Wiskunde / PGA

2 VMBO

Machten en wortels

ConTeXt College

Voorwoord

Het lesmateriaal in dit katern is gebaseerd op het materiaal dat je kunt vinden op de Math4All website `www.math4all.nl`. In de tekst staan dan ook regelmatig verwijzingen naar die website. Waar je precies moet zijn op die website kun je zien in de kopregel van iedere pagina.

Ieder hoofdstuk bestaat uit een aantal paragrafen en wordt steeds afgesloten met een paragraaf *Totaalbeeld* waar de leerstof wordt samengevat en/of herhaald.

PGA

PGA staat voor 'probleemgestuurde aanpak'. Je werkt dan onder begeleiding van je docent in kleine groepjes aan wiskundige problemen en samen bouw je de theorie op en maak je er een overzicht van.

De PGA wordt ondersteund door verwerkings- en toepassingsopgaven waarmee je kunt nagaan of je de stof beheerst. Deze opgaven worden op drie niveaus aangeboden. De niveau aanduiding vind je terug in de marge.

★ het basale niveau, dat iedereen zou moeten behalen

★ ★ een iets pittiger niveau, waarin iets meer uitdaging zit en die je alleen hoeft te maken als je er genoeg tijd voor hebt

★ ★ ★ een bijzondere toepassing of een echt pittige opgave die je alleen maakt als de rest veel te gemakkelijk voor je was

1

Machten en wortels

1.1 Kwadraten

Inleiding

Sven ziet een foto van een groot schaakspel buiten in een park. Hij is nogal een liefhebber van schaken en het lijkt hem leuk om ook eens met zo'n spel te spelen. Misschien zou hij met twee kleuren tegels zo'n schaakbord kunnen maken in hun eigen tuin? Maar dan moet er wel voldoende ruimte zijn.

Figuur 1.1 Bron: Wikipedia

Je leert in dit onderwerp

- getallen kwadrateren (met zichzelf vermenigvuldigen) en de bijbehorende notatie.

Voorkennis

- rekenen (optellen, aftrekken, vermenigvuldigen en delen) met positieve en negatieve getallen en met breuken en alle begrippen die daarbij horen;
- de oppervlakte van een roosterfiguur en een vierkant met gegeven zijde berekenen.

Aantekeningen

Theorie

Om te onthouden

Verwerken

Opgave 1.1

Bereken:

a 33^2

b $0{,}9^2$

c $-2{,}7^2$

d $(-0{,}1)^2$

e $15^2 - 13^2$

f $(15 - 13)^2$

Opgave 1.2

Bereken:

a $\left(\frac{2}{5}\right)^2$

b $\left(-\frac{3}{8}\right)^2$

c $\left(-1\frac{1}{4}\right)^2$

d $-\left(2\frac{2}{5}\right)^2$

Opgave 1.3

Laat met behulp van vierkanten zien dat $1{,}5^2 = 2{,}25$.

Opgave 1.4

a Van welk positief getal is het kwadraat 121?

b Van welk positief getal is het kwadraat 4,41?

Toepassen

Sven speelt ook het bordspel Go.

Dit is een oud Oost-Aziatisch bordspel voor twee personen. De één speelt met witte stenen en de ander met zwarte. Het speelbord bestaat uit 19 verticale lijnen en 19 horizontale lijnen, die een rooster van 18 × 18 vierkantjes vormen. Er zijn 361 roosterpunten waarop de stenen worden geplaatst. Het doel van het spel is gebieden van het bord te veroveren door ze te omsingelen met stenen van de eigen kleur, zwart begint.

Figuur 1.2

Sven wil ook zo'n go-spel maken voor buiten. Daarvoor gebruikt hij vierkante tegeltjes van 15 bij 15 cm.

Eerst rekent hij uit hoe groot het geheel gaat worden.

Opgave 1.5: Het spelbord voor Go

Lees bij **Toepassen** hoe Sven een go-spel voor buiten gaat maken.

a Hoeveel tegeltjes heeft Sven nodig?

b Hoe groot is de oppervlakte van elk tegeltje in m^2?

c Bereken de oppervlakte van zijn go-bord in m^2.

Opgave 1.6: De stenen voor Go

Sven heeft voor zijn go-spel voor buiten ook stenen nodig: witte ronde schijven en zwarte ronde schijven.

a Hoeveel van die schijven moet hij maken?

b Hoe groot is elke schijf maximaal?

Antwoorden

1.1 a $33^2 = 1089$

b $0{,}9^2 = 0{,}81$

c $-2{,}7^2 = -7{,}29$

d $(-0{,}1)^2 = 0{,}01$

e $15^2 - 13^2 = 225 - 169 = 56$

f $(15 - 13)^2 = 2^2 = 4$

1.2 a $\left(\frac{2}{5}\right)^2 = \frac{4}{25}$

b $\left(-\frac{3}{8}\right)^2 = \frac{9}{64}$

c $\left(-1\frac{1}{4}\right)^2 = 1\frac{9}{16}$

d $-\left(2\frac{2}{5}\right)^2 = -5\frac{19}{25}$

1.3 Verdeel het vierkant van 1,5 bij 1,5 zo dat er een vierkant van 1 bij 1 en eentje van 0,5 bij 0,5 ontstaan. Er blijven dat twee rechthoeken van 1 bij 0,5 over.

1.4 a Van het getal 11.

b Van het getal 2,1.

1.5 a $18^2 = 324$

b $0{,}15^2 = 0{,}0225$ m^2.

c Het wordt een vierkant met zijden van $18 \times 0{,}15 = 2{,}70$ m.
De oppervlakte wordt dus $2{,}70^2 = 7{,}29$ m^2.

1.6 a Er zijn $19^2 = 361$ roosterpunten. Er zijn 180 witte en 181 zwarte stenen nodig (maximaal omdat zwart begint).

b Maximaal een cirkel met een diameter van 15 cm^2.

1.2 Wortels

Inleiding

Sven wil dit buitenschaakspel maken. Het schaakbord bestaat uit 8 bij 8 tegels. Als elke tegel vierkant is met zijden van 50 cm, dan krijgt hij een schaakbord van 16 m^2. Dat is veel te groot voor hun vierkante stuk tuin van 12 m^2.

Figuur 2.1 Bron: Wikipedia

Je leert in dit onderwerp

- terugrekenen vanuit een kwadraat (worteltrekken) en de bijbehorende notatie.

Voorkennis

- rekenen (optellen, aftrekken, vermenigvuldigen en delen) met positieve en negatieve getallen en met breuken en alle begrippen die daarbij horen;
- de oppervlakte van een roosterfiguur en een vierkant met gegeven zijde berekenen door kwadrateren.

Aantekeningen

Theorie

Om te onthouden

Verwerken

Opgave 2.1

Bereken de volgende wortels.
Je kunt dit verder oefenen in het **Practicum**.

a $\sqrt{121}$

b $\sqrt{196}$

c $\sqrt{4{,}41}$

d $\sqrt{0{,}0025}$

e $\sqrt{73-9}$

f $\sqrt{1\frac{15}{49}}$

g $\sqrt{625}-\sqrt{361}$

h $-\sqrt{0{,}36}$

Opgave 2.2

Een vierkant heeft een oppervlakte van 20 cm^2.

a Hoe groot is de exacte lengte van elke zijde?

b Tussen welke opeenvolgende gehele getallen ligt de lengte van deze zijde?

c Benader de lengte van de zijden van dit vierkant in drie decimalen nauwkeurig.

d Waarom kan dit nooit meer dan een benadering van de werkelijke lengte zijn?

Opgave 2.3

Schat bij de volgende wortels eerst tussen welke gehele getallen ze liggen. Bereken ze dan met je rekenmachine en rond af op vier decimalen nauwkeurig:

a $\sqrt{5}$

b $\sqrt{96}$

c $\sqrt{0{,}0014}$

d $\sqrt{1700}$

e $\sqrt{15\frac{1}{5}}$

f $12 \cdot \sqrt{5}$

Opgave 2.4

De oppervlakte van een vierkant is 25 cm^2.

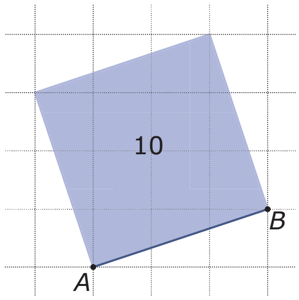
a Bereken de omtrek van dit vierkant.

De oppervlakte van een vierkant is 24 cm^2.

b Bereken de omtrek van dit vierkant in twee decimalen nauwkeurig.

Toepassen

Bekijk de applet: Lengte van een lijnstuk berekenen.



Figuur 2.2

Op een lijnstuk kun je altijd een vierkant maken. Als je dan de oppervlakte van dit vierkant exact kunt bepalen, kun je door worteltrekken ook de lengte van het lijnstuk (de zijde van het vierkant) vaststellen.

Omdat op lijnstuk AB een vierkant van 10 eenheden past, geldt: $AB = \sqrt{10} \approx 3{,}16$.

Van lijnstukken tussen roosterpunten kun je zo dus altijd de lengte berekenen.

Opgave 2.5: Wortels en vierkanten

Je ziet in **Toepassen** hoe je de lengte van een lijnstuk tussen twee roosterpunten bepaalt door er een vierkant op te tekenen.

a Ga na dat het vierkant op AB inderdaad een oppervlakte van 10 heeft.

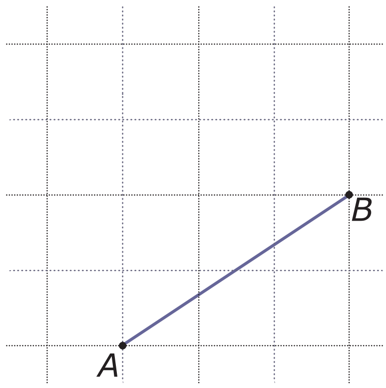
b Bereken op deze manier de lengte van AB als punt B 4 eenheden rechts en 2 eenheden boven punt A ligt.

c Oefen dit met een medeleerling, het zal je later nog van pas komen.

Opgave 2.6: Lengte van een lijnstuk berekenen

Je ziet hier lijnstuk AB op een rooster.

Teken dit lijnstuk zelf op een cm-rooster en maak er een vierkant op.
Bereken daarmee de lengte van AB in drie decimalen nauwkeurig.



Figuur 2.3

Practicum

Met *Algebra***KIT** kun je oefenen met **het worteltrekken zonder rekenmachine**. Je kunt telkens een nieuwe opgave oproepen. Je maakt elke opgave zelf op papier.
Met 'Toon uitwerking' zie je het verder uitklapbare antwoord.
Met ⟲ krijg je een nieuwe opgave.

Werk met AlgebraKIT.

Antwoorden

2.1 a $\sqrt{121} = 11$

b $\sqrt{196} = 14$

c $\sqrt{4{,}41} = 2{,}1$

d $\sqrt{0{,}0025} = 0{,}05$

e $\sqrt{73 - 9} = 8$

f $\sqrt{1\frac{15}{49}} = 1\frac{1}{7}$

g $\sqrt{625} - \sqrt{361} = 25 - 19 = 6$

h $-\sqrt{0{,}36} = -0{,}6$

2.2 a $\sqrt{20}$ cm.

b Tussen 4 en 5, want $4^2 = 16$ en $5^2 = 25$.

c Ongeveer 4,472 cm.

d $4{,}472^2 = 19{,}998784$ en dus niet precies 20.

2.3 a Schatting: $2 < \sqrt{5} < 3$.
Benadering: $\sqrt{5} \approx 2{,}2361$.

b Schatting: $9 < \sqrt{96} < 10$.
Benadering: $\sqrt{96} \approx 9{,}7980$.

c Schatting: $0 < \sqrt{0{,}0014} < 1$.
Benadering: $\sqrt{0{,}0014} \approx 0{,}0374$.

d Schatting: $40 < \sqrt{1700} < 50$ (het is nu niet nodig om te schatten tussen welke twee opeenvolgende gehele getallen deze wortel ligt, het gaat vooral om de orde van grootte).
Benadering: $\sqrt{1700} \approx 41{,}2311$.

e Schatting: $3 < \sqrt{15\frac{1}{5}} < 4$.

Benadering: $\sqrt{15\frac{1}{5}} \approx 3{,}8987$.

f Schatting: $24 < 12 \cdot \sqrt{5} < 36$.
Benadering: $12 \cdot \sqrt{5} \approx 26{,}8328$.

2.4 a De lengte van elke zijde van het vierkant is $\sqrt{25} = 5$ cm en dus is de omtrek $4 \times 5 = 20$ cm.

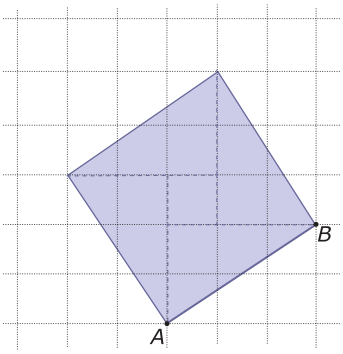
b De lengte van elke zijde van het vierkant is $\sqrt{24}$ cm en dus is de omtrek $4 \times \sqrt{24} \approx 19{,}60$ cm.

2.5 a Verdeel de figuur in vierkanten en halve rechthoeken. Teken hem eventueel eerst zelf na.

b $AB = \sqrt{20} \approx 4{,}47$

c Doen.

2.6 Zie de figuur.



Het vierkant komt er uit te zien zoals in de figuur. Door verdelen in halve rechthoeken en een vierkant bepaal je de oppervlakte.
Het vierkant krijgt een oppervlakte van 13 cm^2.

Dus $AB = \sqrt{13} \approx 3{,}606$ cm.

1.3 Machten

Inleiding

Sven is een echte spelletjesfanaat. Hier zie je zijn Rubik's Cube.

De Rubik's Cube is bedacht door de Hongaarse wiskundige, architect en uitvinder Ernö Rubik die nog meer puzzels heeft bedacht en via **zijn website** aan de man/vrouw brengt. Deze kubus lijkt uit allemaal kleine kubusjes te bestaan die om het midden kunnen draaien. Hoeveel kleine kubusjes passen er in een grotere kubus van 3 bij 3 bij 3?

Figuur 3.1

Je leert in dit onderwerp

- het begrip macht en machten uitrekenen;
- het begrip derdemachtswortel en derdemachtswortels uitrekenen;

Voorkennis

- rekenen (optellen, aftrekken, vermenigvuldigen en delen) met positieve en negatieve getallen en met breuken en alle begrippen die daarbij horen;
- kwadrateren en worteltrekken.

Aantekeningen

Theorie

Om te onthouden

Verwerken

Opgave 3.1

Bereken:

a 4^5

b $0{,}5^3$

c $\left(\frac{2}{3}\right)^4$

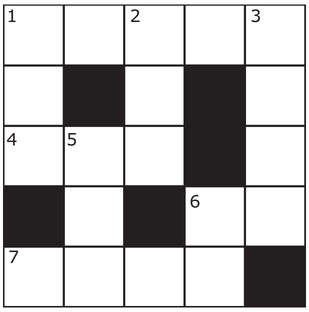
d $\left(1\frac{3}{5}\right)^3$

e $(-2)^6$

f $-0{,}2^4$

Opgave 3.2

Je ziet hier een kruisgetallenpuzzel. Hij staat ook op het **werkblad**.
Vul de puzzel in.



Horizontaal		Verticaal	
1	11^4	1	5^3
4	24^2	2	26^2
6	2^6	3	2^{10}
7	92^2	5	28^2
		6	4^3

Figuur 3.2

Opgave 3.3

Bereken:

a $\sqrt[3]{1000}$

b $\sqrt[3]{1000000}$

c $\sqrt[3]{10^6}$

d $\sqrt[3]{0{,}001}$

e $\sqrt[3]{0{,}000001}$

f $\sqrt[3]{0{,}125}$

Opgave 3.4

Je hebt een kubus met een inhoud van 20 liter, dus 20 dm^3.

a Hoeveel bedraagt de lengte van elke ribbe van deze kubus in mm nauwkeurig?

b Bereken de totale oppervlakte van deze kubus in mm^2 nauwkeurig.

Toepassen

Hier zie je een Rubik's Cube van 5 bij 5 bij 5.
Je kunt de binnenkant niet zien.
Misschien zit hij helemaal vol met kleine kubusjes.
Maar waarschijnlijk bestaat alleen de buitenste (zichtbare) laag uit kubusjes.

Figuur 3.3

Opgave 3.5: De 5-kubus

In **Toepassen** zie je een Rubik's Cube als 5-kubus.
Neem aan dat hij helemaal is opgebouwd uit kubusjes.

a Laat met een macht zien uit hoeveel kubusjes deze kubus dan bestaat.

b Stel je voor dat elk kleine kubusje ribben van 2 cm heeft. Hoe groot is dan het volume van de 5-kubus?

c En hoe lang zijn de ribben van elk klein kubusje als het volume 729 cm^3 is?

Opgave 3.6: Alleen de buitenkant van de 5-kubus

In **Toepassen** zie je een Rubik's Cube als 5-kubus.
Neem aan dat alleen de buitenkant is opgebouwd uit kubusjes.

a Uit hoeveel kubusjes deze kubus bestaat de 5-kubus dan?

b Van hoeveel van die kubusjes zijn drie vlakken gekleurd?

c Van hoeveel van die kubusjes zijn twee vlakken gekleurd?

d Van hoeveel van die kubusjes is één vlak gekleurd?

Practicum

Met *Algebra*KIT kun je oefenen met **machten uitrekenen**. Je kunt telkens een nieuwe opgave oproepen. Je maakt elke opgave zelf op papier.
Met ‘Toon uitwerking’ zie je het verder uitklapbare antwoord.
Met ⟲ krijg je een nieuwe opgave.

Werk met AlgebraKIT.

Antwoorden

3.1 a $4^5 = 1024$

b $0{,}5^3 = 0{,}125$

c $\left(\frac{2}{3}\right)^4 = \frac{26}{81}$

d $\left(1\frac{3}{5}\right)^3 = 4\frac{12}{125}$

e $(-2)^6 = 64$

f $-0{,}2^3 = -0{,}008$

3.2 Zie de figuur.

(1) 1	4	(2) 6	4	(3) 1
2		7		0
(4) 5	(5) 7	6		2
	8		(6) 6	4
(7) 8	4	6	4	

3.3 a $\sqrt[3]{1000} = 10$

b $\sqrt[3]{1000000} = 100$

c $\sqrt[3]{10^6} = 100$

d $\sqrt[3]{0{,}001} = 0{,}1$

e $\sqrt[3]{0{,}000001} = 0{,}01$

f $\sqrt[3]{0{,}125} = 0{,}5$

3.4 a De inhoud is 20 dm^3. Elke ribbe is dus $\sqrt[3]{20} \approx 2{,}714$ dm en dat is ongeveer 271 mm.

b De totale oppervlakte is $\sqrt[3]{20} \cdot \sqrt[3]{20} \cdot 6 \approx 44{,}2004$ dm^2 en dat is ongeveer 442004 mm^2.

3.5 a $5^3 = 125$.

b $10^3 = 1000$ cm^3.

c Omdat $\sqrt[3]{729} = 9$, zijn dan de ribben van elk kleine kubusje $\frac{9}{5} = 1{,}8$ cm.

3.6 a Als hij is gevuld met kubusjes zijn er $5^3 = 125$.
Binnenin zitten er dan $3^3 = 27$ kubusjes.
Aan de buitenkant zijn dat er dus $125 - 27 = 98$.

b Dat zijn alleen die op de hoekpunten, dus 8 stuks.

c Dat zijn alleen die op de ribben, maar niet in de hoekpunten dus $3 \times 12 = 36$ stuks.

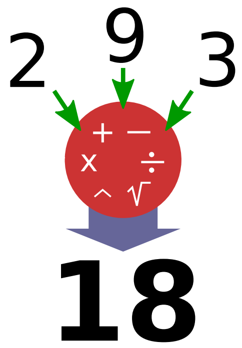
d $9 \times 6 = 54$ stuks.

1.4 Rekenvolgorde

Inleiding

Ook Sven heeft nu leren werken met machten en wortels. En omdat hij een spelletjesliefhebber is, verzint hij zelf spelletjes om ermee te leren rekenen. Dat kun je zelf ook vast wel.

Eén van Sven's spelletjes is het 18-spel. Je krijgt drie getallen van één cijfer en moet daarmee het getal 18 maken...



Figuur 4.1

Je leert in dit onderwerp

- werken met de juiste rekenvolgorde.

Voorkennis

- rekenen (optellen, aftrekken, vermenigvuldigen en delen) met positieve en negatieve getallen en met breuken en alle begrippen die daarbij horen;
- kwadrateren, worteltrekken en rekenen met kwadraten en wortelvormen;
- het begrip macht en machten uitrekenen;
- het begrip derdemachtswortel en derdemachtswortels uitrekenen.

Aantekeningen

Theorie

Om te onthouden

Verwerken

Opgave 4.1

Bereken zonder de rekenmachine te gebruiken:

a $3^5/3^2 + 3^4$

b $3^4 \cdot 2^3$

c $\left(\sqrt{196} - 3^2\right)^3$

d $\left(2 \cdot \sqrt[3]{27}\right)^3$

Opgave 4.2

Bereken eerst zonder de rekenmachine te gebruiken en controleer daarna je berekening door hem in zijn geheel in de rekenmachine in te voeren.

a $\sqrt{2 \cdot 70 + 4}$

b $\frac{12 \cdot 3}{2^3 - 4}$

c $\frac{2^4 + \sqrt{16}}{2^5}$

d $\sqrt[3]{\frac{1}{3} - \left(\frac{1}{3}\right)^3}$

Opgave 4.3

Onderzoek of de volgende berekeningen correct zijn. Licht steeds je antwoord toe.

a $2^3 \cdot 2^4 = 2^7$

b $2^6/2^3 = 2^{6/3} = 2^2$

c $\left(2^2\right)^3 = 2^5$

Toepassen

Sven's 18-spel heeft als nadeel dat er niet veel mogelijkheden zijn om met drie getallen op 18 uit te komen.
Dat is anders met het bekende 24-spel.

Figuur 4.2

Een flippo is een rond schijfje met op de achterkant vier getallen van 1 tot en met 9. Het is de bedoeling om daarmee het 24-spel te spelen: maak met de vier gegeven getallen door optellen, aftrekken, vermenigvuldigen, delen en/of haakjes gebruiken het getal 24. Nu ga je de spelregels uitbreiden: je mag ook worteltrekken en/of machten gebruiken. Denk wel om de rekenvolgorde!
Verder probeer je alle manieren te vinden om op 24 uit te komen.

Opgave 4.4: Het 24-spel met uitgebreide regels

Lees in de nieuwe spelregels van het 24-spel.
Speel dit in de volgende situaties.

a De vier getallen zijn 3, 4, 8 en 9.

b De vier getallen zijn 1, 2, 3 en 4.

c De vier getallen zijn 1, 4, 7 en 9.

Practicum

Met *Algebra***KIT** kun je oefenen met de **rekenvolgorde**. Je kunt telkens een nieuwe opgave oproepen. Je maakt elke opgave zelf op papier.
Met ‘Toon uitwerking’ zie je het verder uitklapbare antwoord.
Met ⟲ krijg je een nieuwe opgave.

Werk met AlgebraKIT.

Antwoorden

4.1 a $3^5 / 3^2 + 3^4 = 108$

b $3^4 \cdot 2^3 = 648$

c $\left(\sqrt{196} - 3^2\right)^3 = 125$

d $\left(2 \cdot \sqrt[3]{27}\right)^3 = 216$

4.2 a $\sqrt{2 \cdot 70 + 4} = 12$

b $\frac{12 \cdot 3}{2^3 - 4} = 9$

c $\frac{2^{4+\sqrt{16}}}{2^5} = 8$

d $\sqrt[3]{\frac{1}{3} - \left(\frac{1}{3}\right)^3} = \frac{2}{3}$

4.3 a Correct, want $2^3 \cdot 2^4 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 2^7$.

b Niet correct, want $2^6 / 2^3 = \frac{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2}{2 \cdot 2 \cdot 2} = \frac{2 \cdot 2 \cdot 2}{1} = 2^3$.

c Niet correct, want $\left(2^2\right)^3 = (2 \cdot 2)^3 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 2^6$.

4.4 a Bijvoorbeeld: $3 + 4 + 8 + 9 = 24$, $(3 + 9) \cdot 8/4 = 24$, $\left(3 + \sqrt{9}\right) \cdot 8 / \sqrt{4} = 24$, ...

b Bijvoorbeeld: $1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 = 24$, $2^3 \cdot (4 - 1) = 24$, $3/1 \cdot 4 \cdot 2 = 24$, ...

c Bijvoorbeeld: $(7 - 4) \cdot (9 - 1) = 24$, ...

1.5 Grote en kleine getallen

Inleiding

Schaakliefhebber Sven ontdekt een heel oud verhaal over het ontstaan van het schaakbord.
Volgens dit verhaal zou Sissah ben Dahir eeuwen geleden dit spel hebben bedacht voor een koning uit India. Als beloning vroeg hij de koning om rijstkorrels: één korrel op het eerste vakje, 2 korrels op het tweede, 2^2 op het derde, 2^3 op het vierde en zo door tot 2^{63} korrels op het laatste vakje.
Dat moet voor zo'n koning te doen zijn, toch?

Figuur 5.1

Je leert in dit onderwerp

- werken met de wetenschappelijke notatie voor grote en kleine getallen.

Voorkennis

- rekenen (optellen, aftrekken, vermenigvuldigen en delen) met positieve en negatieve getallen en met breuken en alle begrippen die daarbij horen;
- kwadrateren, worteltrekken en rekenen met kwadraten en wortelvormen;
- machten en wortels uitrekenen en de juiste rekenvolgorde hanteren.

Aantekeningen

Theorie

Om te onthouden

Verwerken

Opgave 5.1

Schrijf als macht van 10:

a 1000

b 100000000

c 10 miljard

d 0,001

e $\frac{1}{100000}$

f 10 miljardste

Opgave 5.2

Schrijf in de wetenschappelijke notatie:

a 123 miljoen

b 614000000000

c 0,00001496

d 0,00000000000042

Opgave 5.3

Gebruik bij de volgende berekeningen de wetenschappelijke notatie. Geef je antwoord ook in die vorm.

a In Nederland wonen ongeveer 17,5 miljoen mensen. Het gemiddeld inkomen van een Nederlander is ongeveer € 18.000. Bereken het nationaal inkomen (het inkomen van alle Nederlanders samen).

b In Nederland zijn er jaarlijks ongeveer 1,5 miljoen middelbare scholieren. Zo'n scholier kost de overheid gemiddeld € 4500. Hoeveel geeft de overheid jaarlijks ongeveer uit aan middelbaar onderwijs?

Opgave 5.4

Bacteriën zijn micro-organismen. Een bepaald soort bacterie heeft een gewicht van $2{,}4 \cdot 10^{-8}$ kg.

a Op een plant bevinden zich 3,2 miljoen van deze bacteriën. Hoeveel wegen deze bacteriën samen? Geef je antwoord met drie significante cijfers.

b Hoeveel van deze bacteriën wegen samen 1 kg? Geef je antwoord met drie significante cijfers.

Opgave 5.5

Uit Wikipedia (13-11-2009):

> Een amoebe (spreek uit als ‘ameube’) is een eencellig organisme dat bestaat uit protoplasma met één of meerdere kernen. Het endoplasma (binnenste laagje) is troebel en korrelig terwijl het ectoplasma (buitenste laagje) meestal helder is. Het organisme behoort tot de wortelpotigen en varieert afhankelijk van de soort tussen de 30 en 800 μm.

1 µm is $\frac{1}{1000}$ mm. Hoeveel meter is een amoebe van 800 µm? Geef je antwoord in de wetenschappelijke notatie.

Toepassen

In deze video wordt je de wereld getoond als je erop inzoomt en uitzoomt in stappen van 10. Hij is Engelstalig. (Als je hem via YouTube bekijkt, kun je ondertiteling in het Nederlands instellen. Sla wel eerst de advertenties over.)

Bekijk de videoclip: Machten van 10.

Opgave 5.6: Machten van 10

Bekijk de video 'Machten van 10' (Engelstalig).
Je ziet eerst steeds groter wordende vierkanten. De zijden ervan worden in machten van 10 gegeven.

a Hoe groot is de zijde van het vierkant waar de aarde precies in past? Geef je antwoord in m en in km.

b Hoe groot is de zijde van het vierkant waar het zonnestelsel precies in past? Geef je antwoord in m en in km.

c Hoe groot is de zijde van het vierkant waar de Melkweg precies in past? Geef je antwoord in m en in km.

Nadat je maximaal hebt uitgezoomd, ga je eerst weer snel inzoomen.
Na een tijdje kom je onder de 1 m en wordt het vierkantje nog kleiner.

d Hoe groot is de zijde van het vierkant waar de cel van een lymfociet precies in past? Geef je antwoord in m en in mm.

e Hoe groot is de zijde van het vierkant waar een atoomkern van koolstof (Engels: 'carbon') precies in past? Geef je antwoord in m en in km.

Opgave 5.7: Lichtjaren

Een lichtjaar is de afstand die het licht in een jaar aflegt. De lichtsnelheid is ongeveer $3 \cdot 10^8$ m/s. Een astronomische eenheid is de gemiddelde afstand van de Aarde tot de Zon: 1 AE = 149,6 miljoen kilometer. Vooral in de sterrenkunde zijn lichtjaar en AE nuttige maten.

De **dubbelster Alpha Centauri** vormt samen met de veel zwakkere Proxima Centauri een drievoudig systeem, dat zich van alle sterren het dichtst bij ons zonnestelsel bevindt. De afstand tot de Zon bedraagt 4,36 lichtjaar.

a Hoeveel km is 1 lichtjaar? En hoeveel AE?

b Hoeveel km is Alpha Centauri van onze Zon verwijderd? En van de Aarde?

c Stel je voor dat je in een ruimteschip met 20000 km/uur van de Aarde rechtstreeks naar de Zon zou kunnen vliegen. Hoe lang doe je daar dan over? En hoe lang doe je over de reis naar Alpha Centauri?

Practicum

Met *Algebra***KIT** kun je oefenen met de **de wetenschappelijke notatie**. Je kunt telkens een nieuwe opgave oproepen. Je maakt elke opgave zelf op papier.
Met ‘Toon uitwerking’ zie je het verder uitklapbare antwoord.
Met ↻ krijg je een nieuwe opgave.

Werk met AlgebraKIT.

Antwoorden

5.1 a 10^3

b 10^7

c 10^{10}

d 10^{-3}

e 10^{-5}

f 10^{-10}

5.2 a $1{,}23 \cdot 10^8$

b $6{,}14 \cdot 10^{11}$

c $1{,}496 \cdot 10^{-5}$

d $4{,}2 \cdot 10^{-13}$

5.3 a $1{,}75 \cdot 10^7 \cdot 1{,}8 \cdot 10^4 = 3{,}15 \cdot 10^{11}$ euro. Dat is ongeveer 315 miljard euro.

b $1{,}5 \cdot 10^6 \cdot 4{,}5 \cdot 10^3 = 6{,}75 \cdot 10^9$ euro. Dus ongeveer 6,75 miljard euro.

5.4 a $2{,}4 \cdot 10^{-8} \cdot 3{,}2 \cdot 10^6 = 7{,}68 \cdot 10^{-2}$ kg, dus ongeveer 76,8 gram.

b $1\Big/\left(2{,}4 \cdot 10^{-8}\right) \approx 4{,}17 \cdot 10^7$.

5.5 $\frac{1}{1000}$ mm is 10^{-6} m. Dus zo'n amoebe is $800 \cdot 10^{-6} = 8 \cdot 10^{-4}$ m.

5.6 a 10^7 m $= 10^4 = 10.000$ km.

b 10^{13} m $= 10^{10} = 10 \cdot 10^9$ miljard km.

c 10^{21} m $= 10^{18} = 10$ miljard miljard km.

d $10^{-4} = 0{,}0001$ m $= 0{,}1 = 10$ mm.

e 10^{-14} m $= 10^{-11} = 0{,}01$ miljardste mm.

5.7 a $3 \cdot 10^8 \cdot 3600 \cdot 24 \cdot 365{,}25\Big/1000 \approx 9{,}47 \cdot 10^{12}$ km. Dat is ongeveer $\frac{9{,}47 \cdot 10^{12}}{1{,}496 \cdot 10^8} \approx 63300$ AE.

b Ongeveer $4{,}36 \cdot 9{,}47 \cdot 10^{12} \approx 4{,}13 \cdot 10^{13}$ km van de Zon. Omdat de afstand van de Aarde tot de Zon ‘slechts’ $1{,}496 \cdot 10^8$ km is, is er binnen de gepleegde afrondingen geen verschil tussen de afstand van de Zon tot Alpha Centauri en de Aarde en Alpha Centauri.

c Naar de Zon kost ongeveer $1{,}496 \cdot 10^8/20000 = 7480$ uur. Dat is ongeveer 312 dagen. Naar Alpha Centauri kost ongeveer $4{,}13 \cdot 10^{13}\Big/20000 \approx 2{,}065 \cdot 10^9$ uur. Dat is ongeveer 236000 jaar.

1.6 Totaalbeeld

Samenvatten

Begrippenlijst

- kwadraat — kwadrateren
- wortel — worteltrekken
- macht, grondtal en exponent — machtsverheffen — derdemachtswortel
- rekenvolgorde
- wetenschappelijke notatie — significante cijfers

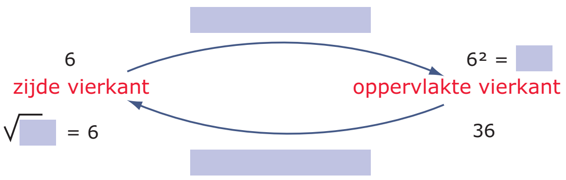
Activiteitenlijst

- kwadrateren en werken met kwadraten;
- terugrekenen vanuit kwadraten, worteltrekken;
- werken met hogere machten dan bij kwadrateren — derdemachtswortels uitrekenen;
- de uitgebreide voorrangsregels voor het rekenen ook met machtsverheffen en worteltrekken;
- hele grote getallen en getallen dicht bij 0 schrijven en de wetenschappelijke notatie en omgekeerd.

Opgave 6.1

Kwadrateren en worteltrekken hangen met elkaar samen.

a Maak dat duidelijk in een begrippennet zoals dit. Vul het volledig in.



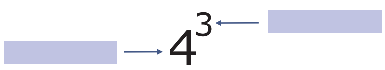
Figuur 6.1

b De meeste wortels kun je alleen benaderen. Geef een voorbeeld van zo'n wortel met de bijbehorende benadering in twee decimalen nauwkeurig.

Opgave 6.2

Hier zie je een macht.

Zet de begrippen ‘grondtal’ en ‘exponent’ in de figuur.

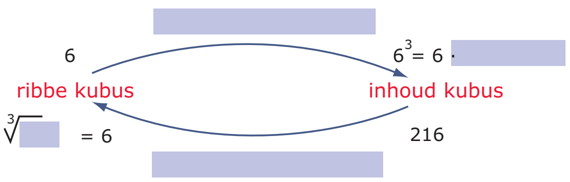


Figuur 6.2

Opgave 6.3

Derde machten en derdemachtswortels hangen met elkaar samen.

a Maak dat duidelijk in een begrippennet zoals dit. Vul het volledig in.



Figuur 6.3

b De meeste derdemachtswortels kun je alleen benaderen. Geef een voorbeeld van zo'n wortel met de bijbehorende benadering in twee decimalen nauwkeurig.

Opgave 6.4

Je hebt nu machtsverheffen en worteltrekken aan de mogelijke bewerkingen toegevoegd. Je moet bij berekeningen wel de voorrangsregels gebruiken.

a Maak een overzicht van deze voorrangsregels.

b Geef een voorbeeld van rekenen met wortels en machten waaruit de voorrangsregels duidelijk worden.

Opgave 6.5

Schrijf de getallen 12000000000 en 0,0000000035 in de wetenschappelijke notatie.

Testen

Opgave 6.6

Bereken (gebruik alleen waar nodig je rekenmachine om het antwoord in twee decimalen nauwkeurig te geven):

a 7^2

b $1{,}5^2$

c $\left(\frac{2}{5}\right)^2$

d $\sqrt{6{,}25}$

e $\sqrt{1\frac{9}{16}}$

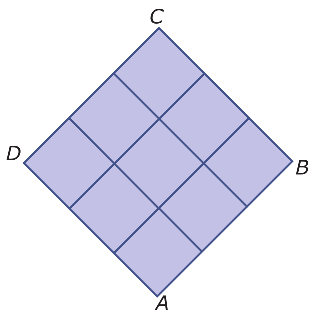
f $\sqrt{70}$

Opgave 6.7

Vierkant $ABCD$ is opgebouwd uit negen vierkanten die elk een oppervlakte van 2 hebben.

a Bereken de exacte lengte van een zijde van vierkant $ABCD$.

b Leg uit aan de hand van de figuur, dat $3 \cdot \sqrt{2} = \sqrt{18}$.



Figuur 6.4

Opgave 6.8

a Je hebt een kubus met ribben van 2,5 cm. Hoe groot is de inhoud van de kubus?

b Je hebt een kubus met een inhoud van 40 cm^3. Tussen welke twee opeenvolgende gehele getallen ligt de lengte van een ribbe?

c Je hebt een kubus met een inhoud van 40 cm^3. Geef de exacte lengte van elke ribbe van deze kubus en benader deze lengte in drie decimalen nauwkeurig.

Opgave 6.9

Maak de volgende berekeningen, geef steeds exacte antwoorden.

a 7^4

b $\left(\frac{2}{3}\right)^4$

c $1{,}6^3$

d $\sqrt{2 \cdot 2^2 + 17}$

e $\left(\sqrt{121} + \sqrt{16}\right)^2$

f $\frac{6 \cdot 3^2}{6 - 3^2}$

Opgave 6.10

In Australië woonden in 2001 ongeveer 16,6 miljoen mensen. Het nationaal inkomen van Australië bedroeg in dat jaar ongeveer € 270580000000.

a Schrijf beide getallen in de wetenschappelijke notatie.

b Bereken het gemiddeld inkomen van een inwoner van Australië.

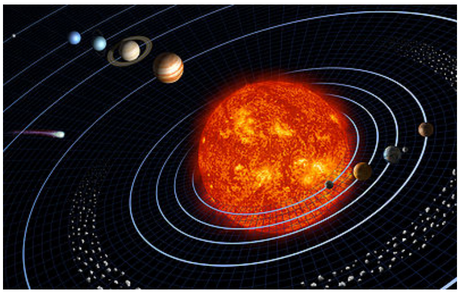
De landoppervlakte van Australië bedraagt ongeveer $7{,}7 \cdot 10^6$ km^2.

c Hoeveel grond heeft een Australiër gemiddeld tot zijn beschikking?

Toepassen

Opgave 6.11: Schaalmodel van ons zonnestelsel

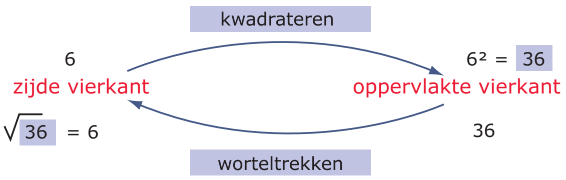
Ons **Zonnestelsel** bestaat uit een ster (de Zon) en 8 planeten. Je wilt een schaalmodel maken van het zonnestelsel dat nog in een schoollokaal past. Zoek de afmetingen van deze planeten en hun onderlinge afstanden op.


Figuur 6.5

Bereken hoe groot je de afmetingen van de planeten moet maken en hoe groot je de (bijna) cirkelvormige banen om de Zon moet maken. Geef een overzicht van alle afmetingen.

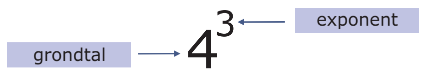
Antwoorden

6.1 a Zie de figuur.

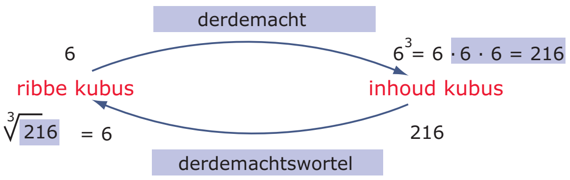


b $\sqrt{7} \approx 2{,}65$

6.2 Zie de figuur.



6.3 a Zie de figuur.



b $\sqrt[3]{7} \approx 1{,}91$

6.4 a Bekijk eventueel het spiekbriefje bij het vierde onderdeel.

b Bijvoorbeeld $\sqrt{5 \cdot 3^2 + 8/2} = \sqrt{5 \cdot 9 + 8/2} = \sqrt{45 + 4} = \sqrt{49} = 7$. Merk op dat de lange streep aan het wortelteken de haakjes vervangt.

6.5 $12000000000 = 1{,}2 \cdot 10^{10}$ en $0{,}0000000035 = 3{,}5 \cdot 10^{-9}$

6.6 a $7^2 = 49$.

b $1{,}5^2 = 2{,}25$

c $\left(\frac{2}{5}\right)^2 = \frac{4}{25}$

d $\sqrt{6{,}25} = 2{,}5$

e $\sqrt{1\frac{9}{16}} = 1\frac{1}{4}$

f $\sqrt{70} \approx 8{,}37$

6.7 a De oppervlakte van het hele vierkant is $9 \cdot 2 = 18$.

Die lengte is $\sqrt{18}$.

b De zijden van het vierkant zijn ook drie keer de zijden van elk kleine vierkantje.

Elk kleine vierkantje heeft zijden van $\sqrt{2}$.

6.8 a $2{,}5^3 = 15{,}625\ \text{cm}^3$.

b Tussen 3 en 4 cm.

c $\sqrt[3]{40} \approx 3{,}420$.

6.9 a $7^4 = 2401$.

b $\left(\frac{2}{3}\right)^4 = \frac{16}{81}$

c $1{,}6^3 = 4{,}096$

d $\sqrt{2 \cdot 2^2 + 17} = 5$

e $\left(\sqrt{121} + \sqrt{16}\right)^2 = 225$

f $\frac{6 \cdot 3^2}{6-3^2} = -18$

6.10 a Aantal inwoners: $1{,}66 \cdot 10^7$.

Nationaal inkomen: $2{,}7058 \cdot 10^{11}$ euro.

b $2{,}7058 \cdot 10^{11} / (1{,}66 \cdot 10^7) \approx 1{,}63 \cdot 10^4 = 16300$ euro.

c $7{,}7 \cdot 10^6 / (1{,}66 \cdot 10^7) \approx 4{,}64 \cdot 10^{-1} = 0{,}464$ km^2.

6.11 Eigen antwoord, afhankelijk van de keuzes die je maakt. Een standaard schoollokaal is 7,2 bij 7,2 bij 3,5 m.

Leerdoelentabel

In het ☐ achter de opgave kun je aangeven hoe je de opgave hebt gemaakt:
✓ goed gemaakt — **S** wel begrepen maar een slordige fout gemaakt — **H** hulp nodig gehad — **G** samen met groepje goed gemaakt — **X** fout gemaakt en niet goed begrepen — **N** niet bekeken

Het lesmateriaal in deze reader is gebaseerd op het materiaal dat ook op de Math4All website staat.

De reader is gegenereerd met de Math4All maatwerkdienst. De inhoud en de volgorde van de onderwerpen in deze reader zijn gekozen door docenten van het ConTeXt College.

Stichting Math4All

Math4all
www.math4all.nl

Werkblad bij Opgave 4.2 op pagina 28.