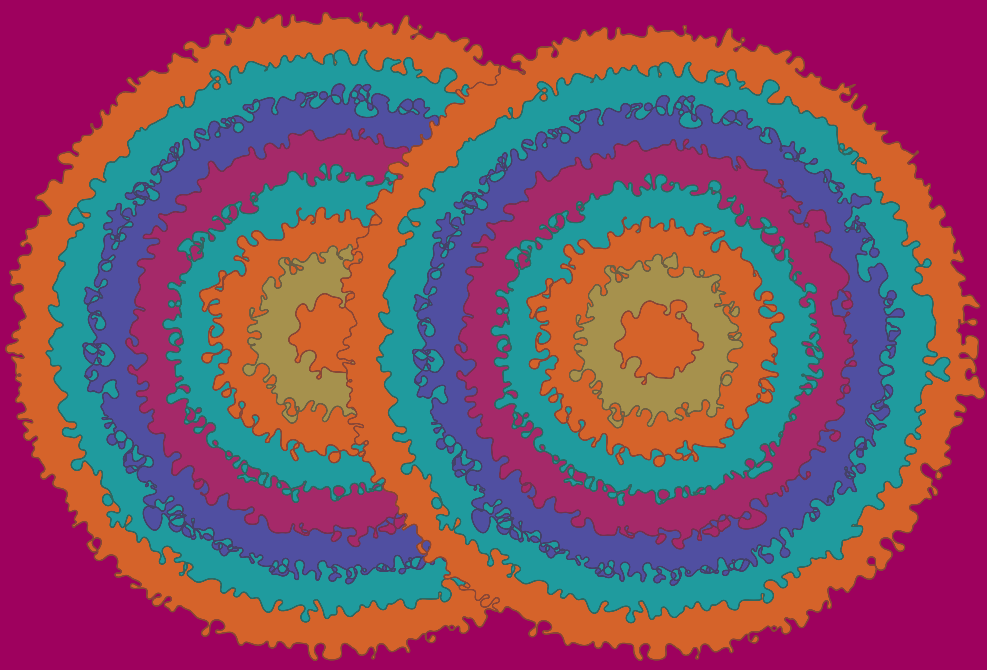
Wiskunde / PGA

2 VMBO

Formules omtrek en ...

ConTeXt College



Dit lesmateriaal is open, gratis en vrij toegankelijk lesmateriaal afkomstig van Stichting Math4All en is speciaal ontwikkeld voor het vak wiskunde in het voortgezet onderwijs. Het lesmateriaal op de website www.math4all.nl is afgestemd op kerndoelen wiskunde, tussendoelen wiskunde en eindtermen voor de vakken wiskunde A, B en C. Dit lesmateriaal is mediumneutraal ontwikkeld en op diverse manieren te bekijken en te gebruiken. Voor informatie en vragen kunt u contact opnemen via `info@math4all.nl`. Ook houden we ons altijd aanbevolen voor suggesties, verbeteringen en/of aanvullingen.

Voorwoord

Het lesmateriaal in dit katern is gebaseerd op het materiaal dat je kunt vinden op de Math4All website `www.math4all.nl`. In de tekst staan dan ook regelmatig verwijzingen naar die website. Waar je precies moet zijn op die website kun je zien in de kopregel van iedere pagina.

Ieder hoofdstuk bestaat uit een aantal paragrafen en wordt steeds afgesloten met een paragraaf *Totaalbeeld* waar de leerstof wordt samengevat en/of herhaald.

PGA

PGA staat voor 'probleemgestuurde aanpak'. Je werkt dan onder begeleiding van je docent in kleine groepjes aan wiskundige problemen en samen bouw je de theorie op en maak je er een overzicht van.

De PGA wordt ondersteund door verwerkings- en toepassingsopgaven waarmee je kunt nagaan of je de stof beheerst. Deze opgaven worden op drie niveaus aangeboden. De niveau aanduiding vind je terug in de marge.

★	het basale niveau, dat iedereen zou moeten behalen
★ ★	een iets pittiger niveau, waarin iets meer uitdaging zit en die je alleen hoeft te maken als je er genoeg tijd voor hebt
★ ★ ★	een bijzondere toepassing of een echt pittige opgave die je alleen maakt als de rest veel te gemakkelijk voor je was

1

Formules omtrek en oppervlakte

1.1 Formules voor rechthoeken 6
1.2 Oppervlakte driehoek 14
1.3 Oppervlakte vierhoeken 21
1.4 Omtrek cirkel 27
1.5 Oppervlakte cirkel 33
1.6 Totaalbeeld 41

1.1 Formules voor rechthoeken

Inleiding

Marie-José woont in de buurt van een winkel waarin sieraden worden verkocht en gemaakt. Vooral dat laatste interesseert haar ook: ze ontwerpt hangers. Daarvoor gebruikt ze bestaande kettinkjes. Vervolgens maakt ze van hout, of kunststof, of natuursteen een figuur. Daar soldeert ze een dunne rand omheen waar ook een oogje aan zit. Door dat oogje gaat de ketting.

Ze moet natuurlijk wel weten hoeveel materiaal ze nodig heeft. Omdat ze vrijwel altijd vlakke figuren maakt, gaat het dan om de omtrek en de oppervlakte ervan.

Figuur 1.1

Je leert in dit onderwerp

- oppervlakte van een figuur bepalen door verdelen in rechthoeken en rechthoekige driehoeken of eerst omlijsten en dan rechthoeken of rechthoekige driehoeken weghalen;
- formules voor de oppervlakte van een (halve) rechthoek en een vierkant gebruiken;
- formules voor de omtrek van een rechthoek en een vierkant gebruiken.

Voorkennis

- de oppervlakte van roosterfiguren bepalen;
- de oppervlakte en de omtrek van een rechthoek bepalen;
- werken met coördinaten.

Aantekeningen

Theorie

Om te onthouden

Verwerken

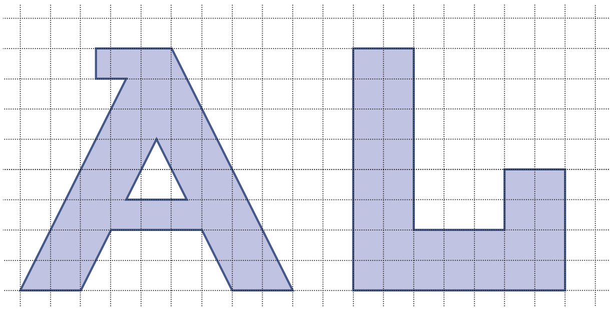
★ Opgave 1.1

Hier en op het **werkblad** zie je een A en een L op roosterpapier. Je mag er van uitgaan dat de hoekpunten van de letter A die geen roosterpunt zijn telkens precies midden tussen twee roosterpunten liggen. Let op: de roostereenheid is 1 cm.

a Bereken van zowel de A als de L de exacte oppervlakte in mm^2.

b Waarom kun je wel van de L, maar niet van de A de exacte omtrek bepalen?

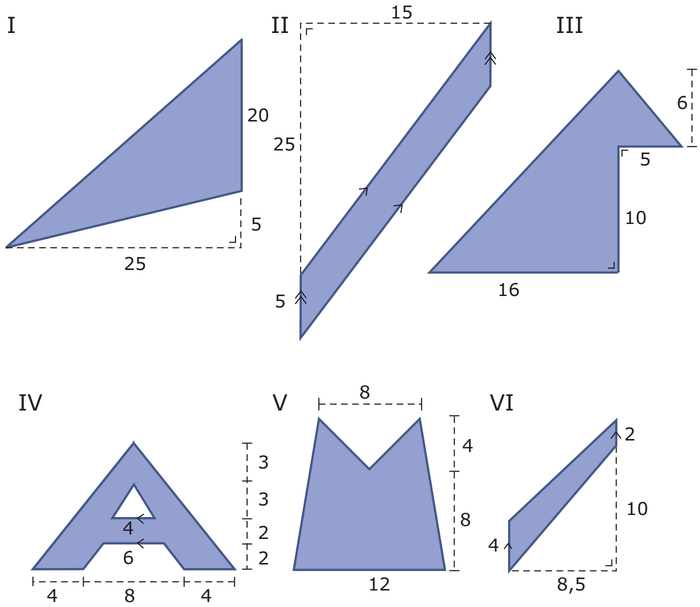
c Bereken de omtrek van de L in cm.



Figuur 1.2

★ Opgave 1.2

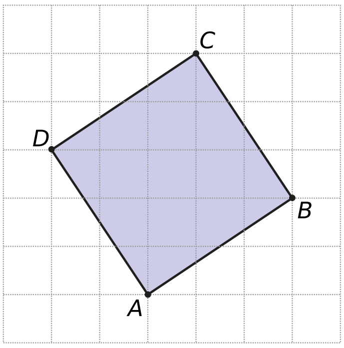
Bereken de oppervlakte van de figuren, ze staan ook op het **werkblad**. Je mag ervan uitgaan dat de figuren IV en V lijnsymmetrisch zijn.



Figuur 1.3

Opgave 1.3

Bereken de lengte van de zijden van vierkant $ABCD$. Rond af op drie decimalen.



Figuur 1.4

★ ★ **Opgave 1.4**

Iemand heeft een grasveld met een oppervlakte van 1,2 dam^2. Het grasveld heeft twee rechte hoeken. Aan drie zijden wordt het grasveld begrensd door een beukenhaag.

Bereken hoe lang de beukenhaag is.

Figuur 1.5

★ **Opgave 1.5**

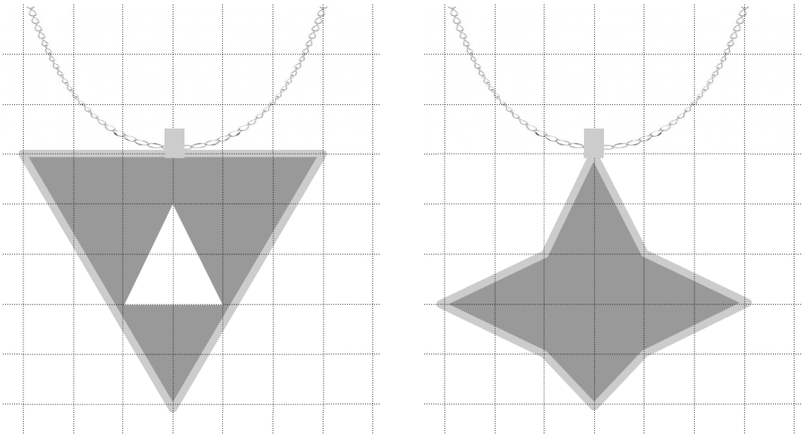
a Een vierkant heeft een omtrek van 80 cm. Bereken de oppervlakte.

b Van een rechthoekige driehoek is de oppervlakte 16,5 cm^2. Deze driehoek is de helft van een rechthoek met lengte 6 cm. Bereken de breedte van die rechthoek.

Toepassen

Marie-José heeft meerdere hangers voor aan kettinkjes gemaakt.

Ze gebruikt vaak een kunststof plaat om haar ontwerpen uit te zagen. Maar ze tekent ze eerst op papier met daarop een cm-rooster. Hier zie je twee van haar ontwerpen. Namen of andere teksten staan er nog niet op. Wel heeft ze ook de metalen randen getekend waar de figuur in moet passen.



Figuur 1.6

Hoe maak je deze ontwerpen zelf?
Hoeveel mm^2 kunststof is er voor nodig?
Hoeveel mm metalen rand is er voor nodig?

Opgave 1.6: Linker figuur

Bekijk het linker ontwerp van Marie-José.

a Bereken de oppervlakte van het linker ontwerp in mm^2.

b Bepaal de lengte van de rand van het linker ontwerp in mm nauwkeurig.

Opgave 1.7: Rechter figuur

Bekijk het rechter ontwerp van Marie-José.

a Bereken de oppervlakte van het rechter ontwerp in mm^2.

b Bepaal de lengte van de rand van het rechter ontwerp in mm nauwkeurig.

Antwoorden

1.1 a *oppervlakte (letter A)* $= 9 \cdot 8 - 2{,}5 \cdot 1 - \frac{1}{2} \cdot 3{,}5 \cdot 7 - 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 2 - \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 2 - 3 \cdot 2 - \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 2 - \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 8$ $= 30{,}25$ cm^2.

oppervlakte (letter L) $= H + I + J = 2 \cdot 6 + 7 \cdot 2 + 2 \cdot 2 = 30$ cm^2.

b De zijden van de L liggen op roosterlijnen en de hoekpunten zijn roosterpunten.

Bij de A is beide niet het geval.

c De omtrek van de L is $8 + 2 + 6 + 3 + 2 + 2 + 4 + 7 = 34$ cm.

1.2 Figuur I: $opp = \frac{1}{2} \cdot 25 \cdot 25 - \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 25 = 250$

Figuur II: $opp = 15 \cdot 30 - 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot 15 \cdot 25 = 75$

Figuur III: $opp = \frac{1}{2} \cdot 16 \cdot 16 + \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 6 = 143$

Figuur IV: $opp = 2 \cdot \left(8 \cdot 10 - \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot 10 - \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 3 - \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 2 - 3 \cdot 2\right) = 60$

Figuur V: $opp = 12 \cdot 12 - 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 12 - 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 4 = 104$

Figuur VI: $opp = 8{,}5 \cdot 12 - \frac{1}{2} \cdot 8{,}5 \cdot 8 - \frac{1}{2} \cdot 8{,}5 \cdot 10 = 25{,}5$

1.3 Bepaal eerst *oppervlakte* $= 13$.

De zijde is dan $\sqrt{13} \approx 3{,}606$ roostereenheden.

1.4 Je kunt het grasveld verdelen in een rechthoek van 5 m bij 10 m en een rechthoekige driehoek waarvan je de breedte weet, namelijk 10 m. Je wilt de andere zijde l berekenen, want dan kun je de lengte van de hele beukenhaag bepalen.

De totale oppervlakte is 1,2 dam^2 = 120 m^2.
De oppervlakte van de rechthoek is $5 \cdot 10 = 50$ m^2.
Voor de oppervlakte van de rechthoekige driehoek blijft $120 - 50 = 70$ m^2 over.

Dus $\frac{1}{2} \cdot 10 \cdot l = 70$, zodat $5 \cdot l = 70$ en $l = \frac{70}{5} = 14$.

De lengte van de rechthoekige driehoek is 14 m.

De beukenhaag is daarom $5 + 10 + 5 + 14 = 34$ m. lang.

1.5 a Hier geldt: $80 = 4 \cdot z$ en $z = \frac{80}{4} = 20$ cm.

Dus: *oppervlakte* $= z^2 = 20^2 = 400$ cm^2.

b De bijbehorende rechthoek is 33 cm^2, zodat $6 \cdot b = 33$ en $b = \frac{33}{6} = 5{,}5$ cm.

1.6 a Teken het zelf op een cm-rooster. Bekijk de driehoeken afzonderlijk, je kunt ze beide verdelen in twee halve rechthoeken.

Grote driehoek *oppervlakte* $= 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 5 = 15$ cm^2 = 1500 mm^2.

Kleine driehoek *oppervlakte* $= 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 2 = 2$ cm^2 = 200 mm^2.

oppervlakte (linker figuur) $= 1500 - 200 = 1300$ mm^2.

b Meet de buitenrand van de grote driehoek.

lengte (buitenrand) $\approx 2 \cdot 5{,}8 + 6 = 17{,}6$ cm = 176 mm.

1.7 a Teken het zelf op een cm-rooster. Bekijk de driehoeken afzonderlijk, je kunt ze beide verdelen in twee halve rechthoeken.

Grote driehoek *oppervlakte* $= 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 5 = 15$ cm^2 $= 1500$ mm^2.

Kleine driehoek *oppervlakte* $= 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 2 = 2$ cm^2 $= 200$ mm^2.

oppervlakte (linker figuur) $= 1500 - 200 = 1300$ mm^2.

b Meet de buitenrand van de grote driehoek.

lengte (buitenrand) $\approx 2 \cdot 5{,}8 + 6 = 17{,}6$ cm $= 176$ mm.

1.2 Oppervlakte driehoek

Inleiding

Voor haar broer Anko moest Marie-José een driehoekige hanger maken. De zijden moesten 42, 58 en 63 mm worden. Dat was (achter elkaar gezet) precies zijn studentnummer van zijn mbo-opleiding.
Maar dat past niet op een cm-rooster, denkt Marie-José.
Hoe gaat ze dat tekenen en de hoeveelheid materiaal bepalen?

Figuur 2.1

Je leert in dit onderwerp

- een formule voor de oppervlakte van een driehoek afleiden en gebruiken;
- de oppervlakte van driehoeken op een rooster berekenen.

Voorkennis

- de oppervlakte van roosterfiguren bepalen;
- de oppervlakte en de omtrek van een rechthoek bepalen;
- werken met coördinaten.

Aantekeningen

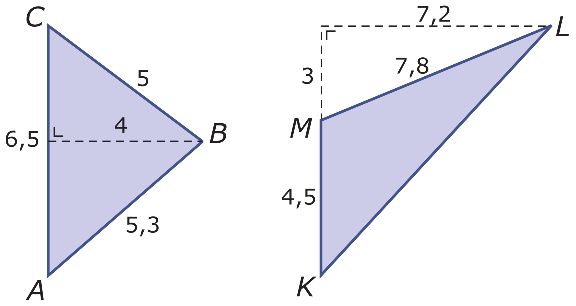
Theorie

Om te onthouden

Verwerken

Opgave 2.1

Bekijk de twee driehoeken.



Figuur 2.2

Bereken van beide driehoeken de oppervlakte.

★ Opgave 2.2

In een assenstelsel zijn de punten $A(0,-2)$, $B(3,-2)$, $C(2,2)$ en $D(-2,4)$ gegeven.

a Bereken de oppervlakte van ΔABC.

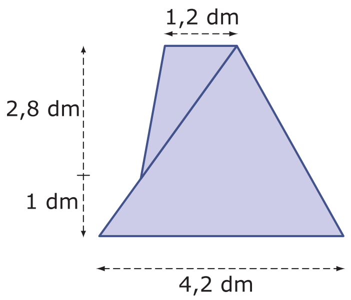
b Bereken de oppervlakte van ΔABD.

c Bereken de oppervlakte van ΔACD.

★ Opgave 2.3

De figuur bestaat uit twee driehoeken. De zijden aan de onder- en de bovenkant van de figuur lopen evenwijdig aan elkaar. De afstandslijnen staan loodrecht op elkaar.

Bereken de oppervlakte van de totale figuur.



Figuur 2.3

★ Opgave 2.4

Van een groot driehoekig kleed zijn de zijden 310 cm, 200 cm en 180 cm.

a Teken dit kleed op schaal 1 : 50.

b Bepaal door meten in de figuur en omrekenen de werkelijke hoogte op de langste zijde. Rond af op gehele centimeters.

c Bereken de oppervlakte van dit driehoekige kleed.

d Je kunt ook een andere hoogte opmeten en daarmee de oppervlakte van het driehoekige kleed bepalen. Laat zien dat je dan ongeveer hetzelfde antwoord vindt.

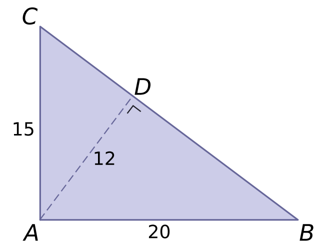
★ ★

Opgave 2.5

Bekijk de rechthoekige driehoek ABC.

a Bereken de oppervlakte van de rechthoekige driehoek ABC.

b Bereken de lengte van zijde BC van de rechthoekige driehoek ABC.

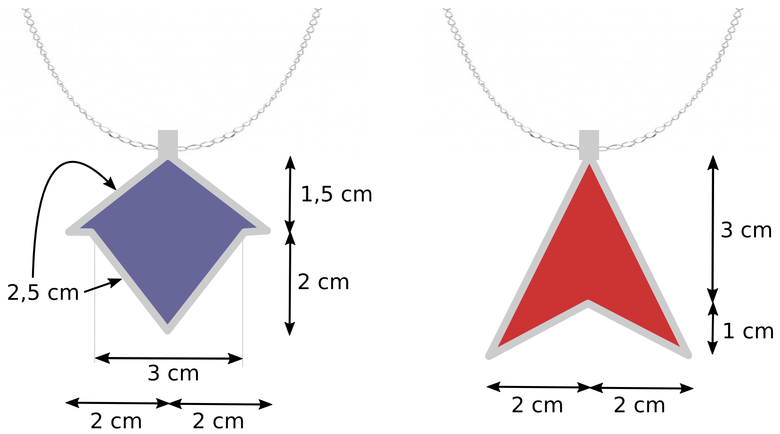


Figuur 2.4

Toepassen

Marie-José heeft meerdere hangers voor aan kettinkjes gemaakt.

Ze gebruikt vaak een kunststof plaat om haar ontwerpen uit te zagen. Hier zie je twee nieuwe ontwerpen. Namen of andere teksten staan er nog niet op. Wel heeft ze ook de metalen randen getekend waar de figuur in moet passen.



Figuur 2.5

Hoe maak je deze ontwerpen zelf?
Hoeveel mm^2 kunststof is er voor nodig?
Hoeveel mm metalen rand is er voor nodig?

Opgave 2.6: Linker figuur

Bekijk het linker ontwerp van Marie-José.

a Bereken de oppervlakte van het linker ontwerp in mm^2.

b Bepaal de lengte van de rand van het linker ontwerp in mm nauwkeurig.

Opgave 2.7: Rechter figuur

Bekijk het rechter ontwerp van Marie-José.

a Bereken de oppervlakte van het rechter ontwerp in mm^2.

b Bepaal de lengte van de rand van het rechter ontwerp in mm nauwkeurig.

Antwoorden

2.1 $opp(\Delta ABC) = \frac{1}{2} \cdot 6{,}5 \cdot 4 = 13$

$opp(\Delta KLM) = \frac{1}{2} \cdot 4{,}5 \cdot 7{,}2 = 16{,}2$

2.2 a $opp(\Delta ABC) = \frac{1}{2} \cdot AB \cdot CE = \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 4 = 6$ roostereenheden.

b $opp(\Delta ABD) = \frac{1}{2} \cdot AB \cdot DF = \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 6 = 9$ roostereenheden.

c De lengtes van de zijden zijn niet exact bekend. Om de oppervlakte exact te kunnen berekenen, moet je een rechthoek om ΔACD tekenen.

$opp(\Delta ACD) = 4 \cdot 6 - \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 4 - \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 2 - \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 6 = 10$ roostereenheden.

2.3 Neem bij de kleine driehoek de zijde van 1,2 dm als basis. De bijbehorende hoogte is 2,8 dm. Bij de grote driehoek is de hoogte op de basis van 4,2 dm gelijk aan $2{,}8 + 1 = 3{,}8$ dm.

$oppervlakte(figuur) = \frac{1}{2} \cdot 1{,}2 \cdot 2{,}8 + \frac{1}{2} \cdot 4{,}2 \cdot 3{,}8 = 9{,}66$ dm^2.

2.4 a Teken met geodriehoek en passer een driehoek met zijden van:
$\frac{310}{50} = 6{,}2$ cm, $\frac{200}{50} = 4{,}0$ cm en $\frac{180}{50} = 3{,}6$ cm.

b Ongeveer 110 cm.

c Ongeveer $\frac{1}{2} \cdot 310 \cdot 110 \approx 17050$ cm^2.

d Neem bijvoorbeeld de hoogte op (het verlengde van) de zijde van 200 cm (in de tekening: 4 cm). Deze is ongeveer 3,4 cm, dus in werkelijkheid $3{,}4 \cdot 50 = 170$ cm. De oppervlakte wordt dan ongeveer $\frac{1}{2} \cdot 200 \cdot 170 = 17000$ cm^2.

Omdat de tekening op schaal is, krijg je als je zelf afwijkende meetwaarden hebt gevonden, al snel wat grotere afwijkingen.

2.5 a $opp(\Delta ABC) = \frac{1}{2} \cdot 20 \cdot 15 = 150$.

b Neem BC als basis, dan is AD de bijbehorende hoogte.

Dan moet gelden: $opp(\Delta ABC) = \frac{1}{2} \cdot BC \cdot AD = \frac{1}{2} \cdot BC \cdot 12 = 150$.

Dit geeft $6BC = 150$, zodat $BC = 25$.

2.6 a Je kunt de figuur verdelen in twee gelijkbenige driehoeken.

Bovenste driehoek *oppervlakte* $= \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 1{,}5 = 3$ cm^2 $= 300$ mm^2.

Onderste driehoek *oppervlakte* $= \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 2 = 3$ cm^2 $= 300$ mm^2.

oppervlakte (linker figuur) $= 300 + 300 = 600$ mm^2.

Je kunt de figuur ook verdelen in vier halve rechthoeken van 2 bij 1,5 cm. Dan vind je dezelfde oppervlakte.

b Alle schuine lijnstukken zijn 2,5 cm. De twee korte horizontale lijnstukjes zijn 0,5 cm.

lengte (buitenrand) $\approx 4 \cdot 2{,}5 + 2 \cdot 0{,}5 = 11$ cm $= 110$ mm.

2.7 a Je kunt de figuur verdelen in twee driehoeken.

Linker driehoek *oppervlakte* $= \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 3 = 3$ cm^2 $= 300$ mm^2.

Rechter driehoek *oppervlakte* $= \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 3 = 3$ cm^2 $= 300$ mm^2.

oppervlakte (linker figuur) $= 300 + 300 = 600$ mm^2.

b Teken eerst de figuur op een cm-rooster.

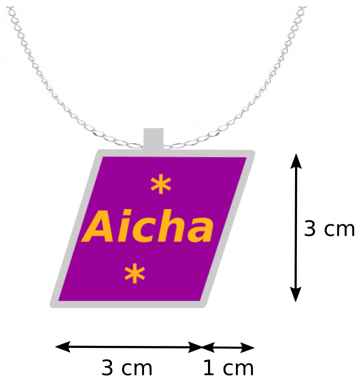
Meet de vier zijden van de figuur op in mm nauwkeurig.

lengte (buitenrand) $\approx 2 \cdot 4{,}5 + 2 \cdot 2{,}2 = 13{,}4$ cm $= 134$ mm.

1.3 Oppervlakte vierhoeken

Inleiding

Wat een geluksvogel ben jij, je ziet alweer Marie-José's zevende ontwerp voor een hanger. Deze is bedoeld voor haar vriendin Aicha, die toevallig ook nog eens bij haar in dezelfde klas zit. Beetje jammer dat het ontwerp nog even geheim had moeten blijven, want Aicha is binnenkort jarig en dit was haar surprise.
Maar wat voor figuur is dit ook alweer?
En hoe bepaal je hiervan de omtrek en de oppervlakte?



Figuur 3.1

Je leert in dit onderwerp

- vierhoeken in bruikbare driehoeken verdelen om daarmee de oppervlakte te berekenen;
- oppervlakte van een parallellogram, een vlieger en een trapezium berekenen.

Voorkennis

- de oppervlakte van roosterfiguren bepalen;
- de oppervlakte van een rechthoek en een driehoek berekenen;
- werken met coördinaten.

Aantekeningen

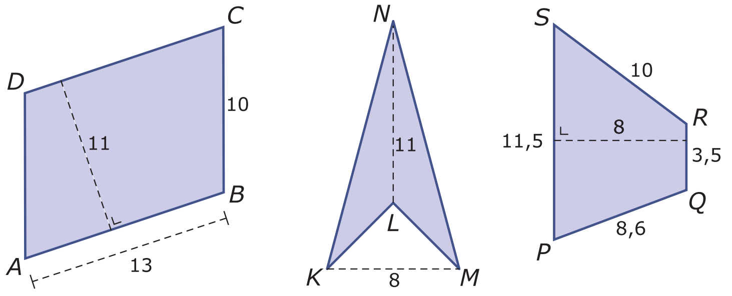
Theorie

Om te onthouden

Verwerken

Opgave 3.1

Bekijk de drie vierhoeken: een parallellogram, een pijlpuntvlieger en een trapezium.

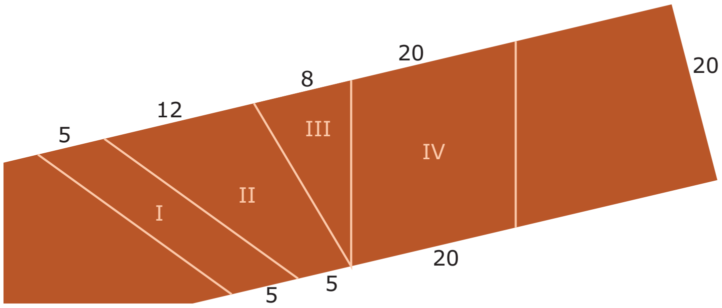


Figuur 3.2

Bereken de oppervlakte van deze vierhoeken.

★ Opgave 3.2

Uit een rechthoekige plank met een breedte van 20 centimeter worden drie vierhoeken en een driehoek gezaagd. Je ziet een deel van deze plank. De vier figuren vormen samen de helft van de oppervlakte van de plank.



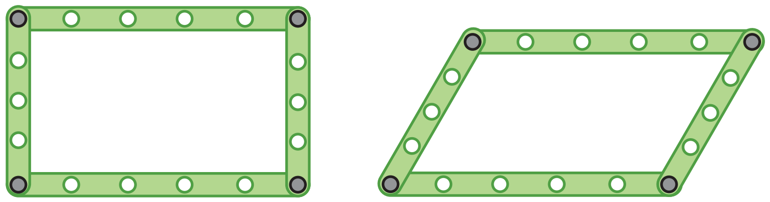
Figuur 3.3

a Bereken van elk van deze vier figuren de oppervlakte.

b Hoe lang is deze plank in totaal?

★ Opgave 3.3

Een rechthoek van metalen strips is te vervormen tot een parallellogram. Zie de figuur.



Figuur 3.4

Alle mogelijke figuren die ontstaan bij het vervormen van deze rechthoek, hebben dezelfde omtrek. Hebben ze ook dezelfde oppervlakte? Licht je antwoord toe.

★ **Opgave 3.4**

In een rechthoekig assenstelsel zijn de punten $A(-3,-3)$, $B(2,-3)$, $C(4,4)$, $D(-1,4)$, $E(-5,4)$ en $F(-3,2)$ gegeven.

a Bereken de oppervlakte van vierhoek $ABCD$.

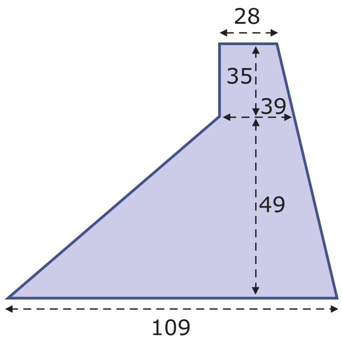
b Bereken de oppervlakte van vierhoek $ABCE$.

c Bereken de oppervlakte van vierhoek $ABCF$.

★ **Opgave 3.5**

Bekijk de figuur. De onderkant en de bovenkant lopen evenwijdig. De linker bovenhoek is een rechte hoek (90°). Alle maten zijn in centimeters.

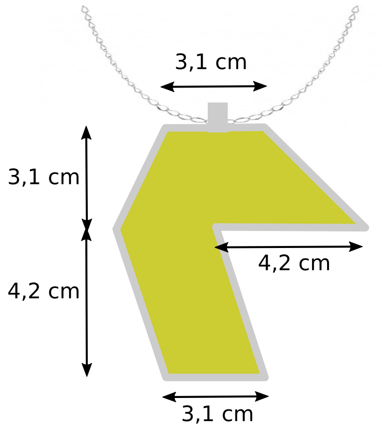
Bereken de oppervlakte van deze staalplaat.



Figuur 3.5

Toepassen

Marie-José ontdekt een oude foto met een hanger die ooit van haar oma was. Die hanger is er niet meer en ze wil hem namaken, dus ze meet hem op.
Hier zie je een eerste schets met wat ze heeft opgemeten.
En kijk eens goed, je kunt hem in twee vierhoeken verdelen.
Hoeveel mm^2 kunststof is er voor nodig?
Hoeveel mm metalen rand is er voor nodig?



Figuur 3.6

★ **Opgave 3.6: Het achtste ontwerp**

Bekijk Marie-José's achtste ontwerp. In de figuur lijkt het erop dat er drie horizontale evenwijdige lijnstukken en twee schuine evenwijdige lijnstukken zijn. Neem aan dat dit ook inderdaad zo is.

a In welke twee vierhoeken kun je de figuur dan verdelen?

b Bereken de oppervlakte van de hanger.

c En hoe zit het nu met de lengte van de metalen rand?

Antwoorden

3.1 *oppervlakte* $(ABCD)$ = *basis* · *hoogte* $= 13 \cdot 10 = 130$ (parallellogram).

oppervlakte $(KLMN) = 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 11 = 44$ (pijlpuntvlieger).

oppervlakte $(PQRS) = \frac{1}{2} \cdot 11{,}5 \cdot 8 + \frac{1}{2} \cdot 3{,}5 \cdot 8 = 60$ (trapezium).

3.2 a *oppervlakte (I)* = *basis* · *hoogte* $= 5 \cdot 20 = 100$ cm^2 (parallellogram).

oppervlakte (II) $= \frac{1}{2} \cdot (a+b) \cdot h = \frac{1}{2} \cdot 12 \cdot 20 + \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 20 = 170$ cm^2 (trapezium).

oppervlakte (III) $= \frac{1}{2} \cdot$ *basis* · *hoogte* $= \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot 20 = 80$ cm^2 (driehoek).

oppervlakte (IV) = *basis* · *hoogte* $= 20 \cdot 20 = 400$ cm^2 (parallellogram).

b De totale oppervlakte van de vier figuren is 750 cm^2, dus de plank heeft een oppervlakte van 1500 cm^2. Voor een rechthoek geldt: *oppervlakte* = *lengte* · *breedte*, dus 1500 = *lengte* ·20. De lengte ervan is daarom $\frac{1500}{20} = 75$ cm.

3.3 Nee, het worden parallellogrammen die allemaal dezelfde basis hebben, maar verschillende hoogtes. Hoe 'platter' het parallellogram wordt, hoe kleiner de hoogte en dus de oppervlakte.

3.4 a Vierhoek $ABCD$ is een parallellogram met *oppervlakte* $(ABCD) = 5 \cdot 7 = 35$ roostereenheden.

b Vierhoek $ABCE$ is een trapezium met *oppervlakte* $(ABCE) = \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 7 + \frac{1}{2} \cdot 9 \cdot 7 = 49$ roosterhokjes.

c Vierhoek $ABCF$ is een vlieger die wel in twee driehoeken is te verdelen, maar waarvan je dan nog moeilijk de oppervlakte uitrekent. Omlijsten met een rechthoek geeft *oppervlakte* $(ABCF) = 7 \cdot 7 - 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 7 = 35$ roosterhokjes.

3.5 Je kunt de figuur verticaal verdelen in twee trapezia, dus in vier driehoeken.

De oppervlakte is $\frac{1}{2} \cdot 162 \cdot 88 + \frac{1}{2} \cdot 36 \cdot 88 + \frac{1}{2} \cdot 36 \cdot 35 + \frac{1}{2} \cdot 28 \cdot 35 = 9832$ cm^2.

3.6 a In een trapezium en een parallellogram.

b Trapezium: $\frac{1}{2} \cdot 7{,}3 \cdot 3{,}1 + \frac{1}{2} \cdot 3{,}1 \cdot 3{,}1 = 16{,}12$ cm^2.

Parallellogram: $3{,}1 \cdot 4{,}2 = 13{,}02$ cm^2.

Totale oppervlakte: 29,14 cm^2.

c Daarvoor heb je te weinig informatie. Je weet niet precies hoe de schuine lijnstukken lopen, dan moet je de figuur echt heel precies tekenen en dit is maar een schets.

1.4 Omtrek cirkel

Inleiding

Het lijkt Marie-José ook een leuk idee om een munt als hanger te gebruiken.
Ze heeft een plaatje gevonden van de oude Nederlandse gulden. Die munt werd tot 1 januari 2002 (toen de euro werd ingevoerd) gebruikt als betaalmiddel. Marie-José heeft met dit plaatje van de gulden een ontwerp gemaakt, zoals je ziet. Maar hoeveel mm moet nu de metalen rand worden waar de gulden in moet passen?
Met andere woorden: hoe moet ze de omtrek van een cirkel bepalen?

Figuur 4.1

Je leert in dit onderwerp

- wat het getal pi is en hoe het is te benaderen met de rekenmachine;
- de omtrek van een cirkel berekenen vanuit de diameter of straal en andersom.

Voorkennis

- de oppervlakte van roosterfiguren bepalen;
- de oppervlakte van rechthoeken, driehoeken en vierhoeken berekenen;
- werken met coördinaten.

Aantekeningen

Theorie

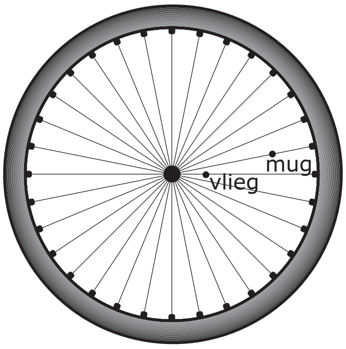
Om te onthouden

Verwerken

★ **Opgave 4.1**

Op een spaak van een fietswiel zit een vlieg, op een andere spaak zit een mug. De vlieg zit 10 cm van de as, de mug 30 cm. Het wiel draait precies één keer rond, zodat de vlieg en de mug allebei een cirkel draaien.

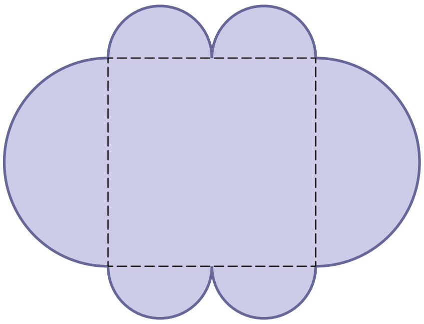
Hoeveel gehele centimeters is de cirkel van de mug groter dan die van de vlieg?



Figuur 4.2

★ **Opgave 4.2**

In de figuur zie je een vierkant met zijden van 20 cm met halve cirkels eromheen. Bereken de omtrek van de gehele figuur in centimeters nauwkeurig.



Figuur 4.3

★ **Opgave 4.3**

De grote wijzer van een kerkklok is 1,5 m lang.

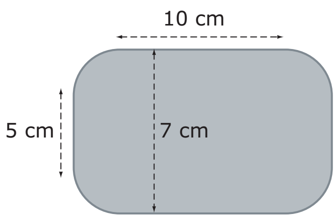
a Bereken de lengte van de weg die de punt van de wijzer in een kwartier aflegt in meters nauwkeurig.

b Legt de wijzerpunt in een jaar tijd ongeveer 100 km af? Licht je antwoord toe.

★ **Opgave 4.4**

Je ziet een blik sardines. In het bovenaanzicht van het blik staan de afmetingen. De afgeronde hoeken zijn kwartcirkels. De lijnstukken zijn evenwijdig of loodrecht op elkaar.

Figuur 4.4



Figuur 4.5

Bereken de omtrek van de bovenkant van zo'n sardineblik in centimeters nauwkeurig.

★ **Opgave 4.5**

Jan fietst elke dag 4,2 km van huis naar school. Stel je voor dat bij elke omwenteling van zijn trappers ook zijn wiel precies één keer ronddraait. De diameter van zijn fietswiel is 71 cm.

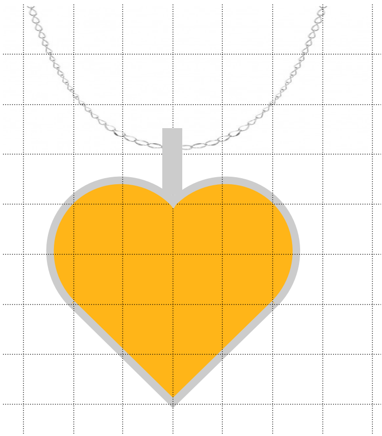
Hoe vaak gaan zijn trappers dan rond op weg van huis naar school? Rond af op gehele omwentelingen.

Toepassen

En zo heeft Marie-José ontdekt hoe je met behulp van cirkels ook een hartje kunt maken als hangertje.
Dit ontwerp bestaat uit twee halve cirkels op de zijden van een vierkant.

De zijden van dit vierkant hebben een lengte van 2,8 cm.

Hoeveel mm metalen rand is er voor nodig?



Figuur 4.6

★ **Opgave 4.6: Hartje aan een ketting**

Bekijk Marie-José's hartje aan een ketting.

a Bereken hoe lang de metalen rand moet worden in mm nauwkeurig.

Je kunt ook een hartje maken door twee halve cirkels op één zijde van een gelijkzijdige driehoek met zijden van 4 cm te zetten.

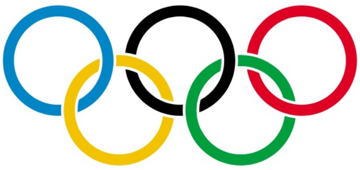
b Heb je dan meer of minder metalen rand nodig?

★ **Opgave 4.7: De Olympische ringen als hanger**

Je kent het symbool voor de Olympische Spelen wel.

Je wilt zo'n hanger maken van cirkels met een buitenomtrek van 4 cm en een dikte van 1 mm.

Hoe breed en hoe hoog wordt dan je totale hanger?



Figuur 4.7

Antwoorden

4.1 De cirkel van de mug heeft een omtrek van $2\pi \cdot 30 = 188{,}5...$ cm.
De cirkel van de vlieg heeft een omtrek van $2\pi \cdot 10 = 62{,}8...$ cm.

Het verschil is $188{,}5... - 62{,}8... \approx 126$ cm.

Of bereken het verschil meteen:

$2\pi \cdot 30 - 2\pi \cdot 10 = 2\pi \cdot 20 = 40\pi \approx 126$ cm.

4.2 De omtrek bestaat uit $4 \cdot \frac{1}{2} = 2$ kleine cirkels met $d = \frac{20}{2} = 10$ cm en $2 \cdot \frac{1}{2} = 1$ grotere cirkel waarvan $d = 20$ cm. De totale omtrek in één keer uitrekenen is het handigste:

$\mathit{omtrek} = 2 \cdot \pi \cdot 10 + 1 \cdot \pi \cdot 20 = 40\pi \approx 125{,}7$ cm.

4.3 a In 15 minuten legt de wijzer $\frac{15}{60} = \frac{1}{4}$ deel van een volle hoek af, waarvan $d = 2 \cdot 1{,}5 = 3$ m.

$\mathit{lengte\ (cirkelboog)} = \frac{1}{4} \cdot \pi \cdot 3 \approx 2{,}36$ m.

b Elk rondje is $\pi \cdot d = 3\pi$ m en duurt 1 uur. De $365 \cdot 24 = 8760$ rondjes per jaar leveren een afgelegde weg op van $8760 \cdot 3\pi \approx 82561$ m en dat is minder dan 100 km, dus het antwoord is: nee.

4.4 Voor de straal van de cirkels blijft over: $\frac{7-5}{2} = 1$ cm. De 4 kwartcirkels vormen samen 1 cirkel met een diameter van $2 \cdot 1 = 2$ cm. Daarnaast bestaat de omtrek nog uit 2 zijden van 10 cm en 2 zijden van 5 cm.

De totale omtrek is: $2\pi + 2 \cdot 10 + 2 \cdot 5 \approx 36{,}3$ cm

4.5 De omtrek van zijn wiel is $71 \cdot \pi$ cm. De totale afstand die Jan aflegt, is ongeveer 420000 cm. Zijn trappers gaan daarom ongeveer $\frac{420000}{71 \cdot \pi} \approx 1883$ keer rond.

4.6 a Twee halve cirkels, dus één hele cirkel met een diameter van 28 mm.

Twee zijden van een vierkant met zijden van 28 mm.

Totale lengte $2 \cdot 28 + \pi \cdot 28 \approx 144$ mm.

b Twee halve cirkels, dus één hele cirkel met een diameter van 20 mm.

Twee zijden van een driehoek met zijden van 40 mm.

Totale lengte $2 \cdot 40 + \pi \cdot 20 \approx 143$ mm.

Dus de rand wordt dan iets kleiner.

4.7 Heel precies kun je dit niet zeggen, want de ringen zitten niet tegen elkaar.
De tussenruimte lijkt ongeveer even breed als de dikte van de ringen, dus ongeveer 1.
De grootste breedte is dan drie diameters plus twee tussenruimtes. De grootste hoogte is anderhalve diameter.
Omdat $\pi \cdot d = 40$ is de diameter $d \approx 12{,}7 \approx 13$ mm.

De grootste breedte is ongeveer $3 \cdot 13 + 2 = 41$ mm en de grootste hoogte is ongeveer $1{,}5 \cdot 13 \approx 19$ mm.

1.5 Oppervlakte cirkel

Inleiding

Als je een gulden in een hangertje verwerkt, hoef je niet te berekenen hoeveel kunststof materiaal je nodig hebt, er moeten gewoon guldens in. Maar het lijkt Marie-José ook leuk om hangertjes te maken die wel rond zijn als een munt, maar alleen een guldenteken ƒ bevatten. Of een ander munt-teken zoals € (euro), £ (Britse pond), $ (dollar), ₽ (roebel), ¥ (yen), ...
Het klassieke guldenteken is de ƒ van het Oudhollandse 'florijn'.
Marie-José maakt zo het ontwerp hiernaast.
Maar hoeveel materiaal heeft ze nu nodig als de cirkel een diameter van 4 cm moet hebben?

Figuur 5.1

Je leert in dit onderwerp

- de oppervlakte van een cirkel berekenen vanuit de diameter of straal en andersom;

Voorkennis

- de oppervlakte van roosterfiguren bepalen;
- de oppervlakte van rechthoeken, driehoeken en vierhoeken berekenen;
- de omtrek van een cirkel en een cirkelsector berekenen vanuit de diameter of straal en andersom;
- werken met coördinaten.

Aantekeningen

Theorie

Om te onthouden

Verwerken

★ **Opgave 5.1**

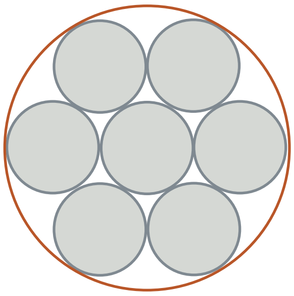
Je ziet het Chinese Yin en Yang symbool. De figuur bestaat uit (halve) cirkels. De grote cirkel heeft een diameter van 20 cm, de halve cirkels zijn even groot en de kleinste cirkels hebben een diameter van 4 cm. De dikte van de rand mag je verwaarlozen.

Bereken de oppervlakte van het zwarte gedeelte in cm^2 nauwkeurig.

Figuur 5.2

★ **Opgave 5.2**

Dit is het bovenaanzicht van zeven gelijke balletjes die precies binnen een grote cirkelvormige doos passen. Elk balletje heeft een diameter van 20 cm. Bereken de oppervlakte van de lege ruimte die overblijft in dit bovenaanzicht. Geef je antwoord in hele mm^2.



Figuur 5.3

★ **Opgave 5.3**

Een cirkel heeft een oppervlakte van 400 m^2.

Bereken de omtrek van deze cirkel in meters nauwkeurig.

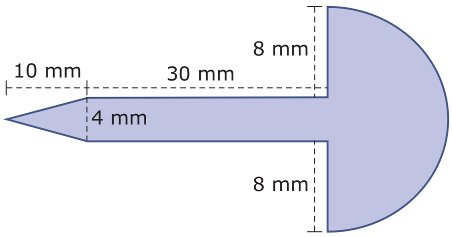
★ **Opgave 5.4**

Van een halve cirkel is de totale omtrek 400 m.

Bereken de oppervlakte van deze cirkel in m^2 nauwkeurig.

★ **Opgave 5.5**

Dit is een dwarsdoorsnede van een spijker. De kop is precies een halve bol. De rest van de spijker is lijnsymmetrisch.

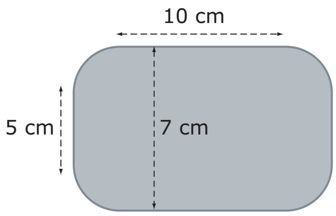


Figuur 5.4

Bereken de oppervlakte van de dwarsdoorsnede in mm^2 nauwkeurig.

★ **Opgave 5.6**

Je ziet een blik sardines. In het bovenaanzicht zijn de afmetingen getekend. De afgeronde hoeken zijn kwartcirkels.



Figuur 5.6

Figuur 5.5

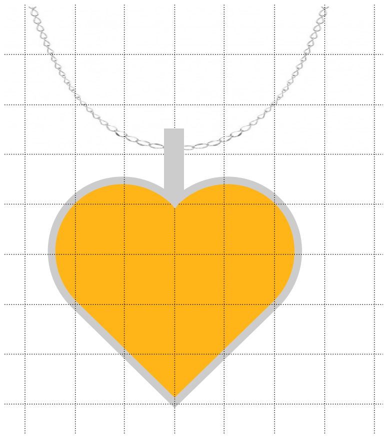
Bereken de oppervlakte van de bovenkant van zo'n sardineblik in cm^2. Rond af op twee decimalen.

Toepassen

Marie-José heeft met behulp van cirkels ook een hartje als hangertje ontworpen.
Dit ontwerp bestaat uit twee halve cirkels op de zijden van een vierkant.

De zijden van dit vierkant hebben een lengte van 2,8 cm.

Hoeveel mm^2 kunststof is er voor nodig?



Figuur 5.7

★ **Opgave 5.7: Hartje aan een ketting**

Bekijk Marie-José's hartje aan een ketting.

a Bereken hoe groot de oppervlakte moet worden in mm^2 nauwkeurig.

Je kunt ook een hartje maken door twee halve cirkels op één zijde van een gelijkzijdige driehoek met zijden van 4 cm te zetten.

b Heb je dan meer of minder kunststof nodig?

★ ★ **Opgave 5.8: De Ghanese Cedi**

Aicha, de vriendin van Marie-José, heeft ouders die van oorsprong uit Ghana komen.
In dat land is de Ghanese Cedi de munteenheid. Aicha wil het teken voor die munteenheid op een cirkelvormige hanger met oppervlakte van 6 cm^2, want zij is op zesjarige leeftijd uit Ghana naar Nederland gekomen.

a Bereken de diameter van haar hanger. Rond af op gehele mm.

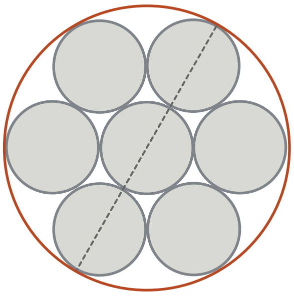
b Het muntteken is driekwart van een cirkel met daardoor een verticale streep.
Die cirkel heeft een half zo grote diameter als die van de hanger. Hoe lang is die driekwart cirkel?

Figuur 5.8

Antwoorden

5.1 Het zwarte deel is precies de helft van de grote cirkel. De oppervlakte is dus: $\frac{1}{2} \cdot \pi \cdot 10^2 = 50\pi \approx 157$ cm^2.

5.2 Zie de figuur.



Trek in gedachten de diameter van de grote cirkel (zie figuur). Hierin past precies 3 maal de diameter van één balletje, dus de straal van de hele cirkel is $\frac{3 \cdot 20}{2} = 30$ cm en die van een balletje is $\frac{20}{2} = 10$ cm. Er geldt:

oppervlakte (lege ruimte) $= \pi \cdot 30^2 - 7 \cdot \pi \cdot 10^2 (= 200\pi) \approx 628{,}32$ cm$^2 = 62832$ mm^2.

5.3 Als r de straal is, dan is $\pi \cdot r^2 = 400$ en dus is $r = \sqrt{\frac{400}{\pi}} \approx 11{,}28$ m.

De omtrek is dan $2\pi \cdot r = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{400}{\pi}} \approx 2\pi \cdot 11{,}28 \approx 71$ m.

5.4 Als d de diameter is, dan geldt: $= d + 0{,}5 \cdot \pi \cdot d = 400$.

Dus $2{,}5708 \cdot d = 400$, en $d = \frac{400}{2{,}5708} \approx 155{,}59$ m.

En $r \approx \frac{1}{2} \cdot 155{,}59 \approx 77{,}8$ m.

De oppervlakte is dan $\pi \cdot r^2 \approx \pi \cdot 77{,}8^2 \approx 19014$ m^2.

5.5 De straal van de cirkel is $r = \frac{8+4+8}{2} = 10$ mm.

oppervlakte (doorsnede) $= \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot 4 + 30 \cdot 4 + \frac{1}{2} \cdot \pi \cdot 10^2 \approx 297$ mm^2.

5.6 De straal van elke kwartcirkel is $\frac{7-5}{2} = 1$ cm.

Deel de figuur bijvoorbeeld op in een brede rechthoek (in het midden) van 12 cm bij 5 cm, 2 rechthoeken (boven en onder) van 10 cm bij 1 cm en $4 \cdot \frac{1}{4} = 1$ hele cirkel. Dan geldt:

oppervlakte $= 12 \cdot 5 + 2 \cdot 10 \cdot 1 + \pi \cdot 1^2 \approx 83{,}14$ cm^2.

5.7 a Twee halve cirkels, dus één hele cirkel met een diameter van 28 mm en een straal van 14 mm.

Een vierkant met zijden van 28 mm.

Totale oppervlakte: $\pi \cdot 14^2 + 28^2 \approx 1400$ mm^2.

b Twee halve cirkels, dus één hele cirkel met een diameter van 20 mm.

Een driehoek met zijden van 40 mm heeft (opmeten!) een hoogte van ongeveer 35 mm.

Totale oppervlakte $\pi \cdot 10^2 + \frac{1}{2} \cdot 40 \cdot 35 \approx 1014$ mm^2.

Dus de oppervlakte wordt behoorlijk kleiner.

5.8 a De oppervlakte is 6 cm^2 en $= \pi \cdot r^2 = 6$ geeft $r = \sqrt{\frac{6}{\pi}} \approx 1{,}4$ cm.

De diameter wordt dus $d \approx 2{,}8$ cm = 28 mm.

b De diameter van de hele cirkel is 14 mm en daarbij hoort een cirkelomtrek van $\pi \cdot 14 \approx 44$ mm.

De driekwart cirkel is daarom ongeveer $0{,}75 \cdot 44 = 33$ mm lang.

1.6 Totaalbeeld

Samenvatten

Begrippenlijst

- oppervlakteformule
- oppervlakte driehoek — basis en hoogte
- oppervlakte vierhoek — oppervlakte parallellogram, vlieger, trapezium
- straal en diameter van een cirkel — omtrekformule cirkel
- oppervlakteformule cirkel

Activiteitenlijst

- omtrek en vooral oppervlakte bepalen vanuit (halve) rechthoeken
- een formule voor de oppervlakte van een driehoek afleiden en gebruiken
- (formules voor) de oppervlakte van enkele bijzondere vierhoeken afleiden en gebruiken
- de omtrek van een cirkel berekenen vanuit de diameter — de omtrekformule van een cirkel — de diameter van een cirkel berekenen vanuit de oppervlakte
- de oppervlakte van een cirkel berekenen vanuit de straal — de oppervlakteformule van een cirkel — de straal van een cirkel berekenen vanuit de oppervlakte

Opgave 6.1

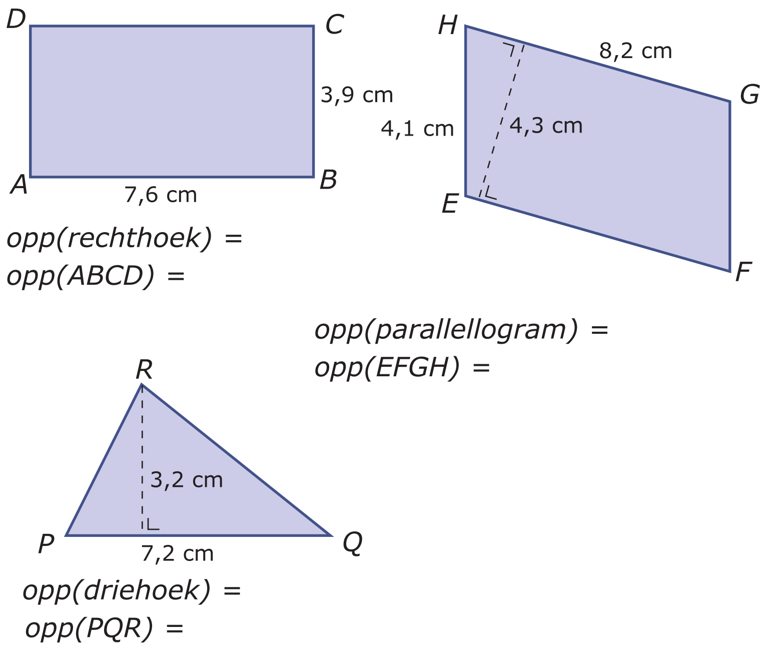
Veel figuren kun je verdelen in rechthoeken en halve rechthoeken. Of je kunt er een rechthoek omheen tekenen waarvan je rechthoeken en halve rechthoeken af moet trekken om de figuur te krijgen.

a Hoe bereken je van zo'n figuur de oppervlakte? Teken zelf een voorbeeld!

b Kun je van zo'n figuur ook altijd de exacte omtrek vaststellen? Wanneer kan dat wel?

Opgave 6.2

Je ziet hier twee bijzondere vierhoeken en een driehoek.



Figuur 6.1

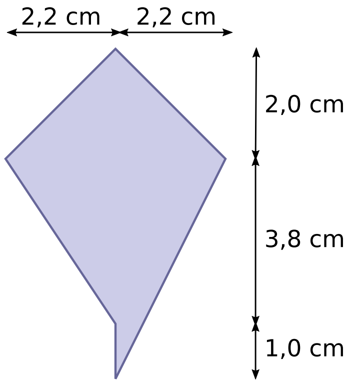
Schrijf bij elke figuur de juiste oppervlakteformule. Bereken vervolgens die oppervlakte.

Opgave 6.3

Bekijk de figuur hiernaast.

a Bereken de oppervlakte van deze figuur.

b Bereken de omtrek van deze figuur in mm nauwkeurig.



Figuur 6.2

Opgave 6.4

Een cirkel heeft een straal 6 cm.

a Bereken de omtrek van deze cirkel in mm nauwkeurig. Laat zien hoe je daarbij de formule voor de omtrek van een cirkel gebruikt.

b Bereken de oppervlakte van deze cirkel in mm^2 nauwkeurig. Laat zien hoe je daarbij de formule voor de oppervlakte van een cirkel gebruikt.

Opgave 6.5

Een cirkel heeft middelpunt M en straal r cm.

a De omtrek van deze cirkel is 100 cm. Laat zien, hoe je de diameter $d = 2r$ berekent in mm nauwkeurig.

b De oppervlakte van een andere cirkel is 100 cm^2. Laat zien, hoe je de diameter $d = 2r$ berekent in mm nauwkeurig.

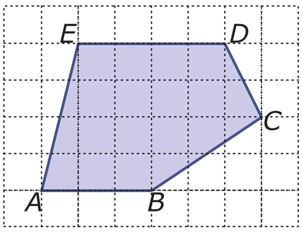
Testen

★ Opgave 6.6

Bekijk de figuur. Elk roosterhokje is 5 mm bij 5 mm.

a Teken zelf deze figuur op zo'n rooster en bepaal de omtrek van deze figuur in millimeters nauwkeurig.

b Bereken de oppervlakte van deze figuur in cm^2.



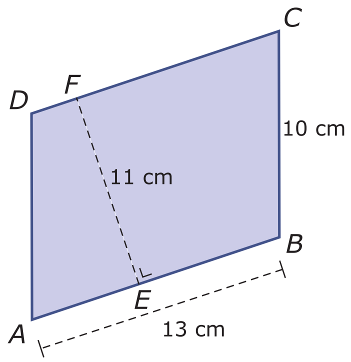
Figuur 6.3

Opgave 6.7

Je ziet het parallellogram $ABCD$.

a Bereken de oppervlakte van dit parallellogram.

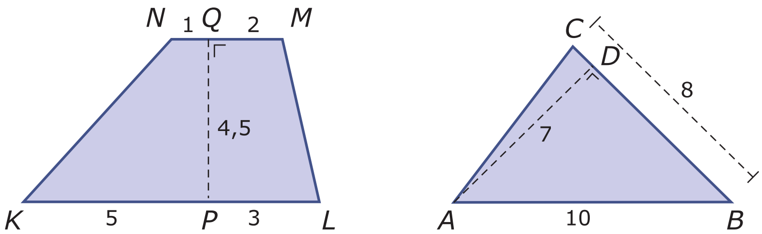
b Bereken de omtrek van dit parallellogram.



Figuur 6.4

Opgave 6.8

Je ziet een trapezium en een driehoek.



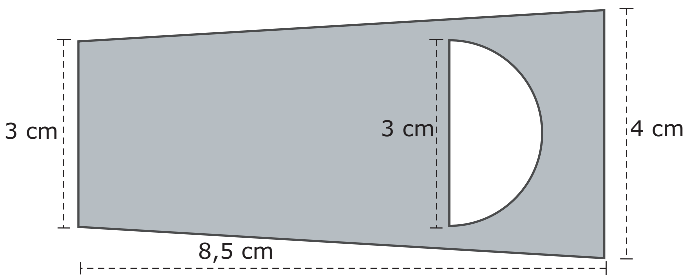
Figuur 6.5

a Bereken de oppervlakte van trapezium $KLMN$.

b Bereken de oppervlakte van ΔABC.

★ Opgave 6.9

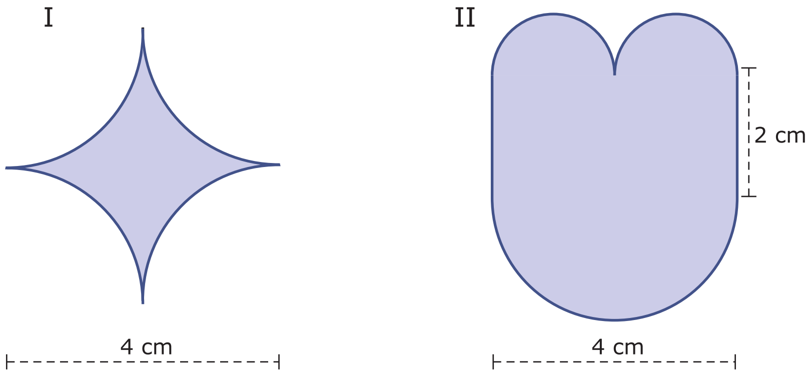
Je ziet hier een flesopener van roestvast staal.
Bereken de oppervlakte van het staal in mm^2 nauwkeurig.



Figuur 6.6

★ Opgave 6.10

Deze twee figuren bestaan uit kwart cirkels, halve cirkels en evenwijdige lijnstukken.



Figuur 6.7

a Bereken de omtrek van figuur I in centimeters. Rond af op één decimaal nauwkeurig.

b Bereken de omtrek van figuur II in centimeters. Rond af op één decimaal nauwkeurig.

c Bereken de oppervlakte van figuur I in cm^2. Rond af op één decimaal nauwkeurig.

d Bereken de oppervlakte van figuur II in cm^2. Rond af op één decimaal nauwkeurig.

★ Opgave 6.11

De euro is een cirkelvormige munt met een diameter van 23,25 mm en een dikte van 2,33 mm. Hij bestaat van boven gezien uit een nikkelkleurig cirkelgebied met een koperkleurige ring eromheen. Neem aan dat beide gebieden een even grote oppervlakte hebben. Houd geen rekening met de oneffenheden op de buitenkant van de munt.

a Hoeveel millimeter is dan de diameter van het nikkelkleurige binnengebied in twee decimalen nauwkeurig?

b Klopt dit ongeveer met een werkelijke euromunt?

Toepassen

Je hebt gezien hoe Marie-José hangertjes ontwerpt door er nauwkeurige tekeningen van te maken en daarna uit te rekenen hoeveel materiaal (meestal kunststof) ze ervoor nodig heeft. Ook bepaalt ze de lengte van de metalen rand die om elk hangertje heen zit.
Misschien lijkt je dit zelf ook wel een leuke uitdaging...

Opgave 6.12: Eigen ontwerp hangertje

Bekijk de ontwerpen voor de hangertjes van Marie-José nog maar eens. Ontwerp zelf een vergelijkbaar hangertje. Maak daarbij gebruik van de vlakke figuren die je in dit onderwerp voorbij hebt zien komen.

a Maak er een nauwkeurige tekening van met alle noodzakelijke afmetingen.

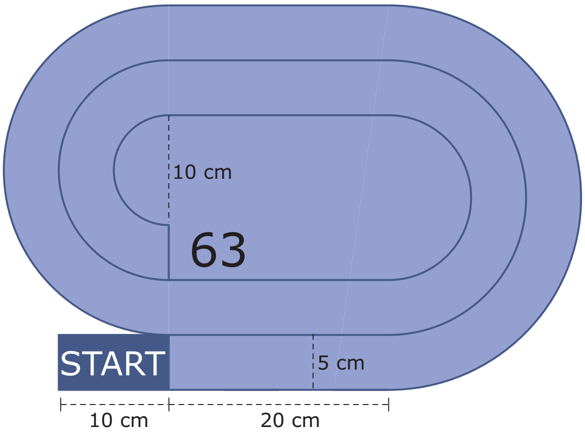
b Bereken de oppervlakte van het jouw hangertje.

c Bepaal in mm nauwkeurig de lengte van de noodzakelijke metalen rand van jouw hangertje.

Opgave 6.13: Ganzenbord

Het ganzenbordspel is al heel oud. Het speelveld is een rij vakjes begrensd door rechte lijnen en halve cirkels. Hieronder zie je een mogelijk speelveld, de vakjes 1 tot en met 62 zijn niet aangegeven. Je moet met je gans van 'START' naar vak 63 zien je komen. Alle vakjes die je passeert zijn even breed, namelijk 5 cm. Verdere afmetingen zie je in de figuur.

Figuur 6.8



Figuur 6.9

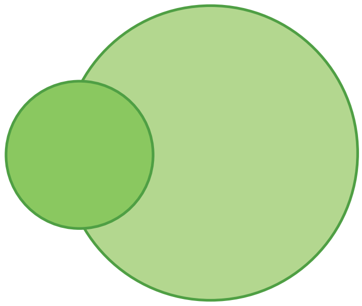
a Stel je voor dat je telkens precies over het midden van de vakjes beweegt. Hoe lang is dan de route van 'START' naar de finish in vak 63?

b Bereken ook de oppervlakte van het speelveld (de vakken 1 tot en met 63).

Opgave 6.14: Overlappende cirkels

In een vijver liggen twee ronde bladeren van een waterplant. Het éne blad heeft een diameter van 4 dm, het andere van 8 dm. Het kleine ligt met de helft van zijn oppervlakte op het grote blad.

Welk percentage van het grote blad wordt door het kleine blad bedekt?



Figuur 6.10

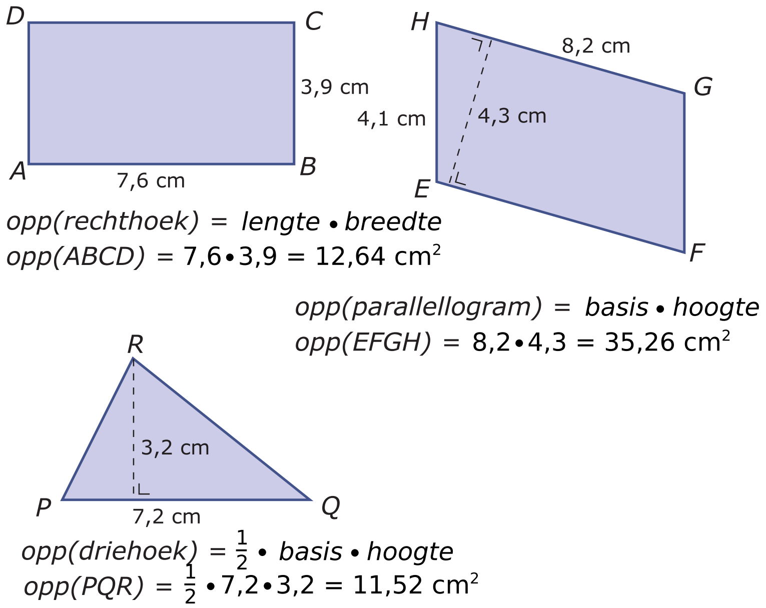
Antwoorden

6.1 a Door de oppervlaktes van de afzonderlijke (halve) rechthoeken waarin je de figuur kunt verdelen op te tellen. Of, door van de oppervlakte van de rechthoek er omheen de oppervlaktes af te trekken van de (halve) rechthoeken die buiten de figuur (maar binnen die rechthoek) zitten.

Teken een eigen voorbeeld voor in je samenvatting.

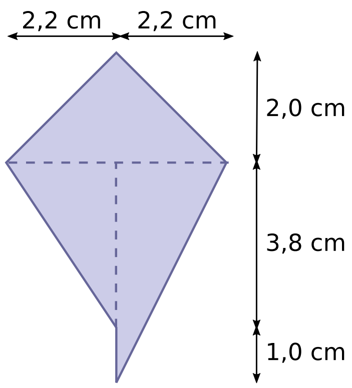
b Nee, tenzij van alle zijden van de figuur de exacte lengte bekend is.

6.2 Zie figuur.



6.3 a Je kunt de figuur in drie driehoeken verdelen, waarvan er twee rechthoekig zijn.

$oppervlakte(figuur) = \frac{1}{2} \cdot 4{,}4 \cdot 2{,}0 + \frac{1}{2} \cdot 4{,}8 \cdot 2{,}2 + \frac{1}{2} \cdot 3{,}8 \cdot 2{,}2 = 13{,}86 \text{ cm}^2$.



b Om de omtrek te bepalen moet je de op ware grootte tekenen en de zijden opmeten.

Je vindt ongeveer $3{,}0 + 3{,}0 + 5{,}3 + 1{,}0 + 4{,}4 = 16{,}7$ cm, dus 167 mm.

6.4 a Er geldt: *omtrek(cirkel)*$= \pi \cdot d$ en de diameter $d = 2 \cdot 6 = 12$ cm.
Dus de omtrek van deze cirkel is $\pi \cdot 12 = 12\pi \approx 37{,}7$ cm $= 377$ mm.

b Er geldt: *opp(cirkel)*$= \pi \cdot r^2$ en de straal $r = 6$ cm.
Dus de oppervlakte van deze cirkel is $\pi \cdot 6^2 = 36\pi \approx 113{,}10 \text{ cm}^2 = 11310 \text{ mm}^2$.

6.5 a Omdat $\pi \cdot d = 100$ is $d = \frac{100}{\pi} \approx 31{,}8$ cm.

b $100 = \pi \cdot r^2$ geeft voor de straal $r^2 = \frac{100}{\pi}$ en dus $r = \sqrt{\frac{100}{\pi}} \approx 5{,}6$ cm. $d = 11{,}2$ cm.

6.6 a Maak bij het natekenen gebruik van de roosterhokjes, opmeten geeft ongeveer 85 mm.

b $6 \cdot 4 - \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 4 - \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 2 - \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 2 = 18$ roostereenheden en dat is 4,5 cm^2.

6.7 a $13 \cdot 10 = 130$ cm^2.

b $13 + 11 + 13 + 11 = 48$ cm.

6.8 a $\frac{1}{2} \cdot 8 \cdot 4{,}5 + \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 4{,}5 = 24{,}75$

b $\frac{1}{2} \cdot 8 \cdot 7 = 28$

6.9 $\frac{1}{2} \cdot (4 + 3) \cdot 8{,}5 - \frac{1}{2} \cdot \pi \cdot 1{,}5^2 \approx 26{,}22$ cm^2.

6.10 a $\pi \cdot 4 \approx 12{,}6$ cm (vier kwartcirkels maken een hele cirkel).

b $2 \cdot 2 + \pi \cdot 2 + \frac{1}{2} \cdot \pi \cdot 4 \approx 16{,}6$ cm

Twee lijnstukken plus twee halve, kleine cirkels (dus een hele) plus een halve, grotere cirkel.

c $4 \cdot 4 - \pi \cdot 2^2 \approx 3{,}4$ cm^2.
Zet er een vierkant omheen en trek daar vier kwartcirkels, dus een hele cirkel, van af.

d $4 \cdot 2 + \pi \cdot 1^2 + \frac{1}{2} \cdot \pi \cdot 2^2 \approx 17{,}4$ cm^2.

Een rechthoek plus twee halve, kleine cirkels (dus een hele) plus een halve, grotere cirkel.

6.11 a De straal van een hele euromunt is $\frac{23{,}25}{2} = 11{,}625$ mm.

De oppervlakte van de bovenkant van een totale euromunt is dus $\pi \cdot 11{,}625^2 \approx 424{,}56$ mm^2.

Het binnengebied heeft een oppervlakte die daar de helft van is, dus daar geldt voor de oppervlakte: $\pi \cdot r^2 \approx \frac{424{,}56}{2} \approx 212{,}28$. Dus $r^2 \approx \frac{212{,}28}{\pi}$ en $r \approx \sqrt{\frac{212{,}28}{\pi}} \approx 8{,}22$ mm, wat een diameter van ongeveer 16,44 mm oplevert.

b Ja, echt nauwkeurig kun je dit waarschijnlijk niet nameten, maar het lijkt er wel op.

6.12 a Eigen antwoord.

b Eigen antwoord.

c Eigen antwoord.

6.13 a Rechte stukken met een totale lengte van $4 \cdot 20 = 80$ cm (als je vanaf de rechterrand van het vakje ‘START’ tot het begin van vak 63 rekent). Allemaal verschillende halve cirkels en één kwart cirkel, samen $\frac{1}{2} \cdot \pi \cdot 30 + \frac{1}{2} \cdot \pi \cdot 25 + \frac{1}{2} \cdot \pi \cdot 20 + \frac{1}{2} \cdot \pi \cdot 15 \approx 141$ cm. Totaal ongeveer 221 cm.

b $20 \cdot 35 + \frac{1}{2} \cdot \pi \cdot 17.5^2 + \frac{1}{2} \cdot \pi \cdot 15^2 \approx 1534$ cm^2.

6.14 De oppervlakte van het kleine blad is $\pi \cdot 2^2 = 4\pi$ dm^2.
De helft daarvan is 2π dm^2.
Het grote blad heeft een oppervlakte van $\pi \cdot 4^2 = 16\pi$ dm^2.

Omdat $\frac{4\pi}{16\pi} = 0{,}125$ wordt 12,5% van het grote blad door het kleine bedekt.

Leerdoelentabel

In het ☐ achter de opgave kun je aangeven hoe je de opgave hebt gemaakt:
✓ goed gemaakt — **S** wel begrepen maar een slordige fout gemaakt — **H** hulp nodig gehad — **G** samen met groepje goed gemaakt — **X** fout gemaakt en niet goed begrepen — **N** niet bekeken

		★	★ ★	★ ★ ★
1	**Formules voor rechthoeken**	★	★ ★	★ ★ ★
	Oppervlakte van een figuur bepalen door verdelen in rechthoeken en rechthoekige driehoeken of eerst omlijsten en dan rechthoeken of rechthoekige driehoeken weghalen.	**1.1** ☐ **1.2** ☐ **1.5** ☐ **T 6.6** ☐ **T 6.10** ☐	**1.4** ☐	
	Formules voor de oppervlakte van een (halve) rechthoek en een vierkant gebruiken.	**1.1** ☐ **1.2** ☐ **T 6.6** ☐ **T 6.10** ☐	**1.4** ☐	
	Formules voor de omtrek van een rechthoek en een vierkant gebruiken.	**1.5** ☐ **T 6.9** ☐	**1.4** ☐	
2	**Oppervlakte driehoek**	★	★ ★	★ ★ ★
	Een formule voor de oppervlakte van een driehoek afleiden en gebruiken.	**2.2** ☐ **2.3** ☐ **2.4** ☐	**2.5** ☐	
	De oppervlakte van driehoeken op een rooster berekenen.	**2.4** ☐	**2.5** ☐	
3	**Oppervlakte vierhoeken**	★	★ ★	★ ★ ★
	Vierhoeken in bruikbare driehoeken verdelen om daarmee de oppervlakte te berekenen.	**3.4** ☐ **3.6** ☐		
	Oppervlakte van een parallellogram, een vlieger en een trapezium berekenen.	**3.2** ☐ **3.3** ☐ **3.4** ☐ **3.5** ☐ **3.6** ☐		
4	**Omtrek cirkel**	★	★ ★	★ ★ ★
	Wat het getal pi is en hoe het is te benaderen met de rekenmachine.	**T 6.10** ☐		
	De omtrek van een cirkel berekenen vanuit de diameter of straal en andersom.	**4.1** ☐ **4.2** ☐ **4.3** ☐ **4.4** ☐ **4.5** ☐ **4.6** ☐ **4.7** ☐ **5.7** ☐ **T 6.10** ☐		
5	**Oppervlakte cirkel**	★	★ ★	★ ★ ★
	De oppervlakte van een cirkel berekenen vanuit de straal en andersom.	**5.1** ☐ **5.2** ☐ **5.3** ☐ **5.4** ☐ **5.6** ☐ **T 6.10** ☐ **T 6.11** ☐		

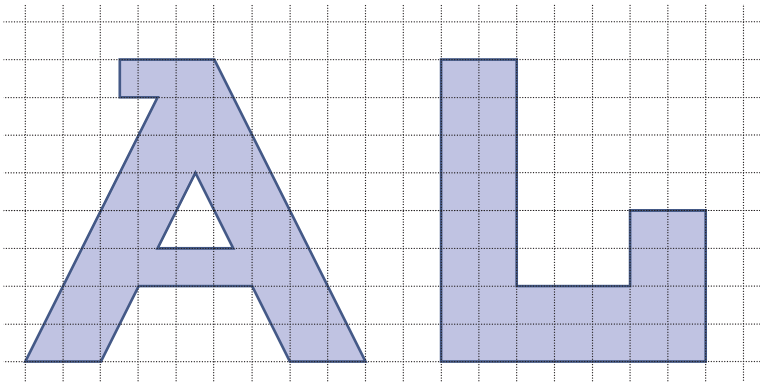
Het lesmateriaal in deze reader is gebaseerd op het materiaal dat ook op de Math4All website staat.

De reader is gegenereerd met de Math4All maatwerkdienst. De inhoud en de volgorde van de onderwerpen in deze reader zijn gekozen door docenten van het ConTeXt College.

Stichting Math4All

Math4all
www.math4all.nl

Werkblad bij Opgave 1.1 op pagina 9.



Werkblad bij Opgave 1.2 op pagina 9.