

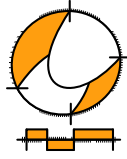
# Wiskunde / PGA

2 VMBO / docentmateriaal

## Statistiek

ConTeXt College





© 2024

Het auteursrecht op dit lesmateriaal berust bij Stichting Math4All. Math4All is derhalve de rechthebbende zoals bedoeld in de hieronder vermelde creative commons licentie.

Het lesmateriaal is met zorg samengesteld en getest. Stichting Math4All aanvaardt geen enkele aansprakelijkheid voor onjuistheden en/of onvolledigheden in de module. Ook aanvaardt Math4All geen enkele aansprakelijkheid voor enige schade, voortkomend uit (het gebruik van) dit lesmateriaal

Voor deze module geldt een Creative Commons Naamsvermelding Niet Commercieel 3.0 Nederland Licentie. (zie <http://creativecommons.org/licenses/by/3.0>).

Dit lesmateriaal is open, gratis en vrij toegankelijk lesmateriaal afkomstig van Stichting Math4All en is speciaal ontwikkeld voor het vak wiskunde in het voortgezet onderwijs. Het lesmateriaal op de website [www.math4all.nl](http://www.math4all.nl) is afgestemd op kerndoelen wiskunde, tussendoelen wiskunde en eindtermen voor de vakken wiskunde A, B en C. Dit lesmateriaal is mediumneutraal ontwikkeld en op diverse manieren te bekijken en te gebruiken. Voor informatie en vragen kunt u contact opnemen via [info@math4all.nl](mailto:info@math4all.nl). Ook houden we ons altijd aanbevolen voor suggesties, verbeteringen en/of aanvullingen.

---

---

## Voorwoord

Het lesmateriaal in dit katern is gebaseerd op het materiaal dat je kunt vinden op de Math4All website [www.math4all.nl](http://www.math4all.nl). In de tekst staan dan ook regelmatig verwijzingen naar die website. Waar je precies moet zijn op die website kun je zien in de kopregel van iedere pagina.

Ieder hoofdstuk bestaat uit een aantal paragrafen en wordt steeds afgesloten met een paragraaf *Totaalbeeld* waar de leerstof wordt samengevat en/of herhaald.

### PGA

PGA staat voor 'probleemgestuurde aanpak'. Je begeleidt dan als docent de leerlingen die in kleine groepjes aan wiskundige problemen werken en op die manier een eigen theoretisch kader opstellen. Dit gebeurt voornamelijk op de wijze die wordt beschreven in het boek *Building Thinking Classrooms in Mathematics* van Peter Liljedahl. Dit boek is ook in het Nederlands beschikbaar. Het is verstandig om dit boek vooraf door te werken, maar je kunt ook beginnen met deze **beknopte handleiding**.

De PGA wordt ondersteund door verwerkings- en toepassingsopgaven waarmee de leerling kan nagaan of de stof wordt beheersd. Deze opgaven worden op drie niveaus aangeboden. De niveau aanduiding staat in de marge naast de opgave.

- ★ het basale niveau, dat iedereen zou moeten behalen
- ★ ★ een iets pittiger niveau, waarin iets meer uitdaging zit en die de leerling alleen hoeft te maken als er genoeg tijd voor is
- ★ ★ ★ een bijzondere toepassing of een echt pittige opgave die een leerling alleen maakt als de rest veel te gemakkelijk was

In de bijlage staat een "**Leerdoelentabel**" waarin staat aangegeven door welke opgave het specifieke leerdoel wordt afgedekt en op welk niveau dit gebeurt. Als je deze tabel aan de leerlingen uitreikt, kunnen ze hun eigen vorderingen bijhouden.

Opgaven uit de samenvattende paragraaf *Totaalbeeld* worden voorafgegaan door een T.



---

# 1

---

## Statistiek

<b>1.1</b>	<b>Centrummaten</b>	<b>6</b>
<b>1.2</b>	<b>Spreidingsmaten</b>	<b>12</b>
<b>1.3</b>	<b>Klassenindeling</b>	<b>18</b>
<b>1.4</b>	<b>Schatten</b>	<b>24</b>
<b>1.5</b>	<b>Statistische uitspraken</b>	<b>29</b>
<b>1.6</b>	<b>Totaalbeeld</b>	<b>33</b>

# 1.1 Centrummaten

## Inleiding

Als je beschikt over een hele serie gegevens, zoals alle rapportcijfers van alle leerlingen in een bepaald leerjaar van alle vakken, dan heb je een enorme brij aan getallen. Hoe krijg je daar enig overzicht over? Aicha gaat een poging doen. Eerst gebruikt ze de eindcijfers van enkele klassen van jaren geleden.

B1H		ne		en		fa		ak		gs	
leerling	geslacht	RE	RE	RE	RE	RE	RE	RE	RE	RE	RE
1	v	6,7	7	4,4	4	5,6	6	6,6	7	6,8	7
2	v	5,6	6	5,3	5	6,1	6	7,1	7	6,8	7
3	m	8,1	8	6,7	7	5,8	6	7,2	7	7,6	8
4	m	8,5	9	5,1	5	6,1	6	6,1	6	6,1	6
5	m	4,9	5	9,7	10	6,6	7	8,0	8	7,5	8
6	v	6,2	6	9,4	9	7,2	7	6,6	7	7,8	8

Figuur 1.1

Zoals ze weet kunnen frequentietabellen en diagrammen helpen. Maar soms is een enkel getal genoeg...

### Je leert in dit onderwerp

- van een hoeveelheid gegevens de modus, de mediaan en het (gewogen) gemiddelde berekenen;
- modus, mediaan en gemiddelde interpreteren als centrummaten van die gegevens.

### Voorkennis

- (gewogen) gemiddelde van een hoeveelheid gegevens berekenen;
- werken met (relatieve) frequenties en (relatieve) frequentietabellen.

**Dit materiaal is nog in ontwikkeling.**

**Heeft u leuke ideeën voor dit onderwerp neem dan contact op met Math4all via [info@math4all.nl](mailto:info@math4all.nl). We kunnen dan wellicht samen aan de slag.**

## Theorie

### Om te onthouden

Er zijn drie getallen die een hoeveelheid gegevens (waarnemingen) kunnen samenvatten:

- de **modus** (de modale waarde) is de waarneming die het vaakst voorkomt en dus de grootste frequentie heeft. Er is geen modus als twee waarnemingen het meest voorkomen.
- de **mediaan** is het midden van alle waarnemingen als die op volgorde staan.
- het **gemiddelde** van de waarnemingen vind je door alle waarden bij elkaar op te tellen en dat getal te delen door het totaal aantal cijfers. Daarbij moet je rekening houden met de frequenties (de wegingen) van de waarnemingen.

De modus, de mediaan en het gemiddelde zijn **centrummaten**. Deze drie getallen kunnen verschillend zijn.

Het is niet zo dat je modus, mediaan en gemiddelde altijd kunt bepalen. Je moet voor de mediaan en het gemiddelde altijd getallen als waarneming hebben.

## Verwerken

### Opgave 1.1

Dit zijn de rapportcijfers die in een bepaalde klas voor economie zijn behaald:

7	4	6	6	5	5	7	6	7	9	10	6	8	7
8	6	5	7	5	8	3	7	8	6	6	10	5	7

Tabel 1.1

- Maak een frequentietabel van de rapportcijfers voor economie.
- Bepaal de modus.
- Bepaal de mediaan.

Twee leerlingen die tijdens de toets ziek waren maken een inhaaltoets. Ze halen allebei een zeven.

- Bereken het nieuwe gemiddelde, de nieuwe modus en de nieuwe mediaan.

### ★ Opgave 1.2

Een centrummaat moet een goede indruk geven van de waarnemingen die je bestudeert. Kies in de volgende gevallen een geschikte centrummaat, en bereken deze maat.

- Erik haalde voor zijn wiskundetoetsen de cijfers 8, 5, 6, 7, 10, 3, 7, 7 en 8.
- De directeur van een onderneming krijgt € 8000,00 per maand. De vier adjunctdirecteuren ontvangen maandelijks € 3000,00. De overige dertig werknemers verdienen elk € 1900,00 per maand.
- Van de docenten van een scholengemeenschap in Overdal komen er 16 te voet naar school, 20 komen met de fiets, 25 met de auto en 37 met het openbaar vervoer.
- De resultaten van een meting van de maximumtemperaturen in een week in juli in graden Celsius waren:

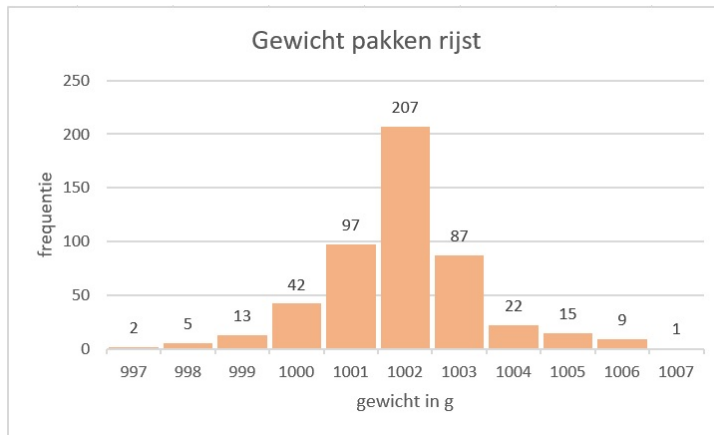
dag	ma	di	wo	do	vr	za	zo
temperatuur in °C	22	23	24	23	23	23	23

Tabel 1.2

### ★ Opgave 1.3

In een supermarkt worden pakken rijst verkocht met een gewicht van 1 kg. Elke werkdag wordt een vast aantal pakken gecontroleerd op afwijkend gewicht. In het staafdiagram zijn de resultaten verwerkt van 20 werkdagen.





**Figuur 1.2**

- a Bepaal de modus en de mediaan.
- b Hoeveel pakken werden er elke werkdag gecontroleerd?
- c Hoeveel procent van de gecontroleerde pakken rijst had een te laag gewicht?
- d Bereken in één decimaal nauwkeurig het gemiddelde aantal pakken rijst per dag waarvan het gewicht te laag is.
- e In totaal zijn in het afgelopen jaar 8500 pakken rijst verkocht. Geef een schatting van het aantal pakken dat minstens het juiste gewicht had.

★ **Opgave 1.4**

Iemand heeft van een aantal doosjes lucifers geteld hoeveel lucifers er in zitten. De resultaten staan in de tabel hiernaast.

- a Van hoeveel doosjes lucifers is het aantal lucifers geteld?
- b Hoeveel lucifers zijn er in totaal geteld?
- c Hoeveel lucifers zitten er gemiddeld in een doosje? Geef je antwoord in één decimaal nauwkeurig.
- d Waarom wist je voordat je de berekening bij c uitvoerde dat het gemiddelde lager moest zijn dan de modus 36 ?

aantal lucifers	frequentie
31	1
32	3
33	4
34	5
35	7
36	8
37	11
38	6

**Tabel 1.3**

★ **Opgave 1.5**

Een loterij heeft op een dag aan prijzen gemiddeld € 20000,00 uitbetaald. De mediaan van die prijzen blijkt € 1500,00 te zijn.

Geef een verklaring voor het grote verschil tussen die twee centrummaten.

★★ **Opgave 1.6**

Een school kent drie rapportperiodes die alle drie even zwaar tellen.

Voor wiskunde zijn er de eerste periode drie toetsen gegeven die elk 1 keer, 1 keer en 3 keer meetellen.

In de tweede periode zijn er in dat vak twee toetsen gegeven die 2 keer en 3 keer meetellen.

In de derde en laatste periode zijn er twee toetsen die 1 keer meetellen en een proefwerk

dat drie keer meetelt.

Je staat voor wiskunde een 7,2 en alleen het laatste proefwerk moet nog worden gemaakt. De cijfers voor alle toetsen worden in één decimaal nauwkeurig bepaald.

Kun je nog een 8 halen als eindcijfer? Laat met een berekening zien welk cijfer je dan voor het laatste proefwerk moet halen.

## Toepassen

Excel kan je helpen bij het maken van frequentietabellen en het berekenen van gemiddelden. Bekijk het **Practicum**. Daarin werk je met het Excelbestand **Gegevens154Leerlingen.xls** met gegevens van 154 vierde klassers.

Denk er wel om dat je op een pc of een tablet dit Excel-bestand eerst moet downloaden. Er wordt van uit gegaan dat je wel eens eerder met Excel hebt gewerkt en al weet hoe je met cellen werkt, met formules in cellen werkt, absoluut en relatief kopiëren begrijpt, etc.

### ★ Opgave 1.7: Cijfer voor wiskunde

Gebruik het gegevensbestand uit **Toepassen**.

- a Maak zelf een frequentietabel van de gehele eindcijfers voor wiskunde van deze groep leerlingen.
- b Zoek uit hoe je van een rij gegevens het gemiddelde, de modus en de mediaan door Excel kunt laten berekenen. Het gaat met behulp van formules. Zoek een geschikte plek in het Excel-bestand om deze centrummaten neer te zetten.
- c Bereken het gemiddelde voor wiskunde nog eens met behulp van de frequentietabel.
- d Maak vervolgens afzonderlijke groepen van de jongens en de meisjes door te sorteren. Bereken de centrummaten voor deze afzonderlijke groepen en vergelijk ze met elkaar. Maak ook frequentietabellen en staafdiagrammen van de afzonderlijke groepen.

### ★ Opgave 1.8: Geboortemaanden

Werk met hetzelfde Excel-bestand als in de voorgaande opgave. Zet de gegevens over de geboortemaanden op een afzonderlijk werkblad.

- a Maak een frequentietabel van de geboortemaanden van deze groep leerlingen.
- b Welke centrummaat is hier zinvol?
- c Probeer een conclusie te trekken uit de frequentietabel. Of maak er eerst een staafdiagram van en probeer dan een conclusie te trekken.

## Practicum: Werken met Excel

Excel kan zelf frequentietabellen voor je maken. Je hoeft dan niet met de hand te tellen.

In het Excelbestand **Gegevens154Leerlingen.xls** vind je enkele gegevens van 154 vierde klassers. Je kunt daarbij een frequentieverdeling voor bijvoorbeeld 'cijfwis', het cijfer voor wiskunde van deze leerlingen, maken. Dat gaat als volgt:

- Maak eerst een kopie van het werkblad met gegevens en verwijder alle kolommen behalve 'cijfwis'. Dat wordt dan kolom A.
- Maak eerst een kolom met cijfers van (bijvoorbeeld) 3, 4, 5, t/m 10 in de cellen C2 t/m C9. Geef die het opschrift 'cijfwis'.
- Dan zijn de cellen D2 t/m D9 bestemd voor de frequenties. Selecteer die allemaal.
- Klik nu in de formulebalk en zet daar in: =INTERVAL(A2:A155;C2:C9) en doe [ctrl][shift][enter].

Als het goed is krijg je nu de juiste frequenties. Excel telt dus in de cellen A2 t/m A155 (de cijfers voor wiskunde) hoeveel er steeds voorkomen van de waarden in de cellen C2 t/m C9, de verschillende cijfers die voorkomen.

Maar misschien wil je de jongens en de meisjes vergelijken? Dan laat je Excel eerst sorteren op de kolom 'geslacht'. Dat doe je door die kolom te selecteren en 'Sorteren en filteren' te kiezen. Sorteert van laag naar hoog en klik op OK als Excel je vraagt of de selectie moet worden uitgebreid (want de andere kolommen moeten ook worden meegenomen bij het sorteren). Nu heb je de jongens en de meisjes als groepen bij elkaar staan en kun je hun centrummaten vergelijken met of zonder frequentietabellen.

**LET OP:**

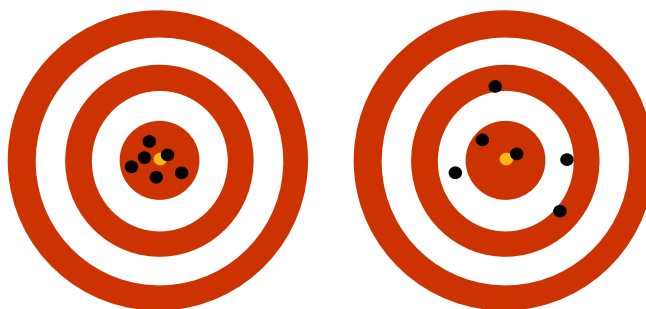
Je moet het Excel-bestand Gegevens154Leerlingen.xls eerst downloaden om er in te kunnen werken.

Je kopieert het dan naar de computer waarop je werkt.

## 1.2 Spreidingsmaten

### Inleiding

Aicha ziet dat twee groepen gegevens met eenzelfde centrummaat nog flink van elkaar kunnen verschillen. De spreiding van de gegevens kan erg verschillend zijn. Je ziet dat hier met de schoten op deze roos. Van de tweede serie is de spreiding groter.



Figuur 2.1

### Je leert in dit onderwerp

- de spreidingsbreedte en de kwartielafstand van een serie gegevens berekenen;
- spreidingsbreedte en kwartielafstand interpreteren als spreidingsmaten van die gegevens;
- een serie gegevens samenvatten in een boxplot.

### Voorkennis

- (gewogen) gemiddelde, modus en mediaan van een hoeveelheid gegevens berekenen;
- werken met (relatieve) frequenties en (relatieve) frequentietabellen.

**Dit materiaal is nog in ontwikkeling.**

**Heeft u leuke ideeën voor dit onderwerp neem dan contact op met Math4all via [info@math4all.nl](mailto:info@math4all.nl). We kunnen dan wellicht samen aan de slag.**

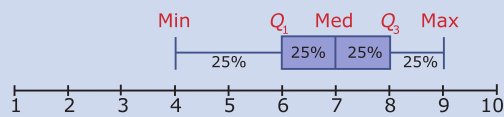
## Theorie

### Om te onthouden

Je kunt van een hoeveelheid gegevens een samenvatting maken, bestaande uit vijf getallen:

- de kleinste waarneming;
- het **eerste kwartiel**  $Q_1$ , dit is de mediaan van de eerste helft waarnemingen;
- het **tweede kwartiel** is de mediaan;
- het **derde kwartiel**  $Q_3$ , dit is de mediaan van de tweede helft waarnemingen;
- de grootste waarneming.

Deze vijf getallen zet je in een tekening langs een as en je maakt een **boxplot**. Een boxplot is een 5-getallen samenvatting van de frequentietabel.



Figuur 2.2

In een boxplot vind je twee **spreidingsmaten**:

- de **spreidingsbreedte** is de grootste waarneming min de kleinste waarneming;
- de **interkwartielafstand** is het derde kwartiel min het eerste kwartiel.

## Verwerken

### ★ Opgave 2.1

Dit is een steelbladdiagram van de cijfers voor een scheikundetoets in een vijfde klas.

3	4																		
4	8	8	9	9															
5	0	0	0	0	1	1	1	1	2	2	3								
6																			
7	9																		
8	0	0	1	1	1	2	2	2	3	3	4	4	6						
9	8																		

Figuur 2.3

- Maak er een boxplot bij.
- Welk diagram geeft het beste beeld van de verdeling van de cijfers, het steelbladdiagram of de boxplot?

### ★ Opgave 2.2

Van twee honkbalteams zijn alle leeftijden genoteerd:

team 1	18	20	21	22	23	23	24	28	28
team 2	21	22	22	22	23	23	24	24	26

Tabel 2.1

- Bepaal van beide teams de gemiddelde leeftijd en de mediaan.
- Teken bijbehorende boxplots.
- Krijg je hierdoor een goede indruk van het verschil in leeftijdsopbouw tussen beide teams? Leg dat uit.

### ★ Opgave 2.3

Op 1 januari 2013 werden de volgende geboortegewichten van een groep jongens gemeten. De resultaten in grammen:

1850	2100	2500	2600	2700	2800	2900	3150	3250	3300
3300	3400	3400	3500	4000	4000	4000	4050	4090	4100
4150	4160	4180	4200	4200	4400	4500	4700	4800	4850

Tabel 2.2

Hetzelfde gebeurde bij een even grote groep meisjes:

2400	2500	2500	2600	2700	2800	2800	2800	2900	2900
3000	3000	3100	3100	3200	3200	3200	3300	3300	3350
3400	3400	3500	3500	3600	3700	3800	3900	4000	4000

Tabel 2.3

- Bepaal de spreidingsbreedte bij de jongens en bij de meisjes.
- Maak de boxplots die bij deze gegevens horen.
- Hoeveel procent van de meisjes woog tussen de 2800 en 3500 gram?
- Hoeveel procent van de jongens woog meer dan het zwaarste meisje?

★ **Opgave 2.4**

Een van de leerlingen van de vijfde klas heeft de gewichten van al zijn klasgenoten opgeschreven. Het resultaat in kilogrammen is als volgt:

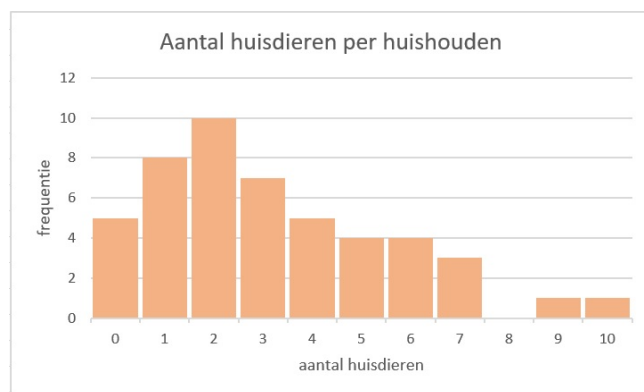
72	50	63	59	63	51	56	64	58	74
52	69	42	51	54	58	51	60	60	59
50	67	61	45	66	49	64	63	57	56

**Tabel 2.4**

- a Bereken bij deze gegevens de mediaan en de interkwartielafstand.
- b Hoeveel procent van deze leerlingen weegt minder dan 63 kg volgens je antwoord bij a? Is dat in werkelijkheid ook zo?

★ **Opgave 2.5**

Aan een groep kinderen uit klas 2 is gevraagd hoeveel huisdieren er in hun huishouden zijn. De resultaten zie je in het staafdiagram.



**Figuur 2.4**

- a Hoeveel kinderen zijn er ondervraagd?
- b Bereken het gemiddelde aantal huisdieren per huishouden.
- c Bereken de mediaan en de kwartielen.
- d Bepaal de spreidingsbreedte en de interkwartielafstand.
- e Teken de bijbehorende boxplot.
- f Hoeveel huisdieren hebben de 25% huishoudens met de meeste huisdieren?

**Toepassen**

Excel kan je helpen bij het berekenen van centrum- en spreidingsmaten en het maken van boxplots. Bekijk het [Practicum](#) en het bestand [Gegevens154Leerlingen.xls](#).

Denk er wel om dat je op een pc dit Excel-bestand eerst moet downloaden. Er wordt van uit gegaan dat je wel eens eerder met Excel hebt gewerkt en al weet hoe je met cellen werkt, met formules in cellen werkt, absoluut en relatief kopiëren begrijpt, etc.

### ★ Opgave 2.6: Cijfer voor wiskunde

Gebruik het gegevensbestand uit [Toepassen](#).

- Maak zelf een tabel met de kwartielen, de mediaan en maximum en minimum van de gehele eindcijfers voor wiskunde van deze groep leerlingen.
- Maak een bijbehorend boxplot.
- Maak vervolgens afzonderlijke groepen van de jongens en de meisjes door te sorteren. Bereken de centrum- en spreidingsmaten voor deze afzonderlijke groepen en vergelijk ze met elkaar. Maak ook boxplots van de afzonderlijke groepen.

### ★ Opgave 2.7: Lengtes

Werk met hetzelfde Excel-bestand als in de voorgaande opgave. Zet de gegevens over de lengtes van de jongens en de meisjes op een afzonderlijk werkblad. Doe hetzelfde met de gewichten van de jongens en de meisjes.

- Maak voor de lengtes van de jongens en de meisjes afzonderlijke boxplots. Kun je conclusies trekken?
- Maak voor de gewichten van de jongens en de meisjes afzonderlijke boxplots. Kun je conclusies trekken?

## Practicum: Werken met Excel

Excel kan centrummaten en spreidingsmaten voor je berekenen. Je hebt daarvoor geen frequentietabellen nodig, die zijn alleen erg handig bij het maken van diagrammen.

In het Excelbestand [Gegevens154Leerlingen.xls](#) vind je enkele gegevens van 154 vierde klassers.

Je kunt daarbij van bijvoorbeeld 'cijfwis', het cijfer voor wiskunde van deze leerlingen, het minimum, het eerste kwartiel, de mediaan, het derde kwartiel en het maximum laten berekenen.

Wil je die ook nog in een boxplot weergeven, dan ga je (vanaf Excel2010) zo te werk:

- Maak eerst een kolom met onder elkaar Q1, minimum, mediaan, maximum en Q3 in die volgorde. Geef de kolom ernaast het opschrift 'cijfwis'.
- In de cellen van die kolom maak je de formules =KWARTIEL(H2:H155;1), =MIN(H2:H155), =MIDIAAN(H2:H155), =MAX(H2:H155) en =KWARTIEL(H2:H155;3) als 'cijfwis' in de kolom H staat.
- Nu selecteer je beide kolommen en het opschrift en via Invoegen kies je een lijndiagram met markeringen.
- Je krijgt nu een lijndiagram. Klik met de rechtermuisknop op de figuur en kies 'Gegevens selecteren'. Klik daar op 'Schakelen tussen rij en kolom'. Je krijgt dan de vijf waarden boven elkaar.
- Bij 'Hulpmiddelen voor grafieken' kun je bij 'Indeling' kiezen voor 'Omhoog/omlaag balken weergeven' en 'Hoog/laag lijnen'. Je krijgt dan je boxplot, dat je nog even zo mooi moet maken als je zelf wilt. (Rechtermuisknop op elke markering en opmaak kiezen.)

Misschien wil je de jongens en de meisjes vergelijken? Dan laat je Excel eerst sorteren op de kolom 'geslacht'. Dat doe je door die kolom te selecteren en 'Sorteren en filteren' te kiezen. Sorteert van laag naar hoog en klik op OK als Excel je vraagt of de selectie moet worden uitgebreid (want de andere kolommen moeten ook worden meegenomen bij het sorteren). Nu heb je de jongens en de meisjes als groepen bij elkaar staan en kun je hun centrummaten en spreidingsmaten vergelijken en twee boxplots in één figuur maken.





**LET OP:**

Je moet het Excel-bestand Gegevens154Leerlingen.xls eerst downloaden om er in te kunnen werken.

Je kopieert het dan naar de computer waarop je werkt.

## 1.3 Klassenindeling

### Inleiding

Aicha bekijkt de cijfers voor geschiedenis van klas B1H op één decimaal afgerond.

Dan zijn bijna alle gegevens verschillend.

Het maken van een frequentietabel levert nu weinig overzicht op.

Daarvoor kun je beter de cijfers groeperen in zogenaamde 'klassen'.

Daarover gaat dit onderdeel.

B1H		ne		en		fa		ak		gs	
leerling	geslacht	RE	RE	RE	RE	RE	RE	RE	RE	RE	RE
1	v	6,7	7	4,4	4	5,6	6	6,6	7	6,8	7
2	v	5,6	6	5,3	5	6,1	6	7,1	7	6,8	7
3	m	8,1	8	6,7	7	5,8	6	7,2	7	7,6	8
4	m	8,5	9	5,1	5	6,1	6	6,1	6	6,1	6
5	m	4,9	5	9,7	10	6,6	7	8,0	8	7,5	8
6	v	6,2	6	9,4	9	7,2	7	6,6	7	7,8	8

Figuur 3.1

### Je leert in dit onderwerp

- een frequentietabel met klassenindeling en geschikte klassenbreedte maken bij een verzameling ruwe data;
- bij zo'n klassenindeling diagrammen maken;
- bij een klassenindeling het gemiddelde schatten.

### Voorkennis

- (gewogen) gemiddelde, modus en mediaan van een hoeveelheid gegevens berekenen;
- werken met (relatieve) frequenties en (relatieve) frequentietabellen.

**Dit materiaal is nog in ontwikkeling.**

**Heeft u leuke ideeën voor dit onderwerp neem dan contact op met Math4all via [info@math4all.nl](mailto:info@math4all.nl). We kunnen dan wellicht samen aan de slag.**

## Theorie

### Om te onthouden

Een groep gegevens (lieft in de vorm van getallen) noem je **ruwe data**, ruwe gegevens. Erg overzichtelijk zijn de ruwe data meestal niet.

Dan ga je ze ordenen in **klassen**, dat zijn groepjes getallen die dicht bij elkaar liggen. Je begint met het kiezen van de **klassengrenzen**. Normaal gesproken kies je alle klassen even breed.

Het verschil van de klassengrenzen van een klasse heet de **klassenbreedte**.

Het **klassenmidden** is meestal het gemiddelde van de twee klassengrenzen.

Het aantal getallen dat in een bepaalde klasse komt is de **absolute frequentie** van de klasse. Vaak zijn **relatieve frequenties** handiger. De relatieve frequentie bepaal je door de frequentie te delen door het totaal. Ook kun je het **percentage** berekenen, je vermenigvuldigt dan de relatieve frequentie met 100.

Nu heb je **geordende data**, de cijfers van de klas zijn overzichtelijk weergegeven in een **klassenindeling**. Het gemiddelde kun je nu alleen nog maar schatten met behulp van de klassenmiddens.

## Verwerken

### ★ Opgave 3.1

Geef in de volgende situaties aan of een klassenindeling maken mogelijk/zinvol is, leg uit waarom. Zo ja, geef aan wat jij als eerste klasse zou kiezen.

- a Je hebt op de huishoudbeurs aan 500 bezoekers hun leeftijd gevraagd. De jongste bezoeker was 17 en de oudste was 81.
- b Je hebt aan die zelfde 500 bezoekers van de huishoudbeurs hun lievelingskleur gevraagd. Tussen de antwoorden die de bezoekers gaven zaten 12 verschillende kleuren.
- c Je hebt aan die zelfde 500 bezoekers van de huishoudbeurs gevraagd hoe vaak ze nu in totaal de huishoudbeurs al bezocht hebben. Het laagste aantal was 1 keer en het hoogste aantal was 15 keer.

### ★ Opgave 3.2

Je ziet hier een klassenindeling van de gewichten van een groep personen.

- a Welk klassenmidden heeft de klasse  $45- < 50$ ? Licht je antwoord toe.
- b Bereken het gemiddelde gewicht in één decimaal nauwkeurig.
- c Hoeveel procent van deze groep mensen weegt minder dan 70 kg?

gewichtsklasse	frequentie
45– < 50	1
50– < 55	5
55– < 60	8
60– < 65	15
65– < 70	19
70– < 75	9
75– < 80	3

Tabel 3.1

### ★ Opgave 3.3

Johan gooit zestig keer met vijf dobbelstenen en noteert telkens de som van de vijf aantallen ogen. Zijn scores zijn als volgt:

16	22	21	16	20	24	20	23	16	22
17	15	17	26	23	20	17	19	21	23
17	22	18	14	18	15	16	18	17	18
20	22	18	18	25	14	13	12	15	17
22	14	18	20	12	20	15	18	15	24
17	12	23	14	11	14	21	16	18	5

Tabel 3.2

- a Wat was het grootste getal dat hij had kunnen gooien? Leg uit.
- b Bereken de gemiddelde score in één decimaal nauwkeurig.
- c Maak een klassenindeling van de scores. Neem als klassen  $5- < 8$  en  $8- < 11$ , enzovoorts.
- d Welke scores horen tot de klasse  $5- < 8$ ? Wat is dus het klassenmidden? En waarom kun je nu niet gewoon het gemiddelde van de klassengrenzen nemen?
- e Bereken nu met behulp van de klassenindeling de gemiddelde score.

- f In hoeveel procent van de worpen scoorde Johan meer dan 13 maar minder dan 23?
- g Waarom zou score 18 zoveel vaker voorkomen dan score 28?

★ **Opgave 3.4**

Bij een cabaretvoorstelling is aan 44 bezoekers hun leeftijd gevraagd. Het resultaat is als volgt:

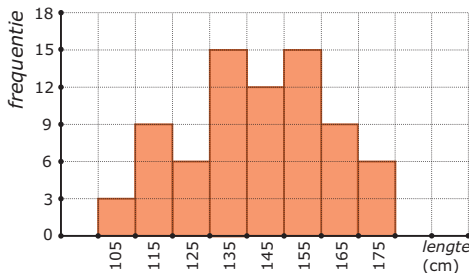
31	29	18	16	24	47	12	32	52	10	26
22	12	53	49	25	21	59	51	32	16	27
18	29	31	37	17	42	31	39	19	33	28
44	16	29	22	17	19	54	27	30	28	51

Tabel 3.3

- a Maak een klassenindeling met als klassen  $10- < 15$ , enzovoorts. Voeg de absolute frequenties toe..
- b Welke leeftijden horen tot de klasse  $50- < 55$ ? Wat is dus het klassenmidden?
- c Schat met behulp van de klassenindeling de gemiddelde leeftijd van deze bezoekers.
- d Hoeveel procent van de ondervraagden was jonger dan 30?

★ **Opgave 3.5**

Je ziet hier een verdeling van de lengtes van de vrouwelijke leerlingen van een balletschool. Op de horizontale as staan de klassenmiddens in cm.



Figuur 3.2

- a Schrijf de eerste klasse van de indeling op.
- b Van hoeveel leerlingen is de lengte gemeten?
- c Schat met behulp van de klassenindeling de gemiddelde lengte van deze leerlingen in cm nauwkeurig.
- d Maak een nieuwe klassenindeling met klassen  $100- < 120$ , enzovoorts. Bereken opnieuw de gemiddelde lengte van deze leerlingen, maar nu vanuit de nieuwe klassenindeling. Verklaar het verschil.

★ **Opgave 3.6**

Op 1 januari 2003 werden de volgende geboortegewichten van een groep jongens gemeten. De resultaten in grammen:

1850	2100	2500	2600	2700	2800	2900	3150	3250	3300
3300	3400	3400	3500	4000	4000	4000	4050	4090	4100
4150	4160	4180	4200	4200	4400	4500	4700	4800	4850

**Tabel 3.4**

Hetzelfde gebeurde bij een even grote groep meisjes:

2400	2500	2500	2600	2700	2800	2800	2800	2900	2900
3000	3000	3100	3100	3200	3200	3200	3300	3300	3350
3400	3400	3500	3500	3600	3700	3800	3900	4000	4000

**Tabel 3.5**

Omdat je de geboortegewichten van deze twee groepen wilt vergelijken maak je een klassenindeling en de bijbehorende frequentietabellen. Neem klassen met een breedte van 500 gram. De eerste klasse begint bij 1500.

- Maak een geschikte klassenindeling met bijbehorende absolute frequenties.
- Schat de gemiddelden van beide groepen met behulp van de klassenindeling bij a.
- Hoeveel procent van de jongens woog meer dan het bij b gevonden gemiddelde van de meisjes?
- Hoeveel procent van de jongens woog meer dan het zwaarste meisje?

## Toepassen

Excel kan centrummaten en spreidingsmaten voor je berekenen vanuit de ruwe data, je hebt daarvoor geen frequentietabellen nodig. Maar frequentietabellen zijn handig bij het maken van diagrammen. En vooral als je over veel gegevens beschikt is groeperen in klassen erg handig. Bekijk het [Practicum](#) en het bestand [Gegevens154Leerlingen.xls](#).

Denk er wel om dat je op een pc dit Excel-bestand eerst moet downloaden. Er wordt van uit gegaan dat je wel eens eerder met Excel hebt gewerkt en al weet hoe je met cellen werkt, met formules in cellen werkt, absoluut en relatief kopiëren begrijpt, etc.

### ★ Opgave 3.7: Lengtes in klassen

Gebruik het gegevensbestand uit [Toepassen](#).

- Maak zelf de frequentieverdeling van de lengtes van deze groep vierde klassers.
- Maak een staafdiagram.
- Maak vervolgens afzonderlijke groepen van de jongens en de meisjes door te sorteren. Maak frequentietabellen voor deze afzonderlijke groepen en vergelijk ze met elkaar.

### ★ Opgave 3.8: Gemiddelden schatten

Werk met hetzelfde Excel-bestand als in de voorgaande opgave. Je hebt de gegevens over de lengtes van de jongens en de meisjes op een afzonderlijk werkblad gezet. Doe hetzelfde met de gewichten van de jongens en de meisjes.

- Maak voor de lengtes van de jongens en de meisjes afzonderlijke frequentietabellen en schat met behulp daarvan hun gemiddelde lengtes. Kun je conclusies trekken?
- Maak voor de gewichten van de jongens en de meisjes afzonderlijke frequentietabellen en schat met behulp daarvan hun gemiddelde lengtes. Kun je conclusies trekken?

## Practicum: Werken met Excel

Excel kan centrummaten en spreidingsmaten voor je berekenen vanuit de ruwe data, je hebt daarvoor geen frequentietabellen nodig. Maar frequentietabellen zijn handig bij het maken van diagrammen. En vooral als je over veel gegevens beschikt is groeperen in klassen erg handig.

In het Excelbestand [Gegevens154Leerlingen.xls](#) vind je enkele gegevens van 154 vierde klassers.

Je vindt daarin bijvoorbeeld 'lengte', de lengtes van deze leerlingen.

Wil je daar een frequentietabel bij maken, dan bedenk je eerst een geschikte klassenindeling. Maak een kopie van het werkblad en verwijder daarin de kolommen D, E, F, H, I, J, K, L, M en ook de uitleg naast de tabel kan wel weg. Je gegevens komen nu in kolom D.

Nu ga je (in Excel2010) zo te werk:

- Laat Excel eerst het minimum en het maximum van de lengtes in de cellen D2 t/m D155 berekenen. Je kunt dan je klassenindeling kiezen, zorg voor ongeveer tien klassen. Bijvoorbeeld 155– < 160, enzovoorts.
- Maak eerst een kolom met de kleinste getallen in de tien klassen in (bijvoorbeeld) F3 t/m F13, zet de klassenmiddens ernaast en daarnaast weer de grootste getallen in de klassen. Bij de klasse 155– < 160 worden dat 150, 157,5 en 159.
- De cellen I3 t/m I13 zijn bestemd voor de frequenties. Selecteer die allemaal.
- Klik nu in de formulebalk en zet daar in: =INTERVAL(D2:D155;H3:H13) en doe [ctrl][shift][enter].

Als het goed is krijg je nu de juiste frequenties. Excel telt dus in de cellen D2 t/m D155 hoeveel er steeds maximaal gelijk zijn aan de grootste waarde in de klasse en groter zijn dan de grootste waarde van de vorige klasse.

Misschien wil je de jongens en de meisjes vergelijken? Dan laat je Excel eerst sorteren op de kolom 'geslacht'. Dat doe je door die kolom te selecteren en 'Sorteren en filteren' te kiezen. Sorteert van laag naar hoog en klik op OK als Excel je vraagt of de selectie moet worden uitgebreid (want de andere kolommen moeten ook worden meegenomen bij het sorteren). Nu heb je de jongens en de meisjes als groepen bij elkaar staan en kun je hun centrummaten en spreidingsmaten vergelijken en twee boxplots in één figuur maken.

**LET OP:** Je moet het Excel-bestand Gegevens154Leerlingen.xls eerst downloaden om er in te kunnen werken. Je kopieert het dan naar de computer waarop je werkt.

## 1.4 Schatten

### Inleiding

Aicha heeft leren werken met klassenindelingen en de bijbehorende frequentietabellen.

In plaats van werken met een brij van onafgeronde rapportcijfers, werkt ze nu met overzichtelijke frequentietabellen waarin alle cijfers zijn afgerond op gehele getallen, zoals deze voor het vak Frans. Dat zijn dus eigenlijk klassenindelingen.

Voordeel ervan is het krijgen van goed overzicht als je met veel ruwe gegevens te maken hebt.

Nadeel is dat je alle centrummaten en spreidingsmaten alleen nog maar kunt schatten.

cijfer	frequentie
4	1
5	4
6	7
7	6
8	6
9	6

Tabel 4.1

### Je leert in dit onderwerp

- bij een klassenindeling de centrummaten en de spreidingsmaten schatten;
- bij een klassenindeling een boxplot maken.

### Voorkennis

- (gewogen) gemiddelde, modus en mediaan van een hoeveelheid gegevens berekenen;
- een frequentietabel met klassenindeling en geschikte klassenbreedte maken bij een verzameling ruwe data.

**Dit materiaal is nog in ontwikkeling.**

**Heeft u leuke ideeën voor dit onderwerp neem dan contact op met Math4all via [info@math4all.nl](mailto:info@math4all.nl). We kunnen dan wellicht samen aan de slag.**



## Theorie

### Om te onthouden

Vanuit een klassenindeling kun je van de verdeling van de cijfers op één decimaal de centrummaten (modus, mediaan, gemiddelde) en de spreidingsmaten (spreidingsbreedte, kwartielafstand) niet meer precies berekenen.

In plaats daarvan gebruik je:

- de **modale klasse**, dat is de klasse met de hoogste frequentie;
- de klassenmiddens om het **gemiddelde te schatten**;
- het aantal klassen maal (keer) de klassenbreedte voor de **spreidingsbreedte** of **variatiebreedte**.

Om een **boxplot** te maken moet je de hoogste en de laagste waarde, kwartielen en de mediaan schatten.

## Verwerken

### ★ Opgave 4.1

In een klas zijn voor een toets de volgende cijfers behaald:

6,5	9,3	5,2	6,1	6,2	6,2	2,6	3,6	9,6	7,9
7,4	8,4	7,1	4,4	9,0	8,3	8,3	4,8	8,2	6,5
6,5	5,8	6,4	5,4	6,0	6,2	7,2	5,8	6,3	6,9

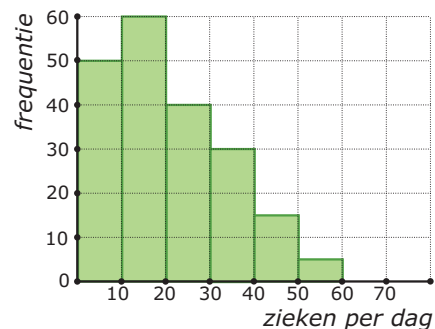
Tabel 4.2

- Bepaal de variatiebreedte.
- Als je een staafdiagram van deze gegevens wilt maken is het verstandig om eerst een klassenindeling te maken. Waarom is dat?
- Maak een klassenindeling van de resultaten en teken het staafdiagram. Welke klassen liggen hier voor de hand?
- Bepaal de modale klasse.
- In welke klasse ligt de mediaan? Hoeveel wordt de mediaan naar schatting?
- Hoeveel wordt het eerste kwartiel naar schatting?

### ★ Opgave 4.2

Op een school is gedurende een jaar elke schooldag bijgehouden hoeveel leerlingen er ziek waren. Je ziet de gegevens hier verwerkt in een staafdiagram. De laatste klasse bevat in feite alle dagen dat het aantal zieken 50 of meer was.

- Hoeveel schooldagen waren er dat jaar?
- Schat de mediaan.
- Schat het gemiddelde aantal zieke leerlingen per dag in gehelen. Neem voor de laatste klasse als klassenmidden 55.
- Je hebt voor de laatste klasse als klassenmidden 55 genomen. Voor welke centrummaat is die keuze van belang? Licht je antwoord toe.



Figuur 4.1

### ★ Opgave 4.3

De lengtes in cm van 60 leerlingen zijn in klassen ingedeeld. Je kunt nu het gemiddelde alleen nog schatten want je weet de ruwe data niet.

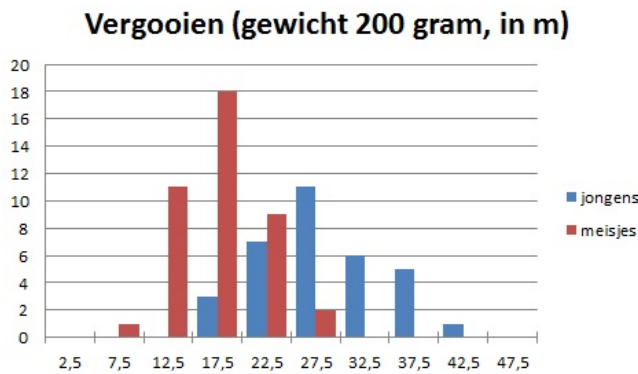
- a Bepaal de modale klasse.
- b Hoe schat je het gemiddelde? Bereken deze schatting.
- c Schat de mediaan.
- d Schat de kwartielen en teken een bijpassend boxplot.

lengteklasse	frequentie
150– < 160	3
160– < 170	17
170– < 180	34
180– < 190	4
190– < 200	2
totaal	60

Tabel 4.3

★ **Opgave 4.4**

Hier zie je in één staafdiagram de resultaten van het gooien met een 200 grams kogel van een groep van 74 brugklasleerlingen. Er zijn afzonderlijke diagrammen voor de jongens en de meisjes. Alle geworpen afstanden zijn tot op 0,5 m nauwkeurig gemeten. Elke klasse is door het klassenmidden aangegeven.



Figuur 4.2

- a Maak bij beide staafdiagrammen een boxplot.
- b Maak een schatting van het gemiddelde van de jongens en de meisjes afzonderlijk.
- c Kun je concluderen dat jongens van die leeftijd verder gooien dan meisjes? Licht je antwoord toe.

**Toepassen**

Je hebt de belangrijkste vaardigheden met MS-Excel in de voorgaande onderdelen voorbij zien komen. Je hebt centrummaten en spreidingsmaten berekend (dat doe je het liefst vanuit de ruwe gegevens) en je hebt diagrammen getekend. Voor een boxplot gebruik je ook het liefst de ruwe gegevens, maar voor een staafdiagram of een lijndiagram of een cirkeldiagram werk je meestal met een klassenindeling. In de volgende opgaven werk je met het bestand [Gegevens154Leerlingen.xls](#).

In dit bestand vind je een tabel met het aantal uren huiswerk per week. Je gaat de jongens en de meisjes van deze vierde klas met elkaar vergelijken.

Denk er wel om dat je op een pc het bijbehorende Excel-bestand eerst moet downloaden.

★ **Opgave 4.5: Uren huiswerk per week**

Gebruik het gegevensbestand uit **Toepassen**.

- a Maak een geschikte frequentieverdeling van het aantal uren dat de jongens aan hun huiswerk besteden. Doe dit ook voor de meisjes.
- b Maak met Excel een bijpassend lijndiagram van de jongens en meisjes in één figuur.
- c Probeer een conclusie te trekken.

★ **Opgave 4.6: Uren huiswerk per week en boxplots**

Werk met hetzelfde Excel-bestand als in de voorgaande opgave.

- a Maak nu twee boxplots naast elkaar voor het aantal uren dat de jongens per week aan hun huiswerk besteden en het aantal uren dat de meisjes per week aan hun huiswerk besteden.
- b Probeer opnieuw conclusies te trekken, betrek ook de gemiddelden erbij.

## 1.5 Statistische uitspraken

### Inleiding

Je hebt inmiddels allerlei tabellen en diagrammen leren maken om statistische gegevens overzichtelijker weer te geven. Die gegevens krijg je door statistisch onderzoek.

Aicha vindt het hoog tijd worden om zelf eens zo'n onderzoek te doen.

Maar wat zijn eigenlijk 'statistische gegevens' - ook wel data genoemd - precies?

En wat is een vraag die je moet beantwoorden met behulp van statistiek? Waarom doe je eigenlijk statistiek, waarom is dit nodig?



Figuur 5.1

### Je leert in dit onderwerp

- een statistische uitspraak herkennen;
- bij een statistisch onderzoek de begrippen populatie en steekproef herkennen;
- aangeven of een steekproef representatief is;
- een eenvoudig statistisch onderzoek opzetten.

### Voorkennis

- (gewogen) gemiddelde, modus en mediaan van een hoeveelheid gegevens berekenen;
- een frequentietabel met klassenindeling en geschikte klassenbreedte maken bij een verzameling ruwe data;
- werken met diverse tabellen en er verschillende diagrammen bij maken;
- bij een klassenindeling de centrummaten en de spreidingsmaten schatten;
- bij een klassenindeling een lijndiagram, een staafdiagram en een boxplot maken.

**Dit materiaal is nog in ontwikkeling.**

**Heeft u leuke ideeën voor dit onderwerp neem dan contact op met Math4all via [info@math4all.nl](mailto:info@math4all.nl). We kunnen dan wellicht samen aan de slag.**



## Theorie

### Om te onthouden

Soms is een groep zo groot dat je niet even ieder lid van de groep kunt bekijken/bevragen. Een vraag over zo'n grote groep beantwoord je met behulp van **statistisch onderzoek**. Je bekijkt/bevraagt een beperkt aantal leden van de groep en verzamelt daarvan gegevens. Je noemt dat een **steekproef** trekken uit de totale **populatie** (bijvoorbeeld alle Nederlanders). Zo'n steekproef moet een goede vertegenwoordiging van de totale populatie zijn, **representatief** zijn voor de populatie. Pas dan kun je met een enige betrouwbaarheid zeggen dat de gevonden gegevens ook iets zeggen over de hele groep. Meer kun je met statistiek niet doen...



## Verwerken

### ★ Opgave 5.1

Bij statistisch onderzoek wil je een uitspraak doen over een grote groep (de populatie) op grond van de resultaten van een steekproef uit die groep.

- a Waar moet een goede steekproef aan voldoen?
- b Welke twee soorten statistisch onderzoek ken je op dit moment? Geef van beide een voorbeeld.

### ★ Opgave 5.2

Als je onderzoek wilt doen naar de hobby's van Nederlanders van 18 jaar en ouder, dan zijn belangrijke kenmerken van de populatie: geslacht, leeftijd, regio, en opleiding.

Bedenk bij elk van de volgende uitspraken om welke populatie het gaat en welke kenmerken voor die populatie belangrijk zijn om na te gaan of de steekproef representatief is.

- a "De boeren in Europa die kippeneieren produceren zitten in een crisis."
- b "Er zijn veel mensen in Nederland van plan om komend jaar hun huis te gaan verbouwen."
- c "Nederlandse jongens zijn beter in atletiek dan Nederlandse meisjes."
- d "Vrouwen gaan minder vaak naar de kapper dan mannen."

### ★ Opgave 5.3

Je bent journalist en wilt een artikel schrijven over studenten. Je bent vooral nieuwsgierig naar mensen die een mbo studie gaan doen en voor welke sector ze dan kiezen. Je hebt al wat rondgevraagd en krijgt het vermoeden dat vooral veel meisjes voor de zorgsector kiezen, en dat veel minder jongens dat doen.

Je hebt inmiddels met 25 studenten gesproken die een mbo opleiding in de zorg zijn gestart. 15 van deze studenten zijn vrouw en 10 zijn man. Je schrijft als kop boven je artikel: "Meisjes kiezen veel vaker voor een mbo opleiding in de zorg dan jongens."

- a Is dit een statistische uitspraak? Leg uit waarom wel of niet.  
Zoek ook op het internet of je meer gegevens kunt vinden over de keuze voor de sectoren in het mbo. En ook of dit te maken heeft met het geslacht. Kijk eerst welke sectoren er zijn via [de website van de MBO-raad](#).
- b Hoe zou je een onderzoek opzetten waarmee je een artikel over de sectorkeuze in het mbo gaat schrijven?

## Toepassen

Hier vind je het Excel bestand [Gegevens154Leerlingen](#). Dit bestand bevat informatie over een groep vierde klassers. Deze gegevens ga je gebruiken om een statistische onderzoeksvraag te beantwoorden die jij zelf bedenkt.

### ★ Opgave 5.4: Een eigen onderzoeksvraag bedenken

Gebruik het bestand uit [Toepassen](#).

- a Bekijk de gegevens in het Excel bestand en formuleer een goede statistische onderzoeksvraag.
- b Gebruik de gegevens uit het Excel bestand om één duidelijke grafiek te maken die past bij je onderzoeksvraag.



- c Trek aan de hand van je grafiek conclusies en beantwoord je onderzoeksvraag.

★ **Opgave 5.5: Een eigen statistisch onderzoek doen**

Het is nu tijd om zelf een statistisch onderzoek te doen. Kies een onderwerp gebaseerd op de twee soorten statistische onderzoeksvragen waar je tot nu toe mee hebt kennisgemaakt. Bedenk vervolgens hoe je het onderzoek kunt uitvoeren, hoe je de gegevens kunt verzamelen en overzichtelijk weergeven. En bedenk tenslotte hoe je conclusies kunt trekken en verwoorden.

- a Bedenk een eigen statistische onderzoeksvraag.
- b Stel een plan van aanpak op. Daarin beschrijf je hoe je steekproef wordt samengesteld en hoe je het onderzoek gaat aanpakken.
- c Voer je onderzoek uit en verzamel alle gegevens (bijvoorbeeld in MS-Excel).
- d Bedenk een manier om je gegevens goed te presenteren, denk aan tabellen en grafieken.
- e Trek een conclusie.
- f Kijk terug op je onderzoek en op de aanpak. Wat had beter gekund?



## 1.6 Totaalbeeld

### Samenvatten

### Begrippenlijst

- frequentietabel — centrummaat — modus — mediaan — gemiddelde
- boxplot — kwartiel — spreidingsbreedte — (inter)kwartielafstand
- klassenindeling — klassengrenzen, klassenmidden, klassenbreedte
- schatten
- statistisch onderzoek — populatie — steekproef — representatief

### Activiteitenlijst

- gegevens samenvatten in frequentietabellen en beschrijven met behulp van centrummaten;
- gegevens samenvatten in frequentietabellen en beschrijven met behulp van spreidingsmaten en boxplots;
- klassenindelingen gebruiken, het gemiddelde schatten;
- centrummaten en spreidingsmaten schatten vanuit een klassenindeling;
- kennismaken met statistisch onderzoek, populatie en representatieve steekproef

#### ★ Opgave 6.1

In deze frequentietabel zie je de resultaten van tellingen van het aantal eieren dat dagelijks in een hok vol kippen werd geraapt.

aantal eieren	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44
frequentie	1	2	3	6	12	15	27	35	23	12

Tabel 6.1

Deze gegevens kun je samenvatten met behulp van een drietal centrummaten.

- Welk aantal eieren per dag is de modus?
- Welk aantal eieren per dag is de mediaan?
- Bereken het gemiddelde aantal eieren per dag.

#### ★ Opgave 6.2

In deze frequentietabel zie je de resultaten van tellingen van het aantal eieren dat dagelijks in een hok vol kippen werd geraapt.

aantal eieren	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44
frequentie	1	2	3	6	12	15	27	35	23	12

Tabel 6.2

Bij deze gegevens kun je behalve de drie centrummaten ook een paar spreidingsmaten vaststellen.

- Bepaal de spreidingsbreedte.
- Bepaal de kwartielafstand.

c Teken een bijpassend boxplot.

★ **Opgave 6.3**

De lengtes in cm van 60 leerlingen zijn in klassen ingedeeld. Je kunt nu het gemiddelde alleen nog schatten want je weet de ruwe data niet.

- a Bepaal de modale klasse.
- b Hoe schat je het gemiddelde? Bereken deze schatting.

lengteklasse	frequentie
150– < 160	3
160– < 170	17
170– < 180	34
180– < 190	4
190– < 200	2
totaal	60

Tabel 6.3

★ **Opgave 6.4**

Gebruik de frequentietabel van de vorige opgave. Door de mediaan en de kwartielen te schatten kun je een boxplot maken.

- a Schat de mediaan.
- b Schat de kwartielen en teken een bijpassend boxplot.

★ **Opgave 6.5**

Bij statistisch onderzoek wil je een uitspraak doen over een grote groep (de populatie) op grond van de resultaten van een steekproef uit die groep.

- a Waar moet een goede steekproef aan voldoen?
- b Welke twee soorten statistisch onderzoek ken je op dit moment? Geef van beide een voorbeeld.

**Testen**

★ **Opgave 6.6**

Martin heeft elke schooldag van drie brugklassen het aantal telaatkomers genoteerd.

aantal leerlingen te laat	0	1	2	3	4	5	6	7
frequentie	5	6	6	8	4	2	3	6

Tabel 6.4

- a Bepaal de modus en de mediaan.
- b Hoeveel weken hield Martin het te laat komen bij?
- c Bereken het gemiddelde in één decimaal nauwkeurig.

★ **Opgave 6.7**

Tijdens een milieuonderzoek noteerde men in een eikenbos van 30 bomen de omtrek in centimeters. De omtrek is telkens gemeten op een hoogte van 1 m boven de grond.

125	126	128	129	131	131	135	135	135	135	135	138	139	142	142
142	142	143	150	150	151	151	151	155	160	161	165	165	165	166

Tabel 6.5

- a Bepaal de spreidingsbreedte.
- b Bepaal de mediaan.
- c Bepaal beide kwartielen en bereken de kwartielafstand.
- d Teken de bijbehorende boxplot.

★ **Opgave 6.8**

Hier zie je nog een keer de omtrek van 30 bomen in centimeters.

125	126	128	129	131	131	135	135	135	135	135	138	139	142	142
142	142	143	150	150	151	151	151	155	160	161	165	165	165	166

Tabel 6.6

- a Maak bij deze waarnemingsgetallen een frequentietabel. Neem een klassenbreedte van 10 cm en als ondergrens van de eerste klasse 120 cm.
- b Maak een bijpassend staafdiagram.
- c Van hoeveel procent van deze bomen is de omtrek groter dan 150 cm?
- d Schat hoeveel procent van deze bomen een omtrek heeft die groter is dan de gemiddelde omtrek.
- e Je kunt de gemiddelde omtrek ook schatten vanuit de frequentieverdeling. Welke waarde vind je dan voor het gemiddelde? En waarom is dat hoger dan het werkelijke gemiddelde?

★ **Opgave 6.9**

Voor een biologiepracticum zijn op twee velden regenwormen gevangen en is hun lengte in gehele cm gemeten. In de frequentietabel zie je de resultaten. Je gaat de gegevens van beide velden vergelijken.

- a Leg uit waarom het klassenmidden van de eerste klasse 1,5 is.
- b Schat de gemiddelde lengte van de regenwormen op veld 1. Doe hetzelfde voor veld 2.
- c Als je de twee staafdiagrammen bij deze verdelingen wilt vergelijken dan kun je het beste alle frequenties omrekenen naar relatieve frequenties. Waarom is dat? Teken vervolgens beide staafdiagrammen in één figuur.
- d Hoeveel procent van de regenwormen op veld 1 is 15 cm of langer? En op veld 2?

regenwormen		
lengte (cm)	veld 1	veld 2
0-<3	4	1
3-<6	7	1
6-<9	15	5
9-<12	20	9
12-<15	23	15
15-<18	15	18
18-<21	4	12
21-<24	1	6
24-<27	1	3
	90	70

Figuur 6.1

★ **Opgave 6.10**

Gebruik de gegevens over de regenwormen uit de vorige opgave. Elke regenworm is gemeten in gehele cm nauwkeurig.

- a Welke klasse is de modale klasse op veld 1? En op veld 2?
- b Maak bij beide velden een boxplot van de verdeling van de lengtes van de regenwormen.
- c Kun je een conclusie trekken? Motiveer je antwoord.

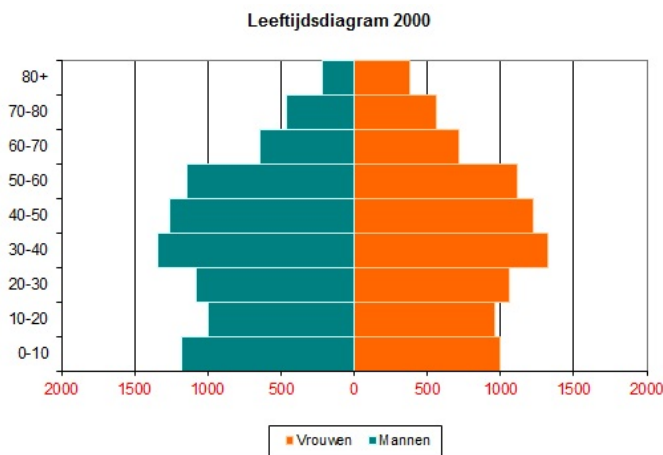
★ **Opgave 6.11**

Stel je voor dat je wilt weten hoeveel procent van de scholieren in het voortgezet onderwijs in Nederland met de fiets naar school gaat. Je gaat dit uitzoeken door middel van een steekproef.

- a Hoe ga je die steekproef samenstellen? Noem minstens twee punten waar je rekening mee moet houden.
- b Zou je dit onderzoek via het internet kunnen uitvoeren? Is dat een goede aanpak?
- c Kun je een betere aanpak verzinnen? Motiveer je antwoord.

**Toepassen**

Aicha ziet bij aardrijkskunde een zogenaamde **bevolkingspiramide**. Hierin is de bevolkingsopbouw van Nederland in het jaar 2000 weergegeven. Het lijkt wel een staafdiagram, maar dan op zijn kant.



**Figuur 6.2**

**Opgave 6.12: Bevolkingspiramide in 2000**

In **Toepassen** zie je een bevolkingspiramide, een leeftijdsdiagram van de Nederlandse bevolking in het jaar 2000. Alle aantallen zijn duizendtallen.

Je kunt er bijvoorbeeld in aflezen dat de groep 0-4-jarigen in 2000 uit ongeveer 1.200.000 jongens en ongeveer 1.000.000 meisjes bestond.

- a Om wat voor soort diagrammen gaat het hier?
- b Hoeveel mannen en vrouwen van 10– < 20 waren er in Nederland in 2000?
- c In de jaren na de Tweede Wereldoorlog werden er nogal veel kinderen geboren. Dat werd de ‘baby-boom’ genoemd. Hoe vind je dat in de bevolkingspiramide van 2000 terug?
- d Wat was in 2000 de modale leeftijdscategorie?
- e Schat de gemiddelde leeftijd van de Nederlanders in 2000.

**Opgave 6.13: Bevolkingspiramide vervolg**

Bekijk de bevolkingspiramide van de voorgaande opgave nog eens.

- a Schat de mediaan van de leeftijden van de Nederlandse mannen in 2000. Doe hetzelfde voor de vrouwen.
- b Teken boxplots voor zowel de mannen als de vrouwen in één figuur. Kun je een conclusie trekken?

Via de website **CBS: bevolkingspiramide** kun je zien hoe de bevolkingsopbouw in Nederland voor dit jaar er uitziet.

- c Beschrijf het verschil van de bevolkingsopbouw in Nederland in dit jaar met die in 2000.

# Leerdoelentabel

In het  achter de opgave kun je aangeven hoe je de opgave hebt gemaakt:

✓ goed gemaakt — **S** wel begrepen maar een slordige fout gemaakt — **H** hulp nodig gehad — **G** samen met groepje goed gemaakt — **X** fout gemaakt en niet goed begrepen — **N** niet bekeken

<b>1</b>	<b>Centrummaten</b>	★	★★	★★★
	Van een hoeveelheid gegevens de modus, de mediaan en het (gewogen) gemiddelde berekenen.	1.3 <input type="checkbox"/> 1.4 <input type="checkbox"/> 1.7 <input type="checkbox"/> 1.8 <input type="checkbox"/> T6.6 <input type="checkbox"/>	1.6 <input type="checkbox"/>	
	Modus, mediaan en gemiddelde interpreteren als centrummaten van die gegevens.	1.2 <input type="checkbox"/> 1.3 <input type="checkbox"/> 1.4 <input type="checkbox"/> 1.5 <input type="checkbox"/> 1.7 <input type="checkbox"/> 1.8 <input type="checkbox"/> T6.6 <input type="checkbox"/>		
<b>2</b>	<b>Spreidingsmaten</b>	★	★★	★★★
	De spreidingsbreedte en de kwartielafstand van een serie gegevens berekenen.	2.1 <input type="checkbox"/> 2.2 <input type="checkbox"/> 2.3 <input type="checkbox"/> 2.4 <input type="checkbox"/> 2.5 <input type="checkbox"/> 2.6 <input type="checkbox"/> 2.7 <input type="checkbox"/> T6.7 <input type="checkbox"/>		
	Spreidingsbreedte en kwartielafstand interpreteren als spreidingsmaten van die gegevens.	2.1 <input type="checkbox"/> 2.2 <input type="checkbox"/> 2.3 <input type="checkbox"/> 2.4 <input type="checkbox"/> 2.5 <input type="checkbox"/> 2.6 <input type="checkbox"/> 2.7 <input type="checkbox"/> T6.7 <input type="checkbox"/>		
	Een serie gegevens samenvatten in een boxplot.	2.1 <input type="checkbox"/> 2.2 <input type="checkbox"/> 2.3 <input type="checkbox"/> 2.5 <input type="checkbox"/> 2.6 <input type="checkbox"/> 2.7 <input type="checkbox"/> T6.7 <input type="checkbox"/>		
<b>3</b>	<b>Klassenindeling</b>	★	★★	★★★
	Een frequentietabel met klassenindeling en geschikte klassenbreedte maken bij een verzameling ruwe data.	3.1 <input type="checkbox"/> 3.2 <input type="checkbox"/> 3.3 <input type="checkbox"/> 3.4 <input type="checkbox"/> 3.5 <input type="checkbox"/> 3.6 <input type="checkbox"/> 3.7 <input type="checkbox"/> 3.8 <input type="checkbox"/> T6.8 <input type="checkbox"/> T6.9 <input type="checkbox"/> T6.10 <input type="checkbox"/>		
	Bij zo'n klassenindeling diagrammen maken.	3.3 <input type="checkbox"/> 3.5 <input type="checkbox"/> 3.7 <input type="checkbox"/> 3.8 <input type="checkbox"/> T6.8 <input type="checkbox"/> T6.9 <input type="checkbox"/> T6.10 <input type="checkbox"/>		
	Bij een klassenindeling het gemiddelde schatten.	3.2 <input type="checkbox"/> 3.3 <input type="checkbox"/> 3.4 <input type="checkbox"/> 3.5 <input type="checkbox"/> 3.6 <input type="checkbox"/> 3.7 <input type="checkbox"/> 3.8 <input type="checkbox"/> T6.8 <input type="checkbox"/>		
<b>4</b>	<b>Schatten</b>	★	★★	★★★
	Bij een klassenindeling de centrummaten en de spreidingsmaten schatten.	4.1 <input type="checkbox"/> 4.2 <input type="checkbox"/> 4.3 <input type="checkbox"/> 4.4 <input type="checkbox"/> 4.5 <input type="checkbox"/> 4.6 <input type="checkbox"/> T6.10 <input type="checkbox"/>		
	Bij een klassenindeling een boxplot maken.	4.1 <input type="checkbox"/> 4.2 <input type="checkbox"/> 4.3 <input type="checkbox"/> 4.4 <input type="checkbox"/> 4.5 <input type="checkbox"/> 4.6 <input type="checkbox"/> T6.10 <input type="checkbox"/>		



5

<b>Statistische uitspraken</b>	★	★★	★★★
Een statistische uitspraak herkennen.	5.1 <input type="checkbox"/> 5.2 <input type="checkbox"/> 5.3 <input type="checkbox"/> 5.4 <input type="checkbox"/> 5.5 <input type="checkbox"/> T6.11 <input type="checkbox"/>		
Bij een statistisch onderzoek de begrippen populatie en steekproef herkennen.	5.1 <input type="checkbox"/> 5.2 <input type="checkbox"/> 5.3 <input type="checkbox"/> 5.4 <input type="checkbox"/> 5.5 <input type="checkbox"/> T6.11 <input type="checkbox"/>		
Aangeven of een steekproef representatief is.	5.3 <input type="checkbox"/> 5.4 <input type="checkbox"/> T6.11 <input type="checkbox"/>		
Een eenvoudig statistisch onderzoek opzetten.	5.3 <input type="checkbox"/> 5.4 <input type="checkbox"/> T6.11 <input type="checkbox"/>		

**Het lesmateriaal in deze reader is gebaseerd op het materiaal dat ook op de Math4All website staat.**

**De reader is gegenereerd met de Math4All maatwerkdienst. De inhoud en de volgorde van de onderwerpen in deze reader zijn gekozen door docenten van het ConTeXt College.**

**Stichting Math4All**



[www.math4all.nl](http://www.math4all.nl)

