen op dezelfde wijze toe. Maar daarover later...

Voorbeeld 1

Een vergelijking met één variabele oplossen betekent: zoeken naar de waarde van die variabele waarvoor de vergelijking waar wordt gemaakt. De balansmethode helpt je daar bij.

Los op: $25 + 4{,}5 \cdot x = 3 \cdot x + 40$.

Antwoord

$$\begin{aligned} 25 + 4{,}5 \cdot x &= 3 \cdot x + 40 && \text{beide zijden } -25 \\ 4{,}5 \cdot x &= 3 \cdot x + 15 && \text{beide zijden } -3x \\ 1{,}5x &= 15 && \text{beide zijden } /1{,}5 \\ x &= 15/1{,}5 = 10 \end{aligned}$$

Opgave 4 Opgave 5

Voorbeeld 2

Los op: $4a + 12 - a + 2a = 36 - 3a$.

Antwoord

$$\begin{aligned} 4a + 12 - a + 2a &= 36 - 3a && \text{beide zijden korter schrijven} \\ 5a + 12 &= 36 - 3a && \text{beide zijden } -12 \\ 5a &= 24 - 3a && \text{beide zijden } +3a \\ 8a &= 24 && \text{beide zijden } /8 \\ a &= 24/8 = 3 \end{aligned}$$

Opgave 6 Opgave 7

Voorbeeld 3

Los op: $\frac{p}{4} + \frac{1}{12} = 2 - \frac{5}{6}p$.

Antwoord

$$\begin{aligned} \frac{p}{4} + \frac{1}{12} &= 2 - \frac{5}{6}p && \text{beide zijden } \times 12 \\ 3p + 1 &= 24 - 10p && \text{beide zijden } -2 \\ 3p &= 23 - 10p && \text{beide zijden } +10p \\ 13p &= 23 && \text{beide zijden } /13 \\ p &= 23/13 = \frac{23}{13} \end{aligned}$$

Opgave 8 Opgave 9 Opgave 10

2.5 Haakjes in formules

Inleiding

Door de rekenvolgorde zijn er soms in formules haakjes nodig. En ook kunnen in vergelijkingen haakjes voorkomen. Daar ga je nu kennis mee maken.

Je leert in dit onderwerp

- haakjes wegwerken en herleiden;
- vergelijkingen met haakjes erin oplossen.

Voorkennis

- rekenen, ook met negatieve getallen, en de juiste rekenvolgorde gebruiken;
- de begrippen formule, grootheid, (letter)variabele, eenheid, substitueren (invullen) en vergelijking;
- uitdrukkingen herleiden door vermenigvuldigen van factoren en optellen/aftrekken van gelijksoortige termen;
- bij een formule een rekenschema en een terugrekenschema opstellen en gebruiken om een variabele te berekenen;
- een vergelijking oplossen met de balansmethode.

Opgave V1 Opgave V2

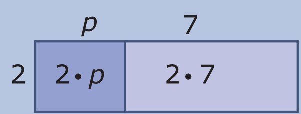
Uitleg 1

In formules moet je met de rekenvolgorde en dus met haakjes rekening houden. Rekenschema's laten dat zien:

- Formule: $K = 2 \cdot p + 7$
  Rekenschema: $p \xrightarrow{\boxed{\cdot\, 2}} \ldots \xrightarrow{\boxed{+\, 7}} K$
- Formule: $K = 2 \cdot (p + 7)$
  Rekenschema: $p \xrightarrow{\boxed{+\, 7}} \ldots \xrightarrow{\boxed{\cdot\, 2}} K$

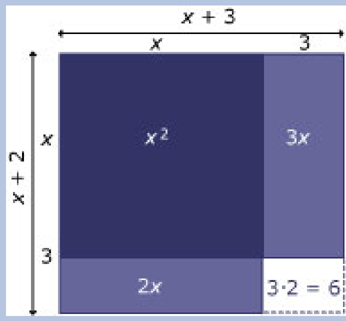
Een formule met haakjes kun je ook herschrijven tot er geen haakjes meer zijn.
Je noemt dat haakjes wegwerken.
Hier zie je hoe dat gaat, de figuur hiernaast laat zien waarom het (voor positieve p) klopt.

$2 \cdot (p + 7) = 2 \cdot p + 2 \cdot 7 = 2 \cdot p + 14$



Ga na dat $K = 2 \cdot (p + 7)$ en $K = 2 \cdot p + 14$ dezelfde tabel en grafiek opleveren.
Het uitwerken van de haakjes is vaak handig bij het oplossen van vergelijkingen. (Niet altijd!)

Uitleg 2



Een vierkant stuk land wordt aan de oostkant uitgebreid met een strook van 3 m breed en aan de zuidkant met een strook van 2 m breed. De oppervlakte van het nieuwe stuk land kun je dan op twee manieren schrijven:

$A = (x + 3) \cdot (x + 2)$ en $A = x \cdot x + 2 \cdot x + 3 \cdot x + 3 \cdot 2$

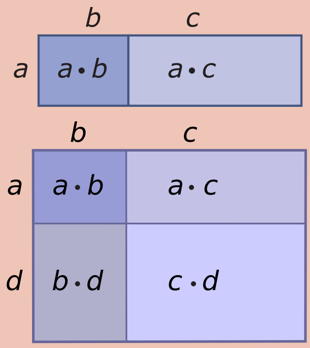
In dit geval krijg je dan: $A = (x + 3)\ (x + 2) = x^2 + 2x + 3x + 6 = x^2 + 5x + 6$

Dit is ook een voorbeeld van haakjes wegwerken.

Opgave 1 Opgave 2 Opgave 3 Opgave 4 Opgave 5

Theorie

Een formule met haakjes kun je ook herschrijven tot er geen haakjes meer zijn.
Je noemt dat **haakjes wegwerken**.

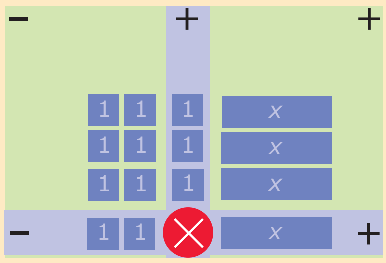


In het algemeen geldt voor alle getallen a, b en c:

- $a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c$
  Korter: $a(b + c) = ab + ac$.
- $(a + b) \cdot (c + d) = a \cdot c + a \cdot d + b \cdot c + b \cdot d$
  Of korter: $(a + b)\ (c + d) = ac + ad + bc + bd$.

Dit geldt ook als één of meer van die waarden negatief zijn. In feite is dit een algemene eigenschap van getallen.

Voorbeeld 1



Als er in uitdrukkingen haakjes voorkomen, kun je die weg-werken. Soms is dat handig omdat de uitdrukking er eenvoudiger van wordt.
Je ziet in de figuur dat $3(x - 2) = 3 \cdot x - 3 \cdot 2 = 3x - 6$.

Werk in de volgende uitdrukkingen de haakjes weg (maak er eventueel zo'n figuur bij):

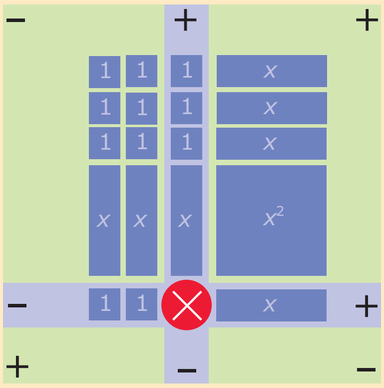
- $2 \cdot (x + 5)$
- $2 \cdot (x - 5)$
- $\text{-}2(x - 5) + 10$
- $6 - (x - 5)$

Antwoord

- $2 \cdot (x + 5) = 2 \cdot x + 2 \cdot 5 = 2x + 10$
- $2 \cdot (x - 5) = 2 \cdot (x + \text{-}5) = 2 \cdot x + 2 \cdot \text{-}5 = 2x - 10$
- $\text{-}2(x - 5) + 10 = \text{-}2(x + \text{-}5) + 10 = \text{-}2 \cdot x + \text{-}2 \cdot \text{-}5 + 10 = \text{-}2x + 20$
- $6 - (x - 5) = 6 + \text{-}1(x + \text{-}5) = 6 + \text{-}1 \cdot x + \text{-}1 \cdot \text{-}5 = 11 - x$

Opgave 6 Opgave 7

Voorbeeld 2



Als er in uitdrukkingen haakjes voorkomen, kun je die wegwerken. Soms is dat handig omdat de uitdrukking er eenvoudiger van wordt.
Je ziet in de figuur dat
$(x-2)(x+3) = x^2 + 3 \cdot x - 2 \cdot x - 2 \cdot 3 = x^2 + x - 6$.

Werk in de volgende uitdrukkingen de haakjes weg (maak er eventueel zo'n figuur bij):

- $(x+2)(x+5)$
- $(x-2)(x+5)$
- $(x-2)(x-5)$
- $(2x+1)^2$
- $x(2x+1)$

Antwoord

- $(x+2)(x+5) = x \cdot x + x \cdot 5 + 2 \cdot x + 2 \cdot 5 = x^2 + 5x + 2x + 10 = x^2 + 7x + 10$
- $(x-2)(x+5) = (x + \text{-}2)(x+5) = x \cdot x + x \cdot 5 + \text{-}2 \cdot x + \text{-}2 \cdot 5 = x^2 + 3x - 10$
- $(x-2)(x-5) = (x + \text{-}2)(x + \text{-}5) = x \cdot x + x \cdot \text{-}5 + \text{-}2 \cdot x + \text{-}2 \cdot 5 = x^2 - 7x - 10$
- $(2x+1)^2 = (2x+1)(2x+1) = 2x \cdot 2x + 2x \cdot 1 + 1 \cdot 2x + 1 \cdot 1 = 4x^2 + 4x + 1$
- $x(2x+1) = x \cdot 2x + x \cdot 1 = 2x^2 + x$

Opgave 8 Opgave 9

Voorbeeld 3

Los de vergelijkingen op. Heeft een vergelijking een variabele op meerdere plekken? Werk dan eerst de haakjes weg.

- $5(3x+4) = 10x$
- $5(3x+4) = 10$
- $x^2 + 13x = (x+3)(x+4)$

Antwoord

De eerste vergelijking heeft een variabele op twee plekken. Werk daar eerst de haakjes weg.

$$\begin{aligned} 5(3x+4) &= 10x && \text{haakjes wegwerken} \\ 15x + 20 &= 10x && \text{beide zijden } -10x \\ 5x + 20 &= 0 && \text{beide zijden } -20 \\ 5x &= \text{-}20 && \text{beide zijden : 5} \\ x &= \text{-}4 \end{aligned}$$

De tweede vergelijking heeft een variabele op één plek. Haakjes wegwerken is niet nodig. Als je deze vergelijking wilt oplossen, kun je met rekenschema's werken.

De derde vergelijking heeft een variabele op vier plekken. Werk eerst de haakjes weg.

$$\begin{aligned}
x^2+13x &= (3+x)(x+4) && \text{haakjes wegwerken}\\
x^2+13x &= 3x+12+x^2+4x && \text{herleid}\\
x^2+13x &= x^2+7x+12 && \text{beide zijden } -x^2\\
13x &= 7x+12 && \text{beide zijden } -7x\\
6x &= 12 && \text{beide zijden : 6}\\
x &= 2
\end{aligned}$$

Opgave 10 Opgave 11 Opgave 12

Begrippen

- oppervlakteformule
- oppervlakte driehoek — basis en hoogte
- oppervlakte vierhoek — oppervlakte parallellogram, vlieger, trapezium
- omtrekformule cirkel — cirkelsector en sectorhoek
- oppervlakteformule cirkel
- grootheid en (samengestelde) eenheid — voorvoegsel

Activiteiten

- omtrek en vooral oppervlakte bepalen vanuit (halve) rechthoeken
- een formule voor de oppervlakte van een driehoek afleiden en gebruiken
- formules voor de oppervlakte van enkele bijzondere vierhoeken afleiden en gebruiken
- de omtrek van een cirkel berekenen vanuit de diameter — de omtrekformule van een cirkel — de omtrek van een cirkelsector berekenen
- de oppervlakte van een cirkel berekenen vanuit de straal — de oppervlakteformule van een cirkel
- werken met allerlei eenheden en voorvoegsels — omrekenen van eenheden

Hoeveel papier heb ik nodig?

Domein

Meten en tekenen

Hoofdstuk

Formules omtrek en oppervlakte

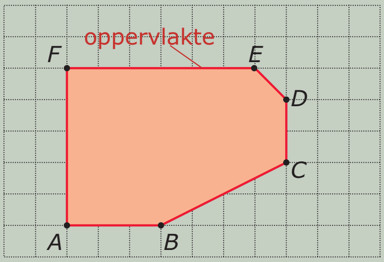
Inhoud

3

3.1 Oppervlakteformules

Inleiding

De oppervlakte van een figuur is het aantal roostereenheden dat hem precies bedekt. Bij zo'n roosterfiguur maak je om dat aantal te bepalen gebruik van rechthoeken en halve rechthoeken. Dat heb je al eerder gezien.



Je leert in dit onderwerp

- oppervlakte van een figuur bepalen vanuit rechthoeken en rechthoekige driehoeken;
- formules voor de oppervlakte van een (halve) rechthoek en een vierkant gebruiken;
- formules voor de omtrek van een rechthoek en een vierkant gebruiken.

Voorkennis

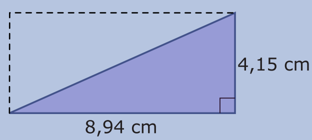
- de oppervlakte van roosterfiguren bepalen;
- de oppervlakte en de omtrek van een rechthoek bepalen;
- werken met kwadraten en wortels;
- werken met variabelen.

Opgave V1 Opgave V2

Uitleg

Applet

Bekijk de rechthoekige driehoek. Je ziet dat een rechthoekige driehoek de helft van een rechthoek is. De oppervlakte van de rechthoek is $8{,}94 \cdot 4{,}15 = 37{,}101$ cm^2. De oppervlakte van de rechthoekige driehoek is daar de helft van.



Om de oppervlakte van een figuur te bepalen kun je soms handig gebruikmaken van oppervlakteformules.

- De oppervlakte van een rechthoek kun je berekenen met *lengte* · *breedte*.
  Noem je de lengte l en de breedte b, dan geldt de formule:
  oppervlakte(rechthoek)$= l \cdot b = lb$
- Voor de oppervlakte van de rechthoekige driehoek, geldt:
  oppervlakte(rechthoekige driehoek) $= \frac{1}{2}lb$
- Voor de oppervlakte van een vierkant (dus *lengte* = *breedte* = *zijde* = z) geldt:
  oppervlakte (vierkant) $= z \cdot z = z^2$
  Weet je de oppervlakte van een vierkant, dan kun je daaruit ook de zijde berekenen:
  $z = \sqrt{oppervlakte(vierkant)}$

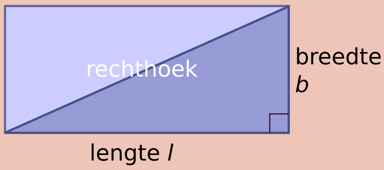
Van figuren met andere vormen kun je vaak de oppervlakte uitrekenen door de oppervlaktes van hele en halve rechthoeken te gebruiken.

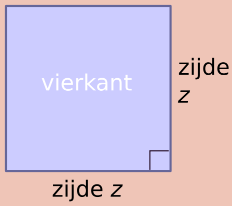
Opgave 1 Opgave 2

Theorie

Om de oppervlakte van een figuur te bepalen kun je soms handig gebruikmaken van **oppervlakteformules**:

- *oppervlakte (rechthoek)* $= l \cdot b$
- *oppervlakte (rechthoekige driehoek)* $= \frac{1}{2} \cdot l \cdot b$
- *oppervlakte (vierkant)* $= z \cdot z = z^2$





Ook voor de omtrek van een rechthoek en een vierkant bestaan formules:

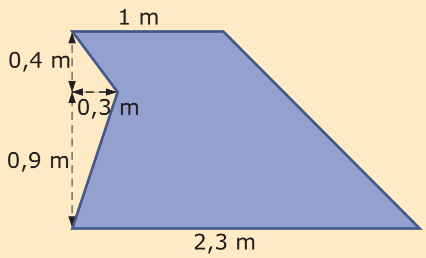
- *omtrek (rechthoek)* $= 2 \cdot l + 2 \cdot b$
- *omtrek (vierkant)* $= 4 \cdot z$

Van figuren met andere vormen kun je ook de oppervlakte uitrekenen:

- Is de figuur uit bekende basisvormen opgebouwd, dan kun je eerst de oppervlakte van deze basisvormen berekenen. Daarna tel je die oppervlaktes bij elkaar op.
- Je kunt ook een rechthoek om een figuur heen maken. Bereken daar de oppervlakte van. Vervolgens trek je daar de oppervlakte van de ‘te veel berekende’ gebieden van af. De te veel berekende gebieden zijn de oppervlaktes tussen de figuur en de rechthoek eromheen.

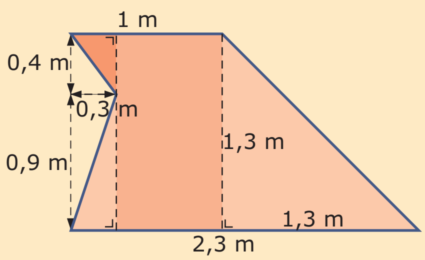
Voorbeeld 1

Bereken de exacte oppervlakte van de figuur. De boven- en onderzijde lopen evenwijdig. De afstandslijnen staan loodrecht op elkaar.



Antwoord

Je verdeelt de figuur in rechthoeken en rechthoekige driehoeken. Bedenk wat de afmetingen zijn.

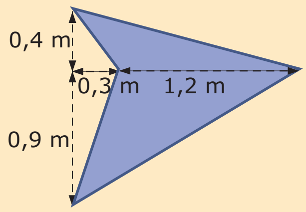


oppervlakte (figuur) $= \frac{1}{2} \cdot 0{,}4 \cdot 0{,}3 + \frac{1}{2} \cdot 0{,}3 \cdot 0{,}9 + 0{,}7 \cdot 1{,}3 + \frac{1}{2} \cdot 1{,}3 \cdot 1{,}3 = 1{,}95\ \text{m}^2$.

Opgave 3 Opgave 4

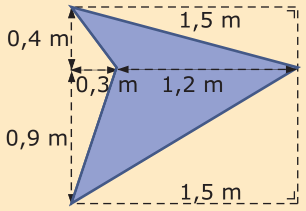
Voorbeeld 2

Bereken de exacte oppervlakte van de figuur. De afstandslijnen staan loodrecht op elkaar.



Antwoord

De figuur is niet in rechthoeken en rechthoekige driehoeken te verdelen.
Teken er een rechthoek omheen waarvan je rechthoekige driehoeken aftrekt.



opp (figuur) = opp (rechthoek) − opp (4 rechthoekige driehoeken) =

$1{,}5 \cdot 1{,}3 - \left(\frac{1}{2} \cdot 0{,}3 \cdot 0{,}4 + \frac{1}{2} \cdot 1{,}5 \cdot 0{,}4 + \frac{1}{2} \cdot 0{,}3 \cdot 0{,}9 + \frac{1}{2} \cdot 1{,}5 \cdot 0{,}9\right) = 1{,}95 - 1{,}17 = 0{,}78$ m^2.

Opgave 5

Voorbeeld 3

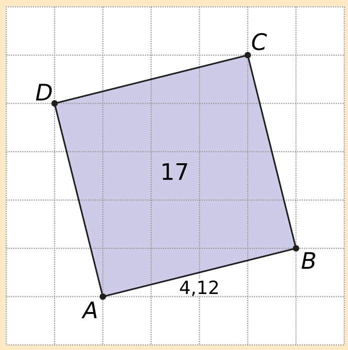
Applet

Van een vierkant op roosterpunten kun je de oppervlakte berekenen door gebruik te maken van de roosterhokjes. Vervolgens kun je de lengte van de zijde berekenen door de formule voor de oppervlakte van een vierkant met zijde z te gebruiken:

oppervlakte (vierkant) = z^2

Dit vierkant heeft een oppervlakte van 17.

Nu geldt: *oppervlakte (vierkant)* = $z^2 = 17$, dus de lengte van de zijde $z = \sqrt{17} \approx 4{,}12$.

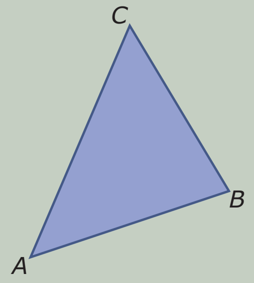


Opgave 6 Opgave 7

3.2 Oppervlakte van driehoeken

Inleiding

Hoe bereken je de oppervlakte van zo'n driehoek?
Bekijk eerst maar wat eenvoudiger situaties, bijvoorbeeld op een rooster, of met één zijde horizontaal...



Je leert in dit onderwerp

- een formule voor de oppervlakte van een driehoek afleiden en gebruiken;
- basis en/of hoogte van een driehoek berekenen vanuit oppervlakte en hoogte en/of basis.

Voorkennis

- werken met formules voor de oppervlakte en de omtrek van een rechthoek en een vierkant;
- werken met variabelen.

Opgave V1 Opgave V2

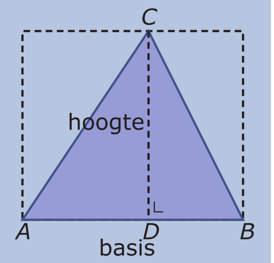
Uitleg 1

Applet

Elke driehoek is precies de helft van een rechthoek die je op één van de zijden zet.

De breedte van de rechthoek is de lengte van de basis van de driehoek. De hoogte van de rechthoek is de lengte van de hoogte van de driehoek.

De oppervlakte van ΔABC is de helft van die van de rechthoek op basis AB. De oppervlakte van deze rechthoek is *basis · hoogte* = $AB \cdot CD$, dus voor de oppervlakte van een driehoek geldt:



oppervlakte (driehoek) = $\frac{1}{2}\cdot$ *basis · hoogte*

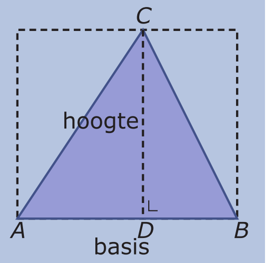
Korter: $opp(driehoek) = \frac{1}{2} \cdot b \cdot h$ als b de basis en h de hoogte is.

Applet

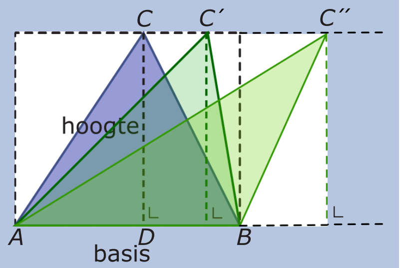
Uitleg 2

Je hebt geleerd dat de **oppervlakte van een driehoek** de helft is van de oppervlakte van de rechthoek, waarvan de lengte gelijk is aan de basis en de breedte gelijk is aan de hoogte van de driehoek:

oppervlakte (driehoek) $= \frac{1}{2} \cdot$ *basis* $\cdot$ *hoogte*



In de figuur zie je drie driehoeken: ΔABC, $\Delta ABC'$ en $\Delta ABC''$.



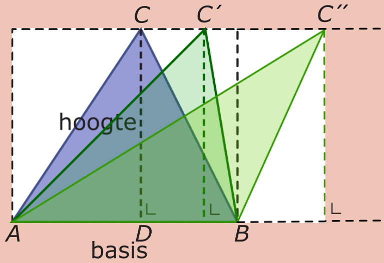
Zolang de basis en hoogte niet veranderen, verandert ook de oppervlakte van de driehoek niet. Je kunt dus de vorm van de driehoek veranderen door C evenwijdig aan de basis te verschuiven zonder dat de oppervlakte verandert. Dit heet het **principe van Cavalieri**. Verschuif je hoekpunt C naar C', dan blijft de oppervlakte van beide driehoeken hetzelfde. Oppervlakte $\Delta ABC =$ oppervlakte $\Delta ABC'$.

Het principe van Cavalieri blijft ook gelden als één van de hoeken op de basis stomp wordt, zoals bij $\Delta ABC''$ het geval is. De hoogte is dan een lijnstuk buiten de driehoek. In de figuur is dat $C''D$, de (loodrechte) afstand van de top C'' tot het verlengde van de basis AB. De oppervlakte van de driehoeken $\Delta ABC = \Delta ABC' = \Delta ABC''$ blijft gelijk.

Opgave 1 Opgave 2 Opgave 3 Opgave 4 Opgave 5 Opgave 6

Theorie

Elke driehoek is precies de helft van een rechthoek die je op één van de zijden zet.



De breedte van de rechthoek is de lengte van de **basis** van de driehoek. De **hoogte** van de rechthoek is de lengte van de hoogte van de driehoek.

Voor de **oppervlakte van een driehoek** geldt daarom:

oppervlakte (driehoek) $= \frac{1}{2} \cdot$ *basis* $\cdot$ *hoogte*

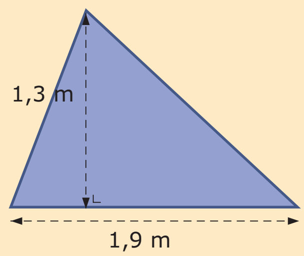
Korter: $opp(driehoek) = \frac{1}{2} \cdot b \cdot h$ als b de basis en h de hoogte is.

Zolang basis en hoogte niet veranderen, verandert ook de oppervlakte van de driehoek niet. Je kunt dus de vorm van de driehoek veranderen door C evenwijdig aan de basis te verschuiven zonder de oppervlakte te veranderen. Dit heet het **principe van Cavalieri**.

Het principe van Cavalieri blijft ook gelden als één van de hoeken op de basis stomp wordt.
De hoogte is dan een lijnstuk buiten de driehoek: de (loodrechte) afstand van de top C tot het verlengde van de basis AB.

Voorbeeld 1

Bereken de oppervlakte van de driehoek.



Antwoord

Voor de oppervlakte van een driehoek geldt:

oppervlakte (driehoek) $= \frac{1}{2} \cdot$ *basis* · *hoogte*

De basis is $1{,}9$ m en de hoogte $1{,}3$ m.

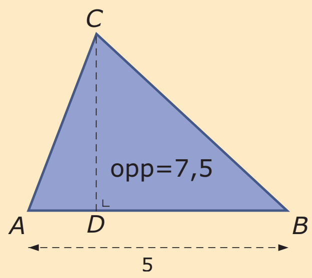
Dus is de oppervlakte van de driehoek: $\frac{1}{2} \cdot 1{,}9 \cdot 1{,}3 = 1{,}235$ m^2.

Opgave 7 Opgave 8

Voorbeeld 2

Applet

Je ziet ΔABC met $AB = 5$.
De oppervlakte van deze driehoek is $7{,}5$.
Bereken de hoogte CD van ΔABC.



Antwoord

Voor de oppervlakte van een driehoek geldt:

oppervlakte (driehoek) $= \frac{1}{2} \cdot$ *basis* · *hoogte*

Vul in: basis is $AB = 5$, hoogte is CD en oppervlakte is $7{,}5$.

$7{,}5 = \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot CD$

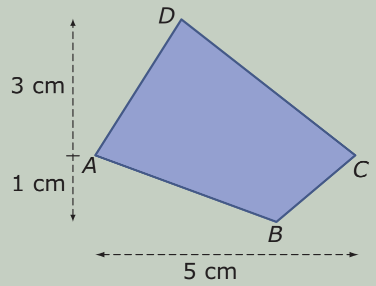
Uit het oplossen van deze vergelijking volgt: $CD = 3$.

Opgave 9 Opgave 10

3.3 Oppervlakte van vierhoeken

Inleiding

Hoe bereken je de oppervlakte van een vierhoek?
Hier lukt het vast wel, want er zijn twee punten die op gelijke hoogte liggen. Maar hoe gaat dit in het algemeen met de verschillende soorten vierhoeken?



Je leert in dit onderwerp

- vierhoeken in driehoeken verdelen om daarmee de oppervlakte te berekenen;
- de oppervlakteformule van een parallellogram afleiden en gebruiken.

Voorkennis

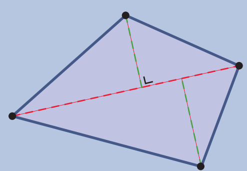
- de oppervlakte van roosterfiguren bepalen;
- de oppervlakte van een rechthoek en een driehoek berekenen;
- werken met coördinaten.

Opgave V1 Opgave V2

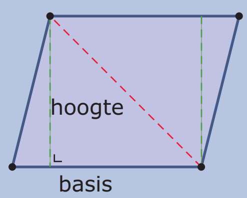
Uitleg

Applet

Elke vierhoek kun je verdelen in twee driehoeken.
De oppervlakte van een vierhoek is daarom gelijk aan de som van de oppervlaktes van de twee driehoeken waarin je hem kunt verdelen. Bij bijzondere vierhoeken levert dit eenvoudige formules op voor het berekenen van de oppervlakte.



Is de vierhoek een parallellogram, dan levert het verdelen twee gelijke driehoeken op. De oppervlakte van een parallellogram is daarom precies twee keer de oppervlakte van één van die driehoeken.

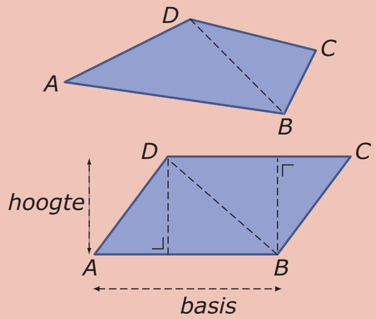


oppervlakte (parallellogram) = basis · hoogte

In de voorbeelden zie je ook hoe je de oppervlakte van enkele andere bijzondere vierhoeken zoals de vlieger en het trapezium berekent.

Opgave 1 Opgave 2

Theorie



Elke vierhoek kun je verdelen in twee driehoeken.
De **oppervlakte van een vierhoek** is daarom gelijk aan de som van de oppervlaktes van de twee driehoeken waarin je hem kunt verdelen. Bij bijzondere vierhoeken levert dit eenvoudige formules op voor het berekenen van de oppervlakte.

Is een vierhoek een parallellogram, dan levert het verdelen twee gelijke driehoeken op. De **oppervlakte van een parallellogram** is daarom precies twee keer de oppervlakte van één van die driehoeken.

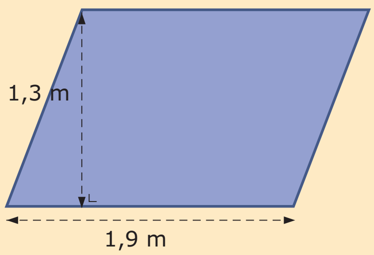
oppervlakte (parallellogram) = basis · hoogte

Korter: $opp(parm) = b \cdot h$ als b de basis en h de hoogte is.

Ook van andere vierhoeken kun je oppervlakteformules afleiden, bekijk de voorbeelden.

Voorbeeld 1

Bereken de oppervlakte van dit parallellogram.



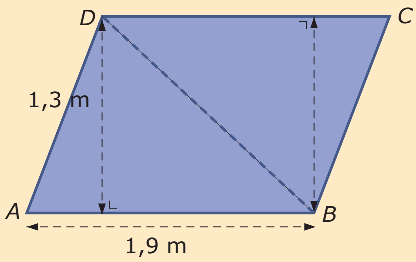
Antwoord

De formule voor de oppervlakte van een parallellogram is:

oppervlakte (parallellogram) = basis · hoogte

Hier geldt: *basis* = $1{,}9$ m en *hoogte* = $1{,}3$ m

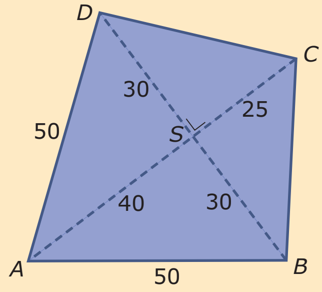
oppervlakte (parallellogram) = $1{,}9 \cdot 1{,}3$ =2,47 m^2



Ben je de formule voor een parallellogram vergeten, dan kun je de figuur ook verdelen in twee driehoeken. Beide driehoeken ABD en BCD hebben dezelfde hoogte ($1{,}3$ m) en een even grote basis ($1{,}9$ m). Ga na dat je zo dezelfde oppervlakte vindt.

Opgave 3 Opgave 4

Voorbeeld 2



Bereken de oppervlakte van de vlieger.

Antwoord

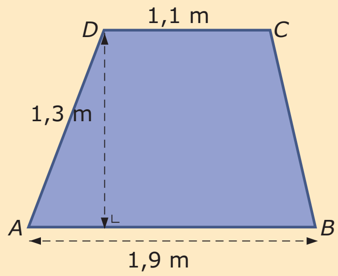
Vlieger $ABCD$ bestaat uit vier rechthoekige driehoeken:

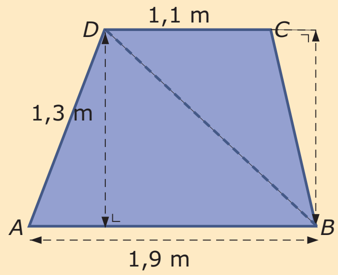
- *oppervlakte* (ΔABS) $= \frac{1}{2} \cdot 40 \cdot 30 = 600$
- *oppervlakte* (ΔASD) = *oppervlakte* (ΔABS) $= 600$
- *oppervlakte* (ΔBCS) $= \frac{1}{2} \cdot 30 \cdot 25 = 375$
- *oppervlakte* (ΔCDS) = *oppervlakte* (ΔBCS) $= 375$

De oppervlakte van de vlieger is daarom $2 \cdot 600 + 2 \cdot 375 = 1950$ eenheden.

Opgave 5 Opgave 6

Voorbeeld 3





Bereken de oppervlakte van het trapezium.

Antwoord

Het trapezium $ABCD$ bestaat uit twee driehoeken met gelijke hoogte. Deze hoogtes zijn aangegeven met de lijnstukken DE en BF.

oppervlakte (ΔABD) $= \frac{1}{2} \cdot 1{,}9 \cdot 1{,}3 = 1{,}235$ m^2

oppervlakte (ΔBCD) $= \frac{1}{2} \cdot 1{,}1 \cdot 1{,}3 = 0{,}715$ m^2

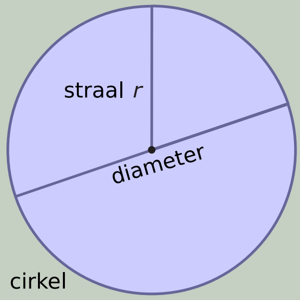
oppervlakte (trapezium) $= 1{,}235 + 0{,}715 = 1{,}95$ m^2

Opgave 7 Opgave 8

3.4 Omtrek cirkel

Inleiding

De omtrek van een cirkel heb je al eerder leren berekenen, je weet vast nog wel hoe dat gaat. En anders kom je dat nu weer tegen. Maar je gaat ook kijken naar delen van cirkels.



Je leert in dit onderwerp

- de omtrek van een cirkel berekenen vanuit de diameter of straal en andersom;
- de omtrek van een cirkelsector berekenen vanuit de diameter of straal en andersom.

Voorkennis

- de oppervlakte van roosterfiguren bepalen;
- de oppervlakte van rechthoeken, driehoeken en vierhoeken berekenen;
- werken met coördinaten.

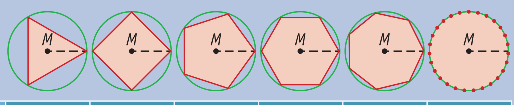
Opgave V1

Uitleg

Applet

Al in de Oudheid wilde men weten hoe je de omtrek van een cirkel berekent. Door een regelmatige veelhoek in de cirkel te passen en van die veelhoek de omtrek te bepalen, kun je de omtrek van de cirkel benaderen. Hoe meer hoeken de veelhoek heeft, hoe beter de benadering van de cirkel. De veelhoek gaat namelijk steeds meer op een cirkel lijken.

Benadering omtrek cirkel met *straal* = 1 en *diameter* = 2



n-hoek	3	4	5	6	7	... 27
omtrek(veelhoek)	5,20	5,66	5,88	6,00	6,07	6,27
omtrek(veelhoek)/diameter	2,60	2,83	2,94	3,00	3,04	3,13

In de figuur zijn de omtrek van de cirkel en de factor waarmee je de diameter moet vermenigvuldigen om de omtrek te berekenen, benaderd.

De werkelijke omtrek van de cirkel is $3{,}14159265... \cdot 2$.

Het getal $3{,}14159265...$ wordt “pi” genoemd en aangeduid met de Griekse letter π.
π heeft oneindig veel decimalen zonder enige regelmaat. Onthoud:

omtrek (cirkel) $= \pi \cdot$ *diameter*

Omdat de diameter (d) altijd twee keer de straal (r) is, kun je de formule ook schrijven als:

omtrek (cirkel) $= 2 \cdot \pi \cdot$ *straal*

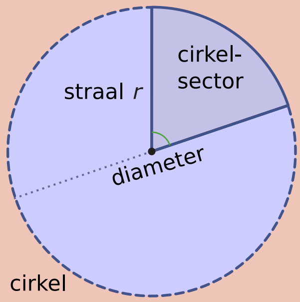
omtrek (cirkel) $= 2\pi r$

Opgave 1 Opgave 2 Opgave 3

Theorie

Voor de **omtrek van een cirkel** geldt:

omtrek (cirkel) $= \pi \cdot$ *diameter*



Het getal $3{,}14159265\ldots$ wordt **pi** genoemd en aangeduid met de Griekse letter π.
π heeft oneindig veel decimalen zonder enige regelmaat.

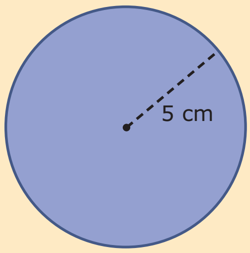
Omdat de diameter (d) altijd twee keer de straal (r) is, kun je de formule ook schrijven als:

omtrek (cirkel) $= 2 \cdot \pi \cdot$ *straal* of als *omtrek (cirkel)*$= 2\pi \cdot r$

Een ‘taartpunt’ uit een cirkel heet een **cirkelsector** en heeft een bijbehorende **sectorhoek**. Die hoek bepaalt welk deel van de cirkel de sector is. Je kunt daarmee de **omtrek van de cirkelsector** berekenen.

Voorbeeld 1

Bereken de omtrek van een cirkel met een straal van 5 cm in één decimaal nauwkeurig.



Antwoord

Voor de omtrek van cirkel geldt: *omtrek (cirkel)* $= \pi \cdot$ *diameter*

Hier is de diameter $d = 2 \cdot 5 = 10$ cm.
Dus is de omtrek van de cirkel: $\pi \cdot d = \pi \cdot 10 \approx 31{,}4$ cm.

Voor een cirkel met diameter d en straal r geldt: $d = 2r$.
De formule voor de omtrek van een cirkel kun je daarom ook schrijven als *omtrek (cirkel)* $= \pi \cdot 2r = 2\pi r$.

Ga na dat je met deze formule dezelfde omtrek vindt voor de gegeven cirkel.

Opgave 4 Opgave 5

Voorbeeld 2

Bereken de straal van een cirkel met een omtrek van 10 cm in millimeters nauwkeurig.

Antwoord

Voor de omtrek van een cirkel geldt: *omtrek (cirkel)*$= 2\pi r$.

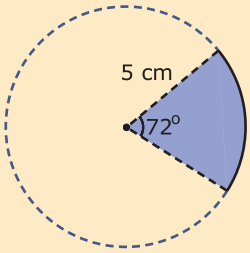
Hier is de omtrek 10 cm.
Dus geldt voor de straal r van de cirkel: $2\pi r = 10$ cm.

De straal is daarom: $\frac{10}{2\pi} \approx 1{,}6$ cm.

Opgave 6 Opgave 7

Voorbeeld 3

Je kunt een cirkel in cirkelsectoren (taartpunten) opdelen. Wil je van zo'n sector of taartpunt de omtrek berekenen, dan moet je twee keer de straal optellen bij een deel van de cirkelomtrek. Bereken van deze cirkelsector de omtrek.



Antwoord

De omtrek van een cirkelsector bestaat in deze figuur uit twee lijnstukken van 5 cm en een deel van de omtrek van een cirkel met een straal van 5 cm.

Deze cirkel heeft een omtrek van $\pi \cdot d = \pi \cdot 10$ cm.

De cirkelsector in de figuur heeft een sectorhoek van $72°$.

Een hele cirkel beslaat $360°$. De lengte van de cirkelboog die hoort bij de cirkelsector is dus het $\frac{72}{360}$ deel van de omtrek van de hele cirkel. De lengte van de cirkelboog is $\frac{72}{360} \cdot \pi \cdot 10 \approx 6{,}3$ cm.

De totale omtrek van de cirkelsector is in één decimaal nauwkeurig:

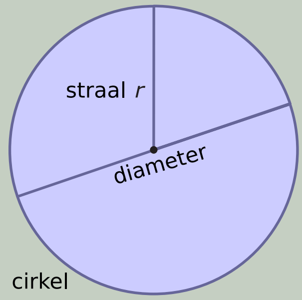
$2 \cdot 5 + \frac{72}{360} \cdot \pi \cdot 10 \approx 16{,}3$ cm.

Opgave 8 Opgave 9

3.5 Oppervlakte cirkel

Inleiding

Ook voor de oppervlakte van een cirkel bestaat een formule waar het getal π in voorkomt. Daarmee ga je nu leren werken.



Je leert in dit onderwerp

- de oppervlakte van een cirkel berekenen vanuit de diameter of straal en andersom;
- de oppervlakte van een cirkelsector berekenen vanuit de diameter of straal en andersom.

Voorkennis

- de oppervlakte van roosterfiguren bepalen;
- de oppervlakte van rechthoeken, driehoeken en vierhoeken berekenen;
- de omtrek van een cirkel en een cirkelsector berekenen vanuit de diameter of straal en andersom;
- werken met coördinaten.

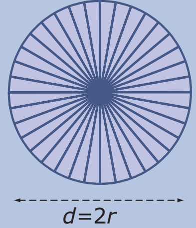
Opgave V1 Opgave V2

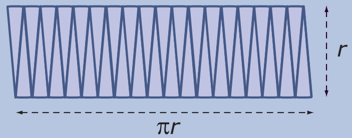
Uitleg

Applet

Al in de Oudheid wilde men weten hoe je de oppervlakte van een cirkel berekent. Door de oppervlakte van een regelmatige veelhoek die in de cirkel past te bepalen, kun je de oppervlakte van die cirkel benaderen. Hoe meer hoeken n de veelhoek heeft, hoe beter de benadering van de cirkel.

Je kunt ook de cirkel opdelen in kleine sectoren en die dan als een parallellogram (bij benadering) neerleggen. Je ziet dan dat de basis van dit parallellogram ongeveer de halve cirkelomtrek, dus $\pi \cdot r$ is en dat de hoogte ongeveer r is.





De oppervlakte van het parallellogram is $\pi \cdot r \cdot r = \pi \cdot r^2$. Dit is daarom (bij benadering) ook de oppervlakte van de cirkel. Die benadering wordt beter naarmate je meer sectoren maakt.

Onthoud:

oppervlakte (cirkel) $= \pi \cdot straal^2$

Of korter: $A = \pi \cdot r^2$ als A de oppervlakte van de cirkel met straal r is.

Opgave 1 Opgave 2 Opgave 3

Theorie

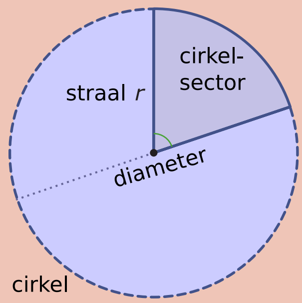
Voor de **oppervlakte van een cirkel** met straal r geldt:

oppervlakte (cirkel) $= \pi \cdot r^2$

waarin $\pi = 3{,}14159265...$
π heeft oneindig veel decimalen zonder enige regelmaat.

Omdat de diameter (d) altijd twee keer de straal (r) is, kun je de formule ook schrijven als:

oppervlakte (cirkel) $= \frac{1}{4} \cdot \pi \cdot d^2$

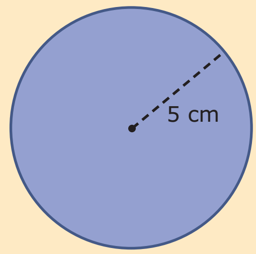


De **oppervlakte van een cirkelsector** kun je berekenen vanuit de sectorhoek $s°$.

De cirkelsector is namelijk het $\frac{s}{360}$ deel van de hele cirkel.

Voorbeeld 1

Bereken de oppervlakte van een cirkel met een straal van 5 cm in twee decimalen nauwkeurig.



Antwoord

Voor de oppervlakte van een cirkel geldt:

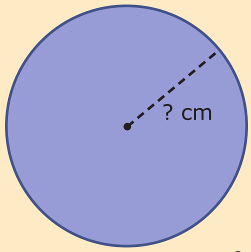
oppervlakte (cirkel) $= \pi \cdot straal^2$

De straal van deze cirkel is $r = 5$ cm.
De oppervlakte van de cirkel is: $\pi r^2 = \pi \cdot 5^2 \approx 78{,}54$ cm^2.

Opgave 4 Opgave 5

Voorbeeld 2

Bereken de straal van een cirkel met een oppervlakte van 10 cm^2 in millimeters nauwkeurig.



Antwoord

Voor de oppervlakte van een cirkel geldt: *oppervlakte (cirkel)* $= \pi \cdot straal^2$.

De oppervlakte van de cirkel is 10 cm^2.
Dus geldt:

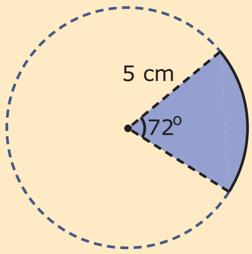
$$\pi r^2 = 10$$
$$r^2 = \frac{10}{\pi}$$
$$r = \sqrt{\frac{10}{\pi}} \approx 1{,}8$$

Dat is 18 mm.

Opgave 6 Opgave 7

Voorbeeld 3

Om de oppervlakte van de cirkelsector te berekenen, kijk je eerst naar de gehele cirkel. De gehele cirkel heeft een oppervlakte van $\pi r^2 = \pi \cdot 5^2$ cm^2.



Antwoord

De cirkelsector heeft een sectorhoek van 72°. De gehele cirkel beslaat 360°. De oppervlakte van de cirkelsector is dus $\frac{72}{360}$ deel van de oppervlakte van de gehele cirkel.

De oppervlakte van de cirkelsector is dus $\frac{72}{360} \cdot \pi \cdot 5^2$ cm^2.

De oppervlakte van de cirkelsector is in mm^2 nauwkeurig: 1571 mm^2.

De algemene formule voor **de oppervlakte van een cirkelsector** is dus:

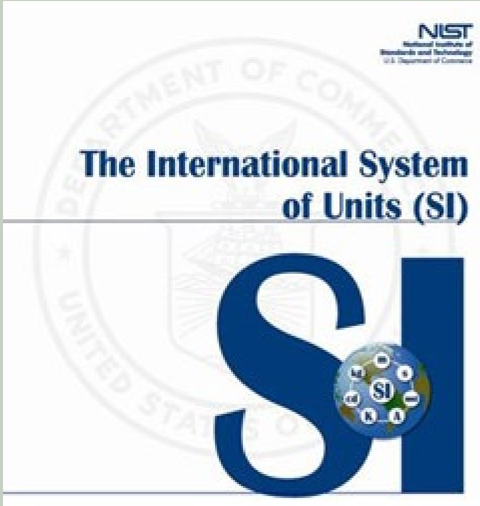
oppervlakte (cirkelsector) $= \frac{\text{sectorhoek}}{360} \cdot \pi r^2$

Opgave 8 Opgave 9

3.6 Eenheden

Inleiding

Je kent de belangrijkste eenheden voor lengte, oppervlakte, gewicht, tijd, en dergelijke wel. Deze eenheden zijn vastgelegd in een internationaal eenhedenstelsel, het S.I.-stelsel.
Daarbij worden ook voorvoegsels als milli, centi, deci, gebruikt. Maar daar zijn er nog veel meer van...



Je leert in dit onderwerp

- werken met eenheden en (samengestelde) eenheden in elkaar omrekenen;
- werken met de standaard voorvoegsels van eenheden.

Voorkennis

- werken met de basiseenheden en hun voorvoegsels;
- werken met de wetenschappelijke notatie;
- de oppervlakte van roosterfiguren, rechthoeken, driehoeken en vierhoeken berekenen;
- de omtrek en de oppervlakte van een cirkel en een cirkelsector berekenen vanuit de diameter of straal en andersom;
- werken met coördinaten.

Opgave V1 Opgave V2

Uitleg

Je hebt leren werken met maten voor lengte, oppervlakte en inhoud. Maar er zijn veel meer grootheden die je kunt meten. Bijvoorbeeld: tijd, snelheid, lichtsterkte, grootte van computerbestanden, geluidssterkte, enzovoort. Bij deze grootheden horen eenheden. Zo horen bij lengte de meter, oppervlakte de vierkante meter en inhoud de kubieke meter. Maar je kent ook uren, minuten en seconden voor de tijd.

En voor snelheid gebruik je de meter per seconde (m/s), een samengestelde eenheid.

Ook gebruik je voorvoegsels als milli (duizendste), centi (honderdste), deci (tiende), hecto (honderdste), kilo (duizend) om tienvouden van die eenheden aan te geven. Je hebt al leren werken met deze voorvoegsels. Maar er zijn er nog meer!

Zo is 1 μm = 1 micrometer = 1 miljoenste meter = 10^{-6} m = 0,000001 m.
Zo is 1 ns = 1 nanoseconde = 1 miljardste seconde = 10^{-9} s = 0,000000001 s.
Zo is 1 TB = 1 TeraByte = 1 biljoenste byte = 10^{12} B = 1000000000000 B.

Opgave 1 Opgave 2 Opgave 3

Theorie

Je hebt leren werken met maten voor lengte, oppervlakte en inhoud. Maar er zijn veel meer **grootheden** die je kunt meten. Bijvoorbeeld: tijd, snelheid, lichtsterkte, grootte van computerbestanden, geluidssterkte, enzovoort.
In het **S.I.-stelsel** zijn alle gebruikte grootheden met hun **eenheden** vastgelegd.

grootheid	letter	eenheid	symbool
lengte, omtrek	l, P	meter	m
oppervlakte	A	vierkante meter	m^2
inhoud, volume	I, V	kubieke meter liter	m^3 L (1 L = 0,001 m^3)
massa	m	gram	g
tijd	t	seconde	s
temperatuur	T	graden Celsius	°C
snelheid	v	meter per seconde	m/s
bestandsgrootte		byte	B

Eenheden die zijn samengesteld uit meer dan één eenheid (zoals m/s), noem je **samengestelde eenheden**.

Zoals je in het eerder hebt gezien, gebruik je **voorvoegsels** om tienvouden van die eenheden aan te geven. Je hebt al leren werken met de voorvoegsels deci, centi, milli, deca, hecto en kilo. Maar er zijn er nog meer!
De belangrijkste voorvoegsels zijn:

voorvoegsel	afkorting	betekenis	macht		voorvoegsel	afkorting	betekenis	macht
deci	d	tiende	10^{-1}		deca	da	tiental	10^1
centi	c	honderdste	10^{-2}		hecto	h	honderdtal	10^2
milli	m	duizendste	10^{-3}		kilo	k	duizendtal	10^3
micro	µ	miljoenste	10^{-6}		Mega	M	miljoen	10^6
nano	n	miljardste	10^{-9}		Giga	G	miljard	10^9
pico	p	biljoenste	10^{-12}		Tera	T	biljoen	10^{12}

Zo is 1 µm = 1 micrometer = 10^{-6} m = 0,000001 m.
Zo is 1 ns = 1 nanoseconde = 10^{-9} s = 0,000000001 s.
Zo is 1 TB = 1 Terabyte = 10^{12} B = 1000000000000 B.

Voorbeeld 1

Het omrekenen van eenheden komt veel voor.
Je ziet een paar voorbeelden:

- Van liter naar m^3:
  $1 \text{ L} = 1 \text{ dm}^3 = 1 \text{ dm} \cdot 1 \text{ dm} \cdot 1 \text{ dm} = 0{,}1 \text{ m} \cdot 0{,}1 \text{ m} \cdot 0{,}1 \text{ m} = 0{,}001 \text{ m}^3$
- Van centiliter naar cm^3:
  $1 \text{ cL} = 0{,}01 \text{ L} = 0{,}01 \text{ dm}^3 = 0{,}01 \cdot 1000 \text{ cm}^3 = 10 \text{ cm}^3$

- Van milliliter naar cm^3:
  1 mL = 0,001 L = 0,001 dm^3 = $0{,}001 \cdot 1000$ cm^3 = 1 cm^3
- Van Gb naar Mb:
  1 Gb = 10^9 b = $10^3 \cdot 10^6$ b = 1000 Mb
- Van kg naar mg:
  1 kg = 1000 g = 10000 dg = 100000 cg = 1000000 mg
- Van m^3 naar cm^3:
  1 m^3 = 10^2 cm $\cdot 10^2$ cm $\cdot 10^2$ cm = 10^6 = 1000000 cm^3
- Van m^3 naar km^3:
  1 m^3 = 0,001 km $\cdot$0,001 km $\cdot$0,001 km = 0,000000001 km^3

Opgave 4 Opgave 5

Voorbeeld 2

De tijd is een speciale grootheid: de eenheid van tijd is de seconde, maar je spreekt niet van een decaseconde om 10 seconden of een kiloseconde om 1000 seconden aan te geven. Voor grotere tijdseenheden gebruik je namen als:

- minuut: 1 minuut = 60 seconden = 60 s
- uur: 1 uur = 60 minuten = $60 \cdot 60$ seconden = 3600 s
- dag: 1 dag = 24 uur = $24 \cdot 60$ minuten = $24 \cdot 3600$ seconden = 86400 s

En dan zijn er nog meer begrippen: een etmaal (1 dag), de maand (tussen de 28 en de 31 dagen), het jaar (ongeveer 365 dagen), de eeuw (100 jaar). Dit is cultureel bepaald en daarom niet overal hetzelfde.

Kleinere tijdseenheden zijn: de tiende seconde, de honderdste seconde, de milliseconde (duizendste seconde), enzovoort.

Opgave 6 Opgave 7

Voorbeeld 3

Voor de grootheid snelheid worden de samengestelde eenheden km/h of m/s gebruikt. Regelmatig moet je omrekenen van km/h naar m/s of omgekeerd:

- 1 km/h = $\frac{1000 \text{ m}}{3600 \text{ s}} = \frac{1}{3{,}6}$ m/s
- 1 m/s = 3600 m/h = 3,6 km/h

Dus een auto die 50 km/h rijdt, heeft een snelheid van $\frac{50}{3{,}6}$ = 13,88888... m/s.

Een deeltje dat met 120 m/s voortbeweegt, heeft een snelheid van $120 \cdot 3{,}6$ = 432 km/h.

Opgave 8 Opgave 9

Register

Het lesmateriaal in deze reader is gebaseerd op het materiaal dat ook op de Math4All website staat.

De reader is gegenereerd met de Math4All maatwerkdienst. De inhoud en de volgorde van de onderwerpen in deze reader zijn gekozen door docenten van het ConTeXt College.

Stichting Math4All

Inhoud Katern 1

www.math4all.nl