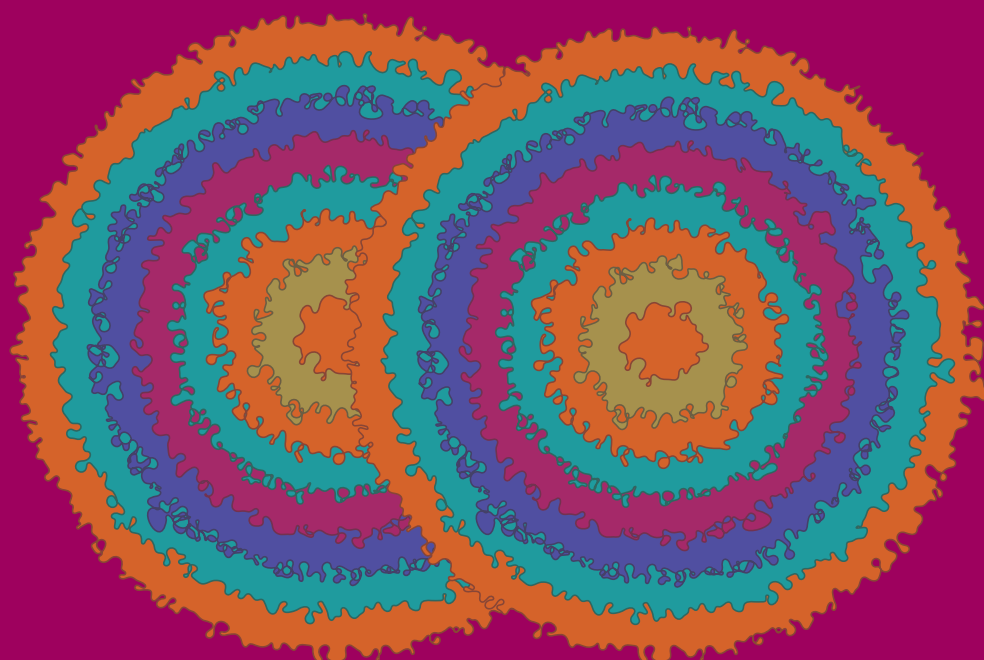


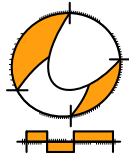
# Wiskunde / PGA

2 VMBO / docentmateriaal

## Formules omtrek en ...

ConTeXt College





© 2024

Het auteursrecht op dit lesmateriaal berust bij Stichting Math4All. Math4All is derhalve de rechthebbende zoals bedoeld in de hieronder vermelde creative commons licentie.

Het lesmateriaal is met zorg samengesteld en getest. Stichting Math4All aanvaardt geen enkele aansprakelijkheid voor onjuistheden en/of onvolledigheden in de module. Ook aanvaardt Math4All geen enkele aansprakelijkheid voor enige schade, voortkomend uit (het gebruik van) dit lesmateriaal

Voor deze module geldt een Creative Commons Naamsvermelding Niet Commercieel 3.0 Nederland Licentie. (zie <http://creativecommons.org/licenses/by/3.0>).

Dit lesmateriaal is open, gratis en vrij toegankelijk lesmateriaal afkomstig van Stichting Math4All en is speciaal ontwikkeld voor het vak wiskunde in het voortgezet onderwijs. Het lesmateriaal op de website [www.math4all.nl](http://www.math4all.nl) is afgestemd op kerndoelen wiskunde, tussendoelen wiskunde en eindtermen voor de vakken wiskunde A, B en C. Dit lesmateriaal is mediumneutraal ontwikkeld en op diverse manieren te bekijken en te gebruiken. Voor informatie en vragen kunt u contact opnemen via [info@math4all.nl](mailto:info@math4all.nl). Ook houden we ons altijd aanbevolen voor suggesties, verbeteringen en/of aanvullingen.

---

---

# Voorwoord

Het lesmateriaal in dit katern is gebaseerd op het materiaal dat je kunt vinden op de Math4All website [www.math4all.nl](http://www.math4all.nl). In de tekst staan dan ook regelmatig verwijzingen naar die website. Waar je precies moet zijn op die website kun je zien in de kopregel van iedere pagina.

Ieder hoofdstuk bestaat uit een aantal paragrafen en wordt steeds afgesloten met een paragraaf *Totaalbeeld* waar de leerstof wordt samengevat en/of herhaald.

## PGA

PGA staat voor 'probleemgestuurde aanpak'. Je begeleidt dan als docent de leerlingen die in kleine groepjes aan wiskundige problemen werken en op die manier een eigen theoretisch kader opstellen. Dit gebeurt voornamelijk op de wijze die wordt beschreven in het boek *Building Thinking Classrooms in Mathematics* van Peter Liljedahl. Dit boek is ook in het Nederlands beschikbaar. Het is verstandig om dit boek vooraf door te werken, maar je kunt ook beginnen met deze **beknopte handleiding**.

De PGA wordt ondersteund door verwerkings- en toepassingsopgaven waarmee de leerling kan nagaan of de stof wordt beheersd. Deze opgaven worden op drie niveaus aangeboden. De niveau aanduiding staat in de marge naast de opgave.

- ★ het basale niveau, dat iedereen zou moeten behalen
- ★ ★ een iets pittiger niveau, waarin iets meer uitdaging zit en die de leerling alleen hoeft te maken als er genoeg tijd voor is
- ★ ★ ★ een bijzondere toepassing of een echt pittige opgave die een leerling alleen maakt als de rest veel te gemakkelijk was

In de bijlage staat een "**Leerdoelentabel**" waarin staat aangegeven door welke opgave het specifieke leerdoel wordt afgedekt en op welk niveau dit gebeurt. Als je deze tabel aan de leerlingen uitreikt, kunnen ze hun eigen vorderingen bijhouden.

Opgaven uit de samenvattende paragraaf *Totaalbeeld* worden voorafgegaan door een T.



---

# 1

---

## Formules omtrek en oppervlakte

1.1	Formules voor rechthoeken	6
1.2	Oppervlakte driehoek	11
1.3	Oppervlakte vierhoeken	15
1.4	Omtrek cirkel	19
1.5	Oppervlakte cirkel	23
1.6	Totaalbeeld	28

## 1.1 Formules voor rechthoeken

### Inleiding

Marie-José woont in de buurt van een winkel waarin sieraden worden verkocht en gemaakt. Vooral dat laatste interesseert haar ook: ze ontwerpt hangers. Daarvoor gebruikt ze bestaande kettinkjes. Vervolgens maakt ze van hout, of kunststof, of natuursteen een figuur. Daar soldeert ze een dunne rand omheen waar ook een oogje aan zit. Door dat oogje gaat de ketting.

Ze moet natuurlijk wel weten hoeveel materiaal ze nodig heeft. Omdat ze vrijwel altijd vlakke figuren maakt, gaat het dan om de omtrek en de oppervlakte ervan.



Figuur 1.1

### Je leert in dit onderwerp

- oppervlakte van een figuur bepalen door verdelen in rechthoeken en rechthoekige driehoeken of eerst omlijsten en dan rechthoeken of rechthoekige driehoeken weghalen;
- formules voor de oppervlakte van een (halve) rechthoek en een vierkant gebruiken;
- formules voor de omtrek van een rechthoek en een vierkant gebruiken.

### Voorkennis

- de oppervlakte van roosterfiguren bepalen;
- de oppervlakte en de omtrek van een rechthoek bepalen;
- werken met coördinaten.

**Dit materiaal is nog in ontwikkeling.**

**Heeft u leuke ideeën voor dit onderwerp neem dan contact op met Math4all via [info@math4all.nl](mailto:info@math4all.nl). We kunnen dan wellicht samen aan de slag.**



## Theorie

### Om te onthouden

De oppervlakte van (halve) rechthoeken kun je berekenen met de **oppervlakteformules**:

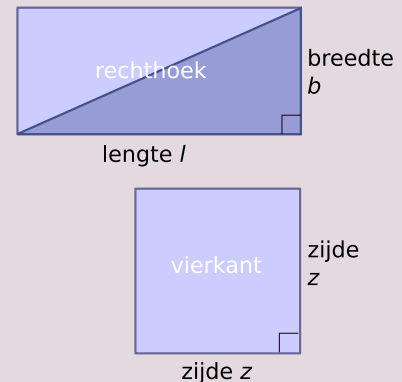
1. oppervlakte (rechthoek) =  $l \cdot b$
2. oppervlakte (rechthoekige driehoek) =  $\frac{1}{2} \cdot l \cdot b$
3. oppervlakte (vierkant) =  $z \cdot z = z^2$

Ook voor de omtrek van een rechthoek en een vierkant bestaan formules:

1. omtrek (rechthoek) =  $2 \cdot l + 2 \cdot b$
2. omtrek (vierkant) =  $4 \cdot z$

Van figuren met andere vormen kun je de oppervlakte uitrekenen:

- door de figuur te verdelen in (halve) rechthoeken en die oppervlaktes bij elkaar op te tellen.
- door de figuur te omlijsten met een rechthoek en daar de oppervlakte af te halen van de (halve) rechthoeken die je nu teveel hebt.



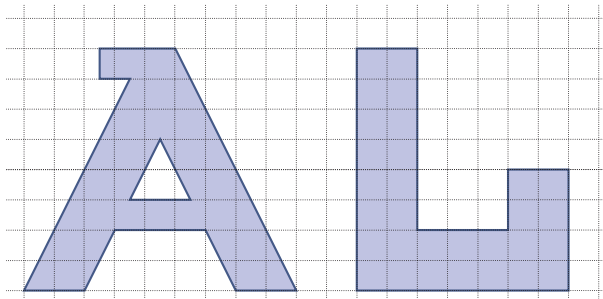
Figuur 1.2

## Verwerken

### ★ Opgave 1.1

Hier en op het [werkblad](#) zie je een A en een L op roosterpapier. Je mag er van uitgaan dat de hoekpunten van de letter A die geen roosterpunt zijn telkens precies midden tussen twee roosterpunten liggen. Let op: de roostereenheid is 1 cm.

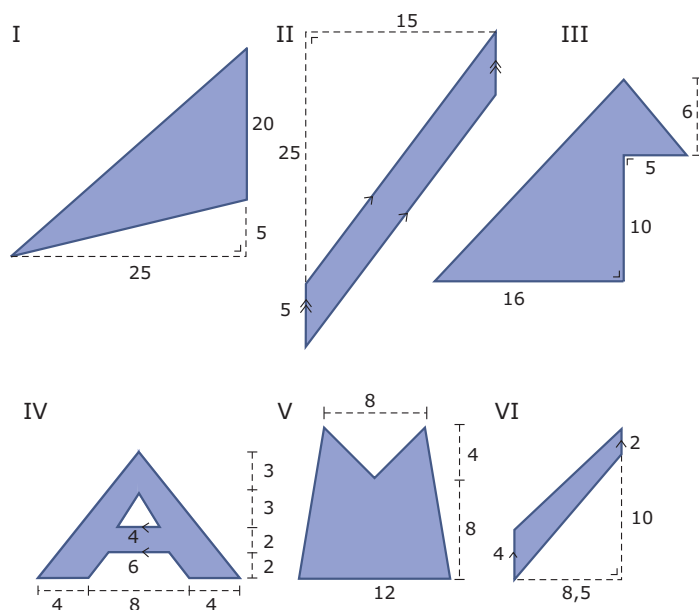
- Bereken van zowel de A als de L de exacte oppervlakte in  $\text{mm}^2$ .
- Waarom kun je wel van de L, maar niet van de A de exacte omtrek bepalen?
- Bereken de omtrek van de L in cm.



Figuur 1.3

### ★ Opgave 1.2

Bereken de oppervlakte van de figuren, ze staan ook op het [werkblad](#). Je mag ervan uitgaan dat de figuren IV en V lijnsymmetrisch zijn.



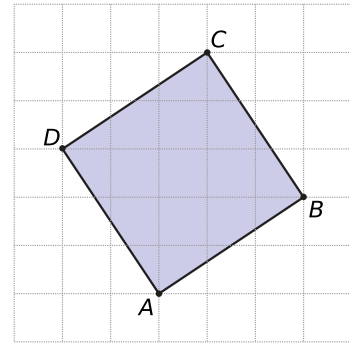
Figuur 1.4

### Opgave 1.3





Bereken de lengte van de zijden van vierkant  $ABCD$ . Rond af op drie decimalen.



Figuur 1.5

★★

### Opgave 1.4

Iemand heeft een grasveld met een oppervlakte van  $1,2 \text{ dam}^2$ . Het grasveld heeft twee rechte hoeken. Aan drie zijden wordt het grasveld begrensd door een beukenhaag.

Bereken hoe lang de beukenhaag is.



Figuur 1.6

★

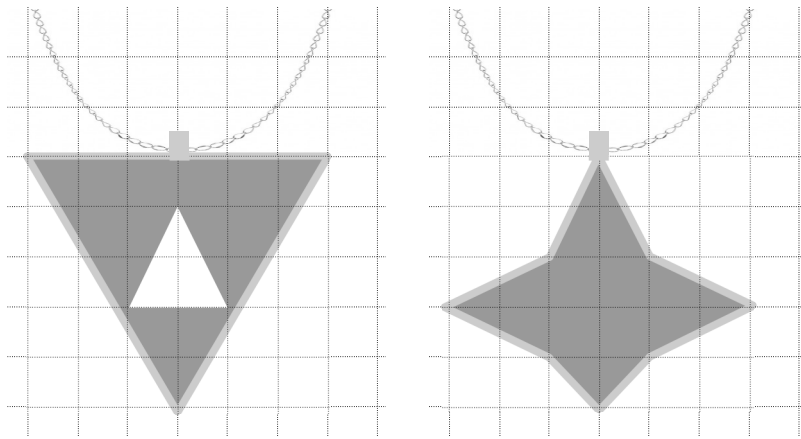
### Opgave 1.5

- Een vierkant heeft een omtrek van 80 cm. Bereken de oppervlakte.
- Van een rechthoekige driehoek is de oppervlakte  $16,5 \text{ cm}^2$ . Deze driehoek is de helft van een rechthoek met lengte 6 cm. Bereken de breedte van die rechthoek.

## Toepassen

Marie-José heeft meerdere hangers voor aan kettinkjes gemaakt.

Ze gebruikt vaak een kunststof plaat om haar ontwerpen uit te zagen. Maar ze tekent ze eerst op papier met daarop een cm-rooster. Hier zie je twee van haar ontwerpen. Namen of andere teksten staan er nog niet op. Wel heeft ze ook de metalen randen getekend waar de figuur in moet passen.



**Figuur 1.7**

Hoe maak je deze ontwerpen zelf?

Hoeveel  $\text{mm}^2$  kunststof is er voor nodig?

Hoeveel mm metalen rand is er voor nodig?

### **Opgave 1.6: Linker figuur**

Bekijk het linker ontwerp van Marie-José.

- a** Bereken de oppervlakte van het linker ontwerp in  $\text{mm}^2$ .
- b** Bepaal de lengte van de rand van het linker ontwerp in mm nauwkeurig.

### **Opgave 1.7: Rechter figuur**

Bekijk het rechter ontwerp van Marie-José.

- a** Bereken de oppervlakte van het rechter ontwerp in  $\text{mm}^2$ .
- b** Bepaal de lengte van de rand van het rechter ontwerp in mm nauwkeurig.

## 1.2 Oppervlakte driehoek

### Inleiding

Voor haar broer Anko moest Marie-José een driehoekige hanger maken. De zijden moesten 42, 58 en 63 mm worden. Dat was (achter elkaar gezet) precies zijn studentnummer van zijn mbo-opleiding.

Maar dat past niet op een cm-rooster, denkt Marie-José. Hoe gaat ze dat tekenen en de hoeveelheid materiaal bepalen?



Figuur 2.1

### Je leert in dit onderwerp

- een formule voor de oppervlakte van een driehoek afleiden en gebruiken;
- de oppervlakte van driehoeken op een rooster berekenen.

### Voorkennis

- de oppervlakte van roosterfiguren bepalen;
- de oppervlakte en de omtrek van een rechthoek bepalen;
- werken met coördinaten.

**Dit materiaal is nog in ontwikkeling.**

**Heeft u leuke ideeën voor dit onderwerp neem dan contact op met Math4all via [info@math4all.nl](mailto:info@math4all.nl). We kunnen dan wellicht samen aan de slag.**



## Theorie

### Om te onthouden

Elke driehoek is precies de helft van een rechthoek die je op één van de zijden zet.

De lengte van de rechthoek is de **basis** van de driehoek.

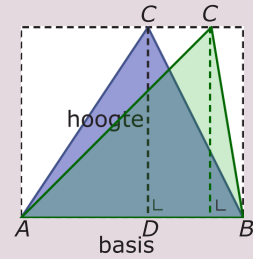
De breedte van de rechthoek is de **hoogte** van de driehoek.

Voor de **oppervlakte van een driehoek** geldt daarom:

$$\text{oppervlakte (driehoek)} = \frac{1}{2} \cdot \text{basis} \cdot \text{hoogte}$$

Korter:  $\text{opp}(\text{driehoek}) = \frac{1}{2} \cdot b \cdot h$  als  $b$  de basis en  $h$  de hoogte is.

Zolang basis en hoogte niet veranderen, verandert ook de oppervlakte van de driehoek niet. Je kunt dus de vorm van de driehoek veranderen door  $C$  evenwijdig aan de basis te verschuiven zonder de oppervlakte te veranderen.

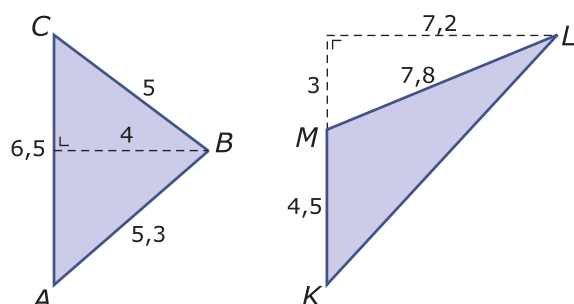


Figuur 2.2

## Verwerken

### Opgave 2.1

Bekijk de twee driehoeken.



Figuur 2.3

Bereken van beide driehoeken de oppervlakte.

### ★ Opgave 2.2

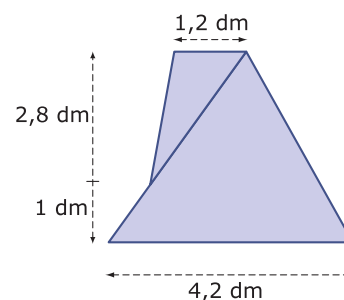
In een assenstelsel zijn de punten  $A(0, -2)$ ,  $B(3, -2)$ ,  $C(2, 2)$  en  $D(-2, 4)$  gegeven.

- Bereken de oppervlakte van  $\triangle ABC$ .
- Bereken de oppervlakte van  $\triangle ABD$ .
- Bereken de oppervlakte van  $\triangle ACD$ .

### ★ Opgave 2.3

De figuur bestaat uit twee driehoeken. De zijden aan de onderen de bovenkant van de figuur lopen evenwijdig aan elkaar. De afstandslijnen staan loodrecht op elkaar.

Bereken de oppervlakte van de totale figuur.



Figuur 2.4

### ★ Opgave 2.4

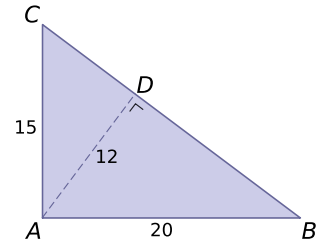
Van een groot driehoekig kleed zijn de zijden 310 cm, 200 cm en 180 cm.

- Teken dit kleed op schaal 1 : 50.
- Bepaal door meten in de figuur en omrekenen de werkelijke hoogte op de langste zijde. Rond af op gehele centimeters.
- Bereken de oppervlakte van dit driehoekige kleed.
- Je kunt ook een andere hoogte opmeten en daarmee de oppervlakte van het driehoekige kleed bepalen. Laat zien dat je dan ongeveer hetzelfde antwoord vindt.

★★ **Opgave 2.5**

Bekijk de rechthoekige driehoek  $ABC$ .

- a Bereken de oppervlakte van de rechthoekige driehoek  $ABC$ .
- b Bereken de lengte van zijde  $BC$  van de rechthoekige driehoek  $ABC$ .

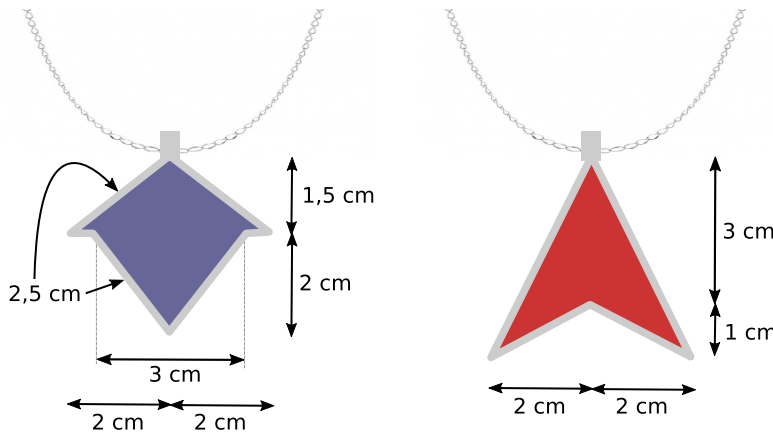


Figuur 2.5

**Toepassen**

Marie-José heeft meerdere hangers voor aan kettinkjes gemaakt.

Ze gebruikt vaak een kunststof plaat om haar ontwerpen uit te zagen. Hier zie je twee nieuwe ontwerpen. Namen of andere teksten staan er nog niet op. Wel heeft ze ook de metalen randen getekend waar de figuur in moet passen.



Figuur 2.6

Hoe maak je deze ontwerpen zelf?  
 Hoeveel  $\text{mm}^2$  kunststof is er voor nodig?  
 Hoeveel mm metalen rand is er voor nodig?

**Opgave 2.6: Linker figuur**

Bekijk het linker ontwerp van Marie-José.

- a Bereken de oppervlakte van het linker ontwerp in  $\text{mm}^2$ .
- b Bepaal de lengte van de rand van het linker ontwerp in mm nauwkeurig.

**Opgave 2.7: Rechter figuur**

Bekijk het rechter ontwerp van Marie-José.

- a Bereken de oppervlakte van het rechter ontwerp in  $\text{mm}^2$ .
- b Bepaal de lengte van de rand van het rechter ontwerp in mm nauwkeurig.

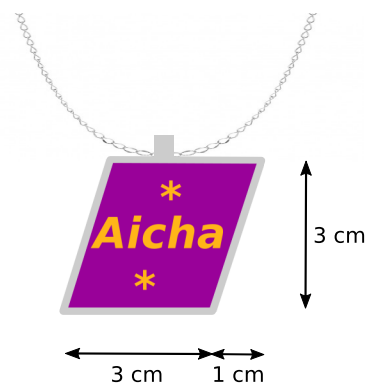
## 1.3 Oppervlakte vierhoeken

### Inleiding

Wat een geluksvogel ben jij, je ziet alweer Marie-José's zevende ontwerp voor een hanger. Deze is bedoeld voor haar vriendin Aicha, die toevallig ook nog eens bij haar in dezelfde klas zit. Beetje jammer dat het ontwerp nog even geheim had moeten blijven, want Aicha is binnenkort jarig en dit was haar surprise.

Maar wat voor figuur is dit ook alweer?

En hoe bepaal je hiervan de omtrek en de oppervlakte?



Figuur 3.1

### Je leert in dit onderwerp

- vierhoeken in bruikbare driehoeken verdelen om daarmee de oppervlakte te berekenen;
- oppervlakte van een parallellogram, een vlieger en een trapezium berekenen.

### Voorkennis

- de oppervlakte van roosterfiguren bepalen;
- de oppervlakte van een rechthoek en een driehoek berekenen;
- werken met coördinaten.

**Dit materiaal is nog in ontwikkeling.**

**Heeft u leuke ideeën voor dit onderwerp neem dan contact op met Math4all via [info@math4all.nl](mailto:info@math4all.nl). We kunnen dan wellicht samen aan de slag.**

## Theorie

### Om te onthouden

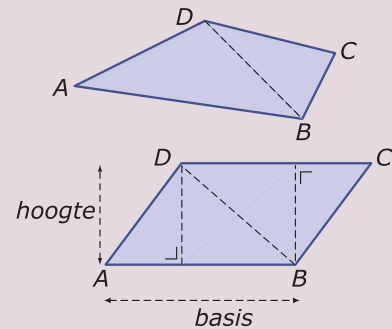
Elke vierhoek kun je verdelen in twee driehoeken.

De **oppervlakte van een vierhoek** is daarom gelijk aan de som van de oppervlaktes van de twee driehoeken waarin je hem kunt verdelen.

Is een vierhoek een parallellogram, dan levert het verdelen twee gelijke driehoeken op. De **oppervlakte van een parallellogram** is daarom precies twee keer de oppervlakte van één van die driehoeken.

$$\text{oppervlakte (parallellogram)} = \text{basis} \cdot \text{hoogte}$$

Korter:  $\text{opp}(\text{par}m) = b \cdot h$  als  $b$  de basis en  $h$  de hoogte is.



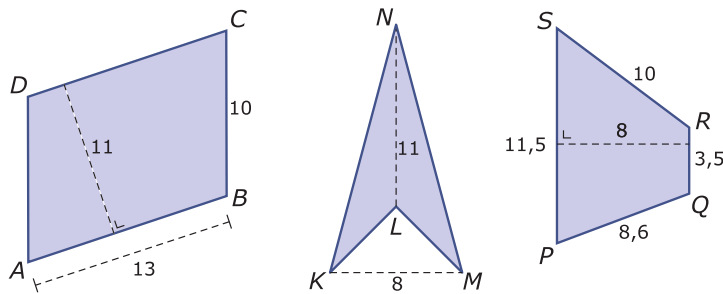
Figuur 3.2



## Verwerken

### Opgave 3.1

Bekijk de drie vierhoeken: een parallellogram, een pijlpuntvlieger en een trapezium.

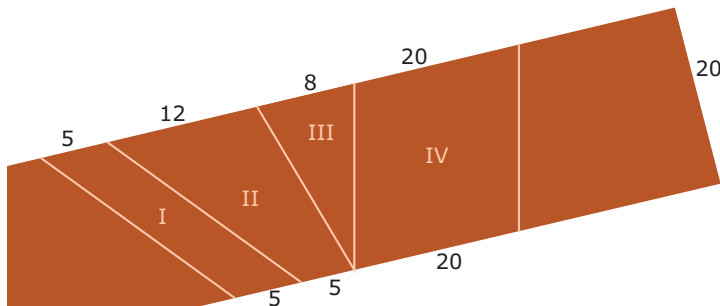


Figuur 3.3

Bereken de oppervlakte van deze vierhoeken.

### ★ Opgave 3.2

Uit een rechthoekige plank met een breedte van 20 centimeter worden drie vierhoeken en een driehoek gezaagd. Je ziet een deel van deze plank. De vier figuren vormen samen de helft van de oppervlakte van de plank.

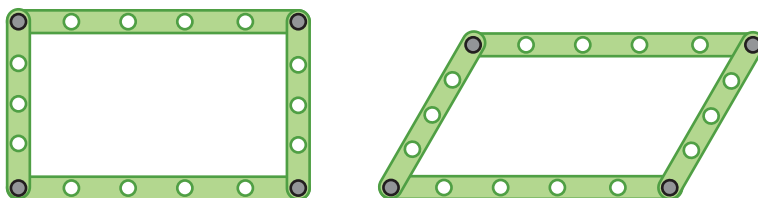


Figuur 3.4

- Bereken van elk van deze vier figuren de oppervlakte.
- Hoe lang is deze plank in totaal?

### ★ Opgave 3.3

Een rechthoek van metalen strips is te vervormen tot een parallellogram. Zie de figuur.



Figuur 3.5

Alle mogelijke figuren die ontstaan bij het vervormen van deze rechthoek, hebben dezelfde omtrek. Hebben ze ook dezelfde oppervlakte? Licht je antwoord toe.

★ **Opgave 3.4**

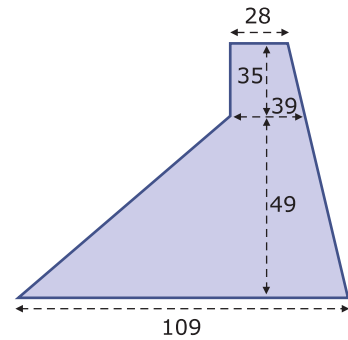
In een rechthoekig assenstelsel zijn de punten  $A(-3, -3)$ ,  $B(2, -3)$ ,  $C(4,4)$ ,  $D(-1,4)$ ,  $E(-5,4)$  en  $F(-3,2)$  gegeven.

- a Bereken de oppervlakte van vierhoek  $ABCD$ .
- b Bereken de oppervlakte van vierhoek  $ABCE$ .
- c Bereken de oppervlakte van vierhoek  $ABCF$ .

★ **Opgave 3.5**

Bekijk de figuur. De onderkant en de bovenkant lopen evenwijdig. De linker bovenhoek is een rechte hoek ( $90^\circ$ ). Alle maten zijn in centimeters.

Bereken de oppervlakte van deze staalplaat.



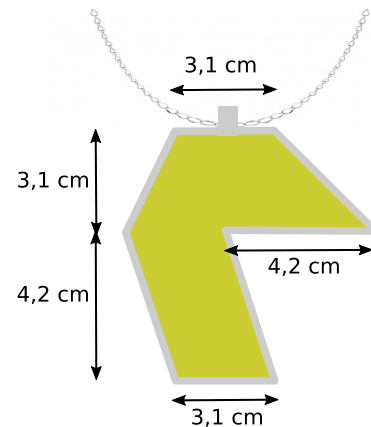
Figuur 3.6

**Toepassen**

Marie-José ontdekt een oude foto met een hanger die ooit van haar oma was. Die hanger is er niet meer en ze wil hem namaken, dus ze meet hem op.

Hier zie je een eerste schets met wat ze heeft opgemeten. En kijk eens goed, je kunt hem in twee vierhoeken verdelen.

Hoeveel  $\text{mm}^2$  kunststof is er voor nodig?  
 Hoeveel mm metalen rand is er voor nodig?



Figuur 3.7

★ **Opgave 3.6: Het achtste ontwerp**

Bekijk Marie-José's achtste ontwerp. In de figuur lijkt het erop dat er drie horizontale evenwijdige lijnstukken en twee schuine evenwijdige lijnstukken zijn. Neem aan dat dit ook inderdaad zo is.

- a In welke twee vierhoeken kun je de figuur dan verdelen?
- b Bereken de oppervlakte van de hanger.
- c En hoe zit het nu met de lengte van de metalen rand?

## 1.4 Omtrek cirkel

### Inleiding

Het lijkt Marie-José ook een leuk idee om een munt als hanger te gebruiken.

Ze heeft een plaatje gevonden van de oude Nederlandse gulden. Die munt werd tot 1 januari 2002 (toen de euro werd ingevoerd) gebruikt als betaalmiddel. Marie-José heeft met dit plaatje van de gulden een ontwerp gemaakt, zoals je ziet. Maar hoeveel mm moet nu de metalen rand worden waar de gulden in moet passen?

Met andere woorden: hoe moet ze de omtrek van een cirkel bepalen?



Figuur 4.1

### Je leert in dit onderwerp

- wat het getal pi is en hoe het is te benaderen met de rekenmachine;
- de omtrek van een cirkel berekenen vanuit de diameter of straal en andersom.

### Voorkennis

- de oppervlakte van roosterfiguren bepalen;
- de oppervlakte van rechthoeken, driehoeken en vierhoeken berekenen;
- werken met coördinaten.

**Dit materiaal is nog in ontwikkeling.**

**Heeft u leuke ideeën voor dit onderwerp neem dan contact op met Math4all via [info@math4all.nl](mailto:info@math4all.nl). We kunnen dan wellicht samen aan de slag.**

## Theorie

### Om te onthouden

Voor de **omtrek van een cirkel** geldt:

$$\text{omtrek (cirkel)} = \pi \cdot \text{diameter}$$

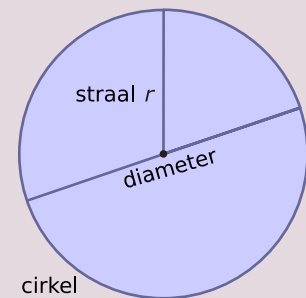
Het getal 3,14159265... wordt **pi** genoemd en aangeduid met de Griekse letter  $\pi$ .

$\pi$  heeft oneindig veel decimalen zonder enige regelmaat.

Omdat de diameter ( $d$ ) altijd twee keer de straal ( $r$ ) is, kun je de formule ook schrijven als:

$$\text{omtrek (cirkel)} = 2 \cdot \pi \cdot \text{straal} \text{ of als}$$

$$\text{omtrek (cirkel)} = 2\pi \cdot r$$



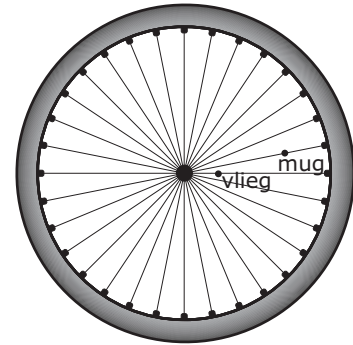
**Figuur 4.2**

## Verwerken

### ★ Opgave 4.1

Op een spaak van een fietswiel zit een vlieg, op een andere spaak zit een mug. De vlieg zit 10 cm van de as, de mug 30 cm. Het wiel draait precies één keer rond, zodat de vlieg en de mug allebei een cirkel draaien.

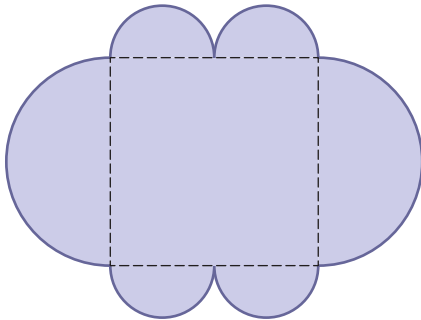
Hoeveel gehele centimeters is de cirkel van de mug groter dan die van de vlieg?



Figuur 4.3

### ★ Opgave 4.2

In de figuur zie je een vierkant met zijden van 20 cm met halve cirkels eromheen. Bereken de omtrek van de gehele figuur in centimeters nauwkeurig.



Figuur 4.4

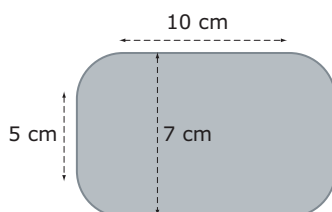
### ★ Opgave 4.3

De grote wijzer van een kerkklok is 1,5 m lang.

- Bereken de lengte van de weg die de punt van de wijzer in een kwartier aflegt in meters nauwkeurig.
- Legt de wijzerpunt in een jaar tijd ongeveer 100 km af? Licht je antwoord toe.

### ★ Opgave 4.4

Je ziet een blik sardines. In het bovenaanzicht van het blik staan de afmetingen. De afgeronde hoeken zijn kwartcirkels. De lijnstukken zijn evenwijdig of loodrecht op elkaar.



Figuur 4.6

Bereken de omtrek van de bovenkant van zo'n sardineblik in centimeters nauwkeurig.



Figuur 4.5

★ **Opgave 4.5**

Jan fietst elke dag 4,2 km van huis naar school. Stel je voor dat bij elke omwenteling van zijn trappers ook zijn wiel precies één keer ronddraait. De diameter van zijn fietswiel is 71 cm.

Hoe vaak gaan zijn trappers dan rond op weg van huis naar school? Rond af op gehele omwentelingen.

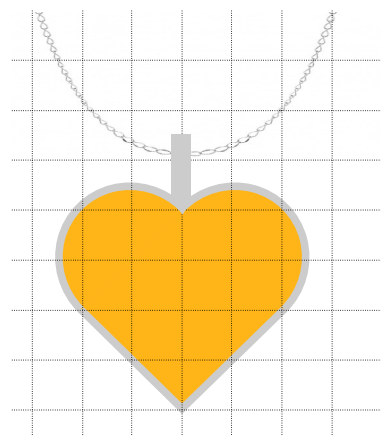
**Toepassen**

En zo heeft Marie-José ontdekt hoe je met behulp van cirkels ook een hartje kunt maken als hangertje.

Dit ontwerp bestaat uit twee halve cirkels op de zijden van een vierkant.

De zijden van dit vierkant hebben een lengte van 2,8 cm.

Hoeveel mm metalen rand is er voor nodig?



Figuur 4.7

★ **Opgave 4.6: Hartje aan een ketting**

Bekijk Marie-José's hartje aan een ketting.

- a Bereken hoe lang de metalen rand moet worden in mm nauwkeurig.

Je kunt ook een hartje maken door twee halve cirkels op één zijde van een gelijkzijdige driehoek met zijden van 4 cm te zetten.

- b Heb je dan meer of minder metalen rand nodig?

★ **Opgave 4.7: De Olympische ringen als hanger**

Je kent het symbool voor de Olympische Spelen wel.

Je wilt zo'n hanger maken van cirkels met een buitenomtrek van 4 cm en een dikte van 1 mm.

Hoe breed en hoe hoog wordt dan je totale hanger?



Figuur 4.8

## 1.5 Oppervlakte cirkel

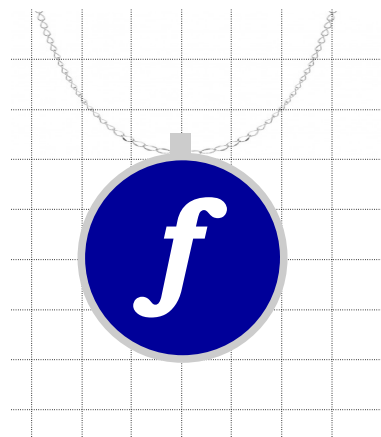
### Inleiding

Als je een gulden in een hangertje verwerkt, hoef je niet te berekenen hoeveel kunststof materiaal je nodig hebt, er moeten gewoon guldens in. Maar het lijkt Marie-José ook leuk om hangertjes te maken die wel rond zijn als een munt, maar alleen een guldenteken  $f$  bevatten. Of een ander muntteken zoals € (euro), £ (Britse pond), \$ (dollar), ₰ (roebel), ¥ (yen), ...

Het klassieke guldenteken is de  $f$  van het Oudhollandse 'flo-rijn'.

Marie-José maakt zo het ontwerp hiernaast.

Maar hoeveel materiaal heeft ze nu nodig als de cirkel een diameter van 4 cm moet hebben?



Figuur 5.1

### Je leert in dit onderwerp

- de oppervlakte van een cirkel berekenen vanuit de diameter of straal en andersom;

### Voorkennis

- de oppervlakte van roosterfiguren bepalen;
- de oppervlakte van rechthoeken, driehoeken en vierhoeken berekenen;
- de omtrek van een cirkel en een cirkelsector berekenen vanuit de diameter of straal en andersom;
- werken met coördinaten.

**Dit materiaal is nog in ontwikkeling.**

**Heeft u leuke ideeën voor dit onderwerp neem dan contact op met Math4all via [info@math4all.nl](mailto:info@math4all.nl). We kunnen dan wellicht samen aan de slag.**

## Theorie

### Om te onthouden

Voor de **oppervlakte van een cirkel** met straal  $r$  geldt:

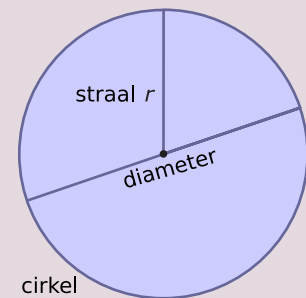
$$\text{oppervlakte (cirkel)} = \pi \cdot r^2$$

waarin  $\pi = 3,14159265\dots$

$\pi$  heeft oneindig veel decimalen zonder enige regelmaat.

Omdat de diameter ( $d$ ) altijd twee keer de straal ( $r$ ) is, kun je de formule ook schrijven als:

$$\text{oppervlakte (cirkel)} = \frac{1}{4} \cdot \pi \cdot d^2$$



**Figuur 5.2**



## Verwerken

### ★ Opgave 5.1

Je ziet het Chinese Yin en Yang symbool. De figuur bestaat uit (halve) cirkels. De grote cirkel heeft een diameter van 20 cm, de halve cirkels zijn even groot en de kleinste cirkels hebben een diameter van 4 cm. De dikte van de rand mag je verwaarlozen.

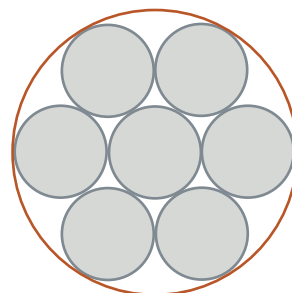
Bereken de oppervlakte van het zwarte gedeelte in  $\text{cm}^2$  nauwkeurig.



Figuur 5.3

### ★ Opgave 5.2

Dit is het bovenaanzicht van zeven gelijke balletjes die precies binnen een grote cirkelvormige doos passen. Elk balletje heeft een diameter van 20 cm. Bereken de oppervlakte van de lege ruimte die overblijft in dit bovenaanzicht. Geef je antwoord in hele  $\text{mm}^2$ .



Figuur 5.4

### ★ Opgave 5.3

Een cirkel heeft een oppervlakte van  $400 \text{ m}^2$ .

Bereken de omtrek van deze cirkel in meters nauwkeurig.

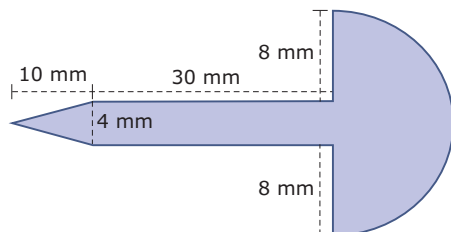
### ★ Opgave 5.4

Van een halve cirkel is de totale omtrek 400 m.

Bereken de oppervlakte van deze cirkel in  $\text{m}^2$  nauwkeurig.

### ★ Opgave 5.5

Dit is een dwarsdoorsnede van een spijker. De kop is precies een halve bol. De rest van de spijker is lijnsymmetrisch.

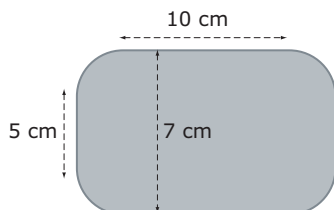


Figuur 5.5

Bereken de oppervlakte van de dwarsdoorsnede in  $\text{mm}^2$  nauwkeurig.

★ **Opgave 5.6**

Je ziet een blik sardines. In het bovenaanzicht zijn de afmetingen getekend. De afgeronde hoeken zijn kwartcirkels.



**Figuur 5.7**

Bereken de oppervlakte van de bovenkant van zo'n sardineblik in  $\text{cm}^2$ . Rond af op twee decimalen.

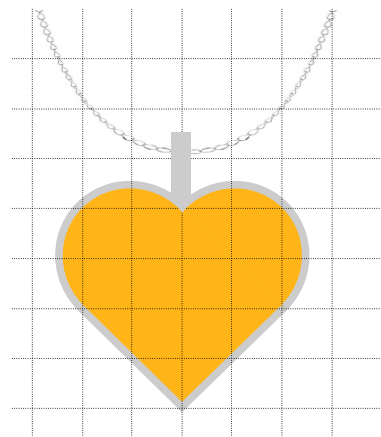
**Toepassen**

Marie-José heeft met behulp van cirkels ook een hartje als hangertje ontworpen.

Dit ontwerp bestaat uit twee halve cirkels op de zijden van een vierkant.

De zijden van dit vierkant hebben een lengte van 2,8 cm.

Hoeveel  $\text{mm}^2$  kunststof is er voor nodig?



**Figuur 5.8**

★ **Opgave 5.7: Hartje aan een ketting**

Bekijk Marie-José's hartje aan een ketting.

- a Bereken hoe groot de oppervlakte moet worden in  $\text{mm}^2$  nauwkeurig.

Je kunt ook een hartje maken door twee halve cirkels op één zijde van een gelijkzijdige driehoek met zijden van 4 cm te zetten.

- b Heb je dan meer of minder kunststof nodig?

★★ **Opgave 5.8: De Ghanese Cedi**

Aicha, de vriendin van Marie-José, heeft ouders die van oorsprong uit Ghana komen.

In dat land is de Ghanese Cedi de munteenheid. Aicha wil het teken voor die munteenheid op een cirkelvormige hanger met oppervlakte van  $6 \text{ cm}^2$ , want zij is op zesjarige leeftijd uit Ghana naar Nederland gekomen.

- a Bereken de diameter van haar hanger. Rond af op gehele mm.
- b Het muntteken is driekwart van een cirkel met daardoor een verticale streep.

Die cirkel heeft een half zo grote diameter als die van de hanger. Hoe lang is die driekwart cirkel?



Figuur 5.9

## 1.6 Totaalbeeld

### Samenvatten

### Begrippenlijst

- oppervlakteformule
- oppervlakte driehoek — basis en hoogte
- oppervlakte vierhoek — oppervlakte parallellogram, vlieger, trapezium
- straal en diameter van een cirkel — omtrekformule cirkel
- oppervlakteformule cirkel

### Activiteitenlijst

- omtrek en vooral oppervlakte bepalen vanuit (halve) rechthoeken
- een formule voor de oppervlakte van een driehoek afleiden en gebruiken
- (formules voor) de oppervlakte van enkele bijzondere vierhoeken afleiden en gebruiken
- de omtrek van een cirkel berekenen vanuit de diameter — de omtrekformule van een cirkel — de diameter van een cirkel berekenen vanuit de oppervlakte
- de oppervlakte van een cirkel berekenen vanuit de straal — de oppervlakteformule van een cirkel — de straal van een cirkel berekenen vanuit de oppervlakte

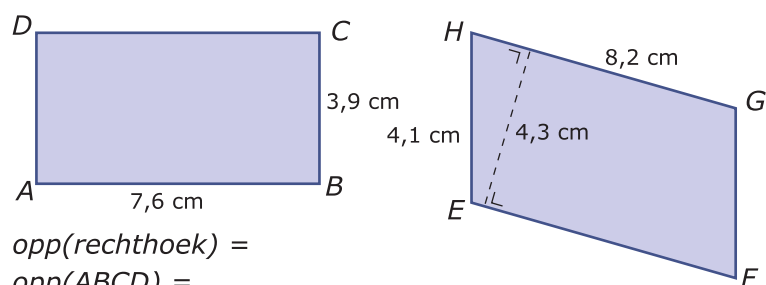
### Opgave 6.1

Veel figuren kun je verdelen in rechthoeken en halve rechthoeken. Of je kunt er een rechthoek omheen tekenen waarvan je rechthoeken en halve rechthoeken af moet trekken om de figuur te krijgen.

- Hoe bereken je van zo'n figuur de oppervlakte? Teken zelf een voorbeeld!
- Kun je van zo'n figuur ook altijd de exacte omtrek vaststellen? Wanneer kan dat wel?

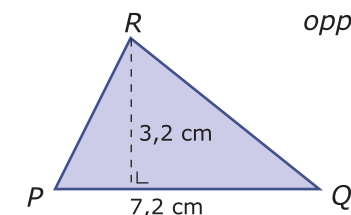
### Opgave 6.2

Je ziet hier twee bijzondere vierhoeken en een driehoek.



$$\text{opp}(\text{rechthoek}) =$$
$$\text{opp}(ABCD) =$$

$$\text{opp}(\text{parallellogram}) =$$
$$\text{opp}(EFGH) =$$



$$\text{opp}(\text{driehoek}) =$$
$$\text{opp}(PQR) =$$

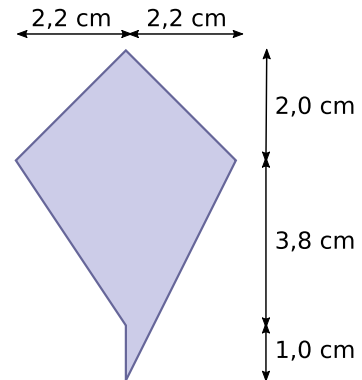
Figuur 6.1

Schrijf bij elke figuur de juiste oppervlakteformule. Bereken vervolgens die oppervlakte.

### Opgave 6.3

Bekijk de figuur hiernaast.

- a Bereken de oppervlakte van deze figuur.
- b Bereken de omtrek van deze figuur in mm nauwkeurig.



Figuur 6.2

### Opgave 6.4

Een cirkel heeft een straal 6 cm.

- a Bereken de omtrek van deze cirkel in mm nauwkeurig. Laat zien hoe je daarbij de formule voor de omtrek van een cirkel gebruikt.
- b Bereken de oppervlakte van deze cirkel in  $\text{mm}^2$  nauwkeurig. Laat zien hoe je daarbij de formule voor de oppervlakte van een cirkel gebruikt.

### Opgave 6.5

Een cirkel heeft middelpunt  $M$  en straal  $r$  cm.

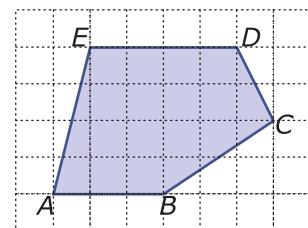
- a De omtrek van deze cirkel is 100 cm. Laat zien, hoe je de diameter  $d = 2r$  berekent in mm nauwkeurig.
- b De oppervlakte van een andere cirkel is  $100 \text{ cm}^2$ . Laat zien, hoe je de diameter  $d = 2r$  berekent in mm nauwkeurig.

## Testen

### ★ Opgave 6.6

Bekijk de figuur. Elk roosterhokje is 5 mm bij 5 mm.

- a Teken zelf deze figuur op zo'n rooster en bepaal de omtrek van deze figuur in millimeters nauwkeurig.
- b Bereken de oppervlakte van deze figuur in  $\text{cm}^2$ .

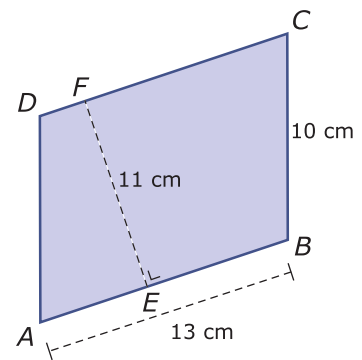


Figuur 6.3

### Opgave 6.7

Je ziet het parallellogram  $ABCD$ .

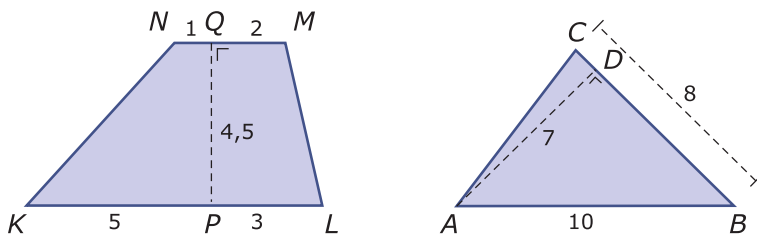
- Bereken de oppervlakte van dit parallellogram.
- Bereken de omtrek van dit parallellogram.



Figuur 6.4

### Opgave 6.8

Je ziet een trapezium en een driehoek.

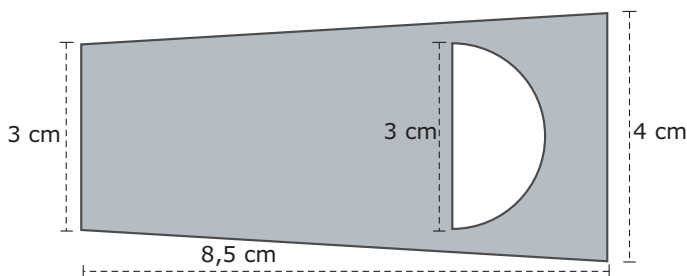


Figuur 6.5

- Bereken de oppervlakte van trapezium  $KLMN$ .
- Bereken de oppervlakte van  $\triangle ABC$ .

### ★ Opgave 6.9

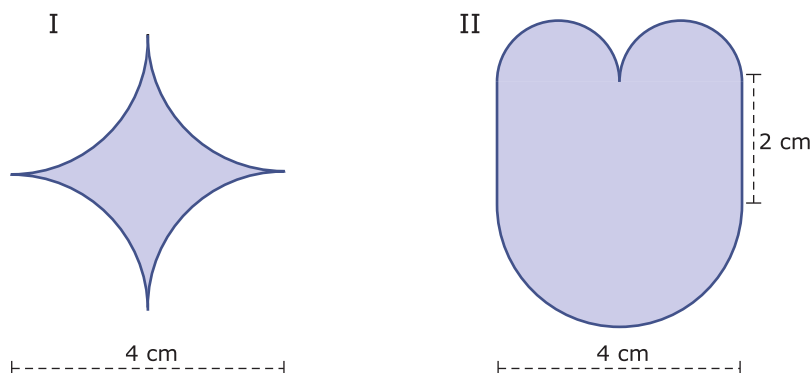
Je ziet hier een flesopener van roestvast staal.  
Bereken de oppervlakte van het staal in  $\text{mm}^2$  nauwkeurig.



Figuur 6.6

### ★ Opgave 6.10

Deze twee figuren bestaan uit kwart cirkels, halve cirkels en evenwijdige lijnstukken.



**Figuur 6.7**

- Bereken de omtrek van figuur I in centimeters. Rond af op één decimaal nauwkeurig.
- Bereken de omtrek van figuur II in centimeters. Rond af op één decimaal nauwkeurig.
- Bereken de oppervlakte van figuur I in  $\text{cm}^2$ . Rond af op één decimaal nauwkeurig.
- Bereken de oppervlakte van figuur II in  $\text{cm}^2$ . Rond af op één decimaal nauwkeurig.

★ **Opgave 6.11**

De euro is een cirkelvormige munt met een diameter van 23,25 mm en een dikte van 2,33 mm. Hij bestaat van boven gezien uit een nikkelkleurig cirkelgebied met een koperkleurige ring eromheen. Neem aan dat beide gebieden een even grote oppervlakte hebben. Houd geen rekening met de oneffenheden op de buitenkant van de munt.

- Hoeveel millimeter is dan de diameter van het nikkelkleurige binnengebied in twee decimalen nauwkeurig?
- Klopt dit ongeveer met een werkelijke euromunt?

**Toepassen**

Je hebt gezien hoe Marie-José hangertjes ontwerpt door er nauwkeurige tekeningen van te maken en daarna uit te rekenen hoeveel materiaal (meestal kunststof) ze ervoor nodig heeft. Ook bepaalt ze de lengte van de metalen rand die om elk hangertje heen zit. Misschien lijkt je dit zelf ook wel een leuke uitdaging...

**Opgave 6.12: Eigen ontwerp hangertje**

Bekijk de ontwerpen voor de hangertjes van Marie-José nog maar eens. Ontwerp zelf een vergelijkbaar hangertje. Maak daarbij gebruik van de vlakke figuren die je in dit onderwerp voorbij hebt zien komen.

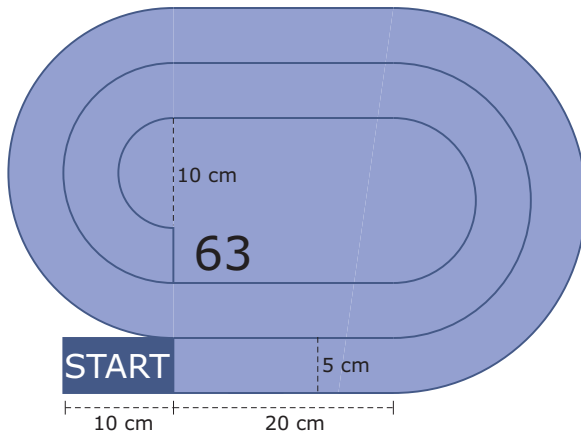
- Maak er een nauwkeurige tekening van met alle noodzakelijke afmetingen.
- Bereken de oppervlakte van het jouw hangertje.
- Bepaal in mm nauwkeurig de lengte van de noodzakelijke metalen rand van jouw hangertje.

**Opgave 6.13: Ganzenbord**

Het ganzenbordspel is al heel oud. Het speelveld is een rij vakjes begrensd door rechte lijnen en halve cirkels. Hieronder zie je een mogelijk speelveld, de vakjes 1 tot en met 62 zijn niet aangegeven. Je moet met je gans van 'START' naar vak 63 zien te komen. Alle vakjes die je passeert zijn even breed, namelijk 5 cm. Verdere afmetingen zie je in de figuur.



Figuur 6.8



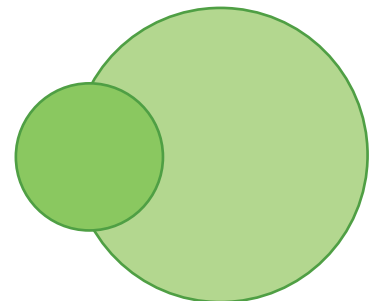
Figuur 6.9

- Stel je voor dat je telkens precies over het midden van de vakjes beweegt. Hoe lang is dan de route van 'START' naar de finish in vak 63?
- Bereken ook de oppervlakte van het speelveld (de vakken 1 tot en met 63).

### Opgave 6.14: Overlappende cirkels

In een vijver liggen twee ronde bladeren van een waterplant. Het éne blad heeft een diameter van 4 dm, het andere van 8 dm. Het kleine ligt met de helft van zijn oppervlakte op het grote blad.

Welk percentage van het grote blad wordt door het kleine blad bedekt?



Figuur 6.10



# Leerdoelentabel

In het  achter de opgave kun je aangeven hoe je de opgave hebt gemaakt:

✓ goed gemaakt — **S** wel begrepen maar een slordige fout gemaakt — **H** hulp nodig gehad — **G** samen met groepje goed gemaakt — **X** fout gemaakt en niet goed begrepen — **N** niet bekeken

<b>1</b>	<b>Formules voor rechthoeken</b>	★	★★	★★★
	Oppervlakte van een figuur bepalen door verdelen in rechthoeken en rechthoekige driehoeken of eerst omlijsten en dan rechthoeken of rechthoekige driehoeken weghalen.	1.1 <input type="checkbox"/> 1.2 <input type="checkbox"/> 1.5 <input type="checkbox"/> T6.6 <input type="checkbox"/> T6.10 <input type="checkbox"/>	1.4 <input type="checkbox"/>	
	Formules voor de oppervlakte van een (halve) rechthoek en een vierkant gebruiken.	1.1 <input type="checkbox"/> 1.2 <input type="checkbox"/> T6.6 <input type="checkbox"/> T6.10 <input type="checkbox"/>	1.4 <input type="checkbox"/>	
	Formules voor de omtrek van een rechthoek en een vierkant gebruiken.	1.5 <input type="checkbox"/> T6.9 <input type="checkbox"/>	1.4 <input type="checkbox"/>	
<b>2</b>	<b>Oppervlakte driehoek</b>	★	★★	★★★
	Een formule voor de oppervlakte van een driehoek afleiden en gebruiken.	2.2 <input type="checkbox"/> 2.3 <input type="checkbox"/> 2.4 <input type="checkbox"/>	2.5 <input type="checkbox"/>	
	De oppervlakte van driehoeken op een rooster berekenen.	2.4 <input type="checkbox"/>	2.5 <input type="checkbox"/>	
<b>3</b>	<b>Oppervlakte vierhoeken</b>	★	★★	★★★
	Vierhoeken in bruikbare driehoeken verdelen om daarmee de oppervlakte te berekenen.	3.4 <input type="checkbox"/> 3.6 <input type="checkbox"/>		
	Oppervlakte van een parallellogram, een vlieger en een trapezium berekenen.	3.2 <input type="checkbox"/> 3.3 <input type="checkbox"/> 3.4 <input type="checkbox"/> 3.5 <input type="checkbox"/> 3.6 <input type="checkbox"/>		
<b>4</b>	<b>Omtrek cirkel</b>	★	★★	★★★
	Wat het getal pi is en hoe het is te benaderen met de rekenmachine.	T6.10 <input type="checkbox"/>		
	De omtrek van een cirkel berekenen vanuit de diameter of straal en andersom.	4.1 <input type="checkbox"/> 4.2 <input type="checkbox"/> 4.3 <input type="checkbox"/> 4.4 <input type="checkbox"/> 4.5 <input type="checkbox"/> 4.6 <input type="checkbox"/> 4.7 <input type="checkbox"/> 5.7 <input type="checkbox"/> T6.10 <input type="checkbox"/>		
<b>5</b>	<b>Oppervlakte cirkel</b>	★	★★	★★★
	De oppervlakte van een cirkel berekenen vanuit de straal en andersom.	5.1 <input type="checkbox"/> 5.2 <input type="checkbox"/> 5.3 <input type="checkbox"/> 5.4 <input type="checkbox"/> 5.6 <input type="checkbox"/> T6.10 <input type="checkbox"/> T6.11 <input type="checkbox"/>		

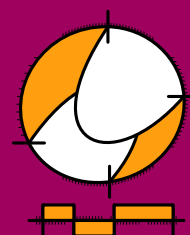
**Het lesmateriaal in deze reader is gebaseerd op het materiaal dat ook op de Math4All website staat.**

**De reader is gegenereerd met de Math4All maatwerkdienst. De inhoud en de volgorde van de onderwerpen in deze reader zijn gekozen door docenten van het ConTeXt College.**

**Stichting Math4All**

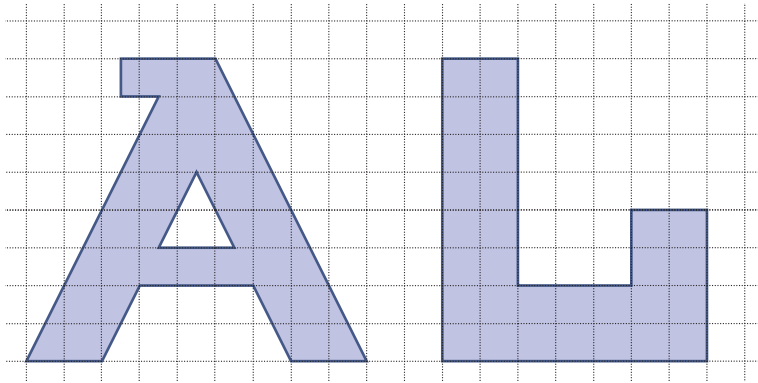


[www.math4all.nl](http://www.math4all.nl)



---

Werkblad bij Opgave 1.1 op pagina 8.



Werkblad bij Opgave 1.2 op pagina 8.

