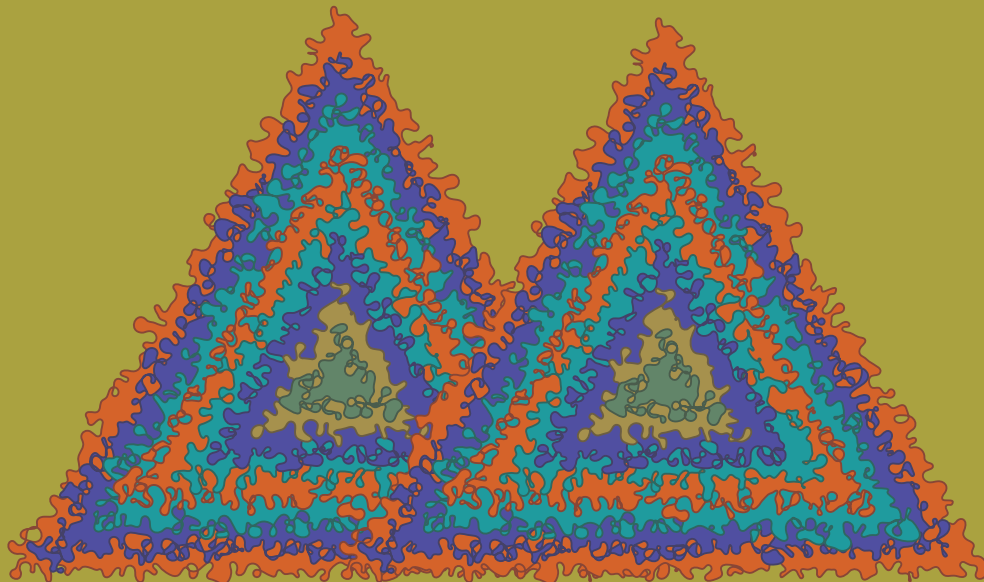


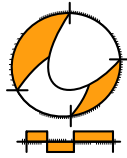
Wiskunde / PGA

2 VMBO / docentmateriaal

Verbanden

ConTeXt College





© 2024

Het auteursrecht op dit lesmateriaal berust bij Stichting Math4All. Math4All is derhalve de rechthebbende zoals bedoeld in de hieronder vermelde creative commons licentie.

Het lesmateriaal is met zorg samengesteld en getest. Stichting Math4All aanvaardt geen enkele aansprakelijkheid voor onjuistheden en/of onvolledigheden in de module. Ook aanvaardt Math4All geen enkele aansprakelijkheid voor enige schade, voortkomend uit (het gebruik van) dit lesmateriaal

Voor deze module geldt een Creative Commons Naamsvermelding Niet Commercieel 3.0 Nederland Licentie. (zie <http://creativecommons.org/licenses/by/3.0>).

Dit lesmateriaal is open, gratis en vrij toegankelijk lesmateriaal afkomstig van Stichting Math4All en is speciaal ontwikkeld voor het vak wiskunde in het voortgezet onderwijs. Het lesmateriaal op de website www.math4all.nl is afgestemd op kerndoelen wiskunde, tussendoelen wiskunde en eindtermen voor de vakken wiskunde A, B en C. Dit lesmateriaal is mediumneutraal ontwikkeld en op diverse manieren te bekijken en te gebruiken. Voor informatie en vragen kunt u contact opnemen via info@math4all.nl. Ook houden we ons altijd aanbevolen voor suggesties, verbeteringen en/of aanvullingen.

Voorwoord

Het lesmateriaal in dit katern is gebaseerd op het materiaal dat je kunt vinden op de Math4All website www.math4all.nl. In de tekst staan dan ook regelmatig verwijzingen naar die website. Waar je precies moet zijn op die website kun je zien in de kopregel van iedere pagina.

Ieder hoofdstuk bestaat uit een aantal paragrafen en wordt steeds afgesloten met een paragraaf *Totaalbeeld* waar de leerstof wordt samengevat en/of herhaald.

PGA

PGA staat voor 'probleemgestuurde aanpak'. Je begeleidt dan als docent de leerlingen die in kleine groepjes aan wiskundige problemen werken en op die manier een eigen theoretisch kader opstellen. Dit gebeurt voornamelijk op de wijze die wordt beschreven in het boek *Building Thinking Classrooms in Mathematics* van Peter Liljedahl. Dit boek is ook in het Nederlands beschikbaar. Het is verstandig om dit boek vooraf door te werken, maar je kunt ook beginnen met deze **beknopte handleiding**.

De PGA wordt ondersteund door verwerkings- en toepassingsopgaven waarmee de leerling kan nagaan of de stof wordt beheersd. Deze opgaven worden op drie niveaus aangeboden. De niveau aanduiding staat in de marge naast de opgave.

- ★ het basale niveau, dat iedereen zou moeten behalen
- ★ ★ een iets pittiger niveau, waarin iets meer uitdaging zit en die de leerling alleen hoeft te maken als er genoeg tijd voor is
- ★ ★ ★ een bijzondere toepassing of een echt pittige opgave die een leerling alleen maakt als de rest veel te gemakkelijk was

In de bijlage staat een "**Leerdoelentabel**" waarin staat aangegeven door welke opgave het specifieke leerdoel wordt afgedekt en op welk niveau dit gebeurt. Als je deze tabel aan de leerlingen uitreikt, kunnen ze hun eigen vorderingen bijhouden.

Opgaven uit de samenvattende paragraaf *Totaalbeeld* worden voorafgegaan door een T.

1

Verbanden

1.1	Verbanden en variabelen	6
1.2	Formules opstellen	13
1.3	Formules en grafieken	19
1.4	Letterformules	26
1.5	Vergelijkingen	32
1.6	Totaalbeeld	40

1.1 Verbanden en variabelen

Inleiding

Behzad woont nogal ver van school, maar gelukkig vlakbij een bushalte. Hij gaat daarom af en toe met de bus, hij gebruikt zijn OV-chipkaart. Hij zoekt op dat je voor een ritje met de bus een vast tarief van € 1,00 betaalt plus een bedrag per kilometer. Dat laatste bedrag verschilt per busonderneming, maar is vaak zo'n € 0,17 per kilometer. Maar er bestaan ook speciale abonnementen voor ritjes op een vast traject. Wat is voordeliger?



Figuur 1.1
bron: Wikipedia

Je leert in dit onderwerp

- afhankelijke en onafhankelijke variabelen onderscheiden;
- een verband in woorden beschrijven;
- een tabel en/of grafiek maken bij een verband in woorden.

Voorkennis

- je kunt een grafiek bij een tabel maken;
- je kunt rekenen met decimale getallen.

Voor de docent

Bij het onderdeel 'Verbanden en variabelen' gaat het om de begrippen 'variabele', 'afhankelijk', 'onafhankelijk' variabele en het herkennen ervan in een grafiek. Ook het omschrijven in woorden van verbanden tussen variabelen en het maken van bijpassende grafieken komt aan bod.

Wellicht zijn de leerlingen al meteen in staat om tot woordformules te komen. In dat geval kan het volgende onderdeel wellicht worden geschrapt.

Gewenste materialen:

- Maak desgewenst vooraf een kopie van het werkblad bij de tweede opdracht.
- Gebruik eventueel (één van) de grafieken bij de eerste twee opdrachten voor het laten maken van het theorieblok bij de derde opdracht.
- Schrijfmateriaal voor op de verticale werkvlakken en eventueel plakband om de informatiebladen op te hangen.

Opdracht 1.1

Ga je - net als Behzad - regelmatig met de bus? Dan is het nuttig als je iets weet van de kosten van het reizen met het OV (Openbaar Vervoer). Behzad heeft opgezocht dat het reizen via een OV-chipkaart met de bus een vast bedrag van € 1,00 kost plus per gereden kilometer € 0,17.

Behzad moet naar school 18 km met de bus. Hoeveel kost hem dat?

Schrijf in woorden op hoe je de *reiskosten* in euro berekent vanuit de *afstand* in km die je met de bus reist en maak er een tabel en een grafiek bij.



Figuur 1.2
bron: Wikipedia

Toelichting

Geef de opdracht mondeling.

De leerlingen hebben al geleerd hoe ze grafieken kunnen tekenen. Stel desgewenst vragen als “Welke twee grootheden (met eenheden) zijn er?”, “Welke grootheid hangt af van de andere? En wat betekent dit voor de grafiek?”, “Hoeveel nemen de *reiskosten* toe per uur?” en/of “Kun je nu beschrijven hoe je de reiskosten berekent afhankelijk van de afstand die je met de bus gaat?”.

Bekijk na afloop de verschillende werkvlakken en benoem de belangrijke termen ‘grootheid’, ‘eenheid’, ‘variabele/veranderlijke’, ‘afhankelijk/onafhankelijk’. Wellicht hebben sommige groepjes al mooie compacte formules gemaakt en andere niet. Bespreek dan de voordelen (b.v. erg overzichtelijk) en de nadelen (je moet wel onthouden wat alles betekent, welke eenheden erbij horen) van de compacte schrijfwijze. Misschien alvast ruimte geven voor aantekeningen?

Uitwerking

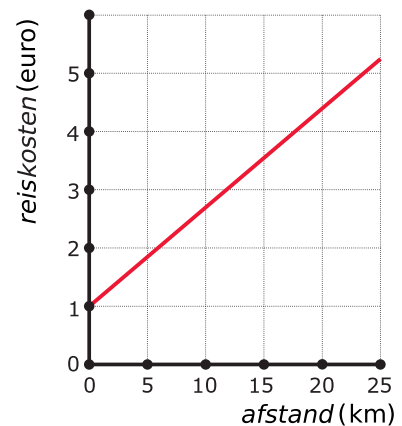
Vermenigvuldig steeds de *afstand* met 0,17.

Bij de uitkomsten tel je nog 1,00 op.

Je krijgt:

<i>afstand</i> (km)	0	5	10	15	20	25
<i>reiskosten</i> (euro)	1,00	1,85	2,70	3,55	4,40	5,25

Tabel 1.1



Figuur 1.3

Opdracht 1.2

Deze grafiek geeft het verband weer tussen twee grootheden waarvan de waarden kunnen variëren. Je spreekt van ‘variabelen’.

Beschrijf in woorden hoe de afhankelijk variabele *kaarslengte* afhangt van de onafhankelijk variabele *brandtijd* en welke eenheden erbij horen.



Figuur 1.4

Toelichting

Geef de opdracht mondeling. Kopieer de grafiek vooraf vanaf het **Werkblad** en deel dit uit.

De leerlingen zullen de gebruikte termen eerder hebben gehoord. Stel desgewenst vragen als “Welke twee variabelen zijn er?”, “Welke variabele hangt af van de andere? En wat betekent dit voor de grafiek?”, “Hoe kun je zien met hoeveel de *lengte* afneemt per uur?” en/of “Kun je nu beschrijven wat er gebeurt met de lengte van deze kaars?”.

Bekijk na afloop de verschillende werkvlakken en benoem de belangrijke termen nog eens. Wellicht hebben sommige groepjes al mooie compacte (woord)formules gemaakt en andere niet. Bespreek dan de voordelen (b.v. erg overzichtelijk) en de nadelen (je moet wel onthouden wat alles betekent, welke eenheden erbij horen) van de compacte schrijfwijze.

Uitwerking

Als je zo'n tabel maakt, zie je dat tijdens elk uur *brandtijd* de *lengte* twee centimeter korter wordt.

<i>brandtijd</i> (uur)	0	1	2	3
<i>lengte</i> (cm)	20	18	16	14

Tabel 1.2

In dit geval hangt de variabele *lengte* af van de variabele *brandtijd*. Daarom is *lengte* de afhankelijke variabele en *brandtijd* de onafhankelijke variabele. Bij de variabele *brandtijd* hoort de eenheid ‘uur’. Bij de variabele *lengte* hoort de eenheid ‘centimeter’.

Je kunt dit verband beschrijven in woorden: de *lengte* kun je berekenen door $2 \times \textit{brandtijd}$ af te trekken van 20.

Opdracht 1.3

Bekijk wat iedereen heeft gemaakt en heeft bedacht over het werken met variabelen, met verbanden tussen variabelen, met de bijbehorende omschrijvingen en grafieken. Maak een eigen overzicht van wat je hebt geleerd.

Toelichting

Loop samen met de leerlingen alle bedenksels na. Bevraag leerlingen of ze elkaars gedachtenspinsels kunnen toelichten. Samen zouden jullie naar een overzicht van de theorie moeten komen. Ieder schrijft het voor zichzelf op.

Het lijkt een goed idee om de grafiek van één van beide opdrachten te laten gebruiken om er de begrippen ‘grootheid’, ‘eenheid’, ‘afhankelijke variabele’ en ‘onafhankelijk variabele’ bij te zetten.

Uitwerking

Het theorieblok geeft het gewenste overzicht.

Theorie

Om te onthouden

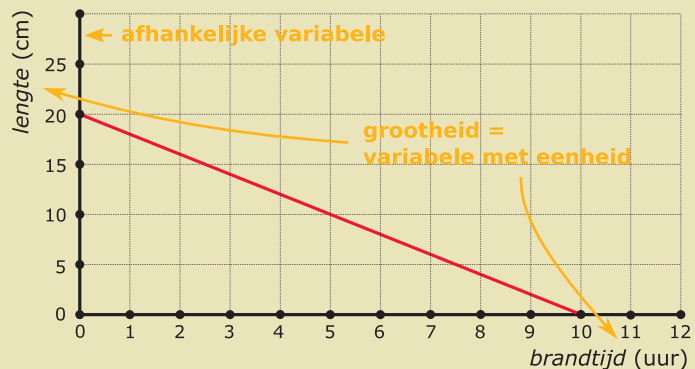
Soms is er een **verband** tussen twee **grootheden**.

De éne grootheid kan steeds andere waarden aannemen en van de andere kun je dan de waarde uitrekenen, het zijn **variabelen**. De grootheid waarvan je de waarde uitrekent is **afhankelijk** van de andere variabele.

Bij zo'n verband maak je vaak een tabel.

Bij die tabel past dan weer een grafiek.

Er kunnen daarbij verschillende schaalverdelingen op de twee assen worden gebruikt.



Figuur 1.5

Verwerken

★ Opgave 1.1

Anneke gaat in de zomervakantie tomaten plukken. Hoeveel ze verdient, hangt af van het aantal kistjes dat ze met geplukte tomaten vult.

<i>aantal kistjes</i>	2	4	6	8	10
<i>loon (euro)</i>	4,50	9,00	13,50	18,00	22,50

Tabel 1.3

- Tussen welke twee variabelen is er een verband? Welke eenheden worden er gebruikt?
- Hoeveel verdient Anneke per kistje?
- Hoe zou je het verband tussen het *loon* van Anneke en het *aantal kistjes* tomaten dat ze plukt, in woorden kunnen beschrijven?
- Anneke vult op een dag vijf kistjes met de door haar geplukte tomaten. Hoeveel verdient ze die dag?
- En hoeveel verdient ze als ze twaalf kistjes met tomaten vult?
- Bij dit verband zou je een grafiek kunnen tekenen. Is die grafiek stijgend of dalend? Is de grafiek een rechte lijn?

★ Opgave 1.2

Michiel houdt van lezen. Hij is begonnen in een boek van 120 bladzijden.

- Hoeveel dagen leest hij in dit boek als hij 10 bladzijden per dag leest?
- En hoeveel dagen als hij 12 bladzijden per dag leest?
- Tussen welke twee variabelen bestaat er dus een verband?
- Maak een tabel bij dit verband.
- Teken een grafiek bij dit verband. Waarom is die grafiek geen rechte lijn?

★ Opgave 1.3

Bij een taxibedrijf hangt de prijs van een rit alleen af van het aantal kilometers dat een klant meerijdt.

<i>ritlengte (km)</i>	4	5	6	7	8	9	10
<i>ritprijs (euro)</i>	11	13	15	17	19	21	23

Tabel 1.4

- Hoeveel betaal je voor een rit van elf kilometer?
- Teken een grafiek bij dit verband.
- Hoe zou jij aan de klant uitleggen hoe de *ritprijs* berekend wordt?
- Vanaf hoeveel kilometer betaal je meer dan € 30,00?

★ **Opgave 1.4**

Bij een bedrijf kun je pennen met je naam erop bestellen. Hoeveel zo'n pen kost, hangt af van het aantal pennen dat je bestelt.

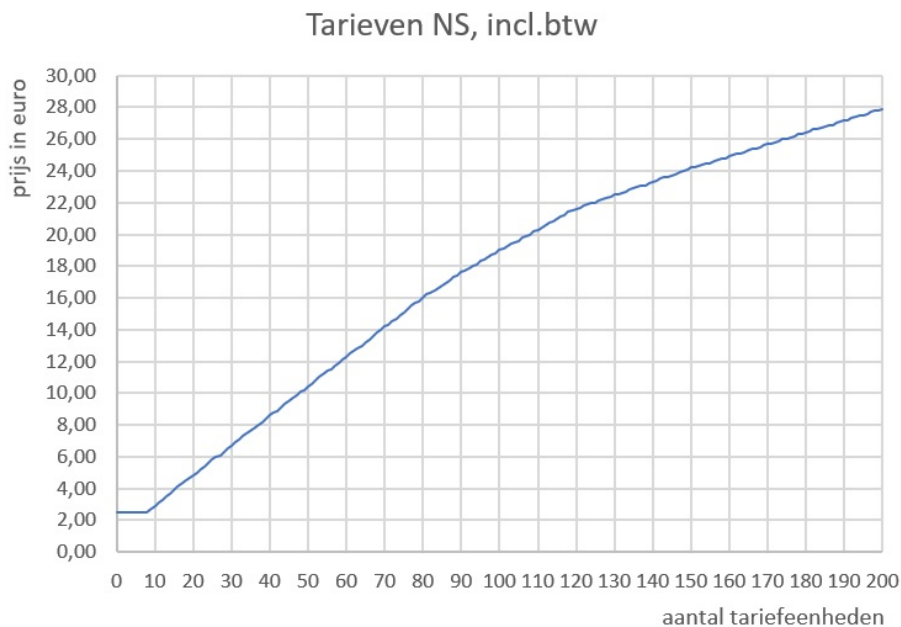
<i>aantal pennen</i>	100	200	400	600	800
<i>prijs per pen (euro)</i>	1,00	0,80	0,60	0,50	0,45

Tabel 1.5

- a Teken de grafiek bij het verband tussen de variabelen *aantal pennen* en *prijs per pen*.
- b Je bestelt honderd pennen. Hoeveel betaal je per pen? En hoeveel betaal je in totaal?
- c Maak nu zelf een tabel en een grafiek bij het verband tussen *aantal pennen* en *totale kosten*.
- d Het bedrijf beweert: "Hoe meer pennen u bestelt, hoe goedkoper u uit bent." Is deze uitspraak juist? Licht je antwoord toe.
- e Waarom is de grafiek van het verband tussen *aantal pennen* en *totale kosten* geen rechte lijn?

Toepassen

Hier zie je een grafiek van de tarieven van de NS (Nederlandse Spoorwegen) voor 2022. Er wordt een prijs gerekend voor het reizen van een bepaald aantal tariefeenheden. Zo'n tariefeenheid komt vaak (maar niet altijd) overeen met het aantal km, afgerond op een geheel getal. Dus een reis van 19,3 km betekent dat je 19 tariefeenheden reist en een reis van 19,5 km betekent dat je er 20 reist.



Figuur 1.6

Met deze figuur kun je nu de prijzen schatten. Echt berekenen is nog lastig...

**★ ★ Opgave 1.5: Kosten reis met NS (1)**

Bekijk het verhaal over de tarieven van de NS in **Toepassen**.

- a** Tussen welke twee variabelen geeft de grafiek het verband weer? Noem ook de eenheden.
- b** Hoeveel betaal je als je 19,6 km reist en het afgeronde aantal km overeenkomt het aantal tariefeenheden?
- c** Waarom loopt de grafiek de eerste 8 tariefeenheden horizontaal?
- d** De grafiek loopt als een trap met treden omhoog. Waarom is dat?

★ ★ ★ Opgave 1.6: Kosten reis met NS (2)

Bekijk nog eens het verhaal over de tarieven van de NS in **Toepassen**.

Vanaf 8 tariefeenheden wordt de prijs per tariefeenheid ongeveer met een vast bedrag hoger.

- a** Met welk bedrag ongeveer?
- b** Hoe zou je iemand hiermee de kosten voor een treinreis van 56 km voorrekenen?

1.2 Formules opstellen

Inleiding

Behzad woont nogal ver van school, maar gelukkig vlakbij een bushalte. Hij gaat daarom af en toe met de bus, hij gebruikt zijn OV-chipkaart. Hij zoekt op dat je voor een ritje met de bus een vast tarief van € 1,00 betaalt plus een bedrag per kilometer. Dat laatste bedrag verschilt per busonderneming, maar is vaak zo'n € 0,17 per kilometer.

Hoe kan hij aan zijn klasgenoten die ook met de bus willen uitleggen hoe je de reiskosten zelf kunt berekenen?



Figuur 2.1

Je leert in dit onderwerp

- een formule bij een verband opstellen;
- bij een gegeven invoerwaarde de waarde van de afhankelijke variabele berekenen met behulp van een formule.

Voorkennis

- het kunnen onderscheiden van de afhankelijke en de onafhankelijke variabele;
- een verband in woorden kunnen beschrijven met de informatie uit een tabel of een grafiek;
- een verband in woorden kunnen beschrijven.

Voor de docent

Bij het onderdeel 'Formules opstellen' gaat het om het begrip 'formule' als een verkorte schrijfwijze van een verband tussen variabelen. Dit onderdeel kan goed worden gekoppeld aan het eerste onderdeel, afhankelijk van hoe snel de leerlingen deze leerstof oppikken.

Gewenste materialen:

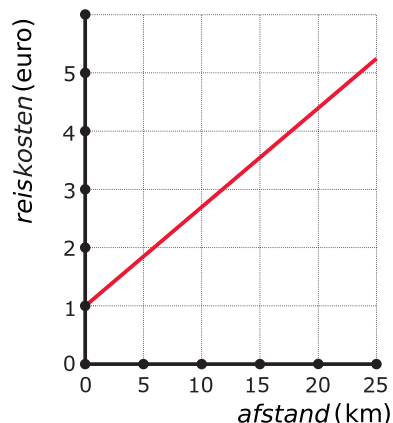
- Maak desgewenst vooraf een kopie van het werkblad bij de eerste en/of de tweede opdracht.
- Gebruik eventueel zo'n werkblad voor het laten maken van het theorieblok bij de vierde opdracht.
- Schrijfmateriaal voor op de verticale werkvlakken en eventueel plakband om de informatiebladen op te hangen.

Opdracht 2.1

Behzad heeft opgezocht dat het reizen via een OV-chipkaart met de bus een vast bedrag van € 1,00 kost plus per gereden kilometer € 0,17. Jullie hebben er deze grafiek bij gemaakt.

Deze grafiek geeft het verband weer tussen twee variabelen. Een 'formule' is een zo kort mogelijke beschrijving van dit verband.

Schrijf nu een formule op die bij deze grafiek past en bereken daarmee de reiskosten voor een rit van 32 km met de bus.



Figuur 2.2

Toelichting

Geef de opdracht mondeling. Kopieer eventueel de grafiek vooraf vanaf het **Werkblad** om te laten zien. Deze opdracht kan heel goed worden gekoppeld aan de eerste opdracht van het voorgaande onderdeel.

De uitdaging is het vinden van een zo kort mogelijke formule. Mogelijke hulpvragen: "Kun je (net als in het vorige onderdeel) het verband onder woorden brengen?", "Welke uitdrukkingen kun je daarna weglaten, inkorten, door rekensymbolen vervangen?".

Bekijk na afloop de verschillende werkvlakken en ga na welke groepjes al mooie compacte formules hebben gemaakt. Misschien hebben ze zelfs al letters gebruikt voor de variabelen. Bespreek de voordelen (b.v. erg overzichtelijk) en de nadelen (je moet wel onthouden wat alles betekent, welke eenheden erbij horen) van de compacte schrijfwijze. Benoem ook de term 'invoerwaarde'.

Uitwerking

In dit geval hangt de variabele *reiskosten* af van de variabele *afstand*.

Je kunt dit verband beschrijven met de woordformule: de *reiskosten* = $1 + 0,17 \times \text{afstand}$.

Voor *afstand* = 32 levert dit op: *reiskosten* = $1 + 0,17 \times 32 = 6,44$ euro.

Opdracht 2.2

Schrijf een mogelijke bij de grafiek passende formule op.

Bereken met die formule de lengte van de kaars na 8,5 uur.

Toelichting

Geef de opdracht mondeling. Kopieer de grafiek vooraf vanaf het **Werkblad** en deel dit uit. Deze opdracht kan heel goed worden gekoppeld aan de tweede opdracht van het voorgaande onderdeel.

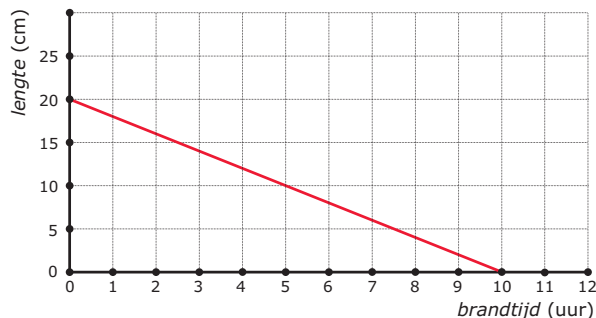
Benoem vooral ook het gebruiken van de formule bij berekeningen en nog eens de term 'invoerwaarde'.

Uitwerking

In dit geval hangt de variabele *lengte* af van de variabele *brandtijd*.

Je kunt dit verband beschrijven met de woordformule: de *lengte* = $20 - 2 \times \text{brandtijd}$.

Na 8,5 uur is *lengte* $20 - 2 \times 8,5 = 3$ cm.



Figuur 2.3

Opdracht 2.3

Bekijk wat iedereen heeft gemaakt en heeft bedacht over het opstellen en werken met formules.

Maak een eigen overzicht van wat je hebt geleerd.

Toelichting

Loop samen met de leerlingen alle bedenksels na. Bevraag leerlingen of ze elkaars gedachtenspinsels kunnen toelichten. Samen zouden jullie naar een overzicht van de theorie moeten komen. Ieder schrijft het voor zichzelf op.

Het lijkt nu een goed idee om de grafiek van één van de opdrachten te laten gebruiken om er de begrippen 'variabele', 'eenheid' en de bijpassende formule bij te zetten. En dan goed aan te geven welke variabele de afhankelijk variabele is, zowel in de grafiek als in de formule. Wellicht kan dit worden gekoppeld aan het voorgaande onderdeel.

Uitwerking

Het theorieblok geeft het gewenste overzicht.

Theorie

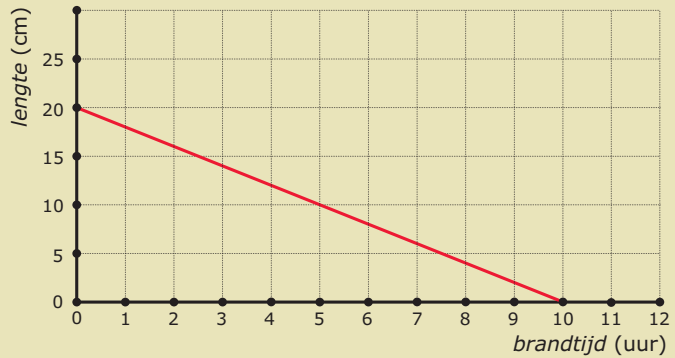
Om te onthouden

Soms is er een **verband** tussen twee **grootheden**.

Vaak kun je door een bepaalde berekening de afhankelijk variabele uitrekenen als je voor de andere een **invoerwaarde** kiest. Zo'n berekening kun je kort weergeven, zoals voor het opbranden van een cilindervormige kaars:

$$\text{ lengte} = 20 - \text{brandtijd} \times 2.$$

Zo'n verkorte weergave van een berekening noem je een **formule**. In dit geval zijn de twee variabelen: *brandtijd* (in uur) en *lengte* (in cm).



Figuur 2.4

Verwerken

★ Opgave 2.1

Voor het gebruik van water in een woonhuis betaal je jaarlijks een vast bedrag (vastrecht) en een bedrag voor het aantal m^3 (kubieke meter) water dat je hebt verbruikt (een m^3 is 1000 liter). PWN Waterleidingbedrijf Noord-Holland hanteerde in 2014 de volgende tarieven:

- vastrecht: € 50,70 per jaar
- kosten per m^3 : € 1,31

- a Tussen welke twee variabelen is er een verband? Welke eenheden worden gebruikt?
- b Welke formule kun je opstellen bij dit verband voor het watergebruik per jaar?

★ Opgave 2.2

De oppervlakte van een rechthoek is 750 cm^2 .

- a Bereken de lengte van deze rechthoek als de breedte 15 cm is.
- b Hoe breed is de rechthoek als de lengte 150 cm is?
- c Geef een formule die het verband tussen *lengte* en *breedte* van deze rechthoek weergeeft.

★ Opgave 2.3

In een recreatiegebied zijn twee skeelerverhuurbedrijven actief. Ze hebben verschillende tarieven. Je betaalt bij beide bedrijven een vast bedrag voor onder andere een kaart van de omgeving. Daarbovenop betaal je een bedrag voor elk uur dat je de skeelers huurt.

- Skeelerverhuurbedrijf A: de vaste kosten zijn € 3,00 en de prijs per uur is € 2,50.
- Skeelerverhuurbedrijf B: de vaste kosten zijn € 1,50 en de prijs per uur is € 3,00.

- a Tussen welke twee variabelen is er een verband?
- b Maak voor beide skeelerverhuurbedrijven een formule voor de *prijs* afhankelijk van het *aantal uur skeelers*.
- c Welk van beide bedrijven is goedkoper als je voor 8 uur een paar skeelers wilt huren?

★ Opgave 2.4

Evert spaart voor een computerspelletje. In de tabel zie je hoeveel geld hij gespaard heeft.

<i>week</i>	0	1	2	3	4	5	6	7	8
<i>spaargeld (euro)</i>	20	23	26	29	32	35	38	41	44

Tabel 2.1

- a Er is een verband tussen het aantal weken dat Evert spaart en de hoeveelheid geld die hij in zijn spaarpot heeft. Beschrijf dit verband in woorden.
- b Geef een formule voor het verband tussen het *aantal weken* dat Evert spaart, en zijn *hoeveelheid spaargeld*.
- c Hoeveel spaargeld heeft Evert als hij zo een jaar spaart?

★★

Opgave 2.5

In de krant staan twee advertenties voor de aankoop van parket:

adres? Bel 0900 432516 SuperParket De grootste en goedkoopste Alle parket NU € 75 per m² Vakantieplannen?	De beste en de snelste wijze van vervoeren. Bel: 0124 - 500500 Woonwinkel voor alle woonwensen NIEUW: prima parket voor € 80,- per m² En bij inlevering van deze advertentie nog eens € 100,- korting.
--	--

Figuur 2.5

- Tussen welke variabelen is in de advertenties van SuperParket en Woonwinkel een verband?
- Met welke formule kun je de prijs voor parket bij SuperParket uitrekenen?
- Geef ook een passende formule voor het parket van Woonwinkel. Ga ervan uit dat je de advertentie inlevert.
- Bij welk van beide aanbieders van parket ben je goedkoper uit als je 24 m² parket nodig hebt?

Toepassen

Behzad ziet dat er in de tarieven van de NS (Nederlandse Spoorwegen) voor 2022 geen voortdurende regelmaat zit.

Het maken van een formule ervoor is daarom niet goed mogelijk.

Maar Behzad ziet dat een kaartje voor een rit van 104 km hem € 19,50 kost en hij weet ook dat je op korte

afstanden altijd € 2,50 voor een treinkaartje betaalt. Hiermee berekent hij dat reizen met de trein ongeveer € 0,163 per km kost plus een vast bedrag van € 2,50.



Figuur 2.6

★★

Opgave 2.6: Kosten treinreis schatten

Bekijk hoe Behzad de kosten van het reizen met de NS schat.

- Reken na, dat de prijs van € 19,50 voor een rit van 104 km ongeveer klopt.
- Omdat bij de NS de eerste 8 km steeds hetzelfde bedrag van € 2,50 kost, klopt zijn berekening zeker aan het begin niet. Krijgt hij dan te hoge of te lage uitkomsten?
- Welke formule kun je opstellen voor Behzad's berekening?
- Hoeveel zou je volgens deze formule kwijt zijn voor een treinreis van 50 km?
Voor langere treinreizen blijkt Behzad's formule niet meer te kloppen.
Bijvoorbeeld betaal je in 2022 voor een rit van 150 km een bedrag van € 24,20
- Hoeveel zou je volgens Behzad's formule kwijt zijn voor een treinreis van 150 km?
- Kun je verklaren waarom Behzad bij afstanden boven de 105 km te hoge bedragen krijgt?

1.3 Formules en grafieken

Inleiding

De bus waar Behzad regelmatig mee naar school reist, is een elektrische bus.

Zo'n bus heeft een grote accu aan boord waarin de elektrische energie zit opgeslagen. De hoeveelheid energie druk je uit in kWh (kiloWattuur). In zo'n accu kan wel 170 kWh energie zitten. En de bus verbruikt ongeveer 2 kWh per gereden km.

Hoe ziet het verloop van de energievoorraad van zo'n bus er in een grafiek uit?



Figuur 3.1

Je leert in dit onderwerp

- een grafiek maken bij een formule.

Voorkennis

- een formule gebruiken om waarden te berekenen van de afhankelijk variabele als die

Voor de docent

Bij het onderdeel 'Formules en grafieken' gaat het om het 'substitueren' van waarden voor de afhankelijk variabele, de 'invoervariabele' ten einde een tabel en een grafiek te kunnen maken bij een formule.

Gewenste materialen:

- Roosterpapier om grafieken op te maken. Desgewenst kan hierbij het werken met een spreadsheet worden ingezet, zie het [Practicum](#).
- Schrijfmateriaal voor op de verticale werkvlakken.

Opdracht 3.1

In een elektrische bus zit een grote accu waarin de energie zit opgeslagen. De hoeveelheid energie druk je uit in kWh (kiloWattuur). In zo'n accu kan wel 170 kWh energie zitten. En de bus verbruikt ongeveer 2 kWh per gereden km.

De *energievoorraad* (in kWh) van zo'n bus hangt dus af van de gereden *afstand* (in km).

Stel een bijpassende formule op en maak daar een geschikte tabel en grafiek bij.



Figuur 3.2

Toelichting

Geef de opdracht mondeling, zet de gegevens desgewenst op je eigen bord.

Mogelijke hulpvragen: “Hoe kun je de beschrijving van de berekening van de energievoorraad korter schrijven?”, “Hoe bereken je met je formule de waarde van de afhankelijk variabele bij een gekozen invoerwaarde?”, “Heb je al een tabel met mogelijke invoerwaarden gemaakt?” en “Hoe maak je een geschikte grafiek vanuit de tabel?”. Laat de termen ‘invoervariabele’ (voor de onafhankelijk variabele) en eventueel de term ‘uitvoervariabele/uitkomst’ (voor de afhankelijk variabele) vallen.

Desgewenst kan hierbij het werken met een spreadsheet worden ingezet, zie het **Practicum**.

Uitwerking

Formule: $energievoorraad = 170 - afstand \times 2$.

Maak een tabel met afstanden van 0, 10, 20, 30, 40, 50, 60, 70 en 80 en eronder de bijbehorende energievoorraad in kWh. De afstanden komen in de grafiek op de horizontale as, de energievoorraad op de verticale as. Met de gegevens uit de tabel kan de grafiek getekend worden.

Opdracht 3.2

Je brengt eens per week huis-aan-huisfolders rond. Je krijgt daarvoor een vast bedrag van € 6,00 per week (een fietsvergoeding). Bovendien krijg je € 0,05 per folder.

Maak hierbij een formule en een grafiek van *weekloon* afhankelijk van *aantal folders*.

Bij welk aantal folders verdienen je meer dan 30 euro in de week?

Toelichting

Geef de opdracht mondeling.

Mogelijke hulpvragen: “Kun je een formule maken?”, “Kun je een tabel maken?”, “Helpt een grafiek?”.

Na afloop de verschillende uitwerkingen bij langs lopen. Desgewenst kan hierbij het werken met een spreadsheet worden ingezet, zie het **Practicum**.

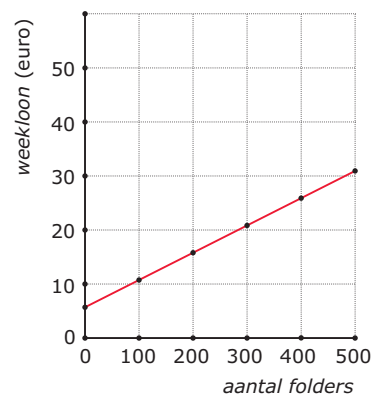
Uitwerking

Voor je weekloon geldt de formule:

$$weekloon = 6,00 + aantal\ folders \times 0,05$$

<i>aantal folders</i>	0	100	200	300
<i>weekloon (euro)</i>	6	11	16	21

Tabel 3.1



Figuur 3.3

Omdat *weekloon* afhangt van het aantal folders komt *aantal folders* op de horizontale as. Bij meer dan 480 folders verdienen je meer dan 30 euro per week.



Opdracht 3.3

Bekijk wat iedereen heeft gemaakt en heeft bedacht over het werken met formules. Maak een eigen overzicht van wat je hebt geleerd.

Toelichting

Loop samen met de leerlingen alle bedenksels na. Bevraag leerlingen of ze elkaars gedachtenspinsels kunnen toelichten. Samen zouden jullie naar een overzicht van de theorie moeten komen. Ieder schrijft het voor zichzelf op.

Neem een verhaaltje, tabel, grafiek en laat zien hoe je daar een formule bij maakt (variabelen herkennen en benoemen, rekenstappen herkennen, (woord)formule maken). Zet bij de formule, de tabel en de grafiek de termen 'invoervariabele' en 'invoerwaarden' en 'afhankelijk variabele'. Laat er ook een voorbeeldberekening bij zetten.

Uitwerking

Het theorieblok geeft het gewenste overzicht.



Theorie

Om te onthouden

In de formule

$$\text{lengte} = 20 - \text{brandtijd} \times 2$$

is *lengte* afhankelijk van *brandtijd*.

Je kunt met deze formule de *lengte* (uitkomst) uitrekenen, voor verschillende invoerwaarden van de *brandtijd*.

Als je opeenvolgende waarden van de *brandtijd* in de formule invult, kun je een **tabel** maken. En daarbij past dan weer een **grafiek** met de *brandtijd* op de horizontale as.



Figuur 3.4

Verwerken

★ Opgave 3.1

Een auto rijdt met één kWh (kiloWattuur) energie vijftien kilometer.

- Welke formule hoort bij het verband tussen *hoeveelheid energie* en *afstand* in km?
- Neem de tabel over en vul verder in.

<i>hoeveelheid energie</i> (kWh)	0	10	20	30	40	50
<i>afstand</i> (km)	0					

Tabel 3.2

- Teken de grafiek bij dit verband.
- Waarom is de grafiek een rechte lijn?

★ Opgave 3.2

Van een rechthoek is de oppervlakte 600 cm^2 . Voor het verband tussen *lengte* en *breedte* van deze rechthoek geldt: $\text{lengte} \times \text{breedte} = 600$.

- Maak een tabel bij deze formule. Neem voor *breedte* de waarden 10, 20, 30, 40, 50, 60 en 100.
- Teken een grafiek bij deze formule.
- Waarom is deze grafiek geen rechte lijn?

★ Opgave 3.3

Een restaurant heeft nieuwe borden nodig. Deze borden kun je bij twee bedrijven kopen. Bij beide bedrijven betaal je naast de prijs per bord ook een bedrag aan bezorgkosten.

- bedrijf A: de bezorgkosten zijn € 1,95 en de prijs per bord is € 1,80.
- bedrijf B: de bezorgkosten zijn € 7,50 en de prijs per bord is € 1,55.

- Maak voor beide bedrijven een formule voor de *totale kosten* afhankelijk van het *aantal borden*.
- Teken bij beide bedrijven de bijbehorende grafiek (maak hiervoor eerst een tabel).
- Hebben beide grafieken een snijpunt? Wat betekent dit snijpunt?

★ Opgave 3.4

Een docent berekent het cijfer voor een toets met de punten die een leerling heeft gescoord. De docent gebruikt de formule: $\text{cijfer} = \text{aantal punten}/4 + 1$.

- Welk cijfer krijg je als je 23 punten hebt gehaald?
- Waarom kun je voor deze toets maximaal 36 punten halen?
- Maak een tabel bij deze formule. Kies zelf geschikte waarden voor *aantal punten*.
- Maak een grafiek bij deze tabel.
- Waarom moet die grafiek eigenlijk uit losse punten bestaan? En uit hoeveel punten?

★★ **Opgave 3.5**

Er zijn meerdere methodes om de verwachte lengte op volwassen leeftijd te berekenen. Een van deze methodes is de methode van Tanner die uitgaat van de lengte van de ouders. Je krijgt deze formules waarin alle lengtes in cm zijn:

- $lengte\ jongen = (lengte\ moeder + lengte\ vader + 13)/2$
- $lengte\ meisje = (lengte\ moeder + lengte\ vader - 13)/2$

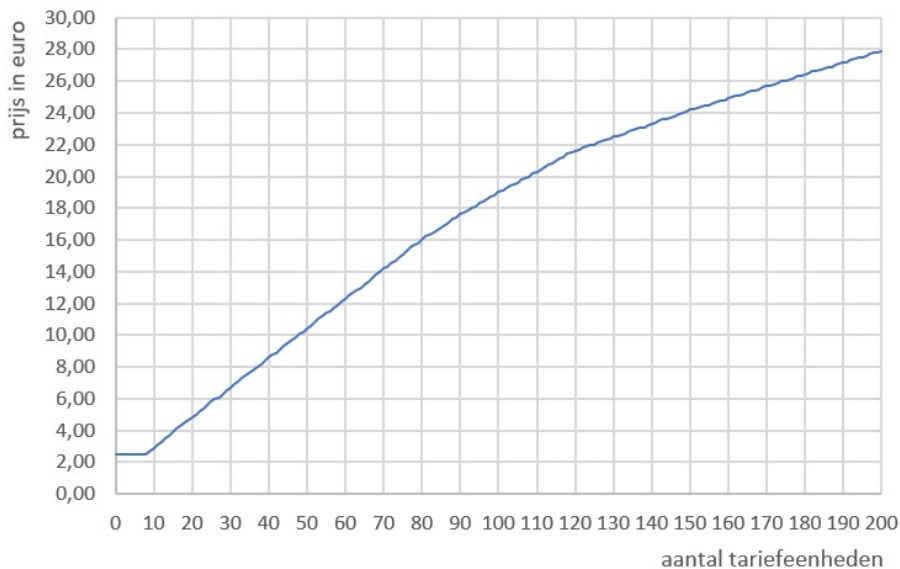
- a De moeder van Achmed is 1,64 meter lang en zijn vader is 1,81 meter lang. Hoe lang zal Achmed worden als hij volwassen is?
- b De moeder van Klasien is 1,76 meter lang en haar vader is 1,84 meter lang. Hoe lang zal Klasien worden?
- c Hoeveel lengteverschil zal er zijn tussen een broer en zus?

Toepassen

Hier zie je een grafiek van de tarieven van de NS (Nederlandse Spoorwegen) voor 2022. Er wordt een prijs gerekend voor het reizen van een bepaald aantal tariefeenheden. Zo'n tariefeenheid komt vaak (maar niet altijd) overeen met het aantal km, afgerond op een geheel getal. Dus een reis van 19,3 km betekent dat je 19 tariefeenheden reist en een reis van 19,5 km betekent dat je er 20 reist. Ga er vanuit dat het aantal tariefeenheden hetzelfde is als het afgeronde aantal km van de treinreis.

Behzad ziet dat een kaartje voor een rit van 104 km hem € 19,50 kost en hij weet ook dat je op korte afstanden altijd € 2,50 voor een treinkaartje betaalt. Hiermee berekent hij dat reizen met de trein ongeveer € 0,163 per km kost plus een vast bedrag van € 2,50.

Tarieven NS, incl.btw



Figuur 3.5

Je gaat nu Behzad's berekening vergelijken met de werkelijke grafiek.



Opgave 3.6: De formule met de grafiek vergelijken

Neem het verhaal in **Toepassen** even goed door. Gebruik de grafiek op het **werkblad**.

- a Schrijf eerst de formule die Behzad heeft bedacht op je werkblad.
- b Maak op je werkblad een tabel bij deze formule.
- c Teken de grafiek bij deze formule in hetzelfde assenstelsel als de grafiek van de NS.
- d Tot welke reisafstand klopt de formule van Behzad wel ongeveer?
- e Hoe groot is het verschil bij een reis van 200 km?

Practicum

Het maken van grafieken is vaak nogal tijdrovend. Computerprogramma's zoals MS-Excel, Open Office Calc en Google Sheets kunnen je daarbij helpen. Je noemt dergelijke programma's **rekenbladen** of **spreadsheets**.

Werk daartoe één van deze practica door:

- **MS-Excel: Grafieken bij tabellen**
- **OO Calc: Grafieken bij tabellen**
- **Google Sheets: Grafieken bij tabellen**

Heb je echt nog nooit met zo'n rekenblad gewerkt, doe dan eerst één van deze practica:

- **MS-Excel: Tafels van vermenigvuldiging**
- **OO Calc: Tafels van vermenigvuldiging**
- **Google Sheets: Tafels van vermenigvuldiging**

1.4 Letterformules

Inleiding

Behzad heeft formules ontdekt, zoals $reiskosten = 1,00 + 0,17 \times afstand$.

Hij kan er mee rekenen, tabellen en grafieken bij maken.

Maar waarom van die lange woorden?

Als je nu gewoon onthoudt dat $reiskosten = R$ en $afstand = a$, dan kan alles toch veel korter?



Figuur 4.1

Je leert in dit onderwerp

- een woordformule omzetten in een letterformule (formules verkort noteren);
- de vermenigvuldigingspunt gebruiken in daarvoor geschikte situaties;
- de waarde van een afhankelijke variabele berekenen met behulp van een letterformule.

Voorkennis

- het werken met woordformules, tabellen en grafieken erbij maken.

Voor de docent

Bij het onderdeel 'Letterformules' gaat het om het gebruiken van maar één letter voor elk van de variabelen in een formule.

Gewenste materialen:

- Roosterpapier om grafieken op te maken voor de groepjes die op die manier willen werken. Desgewenst kan hierbij het werken met een spreadsheet worden ingezet.
- Schrijfmateriaal voor op de verticale werkvlakken.

Opdracht 4.1

In de wiskunde is het gebruikelijk om variabelen niet als woord, maar als één letter weer te geven. Nadeel is dan dat het keerteken \times dan op een x kan lijken. Daarom wordt daarvoor in formules een punt \cdot gebruikt.

Voor het vervoer per bus gebruikt Behzad de formule $reiskosten = 1,00 + 0,17 \times afstand$ (als je de OV-chipkaart gebruikt en geen speciale abonnementen hebt).

Schrijf een bijpassende zo kort mogelijke formule op. Schrijf er ook bij wat de letters in de formule betekenen.

Toelichting

Geef de opdracht mondeling. Schrijf eventueel de woordformule op je eigen werkplek op. Mogelijke hulpvragen: "Met welke variabelen heb je te maken?", "Welke letters kies je ervoor?", "Is het handig om bijvoorbeeld de beginletters van variabelen te kiezen? Waarom?", "Welke berekening moet je uitvoeren?"

Besprek na afloop de gemaakte afspraken, laat dit aantekenen.

Uitwerking

$$R = 1,00 + 0,17 \times a \text{ of } R = 1 + 0,17 \times a \text{ of } R = 1 + 0,17a$$

met

- a de reisafstand in km;
- R de reiskosten in euro.

Opdracht 4.2

Voor de lengte van een kaars die zojuist is aangestoken, geldt:

$$L = 40 - 2,5t$$

daarin is:

- L de lengte van de kaars in cm;
- t het aantal minuten na het aansteken op $t = 0$.

Het vermenigvuldigingsteken tussen 2,5 en t is weggelaten om de formule echt zo kort mogelijk te laten zijn.

1. Kun je altijd zomaar het vermenigvuldigingsteken weglaten?
2. Hoe lang is deze kaars na 5 uur branden?
3. Na hoeveel uur is deze kaars opgebrand?

Toelichting

Geef de opdracht mondeling en in drie stappen. Schrijf desgewenst de gegevens op je eigen werkplek.

Mogelijke hulpvragen bij de tweede vraag: “Van welke variabele weet je nu de waarde?”, “Kun je die waarde substitueren? Hoe gaat dat?” (goed om dit woord nog eens te laten vallen).

Mogelijke hulpvragen bij de derde vraag: (voor groepjes die willen terugredeneren) “Hoeveel cm moet er zijn opgebrand wil de kaars ‘op’ zijn?”, “Hoe reken je dan het aantal branduren uit?”, of (voor groepjes die geen idee hebben) “Kun je een tabel maken?”, “Helpt een grafiek?”.

Na afloop de verschillende uitwerkingen bij langs lopen. Desgewenst kan hierbij het werken met een spreadsheet opnieuw worden ingezet.

Uitwerking

Het vermenigvuldigingsteken kun je alleen weglaten als er geen misverstand door ontstaat. Dus niet bij het vermenigvuldigen van twee getallen met elkaar, maar wel bij vermenigvuldigingen van variabelen of van getallen met variabelen. (Maar dan moeten die variabelen wel door één letter worden aangegeven.

Na 5 uur branden is deze kaars $40 - 2,5 \cdot 5 = 40 - 12,5 = 27,5$ cm lang.

Je kunt op twee manieren bepalen na hoeveel uur de kaars op is:

Tabel en/of grafiek gebruiken. Dan zie je dat bij $t = 16$ geldt dat $L = 0$.

Redeneren: $40 - 2,5 \cdot t = 0$ betekent $2,5 \cdot t = 40$, dus $t = 40/2,5 = 16$ uur.

Opdracht 4.3

Bekijk wat iedereen heeft gemaakt en heeft bedacht over het gebruiken van lettervariabelen in formules.

Maak een eigen overzicht van wat je hebt geleerd.

— Toelichting —

Loop samen met de leerlingen alle bedenksels na. Bevraag leerlingen of ze elkaars gedachtenspingsels kunnen toelichten. Samen zouden jullie naar een overzicht van de theorie moeten komen. Ieder schrijft het voor zichzelf op.

— Uitwerking —

Het theorieblok geeft het gewenste overzicht.

Theorie

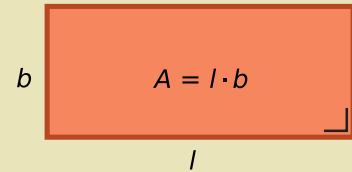
Om te onthouden

Formules wil je graag zo overzichtelijk mogelijk houden. Daarom worden variabelen als *lengte*, *breedte*, *tijd* en *kosten* aangegeven met maar één letter, vaak hun beginletter. Je moet wel goed van tevoren afspreken wat elke letter precies betekent en je daar dan ook nauwgezet aan houden.

In deze figuur zie je de formule $A = l \cdot b$, met:

- A de oppervlakte in cm^2
- l de lengte in cm
- b de breedte in cm

Voor vermenigvuldigen gebruik je in formules de **vermenigvuldigingspunt** \cdot in plaats van het kruisje. En als dat geen verwarring oplevert, laat je de vermenigvuldigingspunt gewoon weg.



Figuur 4.2

Verwerken

★ Opgave 4.1

Schrijf de volgende formules zo kort mogelijk.

- a $ritprijs = 4,50 + 1,25 \cdot \text{aantal klantkilometers}$
- b $lengte \times breedte = 800$
- c $lengte\ jongen = (lengte\ moeder + lengte\ vader + 13)/2$
- d $afstand = gemiddelde\ snelheid \times tijd$

★ Opgave 4.2

Een docent berekent het cijfer c voor een toets vanuit de punten p die een leerling heeft gescoord. De docent gebruikt deze formule: $c = \frac{p}{60} \cdot 9 + 1$.

- a Wat is je cijfer als je veertig punten hebt?
- b Waarom kun je voor deze toets maximaal zestig punten halen?
- c Maak een grafiek bij deze formule.
- d Lees in de grafiek af vanaf hoeveel punten je een 5,5 of hoger krijgt. Reken dat na met de formule.

★ Opgave 4.3

Voor het maken van een fotoboek met eigen digitale foto's betaal je € 5,95. Voor elke foto die je er in wilt zetten betaal je € 0,15 extra. Als x het aantal foto's is, wat zijn dan de kosten k ?

- a Maak een bijpassende formule.
- b Neem $x = 15$ en bereken k .
- c Hoe ziet de grafiek bij deze formule er uit?

★ Opgave 4.4

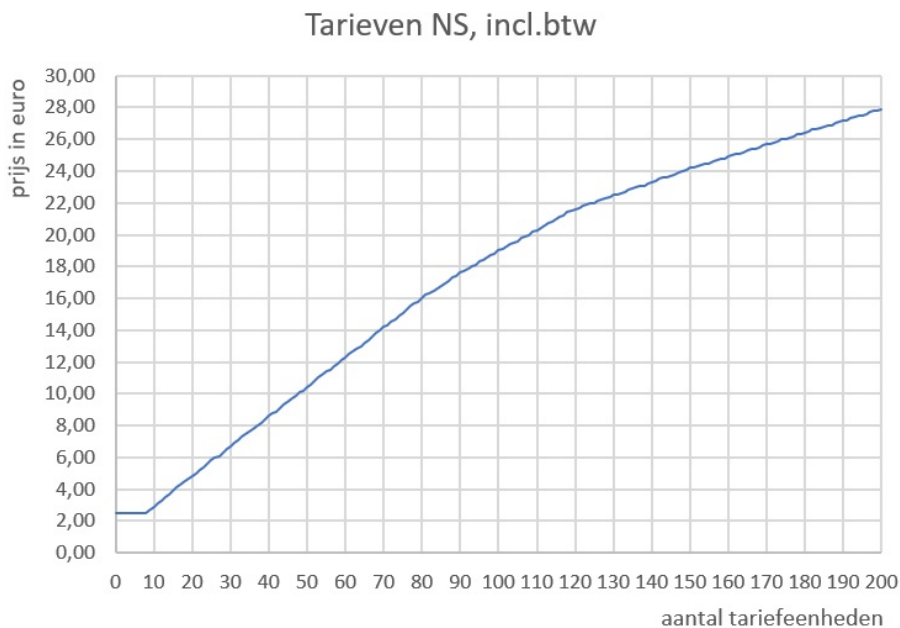
Bekijk de volgende situaties waarbij een formule is gegeven. Niet alle formules zijn goed. Geef aan of de formule goed of fout is. Als de formule fout is, verbeter deze dan.

- a Leo is drie jaar ouder dan zijn broer Zack. Er is een verband tussen hun leeftijden. De formule is: $L = 3 \cdot Z$, waarbij L de leeftijd van Leo in jaren is en Z de leeftijd van Zack in jaren.
- b Een machine produceert tweehonderd fotolijstjes per uur. Je kunt het totale aantal fotolijstjes dat de machine produceert, met een formule berekenen. De formule is: $A = 200 \cdot t$; hierbij is A het aantal fotolijstjes dat de machine geproduceerd heeft en t de tijd in uren.
- c Aan een meer kun je waterfietsen huren. Daarvoor betaal je € 2,50 administratiekosten en € 5,00 huur per uur. Er is een verband tussen de totale kosten en het aantal uur dat je de waterfietsen huurt. De formule is: $t = 2,50 + 5 \cdot k$, waarbij t de tijd in uren is waarin je een waterfiets huurt en k de totale kosten die je betaalt in euro.

Toepassen

Hier zie je een grafiek van de tarieven van de NS (Nederlandse Spoorwegen) voor 2022. Er wordt een prijs gerekend voor het reizen van een bepaald aantal tariefeenheden. Zo'n tariefeenheid komt vaak (maar niet altijd) overeen met het aantal km, afgerond op een geheel getal. Dus een reis van 19,3 km betekent dat je 19 tariefeenheden reist en een reis van 19,5 km betekent dat je er 20 reist. Ga er vanuit dat het aantal tariefeenheden hetzelfde is als het afgeronde aantal km van de treinreis.

Behzad ziet dat een kaartje voor een rit van 104 km hem € 19,50 kost en hij weet ook dat je op korte afstanden altijd € 2,50 voor een treinkaartje betaalt. Hiermee berekent hij dat reizen met de trein ongeveer € 0,163 per km kost plus een vast bedrag van € 2,50.



Figuur 4.3

Welke formule gebruikt Behzad?

En hoe zit het met reizen boven de 120 km, klopt zijn formule dan nog?

★★ Opgave 4.5: Nieuwe formule met de grafiek vergelijken

Neem het verhaal in [Toepassen](#) even goed door. Gebruik de grafiek op het [werkblad](#).

- a** Schrijf de formule die Behzad heeft bedacht zo kort mogelijk op.

Je hebt al eerder gezien dat Behzad's formule alleen ongeveer klopt als je niet meer dan 120 km reist met de trein. Als je verder reist moet je een andere formule gebruiken. Vanaf 120 km klopt deze formule beter:

$$R = a \times 0,08 + 12,00$$

Hierin is:

- R de reiskosten in euro
- a de afstand in km (of tariefeenheden)

- b** Maak op je werkblad een tabel bij deze formule.
- c** Teken de grafiek bij deze formule in hetzelfde assenstelsel als de grafiek van de NS.
- d** Voor welke reisafstanden klopt deze nieuwe formule ongeveer?

1.5 Vergelijkingen

Inleiding

Behzad heeft deze formule ontdekt voor zijn busreizen:

$$R = 1,00 + 0,17 \cdot a.$$

Hierin is:

- R de *reiskosten* in euro
- a de *afstand* in km

Maar wat als hij in de winter elke dag met de bus naar school wil? Is een abonnement dan niet veel voordeliger? Dat gaat hij nu proberen uit te rekenen.



Figuur 5.1

Je leert in dit onderwerp

- een vergelijking opstellen aan de hand van gegeven informatie;
- een vergelijking oplossen door tabellen en grafieken te gebruiken;
- een vergelijking oplossen door handig rekenen.

Voorkennis

- werken met formules en de bijbehorende tabellen en grafieken.

Voor de docent

Bij het onderdeel 'Vergelijkingen' gaat het om de begrippen vergelijking en oplossing(en). En ook om het vinden van die oplossingen met tabellen en/of grafieken. Tenslotte is het de bedoeling dat de leerlingen er achter komen dat een zo tijdrovend middel als werken met tabellen/grafieken soms niet nodig is, handig rekenen kan vaak ook.

Gewenste materialen:

- Roosterpapier om grafieken op te maken voor de groepjes die op die manier willen werken. Desgewenst kan hierbij het werken met een spreadsheet worden ingezet.
- Schrijfmateriaal voor op de verticale werkvlakken.

Opdracht 5.1

Behzad heeft deze formule ontdekt voor zijn busreizen:

$$R = 1,00 + 0,17 \cdot a.$$

Hierin is:

- R de *reiskosten* in euro
- a de *afstand* in km

Behzad vertelt zijn medeleerlingen dat hij dagelijks € 7,12 kwijt is aan het heen en weer naar school gaan met de bus. Hoeveel km met de bus woont hij van school af?



Figuur 5.2

Toelichting

Geef de opdracht mondeling. Schrijf eventueel de gegevens op je eigen werkplek op.

Mogelijke hulpvragen (richting tabel): “Hoeveel betaal je voor een rit van 10 km?”, “Hoeveel betaal je voor een rit van 20 km?”, “Kun je dit opschrijven in formulevorm?” en “Kun je een tabel maken?”. Mogelijk zijn er ook groepjes die al meteen ‘slim rekenen’. Bespreek dit dan na afloop met de hele groep.

Bespreek na afloop het opschrijven van de formule om die te vergelijken met het antwoord. Probeer de groepjes dus te stimuleren tot het opschrijven van een vergelijking. Benoem het begrip ‘vergelijking’ en de notatie met het isgelijktteken.

Uitwerking

Het gaat om het oplossen van: $1,00 + 0,17 \cdot a = 7,12$.

Hierbij kun je een tabel maken. Je vindt zo $a = 36$, dus Behzad moet 18 km met de bus om naar school te komen.

Of via ‘slim rekenen’: $0,17 \cdot a = 7,12 - 1,00$ en $a = 6,12 / 0,17 = 36$. Met dezelfde conclusie.

Opdracht 5.2

Twee kaarsen worden tegelijk aangestoken.

De linkerkaars is 20 cm en wordt elk uur 1,5 cm korter.

De rechterkaars is 30 cm en wordt elk uur 3,25 cm korter.

Noem de brandtijd in uren t .

Met welke vergelijking kun je berekenen wanneer de kaarsen even lang zijn? Geef het antwoord in minuten nauwkeurig.

Toelichting

Geef de opdracht mondeling, schrijf desgewenst de gegevens op je eigen bord.

Mogelijke hulpvragen: “Welke formule kun je opschrijven voor de linkerkaars?”, “En voor de rechterkaars?”, “Welke vergelijking krijg je dus?”, “Kun je een tabel maken?”, “Helpt een grafiek?” en “Hoe kun je nauwkeuriger zoeken?”.

Na afloop de verschillende uitwerkingen bij langs lopen, laat daarbij het woord ‘inklemmen’ vallen. Desgewenst kan hierbij het werken met een spreadsheet opnieuw worden ingezet.

Uitwerking

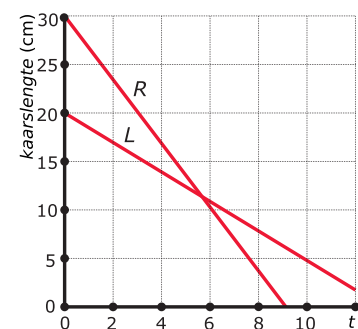
De vergelijking is $20 - 1,50t = 30 - 3,25t$.

Maak een tabel en een grafiek bij $L = 20 - 1,50t$ en $R = 30 - 3,25t$.

t	0	1	2	3	4	5	6	7	8
L	20,00	18,50	17,00	15,50	14,00	12,50	11,00	9,50	8,00
R	30,00	26,75	23,50	20,25	17,00	13,75	10,50	7,25	4,00

Tabel 5.1

Je ziet dat de oplossing tussen $t = 5$ en $t = 6$ zit. Je maakt dan een nieuwe tabel tussen 5 en 6 met t in één decimaal.



Figuur 5.3

Nu vind je dat de oplossing tussen $t = 5,7$ en $t = 5,8$ zit. Op gehelen afgerond krijg je $t \approx 6$. De kaarsen zijn dus na ongeveer zes uur even lang.

Wil je het antwoord nog nauwkeuriger krijgen, dan maak je een tabel tussen 5,7 en 5,8 met t in twee decimalen. Je vindt dan de oplossing tussen $t = 5,71$ en $t = 5,72$. Op één decimaal nauwkeurig wordt je antwoord $t \approx 5,7$. De kaarsen zijn dus na ongeveer 5,7 uur even lang, dat is na 5 uur en 42 minuten (0,7 maal 60 minuten).

Opdracht 5.3

Iemand's schoenmaat s kun je bepalen vanuit de lengte v van zijn voet in cm. Er geldt:

$$s = 1,5 \cdot (v + 2)$$

Weet je iemand's schoenmaat, dan kun je zijn voetslengte bepalen. Neem bijvoorbeeld iemand met schoenmaat 42.

De daarbij horende vergelijking hoef je niet op te lossen door in-klemmen. Even nadenken helpt ook. Laat dat zien.



Figuur 5.4

— Toelichting —

Geef de opdracht mondeling, schrijf de formule op je eigen bord.

Mogelijke hulpvragen: “Hebben jullie de vergelijking al opgeschreven?” en dan ga je indien nodig ‘handoplegging’ toepassen met vragen als “Welk getal moet er onder mijn hand(en) komen te staan?”, “Hoe schrijf je dat dan op?” en herhaal dit tot het antwoord is gevonden. Stel tenslotte de vraag: “Hoe kun je het antwoord controleren?”.

Weer na afloop de verschillende uitwerkingen bij langs lopen en bespreken wanneer het idee van ‘handoplegging/afdekken’ is te gebruiken. (De variabele moet maar op één plek voorkomen.)

— Uitwerking —

De vergelijking is: $42 = 1,5 \cdot (v + 2)$.

De vergelijking ziet er uit als $42 = 1,5 \cdot [\dots]$.

Je kunt dan [...] vinden door $\frac{42}{1,5}$ uit te rekenen, uitkomst 28.

Omdat [...] eigenlijk $v + 2$ is, krijg je dus $v + 2 = 28$ en dit klopt als $v = 26$.

De gevraagde voetslengte is 26 cm.

(In werkelijkheid is 42 een schoenmaat voor iedereen vanaf $s = 41,5$ tot en met $s = 42,4$ en zijn er meerdere voetslengtes met deze schoenmaat.)

Opdracht 5.4

Bekijk wat iedereen heeft gemaakt en heeft bedacht over wat een vergelijking is en over het oplossen van vergelijkingen met behulp van tabellen en grafieken, maar ook door 'handig rekenen'.

Maak een eigen overzicht van wat je hebt geleerd.

Toelichting

Loop samen met de leerlingen alle bedenksels na. Bevraag leerlingen of ze elkaars gedachtenspels kunnen toelichten. Samen zouden jullie naar een overzicht van de theorie moeten komen. Ieder schrijft het voor zichzelf op.

Het overzicht kan bestaan uit vier blokken: één met de kernwoorden naast één met een voorbeeld van een vergelijking ernaast en eronder twee voorbeelden (één met inklemmen als opdracht 2 en één met handig rekenen als opdracht 3).

Uitwerking

Het theorieblok geeft het gewenste overzicht.

Theorie

Om te onthouden

Een **vergelijking** bestaat uit twee uitdrukkingen met een variabele die gelijk aan elkaar zijn.

Als x die variabele is, zoek je de waarde van x die ervoor zorgt dat de linker- en rechterzijde van de vergelijking gelijk zijn. Die waarde van x heet de **oplossing van de vergelijking**. Soms zijn er meerdere oplossingen mogelijk.

Om deze oplossingen te vinden kun je gebruik maken van tabellen en grafieken. Je vergelijkt dan de uitkomsten van de linkerzijde met die van de rechterzijde van de vergelijking.

In een snijpunt van hun grafieken hebben linker- en rechterzijde dezelfde uitkomst.

Maar soms gaat 'handig rekenen' sneller...

vergelijking:

$$150 + 0,075 \cdot x = 0,10 \cdot x$$

linkerzijde isgelijktteken rechterzijde

variabele

Figuur 5.5

Verwerken

★ Opgave 5.1

Bij het opbranden van een kaars hoort de formule $L = 30 - 4 \cdot t$, waarin L de lengte in centimeters en t de brandtijd in uren is.

- Waarom zie je dat dit een lange dunne kaars is?
- Welke vergelijking hoort bij de vraag: "Na hoeveel uren branden is deze kaars nog zestien centimeter lang?"
- Los deze vergelijking op met behulp van een grafiek.
- Controleer je antwoord door de oplossing in de vergelijking in te vullen.

★ Opgave 5.2

Hoveniersbedrijf Jongman rekent voor het winterklaar maken van een tuin € 75,00 plus € 2,50 per m^2 .

- Maak een formule bij het verband tussen de oppervlakte A van de tuin en de kosten K voor het winterklaar maken.
- Meneer Van Gils heeft zijn tuin laten opknappen. Hij krijgt een rekening van € 475,00. Welke vergelijking moet je oplossen om te weten hoe groot de tuin van meneer Van Gils is?
- Los deze vergelijking op met behulp van een tabel en een grafiek. Hoe groot is de tuin van meneer Van Gils? Geef je antwoord in m^2 nauwkeurig.
- Het concurrerende hoveniersbedrijf Green Garden rekent voor het winterklaar maken slechts € 25,00 en daarbij € 3,60 per m^2 . Met welke vergelijking kun je berekenen bij hoeveel m^2 tuin beide bedrijven even duur zijn?
- Los deze vergelijking op met behulp van tabellen en een grafiek. Geef je antwoord in gehele m^2 nauwkeurig.

★ Opgave 5.3

Van een vierkant heeft elke zijde een lengte van z cm.

- Welke formule geldt voor de oppervlakte A (cm^2) van dit vierkant?
- Zo'n vierkant heeft een oppervlakte van $100 cm^2$.
Hoe groot is z dan?
- Zo'n vierkant heeft een oppervlakte van $10 cm^2$.
Met welke vergelijking kun je bepalen hoe groot z is?
- Los die vergelijking op met behulp van een tabel en bereken z in één decimaal nauwkeurig.

★ Opgave 5.4

Los de volgende vergelijkingen op door slim rekenen. Geef het antwoord exact, zonder benaderingen.

- $60 - 2 \cdot t = 10$
- $\frac{1}{4} \cdot (20 - x) = 2$

★★ **Opgave 5.5**

Een aannemer krijgt de opdracht een kantoor te bouwen. Deze opdracht houdt 24000 man-uren werk in. Dus als één man al het werk zou doen, zou hij er 24000 uur mee bezig zijn.

- a Stel dat er twintig mensen aan het kantoorgebouw werken. Hoeveel uur zal ieder dan gemiddeld bezig zijn met deze klus?
- b Hoeveel uur werkt iedere werknemer gemiddeld als er honderd mensen aan het werk zijn? In hoeveel weken van veertig uur kan het kantoor dan gebouwd worden?
- c Stel een formule op voor het gemiddeld aantal te werken uren per werknemer a afhankelijk van het aantal werknemers w dat aan dit gebouw werkt.
- d De opdrachtgever wil dat de aannemer het kantoorgebouw in drie maanden bouwt. Ga weer uit van een 40-urige werkweek. Met welke vergelijking kan de aannemer uitrekenen hoeveel werknemers hij in moet zetten?
- e Los die vergelijking op. Hoeveel werknemers zal de aannemer inzetten?

Toepassen

Behzad heeft deze formule ontdekt voor zijn busreizen:

$$R = 1,00 + 0,17 \cdot a.$$

Hierin is:

- R de reiskosten in euro
- a de afstand in km

In de winter wil Behzad elke dag met de bus naar school, een rit van 18 km.

Een abonnement kost hem slechts € 19,00 per maand, hij krijgt dan 40% korting op een rit.

Een rit zonder abonnement kost € 4,06.

Een rit met abonnement kost € 2,44 als je het abonnement niet meerekent.



Figuur 5.6

★★ **Opgave 5.6: Abonnement voordeliger?**

In **Toepassen** zie je dat Behzad bezig is om uit te rekenen vanaf hoeveel ritten een abonnement voordeliger is. Noem het aantal ritten om van huis naar school en van school naar huis te komen x .

- a Welke vergelijking hoort er dan bij de vraag “Vanaf hoeveel busritten is een abonnement voordeliger?”
- b Los deze vergelijking op met behulp van een tabel.
Ook Behzad's oudere zus koopt zo'n abonnement van € 19,00 per maand. Zij krijgt alleen maar 20% korting op haar ritjes van 25 km naar de MBO-opleiding Werktuigbouwkunde.
- c Reken ook voor haar uit vanaf hoeveel ritten dit abonnement voordeliger is.

★ ★ ★

Opgave 5.7: Tsjirpende krekels

Volgens bioloog Midas Dekkers kun je de temperatuur T in °C berekenen met behulp van het gemiddeld aantal tsjirpen n per minuut van de sneeuwboomkrekkel. Er geldt:

$$T = \frac{n-40}{7} + 10$$

- a De temperatuur bedraagt 20 °C. Hoeveel keer per minuut tsjirpt de sneeuwboomkrekkel dan? Bepaal je antwoord door de bijbehorende vergelijking op te lossen.
- b De temperatuur bedraagt 25 °C. Hoeveel keer per minuut tsjirpt de sneeuwboomkrekkel nu gemiddeld vaker dan bij 20 °C?

1.6 Totaalbeeld

Samenvatten

Begrippenlijst

- verband — grootheid met eenheid — afhankelijk van
- (woord)formule
- grafiek bij een formule
- lettervariabele — vermenigvuldigingspunt
- vergelijking, linkerzijde en rechterzijde — oplossing(en) van een vergelijking — inklemmen

Activiteitenlijst

- verbanden beschrijven in woorden, in tabellen en grafieken — variabelen gebruiken
- verbanden beschrijven in (woord)formules
- grafieken tekenen vanuit een formule
- letters gebruiken voor variabelen — formules zo kort mogelijk schrijven
- formules vergelijken — vergelijkingen oplossen met behulp van tabellen en grafieken — vergelijkingen oplossen door handig rekenen

Opgave 6.1

Taxibedrijf A berekent de ritprijs als volgt: als de rit begint, staat de taximeter op 4,00 euro. Voor iedere afgelegde kilometer betaal je 2,50 euro.

- Tussen welke variabelen is er een verband?
- Geef dit verband zo kort mogelijk in woorden weer.
- Bereken de ritprijs als je 18 kilometer met de taxi meerijdt.
- Maak een tabel bij dit verband en teken een grafiek bij die tabel.
- Verklaar de vorm van de geschetste grafiek.

Opgave 6.2

Je rekt opnieuw met de gegevens van Taxibedrijf A: als de rit begint, staat de taximeter op 4,00 euro. Voor iedere afgelegde kilometer betaal je 2,50 euro.

- Beschrijf dit verband met een formule. Gebruik de variabelen *ritlengte* in km en *ritprijs* in euro.
- Gebruik de formule. Welke ritprijs hoort er bij *ritlengte* = 8,5?
- Gebruik de grafiek uit de vorige opgave. Schat welk aantal gereden kilometers hoort bij *ritprijs* = 25.

Opgave 6.3

Taxibedrijf B berekent de ritprijs met de formule: $ritprijs = 3,25 + 2,75 \times ritlengte$. Hierin is *ritprijs* in euro en *ritlengte* in km.

- Welke ritprijs hoort bij *ritlengte* = 8,5?
- Vergelijk taxibedrijf B met taxibedrijf A uit de vorige opgave. Welk van beide bedrijven kies je als je 8,5 km met de taxi moet rijden om op een bestemming te komen?

- c Maak een grafiek bij de formule die hoort bij het taxibedrijf B. Teken deze grafiek in dezelfde grafiek als die van taxibedrijf A.
- d Lees uit je grafiek af welk van beide taxibedrijven voor welke aantallen kilometers voordeliger is.

Opgave 6.4

Formules wil je graag zo kort en overzichtelijk mogelijk hebben. Daarbij gebruik je de eigenschappen van het rekenen met getallen en stel je variabelen voor door letters. Schrijf de volgende formules zo kort en overzichtelijk mogelijk.

- a $oppervlakte = lengte \times breedte$
- b $prijs = 4,50 + 7 \cdot aantal\ foto's$.

Opgave 6.5

Taxibedrijf C gebruikt de volgende formule om de ritprijs te berekenen:

$$p = 3,20 + 2,00 \cdot x.$$

Hierin is:

- p de ritprijs in euro
- x het aantal gereden km

- a Bereken p als $x = 16$.
- b Je wilt x berekenen als $p = 50$. Welke vergelijking hoort hier bij?
- c Los de vergelijking op met behulp van een grafiek.
- d Je kunt de vergelijking ook oplossen door handig rekenen. Laat zien hoe.

Testen

★ Opgave 6.6

Je gaat in de zomervakantie kersen plukken en krijgt per gevuld kistje € 2,50. Ook krijg je per dag een vast bedrag, de 'voorfietskosten', van € 7,50.

- a Hoeveel verdien je op een dag als je vijf kistjes vult?
- b Tussen welke twee variabelen bestaat er een verband?
- c Geef een zo kort mogelijke formule die je loon uitdrukt in het aantal kistjes. Gebruik voor je loon de letter L en voor het aantal kistjes de letter k .
- d Bereken met de formule je loon als je op een dag 12 kistjes met kersen vult.

★ Opgave 6.7

Wanneer je op reis gaat, kun je een reisverzekering afsluiten. Daarvoor betaal je de verzekeringsmaatschappij een bepaalde premie. Bij DALIV betaal je een eenmalige afsluitprovisie en daarnaast een vast bedrag per dag. De tabel laat enkele premies zien.

reistijd (dag)	5	10	15	20
premie (euro)	17,50	30,00	42,50	55,00

Tabel 6.1

- a Tussen welke variabelen is hier een verband? Wat is de afhankelijke variabele en wat is de onafhankelijke variabele?

- b** Hoe kun je aan de tabel zien dat je een vast bedrag per dag betaalt? Hoe groot is dat bedrag?
- c** Hoe kun je uit de tabel afleiden dat de bijbehorende grafiek niet door $O(0,0)$ gaat?
- d** Beschrijf dit verband in woorden.
- e** Beschrijf het verband tussen *reistijd* en *premie* met een formule.
- f** Bereken de *premie* bij een *reistijd* van achttien dagen.
- g** Schrijf de formule zo kort mogelijk.

★ **Opgave 6.8**

Schrijf de volgende formules zo kort mogelijk. Geef ook aan waar de letters in de formule voor staan, en geef mogelijke eenheden.

- a** $kaarslengte = 20 - 0,5 \cdot brandtijd$
- b** $inhoud\ balk = lengte \cdot breedte \cdot hoogte$
- c** $kosten = 5,00 + 0,08 \cdot aantal$

★ **Opgave 6.9**

Van een cilindervormige kaars verandert de lengte L (cm) als je hem aansteekt volgens de formule $L = 32 - 1,5 \cdot t$. Hierin is t de brandtijd in uren.

- a** Hoe zie je aan deze formule dat de kaars telkens korter wordt?
- b** Je wilt weten na hoeveel uur deze kaars is opgebrand. Welke vergelijking hoort daarbij?
- c** Los deze vergelijking op met behulp van een grafiek.
- d** Een andere cilindervormige kaars wordt tegelijk met de eerste kaars aangestoken. Bij deze kaars verandert de lengte L (cm) als je hem aansteekt volgens de formule $L = 40 - 2,5 \cdot t$. Ook bij deze formule is t de brandtijd in uren. Schat met behulp van grafieken na hoeveel uur branden beide kaarsen even lang zijn.

★★ **Opgave 6.10**

Het bedrijf Overmars is gespecialiseerd in verhuizingen. De kosten van een verhuizing worden bepaald door:

- de *tijd* in uren die de verhuizers bezig zijn met het in- en uitpakken: € 150,00 per uur;
- de *afstand* in km waarover verhuisd wordt: € 2,50 per km.

- a** De familie De Bruijn verhuist met Overmars van Haarlem naar Zutphen (125 km). Voor het in- en uitpakken hebben de verhuizers zes uur nodig. Wat kost deze verhuizing?
- b** Stel een formule op voor de kosten K (euro) afhankelijk van de in- en uitpaktijd t (uur) en de te rijden afstand a (km).
- c** Een verhuizing van Breda naar Tilburg (20 km) met Overmars kost € 1550,00. Hoeveel uur zijn de verhuizers bezig geweest met inpakken en uitpakken? Gebruik een vergelijking.

★ **Opgave 6.11**

Los de volgende vergelijkingen op door handig rekenen.

- a** $8 \cdot x + 450 = 560$
- b** $8 \cdot (x + 15) = 200$

Toepassen

★★ Opgave 6.12: Andere vormen van reizen

Behalve reizen met de bus en de trein binnen Nederland kun je ook op andere manieren reizen. Bijvoorbeeld kun je met de auto reizen, of met de trein naar het buitenland, of een bootreis maken, of...

Kies een manier van reizen en een vakantiebestemming. Zoek via het internet hoeveel zo'n reis gaat kosten afhankelijk van het aantal dagen dat je met vakantie gaat. Probeer meerdere aanbieders te vergelijken en formules op te stellen waarbij de kosten K afhangen van het aantal dagen d dat je er bent. Bereken vanaf hoeveel dagen de éne aanbieder goedkoper is dan de andere.

★★★ Opgave 6.13: Snelheid van schaatsters

Vrouwen leggen tijdens een schaatstoernooi onder andere de 3000 meter af. In de tabel staan de tijden van een schaatster tijdens een rit over 3000 meter:

afstand (m)	200	600	1000	1400	1800	2200	2600	3000
tijd (sec)	19,7	53,7	87,8	121,6	155,5	188,7	222,5	256,5

Tabel 6.2

Uit de tabel kun je opmaken dat de schaatster niet steeds even hard schaatste. Toch kun je proberen een formule te maken bij het verband tussen de *afstand* en de *tijd*.

- Teken in een assenstelsel de acht punten uit de tabel. Teken zo goed mogelijk een rechte lijn door de punten (de lijn gaat door de oorsprong). Door welk punt moet die lijn in ieder geval gaan?
- Hoeveel meter schaatste deze schaatster gemiddeld per seconde?
- Welke formule geldt voor deze schaatster bij het verband tussen de afgelegde afstand a (in m) en de tijd t (in seconden)?

Verzamel actuele gegevens met betrekking tot de eindtijden van zowel voor mannen als vrouwen. Gebruik bijvoorbeeld de wereldrecords op de 500, de 1500, de 3000, de 5000 en de 10.000 m.

- Stel voor ieder van deze afstanden een formule op voor de afgelegde afstand a (in m) en de tijd t (in seconden). Verklaar de verschillen.

Leerdoelentabel

In het achter de opgave kun je aangeven hoe je de opgave hebt gemaakt:

✓ goed gemaakt — **S** wel begrepen maar een slordige fout gemaakt — **H** hulp nodig gehad — **G** samen met groepje goed gemaakt — **X** fout gemaakt en niet goed begrepen — **N** niet bekeken

1	Verbanden en variabelen	★	★★	★★★
	Afhankelijke en onafhankelijke variabelen onderscheiden.	1.1 <input type="checkbox"/> 1.2 <input type="checkbox"/> 1.3 <input type="checkbox"/> 1.4 <input type="checkbox"/> T 6.6 <input type="checkbox"/> T 6.7 <input type="checkbox"/> T 6.8 <input type="checkbox"/>	1.5 <input type="checkbox"/> T 6.12 <input type="checkbox"/>	1.6 <input type="checkbox"/>
	Een verband in woorden beschrijven.	1.1 <input type="checkbox"/> 1.3 <input type="checkbox"/> 1.4 <input type="checkbox"/> T 6.6 <input type="checkbox"/> T 6.7 <input type="checkbox"/>	1.5 <input type="checkbox"/> T 6.12 <input type="checkbox"/>	1.6 <input type="checkbox"/>
	Een tabel en/of grafiek maken bij een verband in woorden.	1.1 <input type="checkbox"/> 1.2 <input type="checkbox"/> 1.3 <input type="checkbox"/> 1.4 <input type="checkbox"/> T 6.7 <input type="checkbox"/>	T 6.12 <input type="checkbox"/>	
2	Formules opstellen	★	★★	★★★
	Een formule bij een verband opstellen.	2.1 <input type="checkbox"/> 2.2 <input type="checkbox"/> 2.3 <input type="checkbox"/> 2.4 <input type="checkbox"/> T 6.6 <input type="checkbox"/> T 6.7 <input type="checkbox"/>	2.5 <input type="checkbox"/> 2.6 <input type="checkbox"/> T 6.12 <input type="checkbox"/>	T 6.13 <input type="checkbox"/>
	Bij een gegeven invoerwaarde de waarde van de afhankelijke variabele berekenen met behulp van een formule.	2.3 <input type="checkbox"/> 2.4 <input type="checkbox"/> T 6.7 <input type="checkbox"/>	2.5 <input type="checkbox"/> 2.6 <input type="checkbox"/> T 6.12 <input type="checkbox"/>	
3	Formules en grafieken	★	★★	★★★
	Een grafiek maken bij een formule.	3.1 <input type="checkbox"/> 3.2 <input type="checkbox"/> 3.3 <input type="checkbox"/> 3.4 <input type="checkbox"/>	3.5 <input type="checkbox"/> 3.6 <input type="checkbox"/> T 6.12 <input type="checkbox"/>	
4	Letterformules	★	★★	★★★
	Een woordformule omzetten in een letterformule (formules verkort noteren).	4.1 <input type="checkbox"/> 4.2 <input type="checkbox"/> 4.3 <input type="checkbox"/> 4.4 <input type="checkbox"/> T 6.6 <input type="checkbox"/> T 6.7 <input type="checkbox"/> T 6.8 <input type="checkbox"/> T 6.9 <input type="checkbox"/>	4.5 <input type="checkbox"/> T 6.10 <input type="checkbox"/> T 6.12 <input type="checkbox"/>	T 6.13 <input type="checkbox"/>
	De vermenigvuldigingspunt gebruiken.	4.1 <input type="checkbox"/> 4.2 <input type="checkbox"/> 4.3 <input type="checkbox"/> 4.4 <input type="checkbox"/> T 6.6 <input type="checkbox"/> T 6.8 <input type="checkbox"/> T 6.9 <input type="checkbox"/>	4.5 <input type="checkbox"/> T 6.10 <input type="checkbox"/> T 6.12 <input type="checkbox"/>	T 6.13 <input type="checkbox"/>
	De waarde van een afhankelijke variabele berekenen met behulp van een letterformule.	4.2 <input type="checkbox"/> 4.3 <input type="checkbox"/> T 6.6 <input type="checkbox"/> T 6.9 <input type="checkbox"/>	4.5 <input type="checkbox"/> T 6.10 <input type="checkbox"/>	
5	Vergelijkingen	★	★★	★★★
	Een vergelijking opstellen aan de hand van gegeven informatie.	5.1 <input type="checkbox"/> 5.2 <input type="checkbox"/> 5.3 <input type="checkbox"/> T 6.9 <input type="checkbox"/>	5.5 <input type="checkbox"/> 5.6 <input type="checkbox"/> T 6.10 <input type="checkbox"/> T 6.12 <input type="checkbox"/>	5.7 <input type="checkbox"/>
	Een vergelijking oplossen door door tabellen en grafieken te gebruiken.	5.1 <input type="checkbox"/> 5.2 <input type="checkbox"/> 5.3 <input type="checkbox"/> T 6.9 <input type="checkbox"/>	5.5 <input type="checkbox"/> 5.6 <input type="checkbox"/> T 6.10 <input type="checkbox"/> T 6.12 <input type="checkbox"/>	
	Een vergelijking oplossen door handig rekenen.	5.4 <input type="checkbox"/> T 6.11 <input type="checkbox"/>	T 6.10 <input type="checkbox"/>	5.7 <input type="checkbox"/>

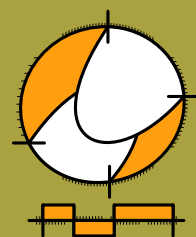
Het lesmateriaal in deze reader is gebaseerd op het materiaal dat ook op de Math4All website staat.

De reader is gegenereerd met de Math4All maatwerkdienst. De inhoud en de volgorde van de onderwerpen in deze reader zijn gekozen door docenten van het ConTeXt College.

Stichting Math4All

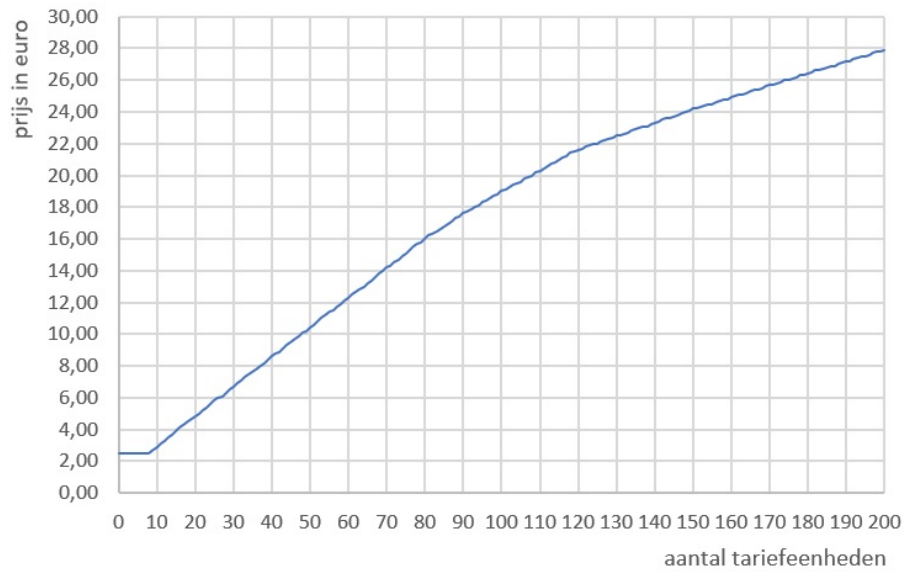


www.math4all.nl



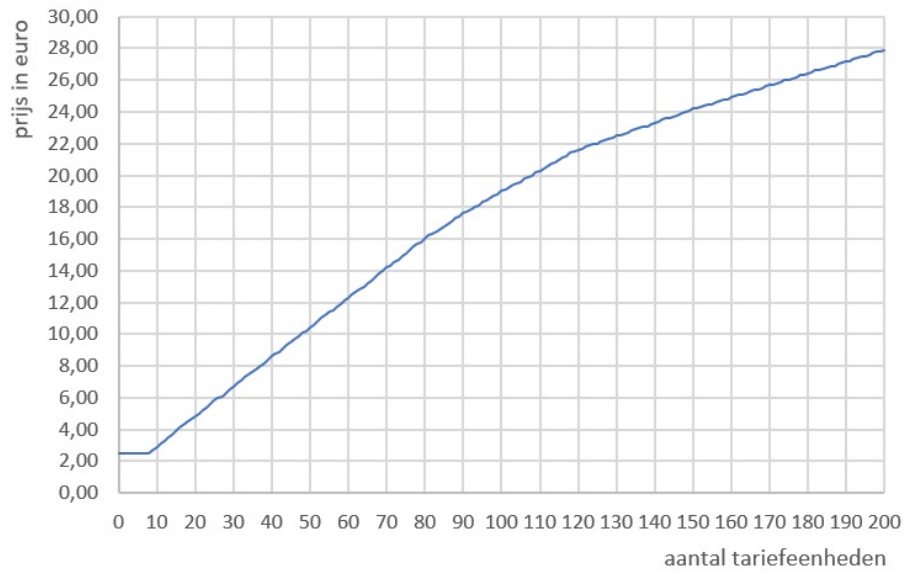
Werkblad bij Opgave 3.6 op pagina 25.

Tarieven NS, incl.btw



Werkblad bij Opgave 4.5 op pagina 31.

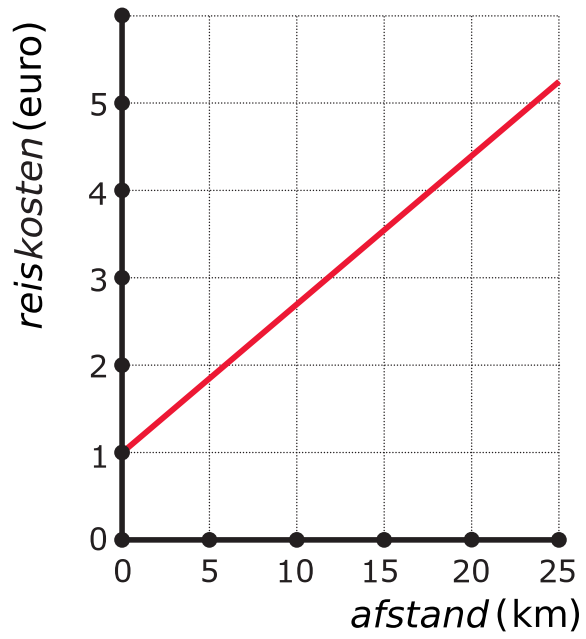
Tarieven NS, incl.btw



Informatieblad bij Opdracht 1.2



Informatieblad bij Opdracht 2.1



Informatieblad bij Opdracht 2.2

