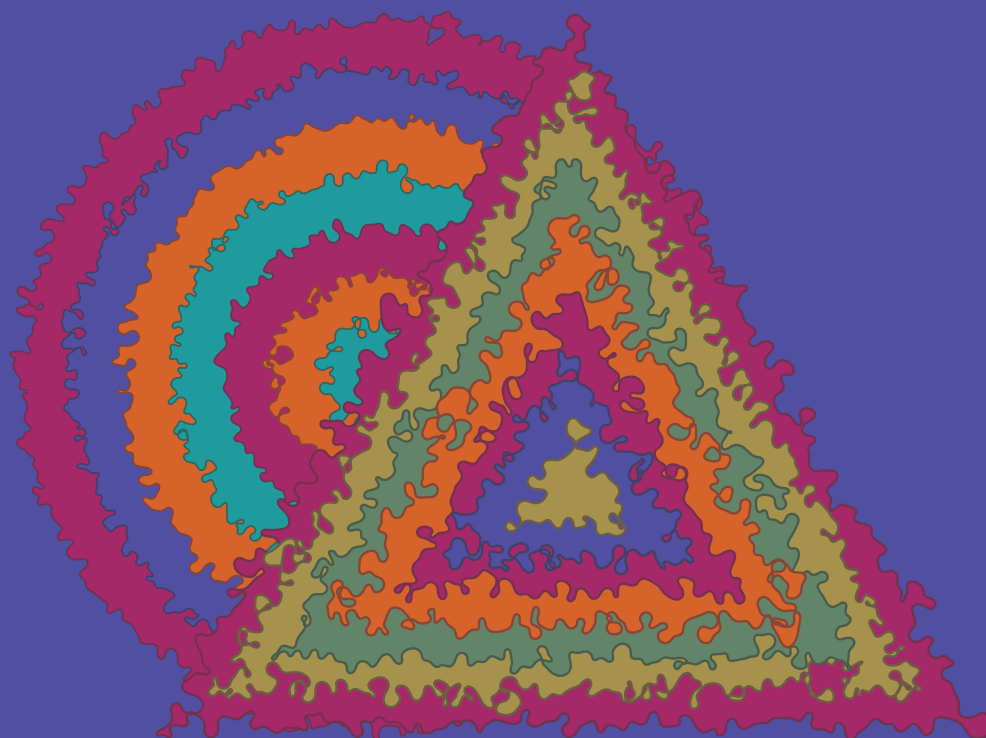


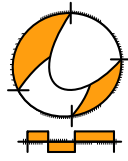
Wiskunde / PGA

2 VMBO / docentmateriaal

Grafieken

ConTeXt College





© 2024

Het auteursrecht op dit lesmateriaal berust bij Stichting Math4All. Math4All is derhalve de rechthebbende zoals bedoeld in de hieronder vermelde creative commons licentie.

Het lesmateriaal is met zorg samengesteld en getest. Stichting Math4All aanvaardt geen enkele aansprakelijkheid voor onjuistheden en/of onvolledigheden in de module. Ook aanvaardt Math4All geen enkele aansprakelijkheid voor enige schade, voortkomend uit (het gebruik van) dit lesmateriaal

Voor deze module geldt een Creative Commons Naamsvermelding Niet Commercieel 3.0 Nederland Licentie. (zie <http://creativecommons.org/licenses/by/3.0>).

Dit lesmateriaal is open, gratis en vrij toegankelijk lesmateriaal afkomstig van Stichting Math4All en is speciaal ontwikkeld voor het vak wiskunde in het voortgezet onderwijs. Het lesmateriaal op de website www.math4all.nl is afgestemd op kerndoelen wiskunde, tussendoelen wiskunde en eindtermen voor de vakken wiskunde A, B en C. Dit lesmateriaal is mediumneutraal ontwikkeld en op diverse manieren te bekijken en te gebruiken. Voor informatie en vragen kunt u contact opnemen via info@math4all.nl. Ook houden we ons altijd aanbevolen voor suggesties, verbeteringen en/of aanvullingen.

Voorwoord

Het lesmateriaal in dit katern is gebaseerd op het materiaal dat je kunt vinden op de Math4All website www.math4all.nl. In de tekst staan dan ook regelmatig verwijzingen naar die website. Waar je precies moet zijn op die website kun je zien in de kopregel van iedere pagina.

Ieder hoofdstuk bestaat uit een aantal paragrafen en wordt steeds afgesloten met een paragraaf *Totaalbeeld* waar de leerstof wordt samengevat en/of herhaald.

PGA

PGA staat voor 'probleemgestuurde aanpak'. Je begeleidt dan als docent de leerlingen die in kleine groepjes aan wiskundige problemen werken en op die manier een eigen theoretisch kader opstellen. Dit gebeurt voornamelijk op de wijze die wordt beschreven in het boek *Building Thinking Classrooms in Mathematics* van Peter Liljedahl. Dit boek is ook in het Nederlands beschikbaar. Het is verstandig om dit boek vooraf door te werken, maar je kunt ook beginnen met deze **beknopte handleiding**.

De PGA wordt ondersteund door verwerkings- en toepassingsopgaven waarmee de leerling kan nagaan of de stof wordt beheersd. Deze opgaven worden op drie niveaus aangeboden. De niveau aanduiding staat in de marge naast de opgave.

- ★ het basale niveau, dat iedereen zou moeten behalen
- ★ ★ een iets pittiger niveau, waarin iets meer uitdaging zit en die de leerling alleen hoeft te maken als er genoeg tijd voor is
- ★ ★ ★ een bijzondere toepassing of een echt pittige opgave die een leerling alleen maakt als de rest veel te gemakkelijk was

In de bijlage staat een "**Leerdoelentabel**" waarin staat aangegeven door welke opgave het specifieke leerdoel wordt afgedekt en op welk niveau dit gebeurt. Als je deze tabel aan de leerlingen uitreikt, kunnen ze hun eigen vorderingen bijhouden.

Opgaven uit de samenvattende paragraaf *Totaalbeeld* worden voorafgegaan door een T.

1

Grafieken

1.1	Verloop van een grafiek	6
1.2	Grafieken aflezen	13
1.3	Grafieken tekenen	21
1.4	Som- en verschilgrafiek	29
1.5	Maximum en minimum	36
1.6	Periodieke grafieken	43
1.7	Totaalbeeld	50

1.1 Verloop van een grafiek

Inleiding

Joop van Straaten zit in B1C. Hij is net 12 jaar oud geworden. Op zijn verjaardagsfeestje wordt hij door ooms en tantes (die alleen op dit soort gelegenheden langskomen) met zijn oudere zus Marleen vergeleken. Hoewel Joop maar 1,53 m is en zijn zus dan 1,68 m lang is, vertelt zijn vader hem dat hij op den duur vast groter zal worden dan Marleen. Joop is verbaasd. Jij ook?

Je leert in dit onderwerp

- de grootheden op de assen van een grafiek benoemen;
- het verloop van een grafiek beschrijven met de woorden stijgen, dalen en constant;
- het verloop van een verband in een grafiek tekenen.

Vorkennis

- getallen gebruiken om te tellen en te rekenen.

Voor de docent

Bij het onderdeel 'Verloop van een grafiek' gaat het er om grafieken te herkennen en de bijbehorende terminologie te introduceren: de begrippen 'grootheid', 'eenheid', 'stijgend', 'dalend' en 'constant' en het herkennen ervan in een grafiek. Ook het herkennen van de 'afhankelijke grootheid' is van belang.

Het **onderliggende thema** is de groei van lengte en gewicht van Joop en Marleen van Straaten vanaf hun derde levensjaar. Het is daarom gewenst om in ieder geval ook de eerste van de twee toepassingsopgaven te laten maken!

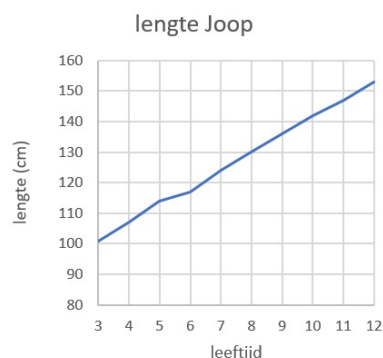
Gewenste materialen:

- Maak desgewenst vooraf een kopie van het werkblad bij de eerste en de tweede opdracht.
- Gebruik eventueel dit werkblad ook voor het laten maken van het theorieblok bij de vierde opdracht.
- Schrijfmateriaal voor op de verticale werkvlakken en eventueel plakband om de informatiebladen eraan op te hangen.

Opdracht 1.1

Bekijk de grafiek van de lengtegroei van Joop van Straaten.

1. Wat laat deze grafiek zien? Waarom staat de lengte in cm op de verticale as?
2. Er wordt een assenstelsel gebruikt, maar niet zoals je dat bij plaatsbepalen zou gebruiken. Noem verschillen.
3. Hoe zou je kunnen nagaan of hij uiteindelijk langer dan zijn zus zal worden?



Figuur 1.1

Toelichting

Geef de opdracht mondeling. Bespreek dat de groei van de mens vanaf zijn jeugd het thema van dit onderwerp is. Kopieer de grafiek vooraf vanaf het **Werkblad** en deel dit uit.

De leerlingen zullen wel eens eerder een grafiek hebben gezien. Stel desgewenst vragen als “Welke twee grootheden zijn er?”, “Welke eenheden worden gebruikt?”, “Welke grootheid hangt af van de andere? En wat betekent dit voor de grafiek?”, “Wat is er anders dan een assenstelsel in de meetkunde?” en/of “Hoe kun je de lengtegroei van zijn zus in beeld brengen? En is dat genoeg om iets over de toekomst te zeggen?”.

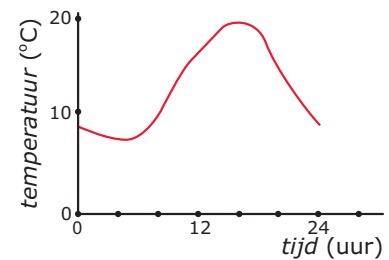
Uitwerking

1. De lengte in cm in de loop van de jaren na de geboorte van Joop (zijn leeftijd dus). Omdat de lengte afhangt van de leeftijd staat de lengte op de verticale as.
2. De assen beginnen niet bij 0, de schaalverdeling op de assen is verschillend (tijdstappen op de horizontale as, centimeters op de verticale as). Bij plaatsbepalen moet je op beide assen dezelfde schaal hebben en is de plaats van de oorsprong belangrijk.
3. Dan moet je hun beider grafieken gaan vergelijken en die voor wat betreft hun toekomstige groei vergelijken met grafieken over de groei van kinderen tot hun volwassenheid.

Opdracht 1.2

Deze grafiek geeft het verband weer tussen twee grootheden.

Beschrijf het verband in woorden. Gebruik daarbij de namen van de twee grootheden en de woorden ‘stijgend’, ‘dalend’ en ‘constant’. Leg ook uit waarom de éne grootheid op de verticale as en de andere op de horizontale as staat en welke eenheden er worden gebruikt.



Figuur 1.2

Toelichting

Geef de opdracht mondeling. Kopieer de grafiek vooraf vanaf het **Werkblad** en deel dit uit.

De leerlingen zullen de gebruikte termen wel eerder hebben gehoord. Stel desgewenst vragen als “Welke twee grootheden zijn er?”, “Wat is het verschil tussen een grootheid en een eenheid?”, “Welke grootheid hangt af van de andere? En wat betekent dit voor de grafiek?”, “Hoe zie je of een grafiek dalend/stijgend/constant is?” en/of “Kun je nu beschrijven wat er gebeurt (deze dag)?”.

Bekijk na afloop de verschillende werkvlakken en benoem de belangrijke termen nog eens. Meld ook nog dat grootheden cursief worden gedrukt en de eenheden niet. Misschien alvast ruimte geven voor aantekeningen?

Uitwerking

Tijd en temperatuur kun je meten, het zijn grootheden. De temperatuur hangt af van het tijdstip op de dag: bij een zeker tijdstip hoort een bepaalde temperatuur. De grafiek geeft het verband aan tussen de twee grootheden:

- *tijd* staat op de horizontale as.
- *temperatuur* hangt af van tijd en staat daarom op de verticale as.

Grootheden zijn altijd voorzien van eenheden en ze worden cursief gedrukt. *tijd* heeft in dit geval eenheid ‘uur’. *temperatuur* heeft in dit geval eenheid ‘graden Celsius’.

Je kunt het verloop van de grafiek beschrijven met de woorden: stijgen, dalen en constant.

Deze grafiek laat zien: 's nachts daalt de temperatuur, maar vanaf het begin van de ochtend begint de temperatuur weer te stijgen. Dat gaat door tot tegen het eind van de middag, dan blijft de temperatuur even redelijk constant en vanaf het begin van de avond daalt de temperatuur snel.

Opdracht 1.3

De stortbak van een toilet loopt langzaam vol. De hoogte van het waterpeil neemt toe, de grafiek stijgt in het begin. De stortbak is vol. De hoogte van het waterpeil verandert niet, de grafiek loopt constant. Er wordt doorgetrokken: de stortbak loopt weer snel leeg. De hoogte van het waterpeil neemt af, de grafiek daalt snel.

Maak hierbij een grafiek. Maak zelf schattingen van hoe dit in werkelijkheid gaat.

Toelichting

Geef de opdracht mondeling.

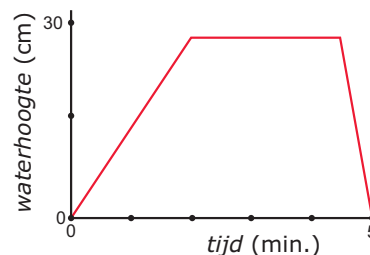
Mogelijke hulpvragen "Over welke twee grootheden gaat het?", "Welke eenheden gebruik je?", "Welke grootheid komt op de verticale as en waarom?", "Hoe breng je nu het vollopen van de stortbak in beeld?" en "Kun je bijpassende schattingen maken?".

Weer na afloop de verschillende uitwerkingen bij langs lopen.

Uitwerking

Het tijdsverloop kan natuurlijk nogal verschillend zijn evenals de hoogte van het waterpeil.

Verder lijkt het erop dat in deze figuur het waterpeil in de stortbak gelijkmatig toeneemt, maar dat hangt vermoedelijk af van de vorm van de stortbak.



Figuur 1.3

Opdracht 1.4

Bekijk wat iedereen heeft gemaakt en heeft bedacht over het werken met grafieken. Maak een eigen overzicht van wat je hebt geleerd.

Toelichting

Loop samen met de leerlingen alle bedenksels na. Bevraag leerlingen of ze elkaars gedachtenspinsels kunnen toelichten. Samen zouden jullie naar een overzicht van de theorie moeten komen. Ieder schrijft het voor zichzelf op.

Het lijkt nu een goed idee om de grafiek van opdracht 2 te laten gebruiken om er de begrippen 'grootheid', 'eenheid', 'stijgend', 'dalend' en 'constant' bij te zetten. Ook is het nuttig om alvast de afhankelijke grootheid te benoemen. Laat bijvoorbeeld bij de grootheid op de verticale as zetten 'hangt af van' met een pijl erbij naar de grootheid op de horizontale as. (In een volgend onderwerp worden de begrippen 'afhankelijke variabele' en 'onafhankelijke variabele' ingevoerd.)

Uitwerking

Het theorieblok geeft het gewenste overzicht.



Theorie

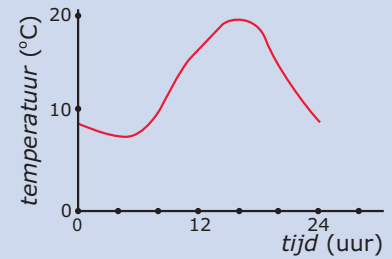
Om te onthouden

tijd en *temperatuur* zijn **grootheden**.

De temperatuur hangt af van het tijdstip op de dag: bij een zeker tijdstip hoort een bepaalde temperatuur. De **grafiek** geeft het **verband** aan tussen de twee grootheden.

- *tijd* (in uur) staat op de **horizontale as**.
- *temperatuur* (in graden Celsius) hangt af van *tijd* en staat daarom op de **verticale as**.

Je kunt het verloop van de grafiek beschrijven met de woorden: **stijgen**, **dalen** en **constant**.

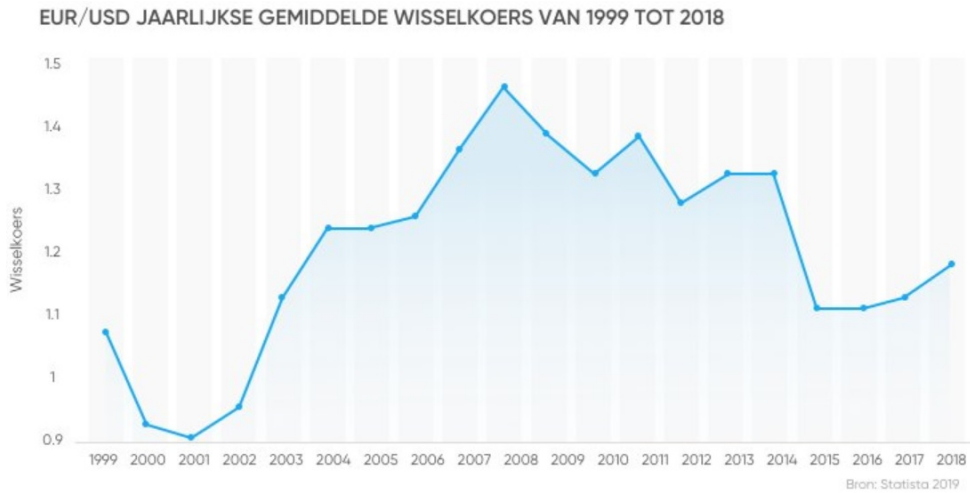


Figuur 1.4

Verwerken

★ Opgave 1.1

Hier zie je een grafiek van de wisselkoers van dollar naar euro. Je kunt hier dus aflezen hoeveel dollar je moet betalen voor 1 euro.



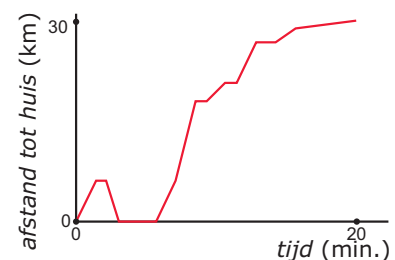
Figuur 1.5

- Welke grootheid staat er op de horizontale as?
- Welke grootheid staat er op de verticale as?
- Is de dollar vanaf 2003 goedkoper of juist duurder dan de euro?
- In welke periode was de euro goedkoper dan de dollar?
- Hoe kun je aan de grafiek zien dat in de jaren 2015-2018 de euro duurder is geworden ten opzichte van de dollar?

★ Opgave 1.2

Iemand gaat met de auto naar zijn werk. Hier zie je een globale grafiek van een bepaalde rit.

- Welke grootheden staan er op de assen?
- Zet bij elk deel van de grafiek een s (stijgend), een d (dalend) of een c (constant).
- Welk deel van de grafiek zat de automobilist waarschijnlijk op de snelweg? Geef het in de figuur aan.
- Wat betekent het dat de grafiek constant loopt?
- Waarom kun je zien dat de persoon in kwestie wat was vergeten?



Figuur 1.6

★ Opgave 1.3

In de krant staat een grafiek. De grafiek laat zien hoe het aantal werklozen in de afgelopen veertig jaar is veranderd.

- Wat zal er bij de horizontale as van de grafiek staan? En bij de verticale as?
- Wat betekent het als de grafiek stijgt?
- En wat als de grafiek constant is?

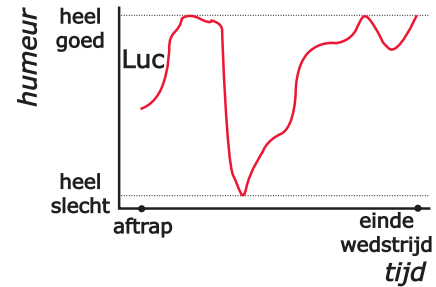
★ **Opgave 1.4**

Als een pretpark 's morgens om 10:00 uur opengaat stromen de bezoekers al snel binnen. Pas vanaf 11:30 uur wordt de toestroom minder en vanaf 12:00 uur komen er nauwelijks nog mensen bij. Pas vanaf 13:30 uur komt er weer een bezoekersstroom op gang, meestal is om 14:30 uur het aantal bezoekers het grootst. En vanaf dat moment beginnen de eersten het park weer te verlaten. Om 18:00 uur sluit dit pretpark, alle bezoekers moeten dan weg zijn.

Teken een globale grafiek van het aantal bezoekers gedurende deze dag.

★ **Opgave 1.5**

Luc en Peter kijken naar een voetbalwedstrijd van Roda JC tegen NAC. Luc is voor Roda JC, Peter voor NAC. Je ziet het verloop van het humeur van Luc in de grafiek.



Figuur 1.7

- a Hoeveel doelpunten heeft Roda JC waarschijnlijk gemaakt?
- b Roda JC kreeg een rode kaart en vervolgens een strafschop tegen. Geef in de grafiek dat moment met een pijl aan.
- c Wat is waarschijnlijk de uitslag van deze wedstrijd geweest? Verklaar je antwoord.
- d Teken in deze grafiek ook de vermoedelijke humeurgrafiek van Peter.

Toepassen

Jarenlang is bijgehouden hoe lang mensen zijn op jonge leeftijd. Daar zijn al lang geleden **groei kaarten** van gemaakt. Er zijn groei kaarten voor jongens en voor meisjes afzonderlijk:

1. **groei kaart jongens/mannen**
2. **groei kaart meisjes/vrouwen**

Onder andere de schoolarts volgt op de basisschool de groei van een kind.

Als je die groei kaarten bekijkt, zie je op het onderste gedeelte verschillende lijnen voor de groei van de lengte in de loop van de leeftijd.

De lijn waar P₅₀ bij staat, laat zien hoe gemiddeld de groei van de lengte verloopt.

★★ **Opgave 1.6**

Bekijk de groei kaarten voor **jongens/mannen** en die voor **meisjes/vrouwen** op de werkbladen.

Je ziet er grafieken die de lengte afhankelijk van de leeftijd weergeven.

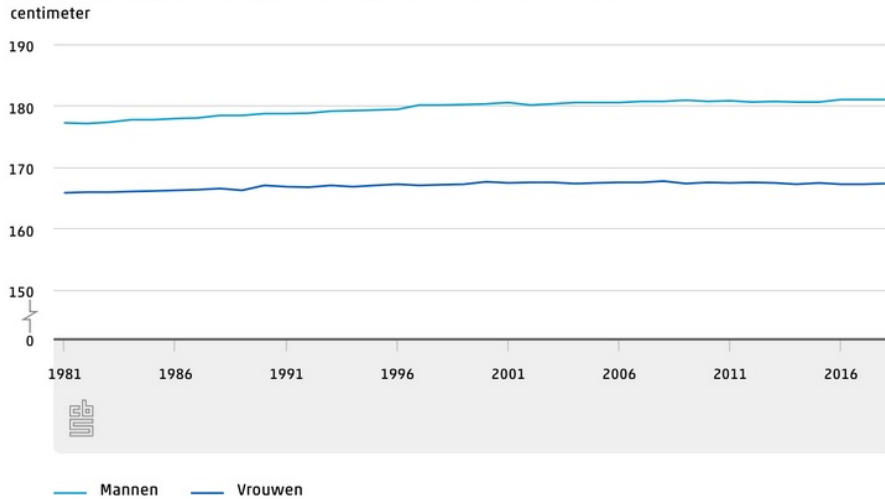
- a Welke grootte staat er op de horizontale as?
- b Welke grootte staat er op de verticale as?
- c Op welke leeftijd groeien jongens gemiddeld het snelst? En meisjes?
- d Hoe zie je dat aan de grafiek?
- e Waarom staan er meerdere lengtegrafieken op de groei kaart voorgedrukt, denk je?
- f Hoe zie je aan de grafieken dat de jongens op zekere leeftijd een maximale lengte bereiken? Op welke leeftijd is dat ongeveer?



Opgave 1.7

Joop vraagt zich af: “Zijn de mensen nu langer dan vroeger?” Hij heeft op internet deze grafiek gevonden over de gemiddelde lengte van Nederlandse mannen en vrouwen van de jaren 1980 tot en met 2018.

Zelfgerapporteerde lengte, 20 jaar of ouder



Bron: Gezondheidsenquête. M.i.v 2014 Gezondheidsenquête/Leefstijlmonitor, CBS en RIVM

Figuur 1.8

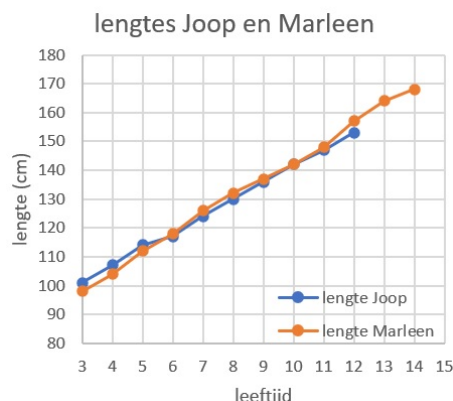
- a Welke grootheden staan er bij de assen?
- b Wat kun je zeggen over de gemiddelde lengte van mensen in deze periode? Is er verschil tussen mannen en vrouwen?

1.2 Grafieken aflezen

Inleiding

Joop van Straaten wil zijn lengtegroei vergelijken met die van zijn zus Marleen. Ze zijn telkens op hun verjaardag gemeten. En hij bekijkt hun groeigrafieken in één figuur. Dan kun je gemakkelijk zien, wie van beiden op welke leeftijd het langste is. Als je goed kijkt, kun je zelfs behoorlijk nauwkeurig hun lengtes op een bepaalde leeftijd aflezen.

En omgekeerd op welke leeftijd ze beiden 142 cm lang waren.



Figuur 2.1

Je leert in dit onderwerp

- grootheden en eenheden onderscheiden;
- de waarde van de y -as aflezen bij gegeven waarde van de x -as;
- de waarde van de x -as aflezen bij gegeven waarde van de y -as;
- waarden aflezen in een grafiek met een scheurlijn.

Voorkennis

- de grootheden op de assen van een grafiek benoemen;
- het verloop van een grafiek beschrijven met de woorden stijgen, dalen en constant;
- het verloop van een verband in een grafiek tekenen.

Voor de docent

Bij het onderdeel 'Grafieken aflezen' gaat het om het aflezen van waarden uit grafieken. Ook het herkennen van een scheurlijntje is van belang. Benoem weer het onderliggende thema.

Gewenste materialen:

- Maak desgewenst vooraf een kopie van de werkbladen bij de eerste, de tweede en de derde opdracht.
- Gebruik eventueel het werkblad van de tweede opdracht ook voor het laten maken van het theorieblok bij de vierde opdracht.
- Schrijfmateriaal voor op de verticale werkvlakken en eventueel plakband om de informatiebladen eraan op te hangen.

Opdracht 2.1

Bekijk de grafieken van de lengte van Joop en zijn zus. Ze zijn steeds op hun verjaardag gemeten.

1. Lees af hoe lang beiden waren op hun 3e, 6e en 12e verjaardag.
2. Lees af in welk jaar ze beiden langer dan 1,40 m lang werden.
Het lijkt er op, dat Joop's zus de langste van beiden gaat worden. Of niet?

Toelichting

Geef de opdracht mondeling en in twee stappen. Kopieer de grafiek vooraf vanaf het **Werkblad** en deel dit uit.

De leerlingen zullen zeker met de eerste vraag weinig moeite hebben. Stel desgewenst vragen als “Waar vind je het genoemde jaar?”, “Hoe bepaal je nu met behulp van de grafiek de bijbehorende lengtes?” en “Waar vind je de gegeven lengte?”, “Hoe bepaal je met behulp van de grafiek de bijbehorende leeftijd?”.

Bespreek na afloop dat bij de toepassingen dit onderwerp weer aan bod komt, net als in de voorgaande paragraaf.

Uitwerking

3e verjaardag: Joop ongeveer 102 cm, Marleen 98 cm.

6e verjaardag: Joop ongeveer 117 cm, Marleen 118 cm.

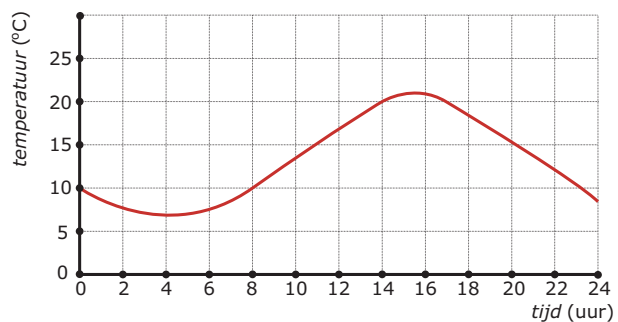
12e verjaardag: Joop ongeveer 153 cm, Marleen 157 cm.

In hun tiende levensjaar werden beiden langer dan 1,40 m.

Wie het langste gaat worden is nog niet duidelijk, misschien groeien jongens later nog sterker dan meisjes en moet Joop's groeispuurt nog komen.

Opdracht 2.2

Je ziet een grafiek met het temperatuurverloop op een bepaalde dag. In deze grafiek staat op de *x*-as de *tijd* in uren en op de *y*-as de *temperatuur* in °C. *tijd* en *temperatuur* zijn grootheden. Grootheden worden uitgedrukt in eenheden. In dit geval zijn de eenheden uren en graden Celsius.



Figuur 2.2

1. Laat in de figuur zien hoe je de temperatuur om 7:00 's morgens afleest en geef de juiste waarde.
2. Laat in de figuur zien hoe je de tijdstip(pen) afleest waarop de temperatuur 16 °C is en geef de juiste waarde(n).

Toelichting

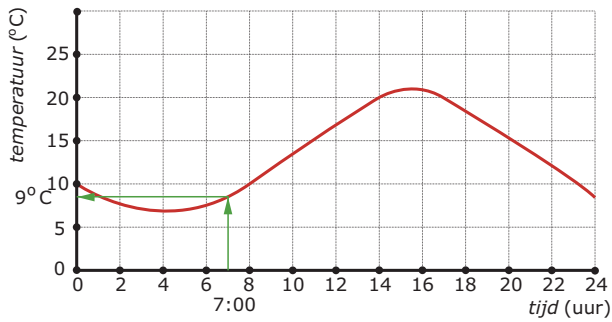
Geef de opdracht mondeling en in twee stappen. Kopieer de grafiek vooraf vanaf het **Werkblad** en deel dit uit.

De leerlingen zullen zeker met de eerste vraag weinig moeite hebben. Stel desgewenst vragen als “Waar vind je het genoemde tijdstip?”, “Hoe bepaal je nu met behulp van de grafiek de bijbehorende temperatuur?” en “Waar vind je de gegeven temperatuur?”, “Hoe bepaal je met behulp van de grafiek de bijbehorende tijdstippen?”.

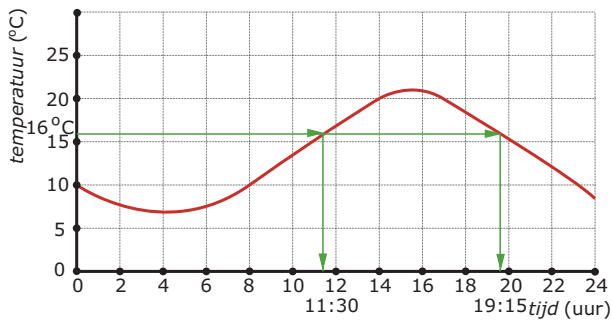
Stel na afloop de vraag “Waarom krijg je bij een vraag zoals de eerste altijd maar één antwoord en hoeft dat bij een vraag zoals de tweede niet zo te zijn?”. Breng dan ook nog de termen *x*-as en *y*-as nadrukkelijk onder de aandacht.

Uitwerking

Zie de figuren.



Figuur 2.3



Figuur 2.4

Opdracht 2.3

Waarover gaat deze grafiek en wat is er voor bijzonder aan?

Toelichting

Geef de opdracht mondeling. Gebruik eventueel het **Werkblad** en deel dit uit.

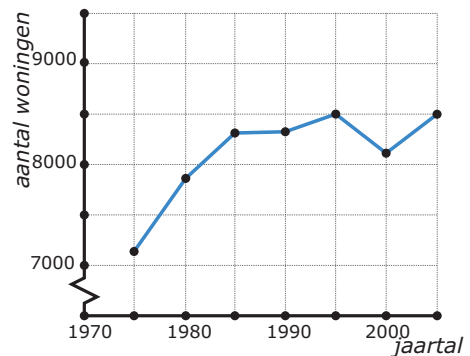
Hulpvragen zijn vast niet nodig, eventueel “Wat is er met de assen aan de hand?”.

Wel is het nuttig om de term ‘scheurlijntje’ te laten vallen en de vraag te stellen waarom die er bij de jaartallen niet is.

Uitwerking

Bij het aflezen van een grafiek is het belangrijk goed te kijken naar de waarden op de assen. Soms begint een as namelijk niet bij 0. In dat geval wordt een scheurlijn gebruikt (zie de grafiek).

In de grafiek zie je het *totaal aantal woningen* in een wijk van een grote stad uitgezet tegen de *tijd* in jaartallen. In deze wijk schommelde het *aantal woningen* sinds 1975 tussen de 7000 en 8500. Er is een scheurlijn gebruikt om de y-as bij 7000 te kunnen laten beginnen.



Figuur 2.5

Opdracht 2.4

Bekijk wat iedereen heeft gemaakt en heeft bedacht over het aflezen uit grafieken. Maak een eigen overzicht van wat je hebt geleerd.

Toelichting

Loop samen met de leerlingen alle bedenksels na. Bevraag leerlingen of ze elkaars gedachtenspinsels kunnen toelichten. Samen zouden jullie naar een overzicht van de theorie moeten komen. Ieder schrijft het voor zichzelf op.

Het lijkt ook nu een goed idee om de grafiek van opdracht 2 te laten gebruiken om het aflezen duidelijk weer te laten geven.

Uitwerking

Het theorieblok geeft het gewenste overzicht.

Theorie

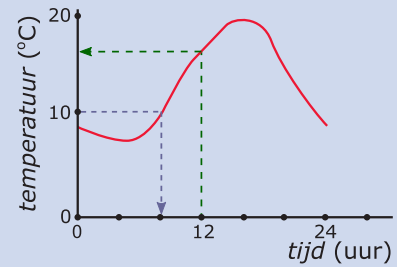
Om te onthouden

Je ziet een grafiek met het temperatuurverloop op een bepaalde dag. In deze grafiek staat op de **x-as** de *tijd* in uren en op de **y-as** de *temperatuur* in °C. *tijd* en *temperatuur* zijn grootheden. Grootheden worden uitgedrukt in eenheden. In dit geval zijn de eenheden uren en graden Celsius.

Nu wil je **waarden uit een grafiek aflezen**. In de figuur zie je:

- Als je op de x-as een waarde (als 12 uur) gegeven hebt, hoort daar op de y-as een waarde bij (ongeveer 16 °C).
- Als je op de y-as een waarde (als 10 °C) gegeven hebt, hoort daar op de x-as een waarde bij (ongeveer 9 uur en ook ongeveer 9 uur).

Soms wordt in een grafiek een deel van een as weggelaten. Dan wordt soms een **scheurlijntje** gebruikt.



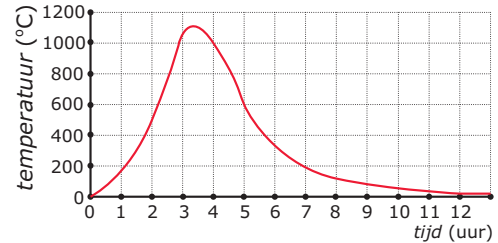
Figuur 2.6

Verwerken

★ Opgave 2.1

Als aardewerken potten te snel afkoelen nadat ze zijn gebakken, barsten ze. Bekijk de temperatuurgrafiek van een aardewerken pot die gebakken wordt en weer langzaam afkoelt.

- Hoe hoog is de *temperatuur* na een uur?
- Hoe hoog is de *temperatuur* van de oven als hij wordt uitgezet?
- De *temperatuur* in de oven moet minstens een uur boven de 700 °C blijven. Is dat gelukt?
- Na hoeveel tijd komt de *temperatuur* onder de 100 °C?
- Wordt de *temperatuur* ooit 0 °C? Licht je antwoord toe.

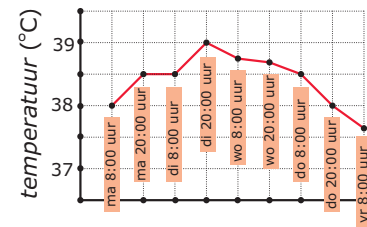


Figuur 2.7

★ Opgave 2.2

Sabine ligt in het ziekenhuis. Aan het voeteneinde van haar bed hangt een grafiek.

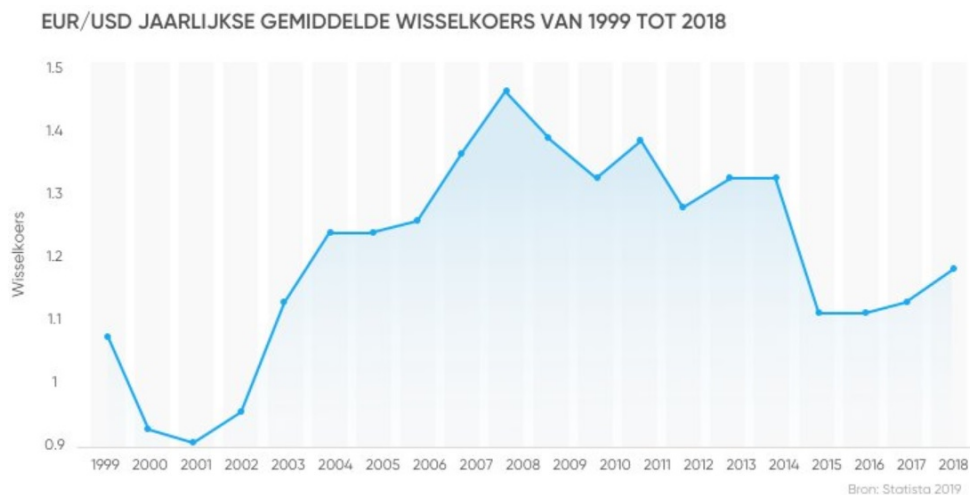
- Hoeveel keer per dag is de temperatuur van Sabine opgenomen?
- De punten op de grafiek zijn verbonden door lijnstukjes. Waarom heeft het trekken van een vloeiende lijn hier geen zin?
- Wat is de hoogste temperatuur die bij Sabine gemeten is?
- Op welk moment is deze temperatuur gemeten?
- Hoelang had Sabine een temperatuur boven de 38,5 °C?



Figuur 2.8

★ Opgave 2.3

Je ziet een grafiek van de wisselkoers van dollar naar euro. Je kunt hieruit aflezen hoeveel dollar je moet betalen voor 1 euro.



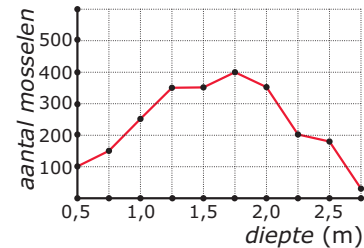
Figuur 2.9

- a Welke grootheid staat er op de x-as? En in welke eenheid wordt deze grootheid uitgedrukt?
- b Waaraan zie je dat de dollar de laatste jaren goedkoper is dan de euro?
- c Hoeveel dollar betaalde je in februari 2004 voor één euro?
- d In welke periodes kostte een euro \$ 1,30 of meer?

★ **Opgave 2.4**

Mosselen leven in ondiep water. In de grafiek zie je het verband tussen het *aantal mosselen* per m² en de *diepte* van het water.

- a Hoeveel mosselen leven er per m² op 75 cm diepte?
- b Welke waterdiepte is voor mosselvisser het gunstigst?
- c Mosselvisser vissen alleen daar waar minimaal 250 mosselen per m² leven. Op welke diepte kunnen ze vissen?



Figuur 2.10

Toepassen

Jarenlang is bijgehouden hoe lang mensen zijn op jonge leeftijd. Daar zijn al lang geleden **groeikaarten** van gemaakt. Er zijn groeikaarten voor jongens en voor meisjes afzonderlijk:

1. **groeikaart jongens/mannen**
2. **groeikaart meisjes/vrouwen**

Onder andere de schoolarts volgt op de basisschool de groei van een kind.

Als je die groeikaarten bekijkt, zie je op het onderste gedeelte verschillende lijnen voor de groei van de lengte in de loop van de leeftijd.

De lijn waar P₅₀ bij staat, laat zien hoe gemiddeld de groei van de lengte verloopt. Verder is er een P₃-lijn, een P₁₀-lijn, een P₉₀-lijn en een P₉₇-lijn. Deze getallen geven aan hoeveel procent van de jongens of meisjes voor wat betreft de lengte onder die lijn blijft.

★★ **Opgave 2.5**

Bekijk de groeikaart van de jongens en de P₅₀-lijn op het **werkblad**.

Joop van Straaten is op zijn 12e verjaardag 153 cm lang.

- a Hoe lang zou hij volgens de P₅₀-lijn moeten zijn?
- b Op zijn 3e verjaardag was Joop 101 cm lang. Hoe lang zou hij toen volgens de P₅₀-lijn moeten zijn?
- c De lengtegroei van Joop zit behoorlijk dicht bij de P₅₀-lijn. Op welke leeftijd zou hij volgens die lijn 170 cm moeten worden?
- d Hoe lang wordt een jongen volgens de P₅₀-lijn uiteindelijk (20 jaar na zijn geboorte)?

★★ **Opgave 2.6**

Bekijk de groeikaart van de meisjes en de P₅₀-lijn op het **werkblad**.

Marleen van Straaten is op haar 14e verjaardag 168 cm lang.

- a Hoe lang zou zij volgens de P₅₀-lijn moeten zijn?
- b Op haar 3e verjaardag was Marleen 98 cm lang. Hoe lang zou zij toen volgens de P₅₀-lijn moeten zijn?
- c De lengtegroei van Marleen gaat richting de P₁₀-lijn. Op welke leeftijd zou zij volgens die lijn 170 cm moeten worden?



- d** Hoe lang wordt een meisje volgens de P_{10} -lijn uiteindelijk (20 jaar na haar geboorte)?
Als Joop 12 jaar wordt is hij 153 cm. Zijn zus Marleen is 2 jaar ouder en is dan al 168 cm.
Toch zegt hun vader dat Joop waarschijnlijk het langst zal worden.
- e** Kun je dat verklaren?

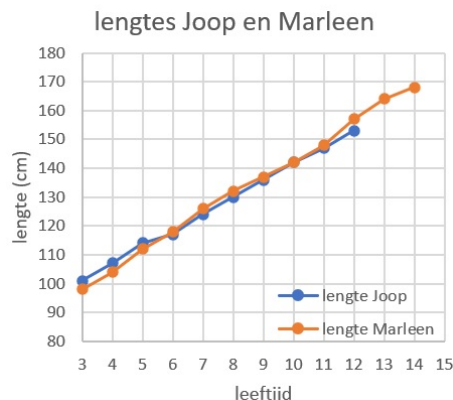
1.3 Grafieken tekenen

Inleiding

Joop van Straaten wil zijn lengtegroei vergelijken met die van zijn zus Marleen. Ze zijn telkens op hun verjaardag gemeten. En hij bekijkt hun groeigrafieken in één figuur. Dan kun je gemakkelijk zien, wie van beiden op welke leeftijd het langste is.

Hoe maak je dergelijke grafieken?

En hoe kun je er de vraag mee beantwoorden wie van beiden uiteindelijk het langst zal worden?



Figuur 3.1

Je leert in dit onderwerp

- een grafiek tekenen bij een tabel;
- het gebruiken van een scheurlijn in een grafiek als dat nodig is.

Voorkennis

- coördinaten kunnen hanteren in een assenstelsel;
- de waarde van de y -as aflezen bij gegeven waarde van de x -as;
- de waarde van de x -as aflezen bij gegeven waarde van de y -as;
- waarden aflezen in een grafiek met een scheurlijn.

Voor de docent

Bij het onderdeel 'Grafieken tekenen' gaat het om het tekenen van grafieken. Ook het wel of niet gebruiken van een scheurlijntje is van belang.

Gewenste materialen:

- Maak desgewenst vooraf een kopie van de werkbladen bij de eerste en de tweede opdracht.
- Zorg voor roosterpapier om op te tekenen.
- Als er tijd is voor de derde opdracht zijn er wellicht zaken nodig om mee te experimenteren, zoals een waterkoker, water, verschillende doorzichtige grote vazen of bakken met meetlinten eraan. Maar deze opdracht kan ook worden gebruikt om grafieken in een spreadsheet (rekenblad) weer te geven en gegevens op te zoeken. Dan zijn er computers nodig in de klas.
- Schrijfmateriaal voor op de verticale werkvlakken en eventueel plakband om de informatiebladen eraan op te hangen.

Opdracht 3.1

Je ziet een tabel van het temperatuurverloop op een bepaalde dag, gemeten om de 2 uur.

<i>tijd</i> (uur)	0	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20	22	24
<i>temperatuur</i> (°C)	6	4	3	5	7	11	15	20	24	19	16	12	7

Tabel 3.1

Teken een bijbehorende grafiek.

— Toelichting —

Geef de opdracht mondeling. Kopieer de tabel vooraf vanaf het **Werkblad** en deel dit uit, eventueel met roosterpapier om op te tekenen.

Mogelijke hulpvragen: “Welke grootheid komt op welke as?”, “Hoe bepaal je een geschikte schaalverdeling op elke as?”, “Door welke punten gaat de grafiek?” en/of “Hoe maak je nu die grafiek? Is er maar één mogelijk?”.

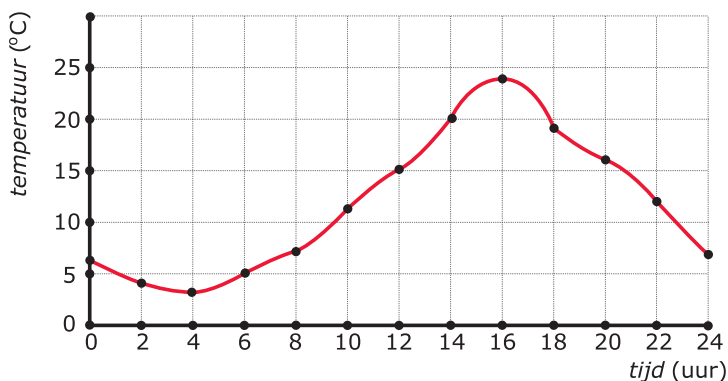
Vergelijk na afloop de verschillende grafieken en wijs op onvolkomenheden. De bijschriften bij de assen (grootheid met eenheid) zijn nogal van belang.

— Uitwerking —

De *temperatuur* hangt af van de *tijd* op de dag. Dus komt de *temperatuur* op de *y*-as en de *tijd* op de *x*-as.

- Teken een assenstelsel. Zet bij de *x*-as *tijd* in uren en bij de *y*-as *temperatuur* in °C. Maak een geschikte indeling voor de assen.
- Teken de punten uit de tabel in de grafiek: (0,6), (2,4), (4,3), enzovoort.
- Verbind de punten door een vloeiende lijn of door lijnstukjes.

Door het verbinden van de punten maak je het aflezen van waarden tussen de punten mogelijk. En hier is dat logisch omdat er op tussenliggende tijdstippen ook temperaturen zijn.



Figuur 3.2

Opdracht 3.2

Hier zie je een tabel met de lengtes en de gewichten van Joop en Marleen van Straaten.

Lengte en gewicht Joop en Marleen van Straaten												
leeftijd	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
Joop												
lengte (cm)	101	107	114	117	124	130	136	142	147	153		
gewicht (kg)	16,5	18	21	22	24,5	27,5	31	35	38,5	44		
Marleen												
lengte (cm)	98	104	112	118	126	132	137	142	148	157	164	168
gewicht (kg)	15	16,5	19	21,5	24,5	28	31	34	37	44	53,5	56

Figuur 3.3

Maak een geschikte grafiek van hun lengtes afhankelijk van hun leeftijd.

Leg ook uit hoe je dat doet. Gebruik je bijvoorbeeld scheurlijntjes?

— Toelichting —

Geef de opdracht mondeling. Gebruik eventueel het **Werkblad** en roosterpapier en deel dit uit.

Mogelijke hulpvragen: “Welke grootheid komt op welke as?”, “Hoe bepaal je een geschikte schaalverdeling op elke as?”, “Gebruik je gewoon de getallen uit de tabel of doe je er iets mee?” en/of “Is een scheurlijntje nu handig?”.

Vergelijk na afloop de verschillende grafieken en wijs op onvolkomenheden. De bijschriften bij de assen (grootheid met eenheid) zijn nogal van belang. Ook is het goed om even te praten over het wel of niet gebruiken van een scheurlijntje.

— Uitwerking —

Opdracht 3.3

Het leukst is natuurlijk een grafiek maken van eigen meetgegevens en daar dan iets mee voorspellen. Er is dan van alles denkbaar, zoals:

1. Neem een hele grote doorzichtige bak en vul die onder een kraan met langzaam stromend water. Plak aan de zijkant een meetlint aan de bak om de waterhoogte te kunnen opmeten. Meet elke 10 seconden de waterhoogte en laat de groepjes daar een grafiek bij maken. Stop na ongeveer 1 minuut en laat ze met hun grafiek voorspellen in hoeveel tijd de bak zal overstromen.
Als daar mogelijkheden voor zijn kan ook elk groepje met een eigen glazen bak werken. Het mooiste is als die dan ook nog van vorm verschillen.
2. Neem een niet al te dikke kaars (b.v. een verjaardagstaartkaarsje) en steek die aan. Meet om de minuut hoe lang de kaars nog is en laat de groepjes daar een grafiek bij maken. Stop na ongeveer 5 minuten en laat ze met hun grafiek voorspellen in hoeveel tijd de kaars zal zijn opgebrand.
Als daar mogelijkheden voor zijn kan ook elk groepje met een eigen kaars werken. Het mooiste is als die dan ook nog van dikte verschillen.
3. Neem een kan die gevuld is met heet water en meet de temperatuur van dat water, zeg om de minuut. Laat de leerlingen daar een grafiek bij maken en na een tijdje voorspellen hoe die grafiek gaat verlopen.



4. Een hele andere mogelijkheid is het laten zoeken van gegevens om grafieken te maken via het internet. Bijvoorbeeld zijn veel gegevens te vinden via het **CBS (Centraal Bureau voor de Statistiek)**. Maar je kunt ook zoeken naar bijvoorbeeld de wereldrecords hoogspringen in de loop der jaren, of het aantal werklozen in de loop van een jaar of van de jaren, of de prijs van een dollar in de loop van de tijd, of nog iets anders. Bedenk zelf iets en schakel een zoekmachine in of zoek de gegevens in boeken of kranten en tijdschriften op.
5. ...

En daarbij kun je met de hand grafieken maken, maar je kunt ook leren hoe dit met behulp van een 'rekenblad' (ook wel 'spreadsheet' genoemd. Bekijk het **Practicum**.

Toelichting

Doe deze opdracht alleen als daar tijd voor is en als er mogelijkheden toe zijn, bijvoorbeeld als de leerlingen over eigen laptops beschikken die ze voor deze opdracht mogen gebruiken. Je kunt ook navragen of er samen te werken is met een ander vak waar de leerlingen toevallig net een experiment doen waar grafieken bij gebruikt kunnen worden.

Uitwerking

Eigen uitwerkingen.

Opdracht 3.4

Bekijk wat iedereen heeft gemaakt en heeft bedacht over het tekenen van grafieken. Maak een eigen overzicht van wat je hebt geleerd.

Toelichting

Loop samen met de leerlingen alle bedenksels na. Bevraag leerlingen of ze elkaars gedachtenspinsels kunnen toelichten. Samen zouden jullie naar een overzicht van de theorie moeten komen. Ieder schrijft het voor zichzelf op.

Het lijkt een goed idee om de beste grafiek van opdracht 1 te gebruiken om het tekenen ervan duidelijk weer te geven. Bespreek ook het gebruik van een scheurlijntje zoals in de tweede opdracht is gesuggereerd.

Uitwerking

Het theorieblok geeft het gewenste overzicht.



Theorie

Om te onthouden

Bij een tabel kun je een **grafiek tekenen**.

- Teken een assenstelsel. Zet bij de assen wat je meet (**grootheid**) en met welke maat (**eenheid**). Maak een geschikte indeling voor de assen.
- Teken de punten uit de tabel in de grafiek.
- Verbind als dat kan de punten door een vloeiende lijn of door lijnstukjes.

Door het verbinden van de punten maak je het aflezen van waarden tussen de punten mogelijk. Ook kun je daarmee het verloop van de grafiek beter laten zien.

Als de waarden op de x -as of y -as ver van 0 af liggen, kun je een stukje van de grafiek weglaten. Zo blijft de grafiek mooi compact. Om aan te geven dat je een stukje weglaat, gebruik je een **scheurlijn**.

Verwerken

★ Opgave 3.1

Je ziet een tabel met de hoogste waterstanden die vanaf 23 januari werden bereikt.

<i>tijd</i> (dagen na 23 januari)	1	2	3	4	5	6
<i>waterstand</i> (m)	4,5	4,5	4,6	4,6	4,6	4,5

Tabel 3.2

- a Maak bij de tabel een geschikte grafiek. Gebruik geen scheurlijnen.
Het waterschap heeft de waterhoogtes nauwkeuriger bijgehouden. Bekijk de tabel.

<i>tijd</i> (dagen na 23 januari)	1	2	3	4	5	6
<i>waterstand</i> (m)	4,50	4,46	4,55	4,56	4,59	4,53

Tabel 3.3

- b Maak met deze gegevens een nauwkeuriger grafiek. Gebruik een scheurlijn op de verticale as.

★★ Opgave 3.2

Deze tabel geeft de *temperatuur* op een winterdag weer.

<i>tijd</i> (uur)	0	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20	22	24
<i>temperatuur</i> (°C)	-5	-6	-8	-9	-7	-4	-1	2	3	2	-1	-4	-5

Tabel 3.4

- a Teken een bijpassende grafiek.
b Gedurende hoeveel uur was de temperatuur die dag boven 0 °C?

★ Opgave 3.3

In de tabel zie je het *aantal grijze zeehonden* in de Waddenzee in de loop van de tijd.

<i>tijd</i> (jaartal)	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010
<i>aantal zeehonden</i>	500	550	950	1050	1100	1500	1750	1500	1700	2100	2050

Tabel 3.5

- a Zijn deze aantallen exact, denk je? Licht je antwoord toe.
b Maak van de grijze zeehondenpopulatie in de Waddenzee in die jaren een grafiek.
c Kun je het aantal zeehonden in 2011 gemakkelijk met deze grafiek voorspellen?

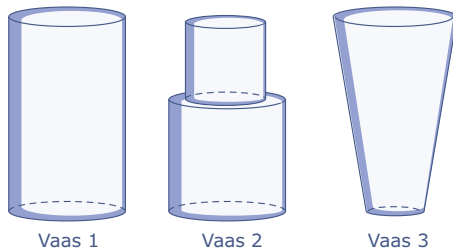
★ **Opgave 3.4**

Een vaas wordt onder een stromende kraan gezet. In de tabel zie je hoe de *waterhoogte* verandert.

<i>tijd</i> (seconde)	0	5	10	15	20	25	30	35	40
<i>waterhoogte</i> (cm)	0	8	15	21	26	30	33	35	36

Tabel 3.6

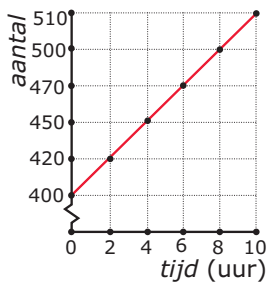
- a Teken met de gegevens uit de tabel een bijpassende grafiek.
- b Welk van deze drie vazen past bij de grafiek die je hebt getekend? Licht je antwoord toe.



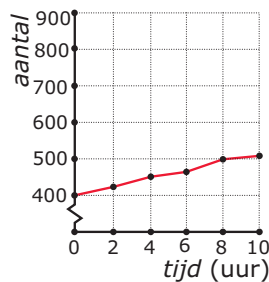
Figuur 3.4

★ **Opgave 3.5**

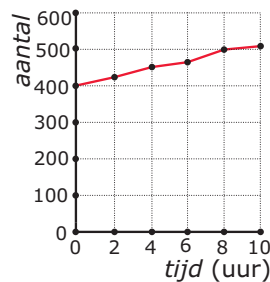
Je ziet drie grafieken.



grafiek I



grafiek II



grafiek III

Figuur 3.5

Op elk van deze grafieken is wat aan te merken, geef commentaar en beschrijf of teken hoe je grafiek I zou kunnen verbeteren.

Toepassen

Jarenlang is bijgehouden hoe lang mensen zijn op jonge leeftijd. Daar zijn al lang geleden **groeikaarten** van gemaakt. Er zijn groeikaarten voor jongens en voor meisjes afzonderlijk:

1. **groeikaart jongens/mannen**
2. **groeikaart meisjes/vrouwen**

Onder andere de schoolarts volgt op de basisschool de groei van een kind.

Als je die groeikaarten bekijkt, zie je op het onderste gedeelte verschillende lijnen voor de groei van de lengte in de loop van de leeftijd.

De lijn waar P₅₀ bij staat, laat zien hoe gemiddeld de groei van de lengte verloopt. Verder is er een P₃-lijn, een P₁₀-lijn, een P₉₀-lijn en een P₉₇-lijn. Deze getallen geven aan hoeveel procent van de jongens of meisjes voor wat betreft de lengte onder die lijn blijft.

★★ **Opgave 3.6**

Hier zie je een tabel met de lengtes en de gewichten van Joop en Marleen van Straaten.

Lengte en gewicht Joop en Marleen van Straaten												
leeftijd	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
Joop												
lengte (cm)	101	107	114	117	124	130	136	142	147	153		
gewicht (kg)	16,5	18	21	22	24,5	27,5	31	35	38,5	44		
Marleen												
lengte (cm)	98	104	112	118	126	132	137	142	148	157	164	168
gewicht (kg)	15	16,5	19	21,5	24,5	28	31	34	37	44	53,5	56

Figuur 3.6

- a Gebruik de groeikaart voor jongens/mannen op het **werkblad** en teken de grafiek van de lengtegroei van Joop.
- b Bovenin de groeikaart komen de gewichten. Maar van welke grootheid is dat gewicht afhankelijk?
- c Zet ook een grafiek van Joop's gewicht op de groeikaart.
- d Hoe lang zal Joop uiteindelijk worden?

★★ **Opgave 3.7**

Hier zie je een tabel met de lengtes en de gewichten van Joop en Marleen van Straaten.

Lengte en gewicht Joop en Marleen van Straaten												
leeftijd	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
Joop												
lengte (cm)	101	107	114	117	124	130	136	142	147	153		
gewicht (kg)	16,5	18	21	22	24,5	27,5	31	35	38,5	44		
Marleen												
lengte (cm)	98	104	112	118	126	132	137	142	148	157	164	168
gewicht (kg)	15	16,5	19	21,5	24,5	28	31	34	37	44	53,5	56

Figuur 3.7

- a Gebruik de groeikaart voor meisjes/vrouwen op het **werkblad** en teken de grafiek van de lengtegroei van Marleen.
- b Zet ook een grafiek van Marleen's gewicht op de groeikaart.
- c Hoe lang zal Marleen uiteindelijk worden?
- d Zal Marleen uiteindelijk de langste van hun beiden worden?

Practicum

Het maken van grafieken is vaak nogal tijdrovend. Computerprogramma's zoals MS-Excel, Open Office Calc en Google Sheets kunnen je daarbij helpen. Je noemt dergelijke programma's **rekenbladen** of **spreadsheets**.

Werk daartoe één van deze practica door:

- **MS-Excel: Grafieken bij tabellen**
- **OO Calc: Grafieken bij tabellen**
- **Google Sheets: Grafieken bij tabellen**

Heb je echt nog nooit met zo'n rekenblad gewerkt, doe dan eerst één van deze practica:

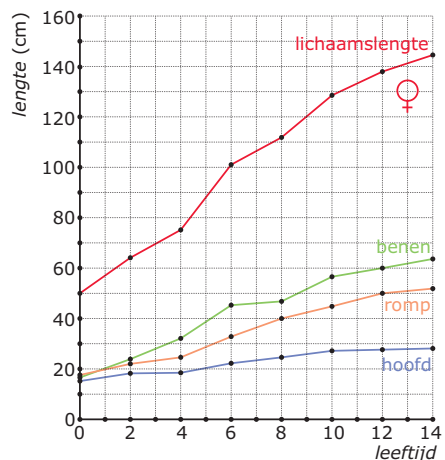
- **MS-Excel: Tafels van vermenigvuldiging**
- **OO Calc: Tafels van vermenigvuldiging**
- **Google Sheets: Tafels van vermenigvuldiging**

1.4 Som- en verschilgrafiek

Inleiding

Joop heeft op internet nog andere grafieken gevonden over de groei van kinderen.

Bijvoorbeeld deze grafieken over de groei van een meisje. Er is één grafiek voor de beenlengte, één voor de lengte van de romp (inclusief de nek) en één voor de lengte van het hoofd. Ook zie je een grafiek met de totale lichaamslengte. Je krijgt de grafiek van de totale lichaamslengte door steeds de waarden van beenlengte, romplengte en hoofd­lengte die bij een bepaalde leeftijd horen op te tellen.



Figuur 4.1

Je leert in dit onderwerp

- wat een somgrafiek is, hoe je hem maakt en hoe je erin afleest;
- wat een verschilgrafiek is, hoe je hem maakt en hoe je erin afleest.

Voorkennis

- een tabel bij een grafiek maken en een grafiek bij een tabel maken;
- optellen en aftrekken van positieve en negatieve getallen;
- grootheden op de assen van een grafiek benoemen.

Voor de docent

Bij het onderdeel 'Som- en verschilgrafieken' gaat het om het maken en interpreteren van som- en verschilgrafieken.

Gewenste materialen:

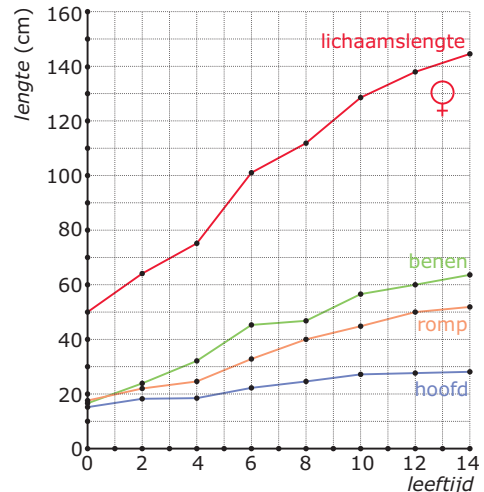
- Maak desgewenst vooraf een kopie van de werkbladen bij de eerste en de tweede opdracht.
- Zorg voor roosterpapier om op te tekenen of gebruik de tweede opdracht om som- en verschilgrafieken in een spreadsheet (rekenblad) weer te geven en er grafieken bij te maken. Dan zijn er computers nodig in de klas.

Opdracht 4.1

Bekijk de grafieken over de groei van een meisje. Er is één grafiek voor de beenlengte, één voor de lengte van de romp (inclusief de nek) en één voor de lengte van het hoofd. Ook zie je een grafiek met de totale lichaamslengte.

Waarom kun je de grafiek van de lichaamslengte een somgrafiek noemen?

Maak een grafiek van haar beenlengte en romplengte samen. Op welke twee manieren kan dat met deze gegevens?



Figuur 4.2

Toelichting

Geef de opdracht mondeling. Kopieer de grafiek vooraf vanaf het **Werkblad** en deel dit uit, eventueel met roosterpapier om op te tekenen.

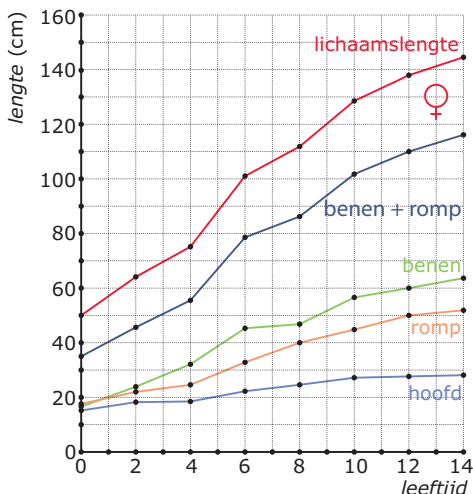
Mogelijke hulpvragen: “Wat wordt in de wiskunde onder een som verstaan? Waarom mag je dus een opgave, of een opdracht nooit een som noemen?”, “Wat is dan een verschil?” en/of “Kun je ook een verschilgrafiek maken?”.

Vergelijk na afloop de verschillende grafieken en wijs op onvolkomenheden. De bijschriften bij de assen (grootheid met eenheid) zijn nogal van belang.

Uitwerking

Door per jaar (leeftijd, horizontale lijn) beenlengte, romplengte en hoofd­lengte op te tellen krijg je de totale lichaamslengte.

Zie de grafiek. Je kunt op meerdere manieren te werk gaan. Eén manier is om een tabel te maken met de leeftijd, beenlengte en romplengte en dan een nieuwe rij te maken met beenlengte + romplengte. Een andere manier is een nieuwe rij te maken met romplengte — hoofd­lengte. Vervolgens teken je bij deze tabel de grafiek:



Figuur 4.3

Opdracht 4.2

In de tabel zie je het totale aantal inwoners van Nederland in de jaren 1950, 1960, ..., 2020.

<i>tijd</i> (jaartal)	1950	1960	1970	1980	1990	2000	2010	2020
<i>totale bevolking</i>	10026773	11417254	12957621	14091014	14892574	15863950	16574989	17407585
<i>mannen</i>	4998251	5686152	6465081	6994280	7358482	7846317	8203476	8648031
<i>vrouwen</i>	5028522	5731102	6492540	7096734	7534092	8017633	8371513	8759554

Tabel 4.1

Maak hier een grafiek van het verschil tussen het aantal vrouwen en het aantal mannen.

Toelichting

Geef de opdracht mondeling. Gebruik eventueel het **Werkblad** en roosterpapier en deel dit uit.

Mogelijke hulpvragen: “Gebruik je gewoon de getallen in de tabel of ga je afronden?”, “Hoe bepaal je een geschikte schaalverdeling op de verticale as?” en/of “Is een scheurlijntje nu handig?”.

Vergelijk na afloop de verschillende grafieken. De bijschriften bij de assen (grootheid met eenheid) zijn nogal van belang. Ook is het goed om even te praten over het wel of niet gebruiken van een scheurlijntje, afhankelijk van de gekozen afrondingen. Of, hoe je met behulp van een geschikte schaalverdeling het verschil kunt overdrijven. Ook zou het leuk zijn als er groepen juist een grafiek van het aantal mannen min het aantal vrouwen hebben gemaakt. Dan kun je ingaan op negatieve waarden op de verticale as.

Als er in het voorgaande onderdeel tijd is gestopt in het werken met een spreadsheet, dan zou dit nu ook kunnen worden ingezet. De tabel moet dan wel nog handmatig worden ingevoerd.

Uitwerking

Maak eerst een tabel van deze verschillen. Rond af op bijvoorbeeld miljoenen in één decimaal nauwkeurig. Je krijgt dan wel een wat grove grafiek.

<i>tijd</i> (jaartal)	1950	1960	1970	1980	1990	2000	2010	2020
<i>aantal vrouwen</i> (mln)	5,0	5,7	6,5	7,1	7,5	8,0	8,4	8,8
<i>aantal mannen</i> (mln)	5,0	5,7	6,5	7,0	7,4	7,8	8,2	8,6
<i>vrouwenovershot</i> (mln)	0	0	0	0,1	0,1	0,2	0,2	0,2

Tabel 4.2

Kies een geschikte schaalverdeling op de verticale as.



Opdracht 4.3

Bekijk wat iedereen heeft gemaakt en heeft bedacht over het tekenen van somgrafieken en verschilgrafieken.

Maak een eigen overzicht van wat je hebt geleerd.

— Toelichting —

Loop samen met de leerlingen alle bedenksels na. Bevraag leerlingen of ze elkaars gedachtenspingsels kunnen toelichten. Samen zouden jullie naar een overzicht van de theorie moeten komen. Ieder schrijft het voor zichzelf op.

— Uitwerking —

Het theorieblok geeft het gewenste overzicht.

Theorie

Om te onthouden

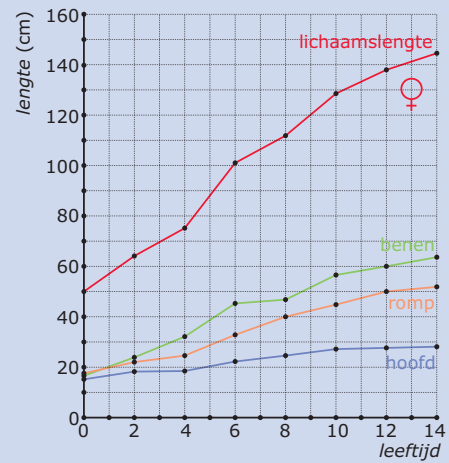
Bekijk de groeigrafieken. Er is één grafiek voor de beenlengte, één voor de lengte van de romp (inclusief de nek) en één voor de lengte van het hoofd. Je krijgt de grafiek van de totale lichaamslengte door steeds de waarden van beenlengte, romplengte en hoofd­lengte die bij een bepaalde leeftijd horen op te tellen.

Je kunt grafieken ook bij elkaar optellen, je krijgt dan een **somgrafiek**.

Je krijgt een grafiek van de lengte van romp en hoofd samen door steeds van de waarden van de totale lichaamslengte die van de beenlengte die bij een bepaalde leeftijd horen af te trekken.

Je kunt grafieken dus ook van elkaar aftrekken. Dan krijg je een **verschilgrafiek**.

Werk daarbij met tabellen om de optellingen en aftrekkingen te doen.



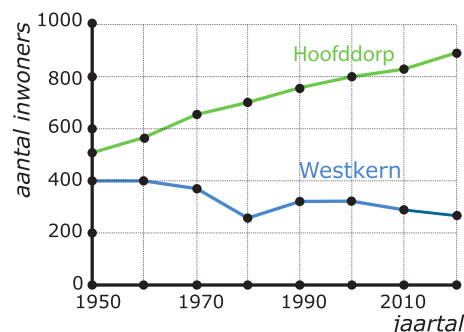
Figuur 4.4

Verwerken

★ Opgave 4.1

Op een eiland woont de complete bevolking in de twee dorpskernen Hoofddorp en Westkern. In deze grafieken zie je het aantal inwoners van elk van die dorpskernen.

- Teken de grafiek van de totale bevolking op het eiland.
- Teken de grafiek van het verschil van het aantal bewoners in de beide dorpen.



Figuur 4.5

★ Opgave 4.2

Bekijk de tabel van het *aantal verkeersongelukken* binnen en buiten de bebouwde kom in de gemeente A.

tijd (jaartal)	2016	2017	2018	2019	2020
verkeersongelukken binnen de bebouwde kom	10	10	15	17	19
verkeersongelukken buiten de bebouwde kom	20	17	15	24	21

Tabel 4.3

- In welk jaar waren er binnen de bebouwde kom evenveel ongelukken als daarbuiten?
- Teken de grafieken van het *aantal verkeersongelukken* in gemeente A binnen de bebouwde kom en buiten de bebouwde kom in één assenstelsel.
- Teken ook de bijbehorende somgrafiek en leg uit welke betekenis deze heeft.
- In welk jaar was het totaal aantal verkeersongelukken het grootst?

★ Opgave 4.3

Martijn en Johan zijn fervente hardlopers. Ze doen beiden mee aan een loop over 9 km. Martijn blijkt sneller te lopen dan Johan. Om de kilometer is zijn tussentijd genoteerd. Ook is bijgehouden hoeveel hij op Johan voor ligt.

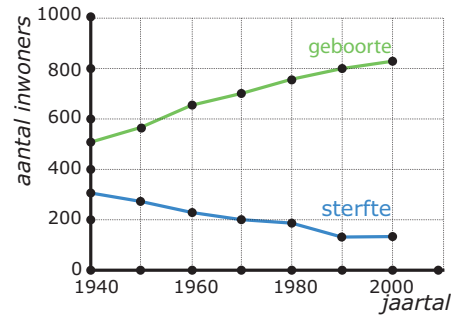
afstand (km)	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
tijd (min)	0	5	10	15	22	27	30	35	40	45
voorsprong (min)	0	1	1	2	2	4	7	8	10	12

Tabel 4.4

- Teken in een assenstelsel de grafieken van de doorkomsttijden van Martijn en Johan.
- Hoeveel kilometer ligt Martijn voor op Johan als hij finisht?

★ **Opgave 4.4**

Op een eiland in de Atlantische Oceaan is de volksgezondheid eind vorige eeuw sterk verbeterd. Deze grafieken van het aantal geboorten per jaar en de sterfte per jaar laten dat zien. Ga er verder van uit dat er geen mensen naar het eiland verhuisden of van het eiland vertrokken.



Figuur 4.6

- a Hoe kun je aan deze grafieken zien dat de volksgezondheid is verbeterd?
- b Welke betekenis heeft de verschilgrafiek 'geboorte – sterfte'?
- c In 1990 telde dit eiland 20600 inwoners. Hoeveel waren dat er in 2000 ongeveer?

Toepassen

Joop raakt steeds meer geïnteresseerd in hoe jonge mensen groeien. Hij vindt op internet voor een jongen deze gegevens.

Verloop lichaamsverhoudingen in cm									
Leeftijd	2	4	6	8	10	12	14	16	18
Jongen									
hoofd+nek	23	26	27	27	28	29	31	33	34
romp	35	37	42	45	49	52	53	54	54
benen	36	46	54	62	68	75	82	90	96

Figuur 4.7

Hiermee kan hij een grafiek maken van de totale lengte van de jongen.

★★ **Opgave 4.5**

Bekijk de tabel die Joop heeft gevonden voor de groei van een jongen.

- a Maak in een assenstelsel grafieken voor de beenlengte, de romplengte en de lengte van hoofd en nek.
- b Maak ook een grafiek van de totale lengte van deze jongen.
- c Wat krijg je als je de grafiek maakt van de totale lengte min de lengte van hoofd en nek?

★★ **Opgave 4.6**

Bekijk deze tabel die Joop heeft gevonden voor de groei van een meisje.

Verloop lichaamsverhoudingen in cm									
Leeftijd	2	4	6	8	10	12	14	16	18
Meisje									
hoofd	22	24	26	27	27	30	30	31	31
romp	35	38	43	45	50	50	50	50	50
totale lengte	93	108	123	134	146	157	166	168	170

Figuur 4.8

- a Hoe maak je hiervan een tabel voor de beenlengte afhankelijk van de leeftijd?
- b Maak ook een grafiek van de beenlengte van het meisje.

1.5 Maximum en minimum

Inleiding

Joop is vandaag ziek geweest, hij had koorts.

De hele dag heeft hij (met zo'n thermometer tegen zijn voorhoofd) om het uur zijn lichaamstemperatuur gemeten.

En hij heeft er een grafiek van gemaakt om te zien hoe zijn temperatuur in de loop van de dag veranderde.



Figuur 5.1

Je leert in dit onderwerp

- het herkennen en aflezen van een maximum en/of een minimum in een grafiek;
- de extremen van een grafiek benoemen.

Voorkennis

- waarden in een grafiek aflezen;
- een tabel bij een grafiek maken en een grafiek bij een tabel maken;
- optellen en aftrekken van positieve en negatieve getallen;
- grootheden op de assen van een grafiek benoemen.

Voor de docent

Bij het onderdeel 'Maximum en minimum' gaat het om het bepalen van extreme waarden in grafieken.

Gewenste materialen:

- Maak desgewenst vooraf een kopie van de werkbladen bij de eerste en de tweede opdracht.
- Roosterpapier voor het tekenen van de grafiek bij de eerste opdracht.

Opdracht 5.1

In de tabel zie je de lichaamstemperatuur van Joop gedurende een dag waarop hij zich ziek voelde. Vanaf 7:00 uur is elk uur zijn temperatuur in °C (graden Celsius) gemeten.

Teken hiervan een grafiek en bepaal Joop's maximale (hoogste) en zijn minimale (laagste) lichaamstemperatuur die dag. Leg uit, waarom je antwoorden afhangen van hoe je de grafiek hebt getekend.

Lichaamstemperatuur Joop	
tijd	temperatuur °C
7:00	37,2
8:00	37,8
9:00	40,1
10:00	41,9
11:00	42,1
12:00	41,2
13:00	39,5
14:00	38,6
15:00	37,1
16:00	36,8

Figuur 5.2

Toelichting

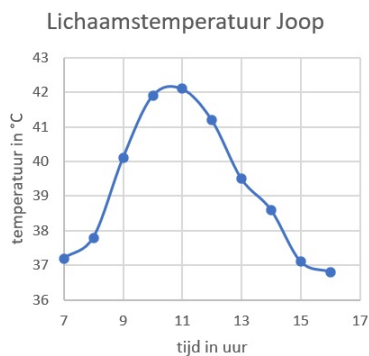
Geef de opdracht mondeling. Kopieer de tabel desgewenst vanaf het **Werkblad** en deel dit uit, eventueel met roosterpapier om op te tekenen.

Mogelijke hulpvragen: “Wat wordt in het dagelijks taalgebruik onder een maximum (maximale waarde) verstaan?”, “Hoe bepaal je zo'n maximale waarde in een grafiek?” en idem voor de minimale waarden.

Bespreek na afloop hoe e.e.a. te maken heeft met het dalen en stijgen van de grafiek. Benoem ook het feit dat extremen lokale gebeurtenissen zijn. Een maximum hoeft niet de allergrootste waarde te zijn, maar is alleen de grootste waarde in zijn ‘naaste omgeving’. En een minimum is de kleinste waarde in ‘zijn omgeving’.

Uitwerking

Grafiek:

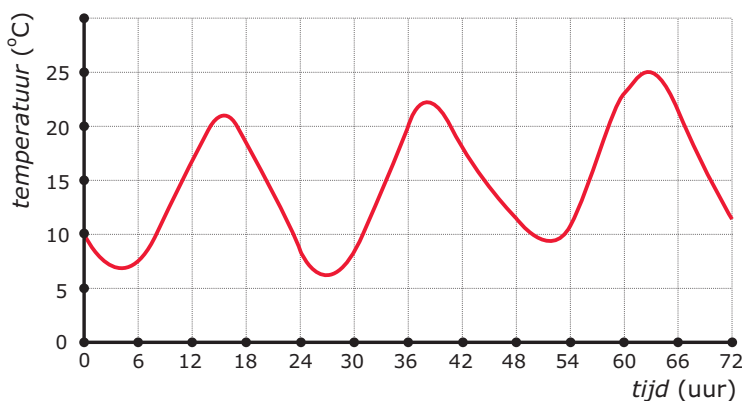


Figuur 5.3

De hoogste gemeten temperatuur (het maximum) is 42,1 °C, gemeten om 11:00 uur.
 De laagste gemeten temperatuur (het minimum) is 36,8 °C, gemeten om 16:00 uur.
 Of dit echt de hoogste/laagste waarden zijn is niet zeker, want er is om het uur gemeten. Tussenvaarden zijn niet bekend.

Opdracht 5.2

Je ziet een grafiek van het temperatuurverloop op drie achtereenvolgende dagen.



Figuur 5.4

Maximale en minimale waarden heten ‘extremen’ of ook ‘extreme waarden’. Hoeveel extremen zijn er in deze grafiek? Bepaal ze allemaal en geef ook de bijbehorende tijdstippen.

— **Toelichting** —

Geef de opdracht mondeling. Kopieer de grafiek vooraf vanaf het **Werkblad** en deel dit uit, eventueel met roosterpapier om op te tekenen.

Mogelijke hulpvragen: “Hoeveel extremen heeft deze grafiek?”, “Hoe lees je de maxima en de bijbehorende tijdstippen af?” en idem voor de minima.

Bespreek na afloop hoe e.e.a. te maken heeft met het dalen en stijgen van de grafiek. Benoem ook het feit dat extremen lokale gebeurtenissen zijn. Een maximum hoeft niet de allergrootste waarde te zijn, maar is alleen de grootste waarde in zijn ‘naaste omgeving’. En een minimum is de kleinste waarde in ‘zijn omgeving’.

— **Uitwerking** —

Er zijn meerdere maxima: elke dag heeft een maximum temperatuur.

Er zijn ook meerdere minima: elke dag heeft een minimum temperatuur.

Er zijn in totaal zes extremen.

Maximale waarden: 21 °C om ongeveer 16:00 uur, 22 °C om ongeveer 14:00 uur ($\approx 38 - 24$) en 25 °C om ongeveer 15:00 uur ($\approx 63 - 48$).

Minimale waarden: 7 °C om ongeveer 5:00 uur; 6 °C om 2:00 uur ($\approx 26 - 24$) en 9,5 °C om 4:00 uur ($\approx 52 - 48$).

Opdracht 5.3

Bekijk wat iedereen heeft gemaakt en heeft bedacht over het bepalen van de extreme (maximale en minimale) waarden in grafieken.

Maak een eigen overzicht van wat je hebt geleerd.

— **Toelichting** —

Loop samen met de leerlingen alle bedenksels na. Bevraag leerlingen of ze elkaars gedachtenspingsels kunnen toelichten. Samen zouden jullie naar een overzicht van de theorie moeten komen. Ieder schrijft het voor zichzelf op.

— **Uitwerking** —

Het theorieblok geeft het gewenste overzicht.

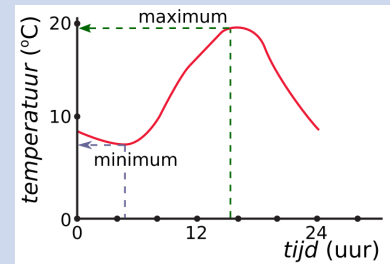
Theorie

Om te onthouden

Als een grafiek overgaat van stijgen in dalen, dan heeft de grafiek een hoogste waarde. Die waarde noem je een **maximum**. Sommige grafieken hebben meerdere maxima.

Als een grafiek overgaat van dalen in stijgen, dan heeft de grafiek een laagste waarde. Die waarde noem je een **minimum**. Sommige grafieken hebben meerdere minima.

Maxima en minima noem je de **extremen** of **uiterste waarden**. Het zijn altijd y -waarden.



Figuur 5.5

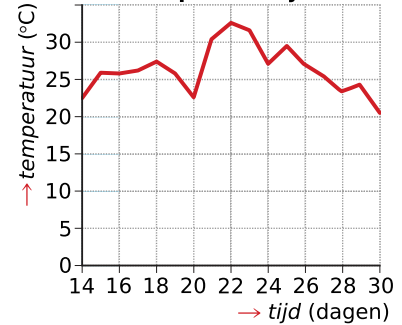
Verwerken

★ Opgave 5.1

In juli 2013 was er een hittegolf in Nederland. In de grafiek zie je de maximum temperaturen in de Bilt van een aantal dagen in deze maand.

Welke extremen heeft deze grafiek?

Maximumtemperatuur juli 2013

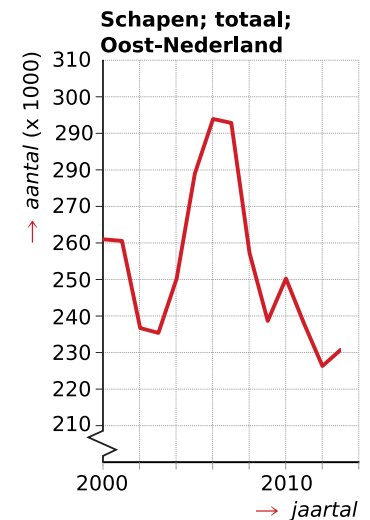


Figuur 5.6

★ Opgave 5.2

In de grafiek zie je het aantal schapen in Oost-Nederland in de periode van 2000-2013.

- Hoeveel schapen waren er in deze periode maximaal in Oost-Nederland? En wanneer was dat?
- Hoeveel schapen waren er minimaal in Oost-Nederland in deze periode? En wanneer was dat?
- Hoeveel schapen waren er minimaal in de periode 2000-2005 in Oost-Nederland?

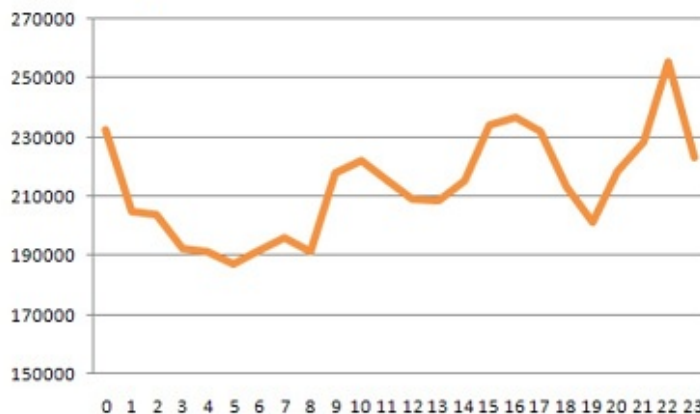


Figuur 5.7

★ Opgave 5.3

Deze grafiek laat de verdeling van het aantal tweets (tegenwoordig 'posts', want Twitter is X geworden) op een dag zien.

HubSpot Distribution of Tweets-per-Hour



Figuur 5.8

- Op welke tijdstippen zitten de maxima?

- b Op welk tijdstip vindt het grootste aantal tweets plaats?
- c Om hoeveel tweets gaat het?
- d Verklaar het minimum om 19:00 uur.
- e Op welk tijdstip vindt het kleinste aantal tweets plaats?
- f Om hoeveel tweets gaat het dan toch nog?

★★ **Opgave 5.4**

De tabel geeft het tijdstip van zonsopkomst en zonsondergang weer op elke laatste dag van de maand.

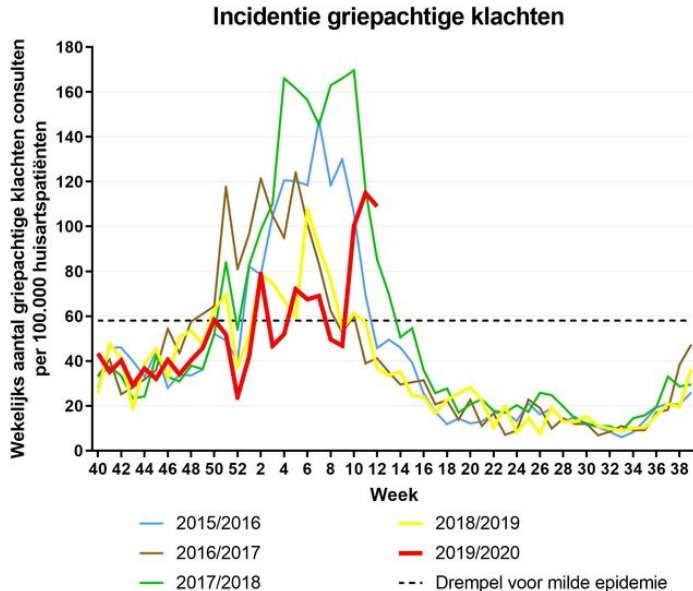
maand	opkomst	ondergang
1	8:48	16:39
2	8:20	17:28
3	7:26	18:20
4	6:15	19:14
5	5:10	20:05
6	4:25	20:50
7	4:24	21:03
8	5:02	20:30
9	5:52	19:27
10	6:41	18:17
11	7:35	17:12
12	8:26	16:32

- a Maak in een assenstelsel grafieken voor de zonsopkomst en de zonsondergang gedurende het jaar.
- b Welke betekenis heeft *zonsondergang* – *zonsopkomst*? Teken de bijpassende grafiek.
- c In welke maand is de daglengte maximaal volgens de grafiek?
- d Gedurende welke perioden van het jaar is het minder dan 12 uur licht?

Figuur 5.9

Toepassen

Joop denkt dat hij griep heeft gehad. Hij zoekt op internet naar het verloop van de griep in Nederland. Hij vindt onder andere deze grafiek:



Figuur 5.10

Je ziet hier voor een aantal jaren het aantal mensen met griepklachten per 100.000 patiënten bij de huisarts per week.

Gelukkig is de gewone griep meestal geen ziekte waaraan je overlijdt (hoewel dat echt wel kan). En misschien vind je het jaarlijkse aantal mensen dat de griep krijgt niet zo vreselijk hoog, maar je zult er maar van in de problemen raken...

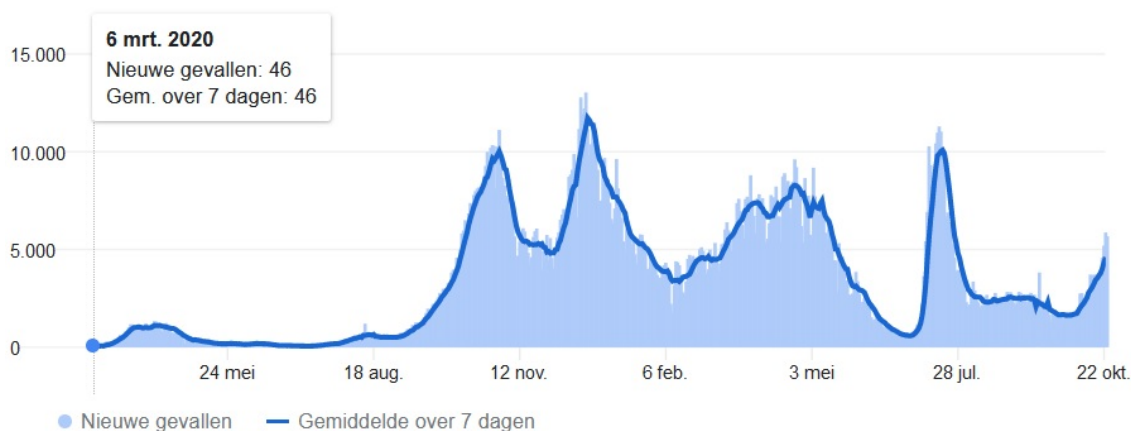
★★ **Opgave 5.5**

Bekijk de grafieken van het verloop van het aantal grieppatiënten in Nederland in de jaren 2015 - 2020.

- a Van welk jaar zijn de laatste gegevens van deze grafieken?
- b Wat wordt er verstaan onder 'Incidentie griepachtige klachten'?
- c Hoeveel personen per 100.000 inwoners hebben in Nederland op 1 januari 2020 griepklachten?
- d Hoeveel personen per 100.000 inwoners hebben in Nederland op 1 januari 2017 griepklachten?
- e Elk jaar is er aan het eind van week 52 een soort minimum in de ontwikkeling van het aantal griepklachten. Kun je dat verklaren?
- f Hoe hoog is het aantal griepklachten per 100.000 inwoners in Nederland in 2018 op het hoogste punt? In welke week is dat?
- g Welk jaargetijde is typisch voor het krijgen van de griep? In welke maanden valt meestal het maximum aan griepklachten?
- h In 2019-2020 lijkt de griepepidemie dat jaar wat minder erg dan de voorgaande jaren. Heb je een verklaring?

★★ **Opgave 5.6: Coronapandemie grafiek NL**

Hier zie je een grafiek van het aantal met Covid-19 (corona) besmette personen in Nederland vanaf 6 maart 2020.



Figuur 5.11

- a Waaraan zie je dat in de maanden maart/april/mei/juni/juli/augustus er nog weinig aan de hand was in Nederland?
- b Wanneer kun je echt spreken van de eerste coronagolf in Nederland? Hoeveel en wanneer was in die periode het weekgemiddelde maximaal?
- c Door maatregelen als 1,5 m afstand houden, goed ventileren, mondkapjes en groepsvorming (vooral binnen) vermijden, is geprobeerd de verspreiding van het coronavirus te voorkomen. Heeft dat tijdens die eerste golf gewerkt?
- d Wanneer waren de meeste besmettingen per dag? En hoeveel waren dat er?
- e Van wanneer is deze grafiek en wat was er toen aan de hand?

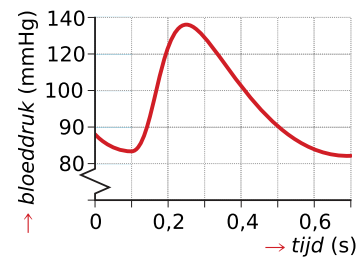
1.6 Periodieke grafieken

Inleiding

Joop van Straaten hoort na zijn korte ziekte meer over het functioneren van het menselijk lichaam. Misschien wil hij later de zorg wel in...

Het hart pompt bloed door je aderen. Door het pompen varieert de bloeddruk in je aderen. Hier zie je daar een grafiek van. In de periode van 0,1 tot 0,7 seconden maakt dit hart één hartslag. De druk in de slagaderen is het laagst als het hart zich met bloed vult (diastolische bloeddruk), en stijgt als het hart bloed wegpompt (systolische bloeddruk). De eenheid van druk is millimeter kwik (mmHg).

Na elke periode herhaalt zich de hartslag. Het is daarom een periodiek verschijnsel.



Figuur 6.1

Je leert in dit onderwerp

- een periodieke grafiek herkennen en interpreteren;
- de periode in een periodieke grafiek aflezen, herkennen of berekenen;
- een periodieke grafiek tekenen aan de hand van gegevens over één periode.

Voorkennis

- waarden in een grafiek aflezen;
- een tabel bij een grafiek maken en een grafiek bij een tabel maken;
- grootheden op de assen van een grafiek benoemen.

Voor de docent

Bij het onderdeel 'Periodieke grafieken' gaat het om het gebruiken van de periodiciteit in grafieken, ook als die soms niet helemaal zuiver is en om het tekenen van een zuiver periodieke grafiek.

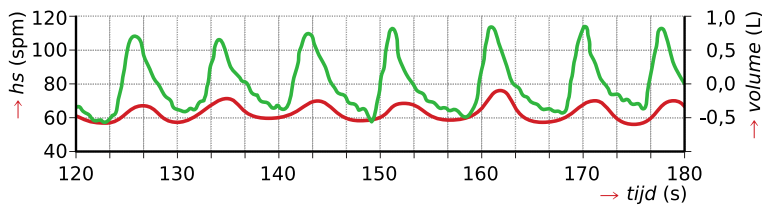
Gewenste materialen:

- Maak vooraf een kopie van het werkblad bij de eerste opdracht.
- Bij de tweede opdracht zit in het Practicum een bijpassende applet die is te gebruiken als er ook met computers kan worden gewerkt.

Opdracht 6.1

Joop vindt in één figuur een ademhalingsgrafiek (groen) en een hartslaggrafiek (rood). Op de horizontale as staat de *tijd* in seconden.

Op de verticale as staat voor de rode grafiek *hs* (spm), ofwel *hartslag* in slagen per minuut. Voor de groene grafiek staat er *volume* in liters. Het zijn voorbeelden van 'periodieke grafieken'. Een bepaald deel van de grafiek wordt steeds weer (ongeveer) herhaald. De tijd die daarbij hoort, heet de 'periode'.



Figuur 6.2

Hoeveel ademhalingen per minuut doet deze persoon? Wat wordt er weergegeven in de bijbehorende grafiek?

Tussen welke waarden varieert het aantal hartslagen per minuut en waarom lopen de periode van de hartslaggrafiek en die van de ademhalingsgrafiek ongeveer gelijk?

Toelichting

Geef de opdracht mondeling en in twee stappen. Kopieer de grafiek vooraf vanaf het **Werkblad** en deel dit uit.

Mogelijke hulpvragen: “Wat wordt er in de groene grafiek gemeten? (Let op de negatieve waarden.)”, “Hoe vaak wordt er ingeademd?” en “Waarom varieert het aantal hartslagen?”.

Uitwerking

De groene grafiek meet het aantal ademhalingen, de toename/afname van het longvolume is gemeten: positief is toename, negatief afname. De periode is ongeveer $\frac{60}{7} \approx 8,5$ seconden. Deze persoon haalt ongeveer $\frac{60}{8,5} = 7$ keer adem per minuut.

Je zoekt het minimum en maximum van de hartslaggrafiek. Het aantal hartslagen varieert tussen de 56 en de 76 hartslagen per minuut.

Kennelijk gaat bij het inademen de hartslag wat omhoog. Dat komt doordat je bij het inademen spieren gebruikt en je je dus eigenlijk een klein beetje inspant. Bij het uitademen heb je geen spieren nodig.

Opdracht 6.2

Hier zie je een reuzenrad. De *hoogte* van een bakje (in meters boven de grond) is afhankelijk van de *tijd* (de ronddraaitijd in seconden). De periode is 40 seconden, in die tijd ga je één keer helemaal rond. Je komt tot een maximale hoogte van wel 39 meter en je stapt op 1 m boven de grond in.



Figuur 6.3

Teken een bijpassende grafiek van de hoogte van een bakje boven de grond.

Hoeveel seconden zit je elk rondje boven de 35 meter?

Toelichting

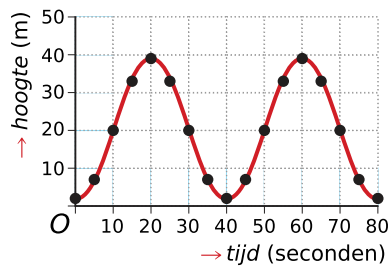
Deze opdracht zal tijd kosten, want er moet veel worden opgemeten. Geef hem mondeling, maak eventueel een schets met de gegevens op je eigen bord.

Mogelijke hulpvragen: “Heb je het reuzenrad zelf al (op schaal) getekend?”, “Hoe hoog zit je na 0 seconden?”, “En na 10 seconden?”, “Kun je een tabel maken van je hoogtes?” en “Hoe maak je nu je grafiek? Hoe geef je de periode aan?”

Als er met een computer kan worden gewerkt, is het ook mogelijk om de applet in het **Practicum** te gebruiken.

Uitwerking

Er zou zo iets moeten komen.



Figuur 6.4

Trek in je grafiek een horizontale lijn vanaf 35 meter. Vanaf ongeveer 16 seconden tot ongeveer 24 seconden zit je boven de 35 meter. Dat is ongeveer $24 - 16 = 8$ seconden.

Opdracht 6.3

Bekijk wat iedereen heeft gemaakt en heeft bedacht over het werken met periodieke grafieken.

Maak een eigen overzicht van wat je hebt geleerd.

Toelichting

Loop samen met de leerlingen alle bedenksels na. Bevraag leerlingen of ze elkaars gedachtenspinsels kunnen toelichten. Samen zouden jullie naar een overzicht van de theorie moeten komen. Ieder schrijft het voor zichzelf op.

Uitwerking

Het theorieblok geeft het gewenste overzicht.

Theorie

Om te onthouden

Dit is een voorbeeld van een **periodieke grafiek**. Een bepaald deel van de grafiek wordt steeds weer (ongeveer) herhaald. De tijd die daarbij hoort, heet de **periode**. De periode van deze grafiek is ongeveer 0,6 seconden.



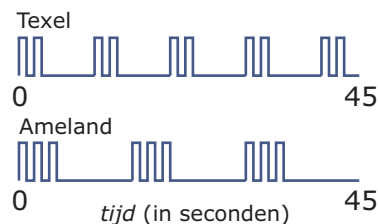
Figuur 6.5

Verwerken

★ Opgave 6.1

De figuur geeft de lichtsignalen weer van de vuurtorens op Texel en Ameland.

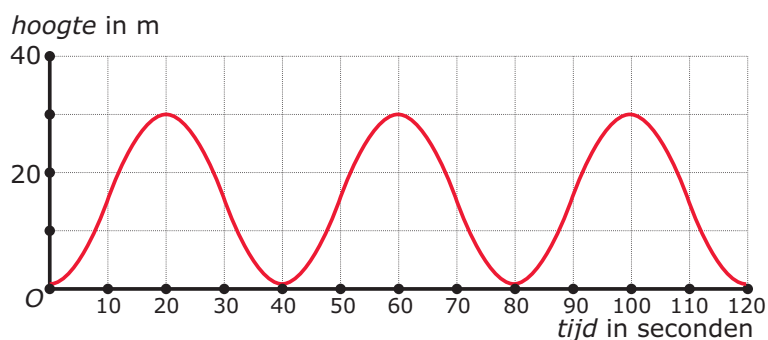
- Waarom is hier sprake van een periodiek verschijnsel?
- Welke periode heeft de vuurtoren van Texel? En die van Ameland?
- Hoeveel lichtflitsen geeft de vuurtoren van Texel per periode? En die van Ameland?
- Waarom hebben beide vuurtorens een verschillende periode en een verschillend aantal lichtflitsen?



Figuur 6.6

★ Opgave 6.2

Bekijk de grafiek van Johans hoogte boven de grond als hij in een reuzenrad zit. Hij stapt op het laagste punt, één meter boven de grond, in.



Figuur 6.7

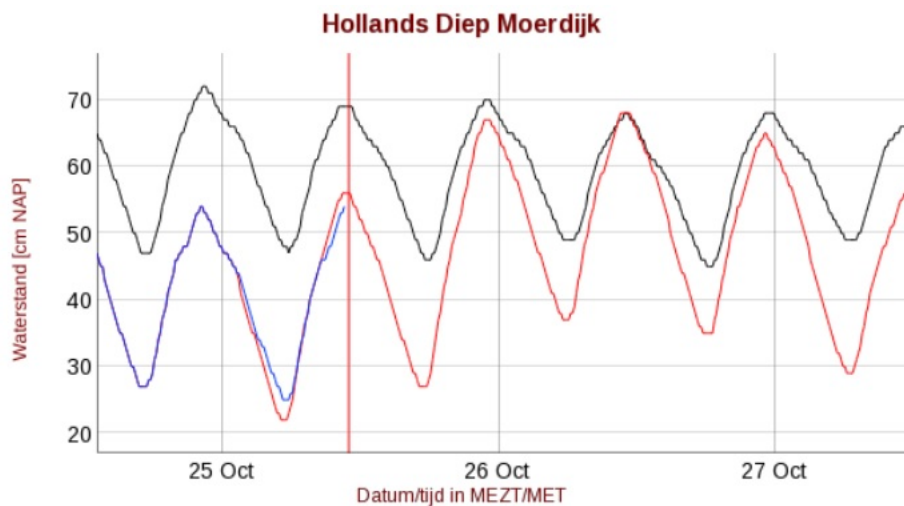
- Hoe hoog komt hij maximaal?
- Hoe groot is de straal van dit reuzenrad?
- Hoelang doet dit reuzenrad over een omwenteling?
- Hoeveel omwentelingen maakt dit reuzenrad per uur als het constant doordraait?
- Johan zit vier minuten in dit reuzenrad. Hoeveel van die tijd heeft hij een uitzicht vanaf meer dan 20 meter hoogte?

★ **Opgave 6.3**

Dit is een grafiek van de waterhoogte in het Hollands Diep bij Moerdijk.

ME(Z)T betekent Midden Europese (Zomer) Tijd en de waterhoogte is in cm boven NAP (Normaal Amsterdams Peil).

Bekijk alleen de zwarte grafiek. De verticale rode lijn geeft aan op welk moment op 25 oktober 2021 de laatste meting was. De verticale lijn bij 25 Oct geeft 25 oktober 2021 om 0:00 uur aan.



Figuur 6.8

- a Op welk moment was die laatste meting ongeveer?
- b De zwarte grafiek voorbij de laatste meting is dus een voorspelling. Waarom is zo'n voorspelling belangrijk?
- c Hoeveel uur bedraagt de periode van de waterstand in het Hollands Diep?
- d Hoeveel is op 25 oktober de hoogste waterstand? Wanneer wordt die bereikt? (Gebruik weer de zwarte grafiek.)
- e Hoeveel is op 25 oktober de laagste waterstand? Wanneer wordt die bereikt? (Gebruik nog steeds de zwarte grafiek.)

★ **Opgave 6.4**

De London Eye is een heel groot reuzenrad dat in Londen aan de Theems staat.

De London Eye heeft een diameter van 135 meter en er zitten 32 gondels aan waarin je als bezoeker de 30 minuten durende rondrit kunt meemaken. Neem aan dat je instapt op 0 meter hoogte.

- a In de loop van 30 minuten draai je één keer rond. Teken een grafiek van je hoogte afhankelijk van de tijd. Maak eerst een tabel van je hoogtes op 0 minuten, op 3,75 minuten, op 7,5 minuten, enzovoort.
- b Hoeveel tijd breng je in totaal door op een hoogte van meer dan 100 meter?

Toepassen

Joop heeft het volgende stukje tekst gevonden in de Wikipedia:

De hartslag van de mens in rust is tussen ruwweg 60 en 100 slagen per minuut (30-40 voor sporters in topconditie; 70 is een gemiddelde waarde). De maximaal bereikbare normale hartslag van de mens is afhankelijk van de leeftijd, en is ruwweg als volgt te schatten:

- voor niet-sporters:
 - vrouwen: $226 - \text{leeftijd} = \text{hartslag}$
 - mannen: $220 - \text{leeftijd} = \text{hartslag}$
- voor sporters (met een lang sportverleden): $250 - \text{helft van leeftijd} = \text{maximale hartslag}$

De hartslag wordt zeer veel gebruikt om trainingsintensiteit te meten en om met een bepaald doel te trainen. Zo neemt men aan dat vanaf 50% van de maximale hartslag de conditie verbetert. Ideaal voor conditietraining is echter tussen de 70-80% van de maximale hartslag, en voor vetverbranding wordt dit gesteld tussen de 60-70%.

★★ Opgave 6.5: Hartslag

Lees in het stukje over de hartslag uit de Wikipedia.

- a Als je hartslag 90 slagen per minuut is, hoeveel seconden duurt dan gemiddeld één hartslag?
- b Joop doet aan sport en is 13 jaar oud. Hoeveel is zijn maximaal bereikbare hartslag?
- c Vanaf welk aantal slagen per minuut werkt Joop aan zijn conditie?

★★★ Opgave 6.6: Tijdrekening

Een typisch voorbeeld van een periodiek verschijnsel is de tijdrekening. De standaardperiode van de tijdrekening is de tijd die de planeet Aarde nodig heeft om om haar as te wentelen.

- a Hoelang is die standaardperiode?
- b In hoeveel uur is die periode verdeeld?

In de christelijke jaartelling duurt een jaar (ongeveer) 365 dagen en is jaar 1 het eerste jaar na de geboorte van Christus. In de islamitische jaartelling duurt een jaar (ongeveer) 11 dagen korter en is jaar 1 het eerste jaar na de tocht van Mohammed van Mekka naar Medina. Dat gebeurde op 15/16 juli 622 volgens de christelijke jaartelling.

- c In welk jaar zal voor beide jaartellingen hetzelfde jaartal voorkomen?

Practicum

Dit stelt een bakje in het reuzenrad bij voor. De afmetingen staan in de figuur. t stelt de tijd in seconden voor. Met behulp van het schuifbalkje kun je het bakje draaien en de hoogte boven de grond aflezen.

[Bekijk de applet.](#)

1.7 Totaalbeeld

Samenvatten

Begrippenlijst

- grafiek — horizontale, verticale as — grootheid met eenheid — verband — stijgen, dalen, constant
- x-as, y-as — waarden aflezen — scheurlijntje
- grafiek tekenen — scheurlijn
- somgrafiek — verschilgrafiek
- maximum — minimum — extremen, uiterste waarden
- periodieke grafiek — periode

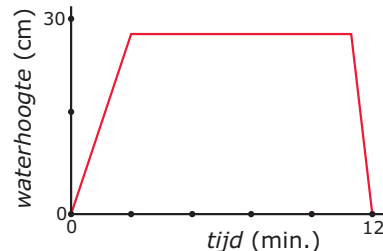
Activiteitenlijst

- grafieken globaal bekijken
- waarden uit grafieken aflezen
- grafieken tekenen vanuit een tabel
- som- en verschilgrafieken maken en gebruiken
- stijgen en dalen herkennen — maximum en minimum aflezen
- periodieke grafieken herkennen en gebruiken — periode bepalen

Opgave 7.1

Iemand heeft een gootsteen vol laten lopen. Je ziet daarvan de grafiek.

- Waar is in de grafiek sprake van: stijgen, dalen, constant.
- Hoelang is de waterhoogte constant? Hoe zie je dit aan de grafiek?
- Hier staan drie uitspraken. Welke is fout?
 - De grafiek stijgt als de kraan openstaat.
 - De gootsteen leegt zich sneller dan dat hij zich vult.
 - De gootsteen vult zich sneller dan dat hij leegloopt.

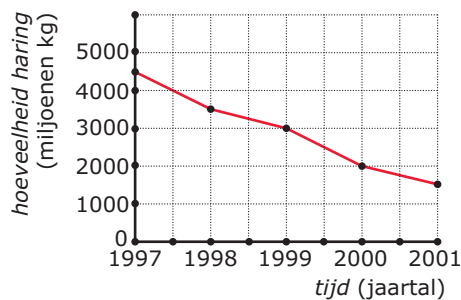


Figuur 7.1

Opgave 7.2

De haringstand in de Noordzee liep de laatste jaren van de vorige eeuw en begin deze eeuw terug. Je ziet dat in de grafiek.

- Welke grootheid is uitgezet op de verticale as? Waarom juist op die as?
- Welke eenheden worden gebruikt?
- Hoe hoog was de haringstand in 1998?



Figuur 7.2

Opgave 7.3

Maria woont in een oudere woning, die nog verwarmd wordt met een gaskachel. Ze neemt een week lang elke dag om 20:00 uur de stand van de gasmeter (m^3) op. Ze wil hiervan een grafiek maken.

- Wat is de eerste stap die ze moet zetten?
- Welke grootheid komt op welke as en waarom?
- Teken de complete grafiek met alle bijschriften.
- Waarom kan deze grafiek nooit dalend zijn?
- Wat is het nut van zo'n grafiek?

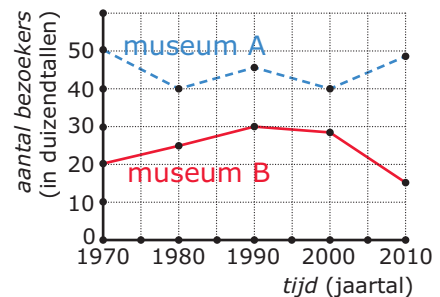
dag	stand
1	42425
2	42430
3	42438
4	42447
5	42455
6	42465
7	42474

Tabel 7.1

Opgave 7.4

In een assenstelsel kunnen meerdere grafieken staan.

- Leg uit wanneer dat kan.
- Je ziet twee grafieken in hetzelfde assenstelsel. Teken de bijbehorende somgrafiek.
- Teken ook de bijbehorende verschilgrafiek.



Figuur 7.3

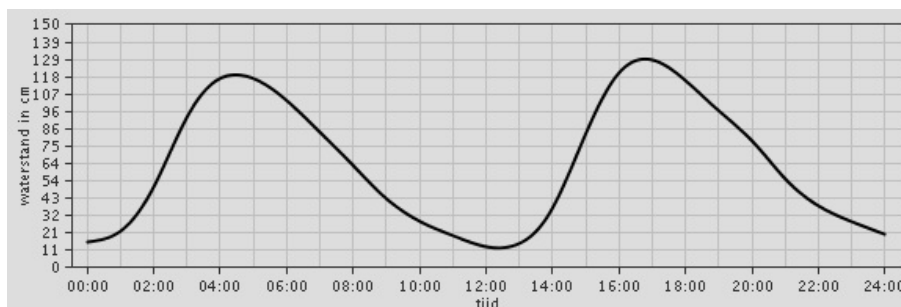
Opgave 7.5

Bekijk de gegevens over het aantal bezoekers van de twee musea.

- In welk jaar was volgens deze gegevens het aantal bezoekers van beide musea samen maximaal?
- In welk jaar was volgens deze gegevens het verschil in aantal bezoekers van beide musea minimaal?

Opgave 7.6

Je ziet de waterstanden bij Schoonhoven op 6 februari.



Figuur 7.4

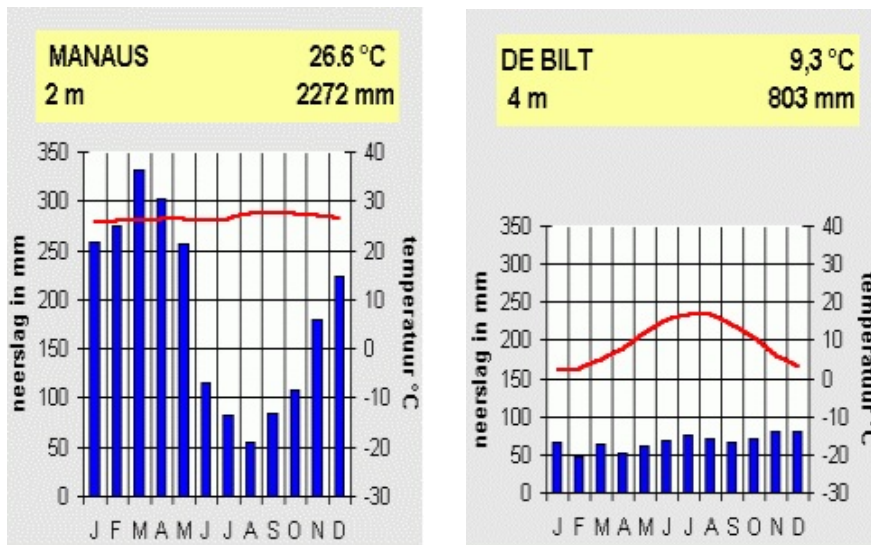
- Tussen welke twee grootheden (en eenheden) geeft deze grafiek een verband weer?
- Op welke tijdstippen is de waterhoogte die dag maximaal?
- En op welke tijdstippen was het eb?

- d De waterstand bij Schoonhoven is een periodiek verschijnsel. Welke periode heeft dit verschijnsel?
- e Op welke tijdstippen op 8 februari is het weer hoog water geweest?

Testen

★ Opgave 7.7

Manaus is een gemeente en de hoofdstad van de staat Amazonas in Brazilië. De stad telt ongeveer 2 miljoen inwoners. De klimaatgrafiek van Manaus wordt vergeleken met die van Nederland. De staven geven de hoeveelheid neerslag aan (links in de grafiek af te lezen) en de rode grafiek de temperatuur (rechts in de grafiek af te lezen).



Figuur 7.5

- a Waaraan zie je dat in Manaus een tropisch klimaat heerst? Wat betekent dit voor de temperatuur in Manaus? Gebruik woorden als stijgen, dalen en/of constant.
- b En hoe verloopt de temperatuur in Nederland jaarlijks (grosfweg)? Gebruik woorden als stijgen, dalen en/of constant.

★ Opgave 7.8

Met Google Analytics kun je het gemiddeld aantal bezoeken aan een website per dag bijhouden. Je ziet hoe van een bepaalde site dit aantal bezoeken per uur in de loop van de dag verandert.



Figuur 7.6

- a Op welk tijdstip is het aantal bezoeken per uur maximaal?
- b En op welk tijdstip is dit minimaal?

- c Beschrijf het verloop van het dagelijkse aantal bezoeken in woorden.
- d Gedurende hoeveel uur per dag heeft deze site meer dan 150 bezoeken per uur?

★ **Opgave 7.9**

Tussen de oppervlakte van een vierkant en de lengte van de zijden bestaat een verband.
 Een vierkant met zijden van 1 cm heeft een oppervlakte van $1 \times 1 = 1 \text{ cm}^2$.
 Een vierkant met zijden van 2 cm heeft een oppervlakte van $2 \times 2 = 4 \text{ cm}^2$.

- a Maak een tabel die het verband tussen de oppervlakte van een vierkant en de lengte van de bijbehorende zijden weergeeft. Neem voor de lengtes van de zijden de waarden 0, 1, 2, ..., 10 cm.
- b Teken de bijbehorende grafiek (denk om de bijschriften).
- c Hoe groot is de oppervlakte van een vierkant met een ribbe van 5,3 cm? Geef het bijbehorende punt in je grafiek aan.
- d Hoe lang is de zijde van een vierkant met een oppervlakte van 60 cm^2 ? Geef het bijbehorende punt in je grafiek aan.

★ **Opgave 7.10**

In de tabel staat het aantal studenten in het beroepsonderwijs (inclusief het wetenschappelijk onderwijs).

Onderwijsinstellingen; grootte, soort							
Totaal aantal studenten							
Perioden	1990/'91	1995/'96	2000/'01	2005/'06	2010/'11	2015/'16	2018/'19*
Middelbaar beroepsonderwijs	332 295	320 442	451 988	483 812	527 917	475 872	498 138
Hoger beroepsonderwijs	242656	270565	312698	356842	416629	442594	455736
Wetenschappelijk onderwijs	181983	177746	166299	205894	242345	261169	294769

Bron: CBS

Figuur 7.7

- a Maak een grafiek van het totaal aantal studenten in het beroepsonderwijs gedurende de genoemde schooljaren.
- b Teken een grafiek van *aantal mbo-studenten – aantal hbo-studenten*.
- c In welk jaar was het verschil tussen het aantal mbo-studenten en het aantal hbo-studenten het grootst?
- d Hoe groot was dit verschil?

★ **Opgave 7.11**

Op de kermis staat een reuzenrad dat in 120 seconden één keer ronddraait. Je stapt in op 2 meter boven de grond. Als je op het hoogste punt zit, ben je 20 meter boven de grond.

[Bekijk de applet](#)

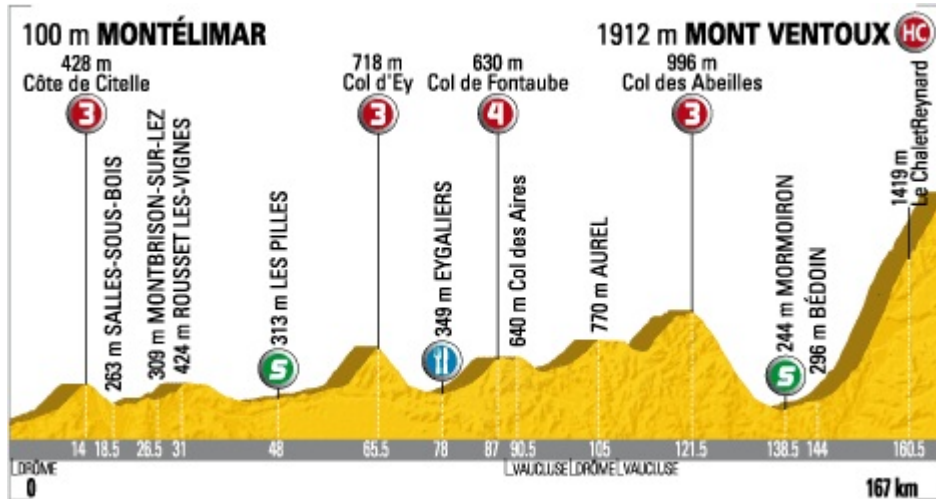
- a Teken een zijaanzicht van dit reuzenrad op schaal 1 : 1000. Het rad wordt daarin een grote cirkel boven de grond.
- b De hoogte boven de grond hangt af van de tijd na het instappen. Waarom is hier sprake van een periodiek verschijnsel?
- c Welke periode hoort erbij?

- d Teken een grafiek van je hoogte boven de grond als je twee minuten in dit reuzenrad zit. Verricht daartoe metingen in je zijaanzicht van het reuzenrad.
- e Hoe hoog zit je na 40 seconden?

Toepassen

★★ Opgave 7.12: Tour de France

Bekijk de grafiek. Het is een hoogteprofiel van een etappe in een Tour de France.



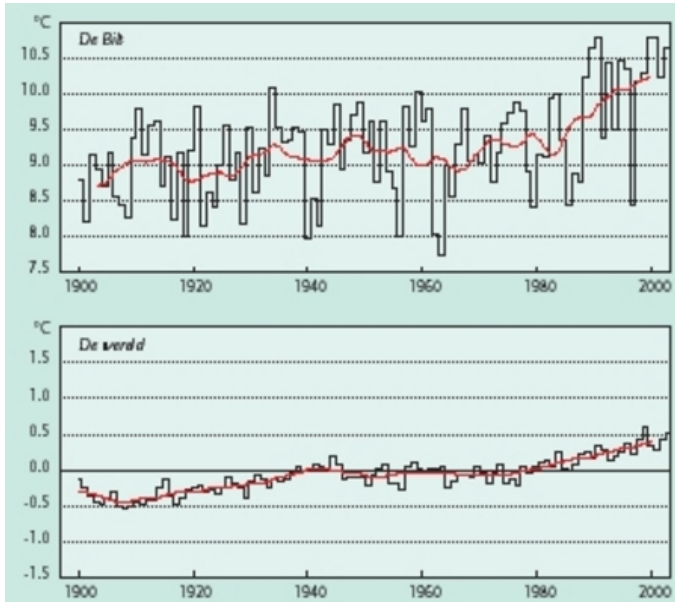
Figuur 7.8

- a Welke betekenis hebben de maxima van deze grafiek?
 - b Hoeveel zijn er in totaal?
 - c Hoe hoog is het grootste maximum tijdens deze etappe?
 - d Na hoeveel kilometer wordt dit grootste maximum bereikt?
- In de Tour de France worden de bergen in categorieën ingedeeld. Er zijn vijf categorieën: 4, 3, 2, 1 en de buitencategorie (in het Frans: hors catégorie). Die categorieën zijn in het kaartje aangegeven. Bijvoorbeeld: de Mont Ventoux is een berg in de buitencategorie.
- e Welke berg van de vierde categorie zit er in deze etappe?
 - f Waaraan kun je zien dat de categorie niet alleen door de hoogte van de berg wordt bepaald?
 - g Waarvan zou men de hoogte van een categorie nog meer laten afhangen?

★ ★ ★

Opgave 7.13: Klimaatverandering in de vorige eeuw

In deze opgave kijk je naar de klimaatverandering in de 20^e eeuw. In de grafiek zie je het verloop van de gemiddelde jaartemperatuur in De Bilt en wereldwijd van 1900 tot 2003. De rode lijn is het gemiddelde van tien jaar. De temperatuur wereldwijd is uitgedrukt in de afwijking ten opzichte van het gemiddelde over 1961-1990. Ook hier is de rode lijn het gemiddelde van tien jaar.



Figuur 7.9

- a Waaraan zie je dat de wereldtemperatuur is uitgedrukt in de afwijking ten opzichte van het gemiddelde over 1961-1990?
- b Wat is het maximale en het minimale jaargemiddelde in De Bilt in deze periode?
- c Hoe is de rode lijn van de jaargemiddelde temperatuur in De Bilt tot stand gekomen?
- d Hoe kun je het maximum van de rode grafiek van De Bilt in de periode 1940-1960 verklaren uit de jaargemiddelden?
- e Schat de gemiddelde jaartemperatuur in De Bilt in de periode 1961-1990. Warmt Nederland, op grond van deze grafieken, sneller op dan de wereld?

Leerdoelentabel

In het achter de opgave kun je aangeven hoe je de opgave hebt gemaakt:

✓ goed gemaakt — **S** wel begrepen maar een slordige fout gemaakt — **H** hulp nodig gehad — **G** samen met groepje goed gemaakt — **X** fout gemaakt en niet goed begrepen — **N** niet bekeken

1	Verloop van een grafiek	★	★★	★★★
	De grootheden op de assen van een grafiek benoemen.	1.1 <input type="checkbox"/> 1.2 <input type="checkbox"/> 1.3 <input type="checkbox"/> 1.5 <input type="checkbox"/> T7.9 <input type="checkbox"/> T7.11 <input type="checkbox"/>	1.6 <input type="checkbox"/> 1.7 <input type="checkbox"/>	
	Het verloop van een grafiek beschrijven met de woorden stijgen, dalen en constant.	1.1 <input type="checkbox"/> 1.2 <input type="checkbox"/> 1.3 <input type="checkbox"/> 1.5 <input type="checkbox"/> T7.7 <input type="checkbox"/> T7.8 <input type="checkbox"/>	1.6 <input type="checkbox"/> 1.7 <input type="checkbox"/>	
	Het verloop van een verband in een grafiek tekenen.	1.4 <input type="checkbox"/> 1.5 <input type="checkbox"/> T7.7 <input type="checkbox"/> T7.8 <input type="checkbox"/> T7.11 <input type="checkbox"/>		
2	Grafieken aflezen	★	★★	★★★
	Grootheden en eenheden onderscheiden.	2.3 <input type="checkbox"/>	2.5 <input type="checkbox"/> 2.6 <input type="checkbox"/>	
	Waarden van de y-as aflezen.	2.1 <input type="checkbox"/> 2.2 <input type="checkbox"/> 2.3 <input type="checkbox"/> 2.4 <input type="checkbox"/> T7.8 <input type="checkbox"/> T7.9 <input type="checkbox"/> T7.11 <input type="checkbox"/>	2.5 <input type="checkbox"/> 2.6 <input type="checkbox"/>	
	Waarden van de x-as aflezen.	2.1 <input type="checkbox"/> 2.2 <input type="checkbox"/> 2.3 <input type="checkbox"/> 2.4 <input type="checkbox"/> T7.8 <input type="checkbox"/> T7.9 <input type="checkbox"/> T7.11 <input type="checkbox"/>	2.5 <input type="checkbox"/> 2.6 <input type="checkbox"/>	
	Waarden aflezen in een grafiek met een scheurlijn.	2.2 <input type="checkbox"/> 2.3 <input type="checkbox"/>	2.5 <input type="checkbox"/> 2.6 <input type="checkbox"/>	
3	Grafieken tekenen	★	★★	★★★
	Een grafiek tekenen bij een tabel.	3.1 <input type="checkbox"/> 3.3 <input type="checkbox"/> 3.4 <input type="checkbox"/> 3.5 <input type="checkbox"/> T7.9 <input type="checkbox"/> T7.10 <input type="checkbox"/> T7.11 <input type="checkbox"/>	3.2 <input type="checkbox"/> 3.6 <input type="checkbox"/> 3.7 <input type="checkbox"/>	
	Een scheurlijn gebruiken als dat nodig is.	3.1 <input type="checkbox"/> 3.3 <input type="checkbox"/> 3.4 <input type="checkbox"/> 3.5 <input type="checkbox"/> T7.10 <input type="checkbox"/>	3.2 <input type="checkbox"/> 3.6 <input type="checkbox"/> 3.7 <input type="checkbox"/>	
4	Som- en verschilgrafiek	★	★★	★★★
	Wat een somgrafiek is, hoe je hem maakt en hoe je erin afleest.	4.1 <input type="checkbox"/> 4.2 <input type="checkbox"/> 4.3 <input type="checkbox"/> T7.10 <input type="checkbox"/>	4.5 <input type="checkbox"/> 4.6 <input type="checkbox"/>	
	Wat een verschilgrafiek is, hoe je hem maakt en hoe je erin afleest. .	4.1 <input type="checkbox"/> 4.3 <input type="checkbox"/> 4.4 <input type="checkbox"/> T7.10 <input type="checkbox"/>	4.5 <input type="checkbox"/> 4.6 <input type="checkbox"/>	
5	Maximum en minimum	★	★★	★★★
	Het herkennen en aflezen van een maximum en/of een minimum in een grafiek.	5.1 <input type="checkbox"/> 5.2 <input type="checkbox"/> 5.3 <input type="checkbox"/> T7.8 <input type="checkbox"/> T7.10 <input type="checkbox"/>	5.4 <input type="checkbox"/> 5.5 <input type="checkbox"/> 5.6 <input type="checkbox"/> T7.12 <input type="checkbox"/>	T7.13 <input type="checkbox"/>
	De extremen van een grafiek benoemen.	5.1 <input type="checkbox"/> 5.2 <input type="checkbox"/> 5.3 <input type="checkbox"/> T7.8 <input type="checkbox"/>	5.4 <input type="checkbox"/> 5.5 <input type="checkbox"/> 5.6 <input type="checkbox"/> T7.12 <input type="checkbox"/>	T7.13 <input type="checkbox"/>

6

Periodieke grafieken	★	★★	★★★
Een periodieke grafiek herkennen en interpreteren.	6.1 <input type="checkbox"/> 6.2 <input type="checkbox"/> 6.3 <input type="checkbox"/> 6.4 <input type="checkbox"/> T 7.11 <input type="checkbox"/>	6.5 <input type="checkbox"/>	6.6 <input type="checkbox"/>
De periode in een periodieke grafiek aflezen, herkennen of berekenen.	6.1 <input type="checkbox"/> 6.2 <input type="checkbox"/> 6.3 <input type="checkbox"/> 6.4 <input type="checkbox"/> T 7.11 <input type="checkbox"/>	6.5 <input type="checkbox"/>	6.6 <input type="checkbox"/>
Een periodieke grafiek tekenen aan de hand van gegevens over één periode.	6.4 <input type="checkbox"/> T 7.11 <input type="checkbox"/>		

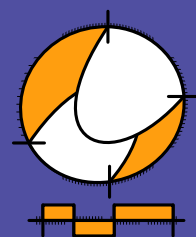
Het lesmateriaal in deze reader is gebaseerd op het materiaal dat ook op de Math4All website staat.

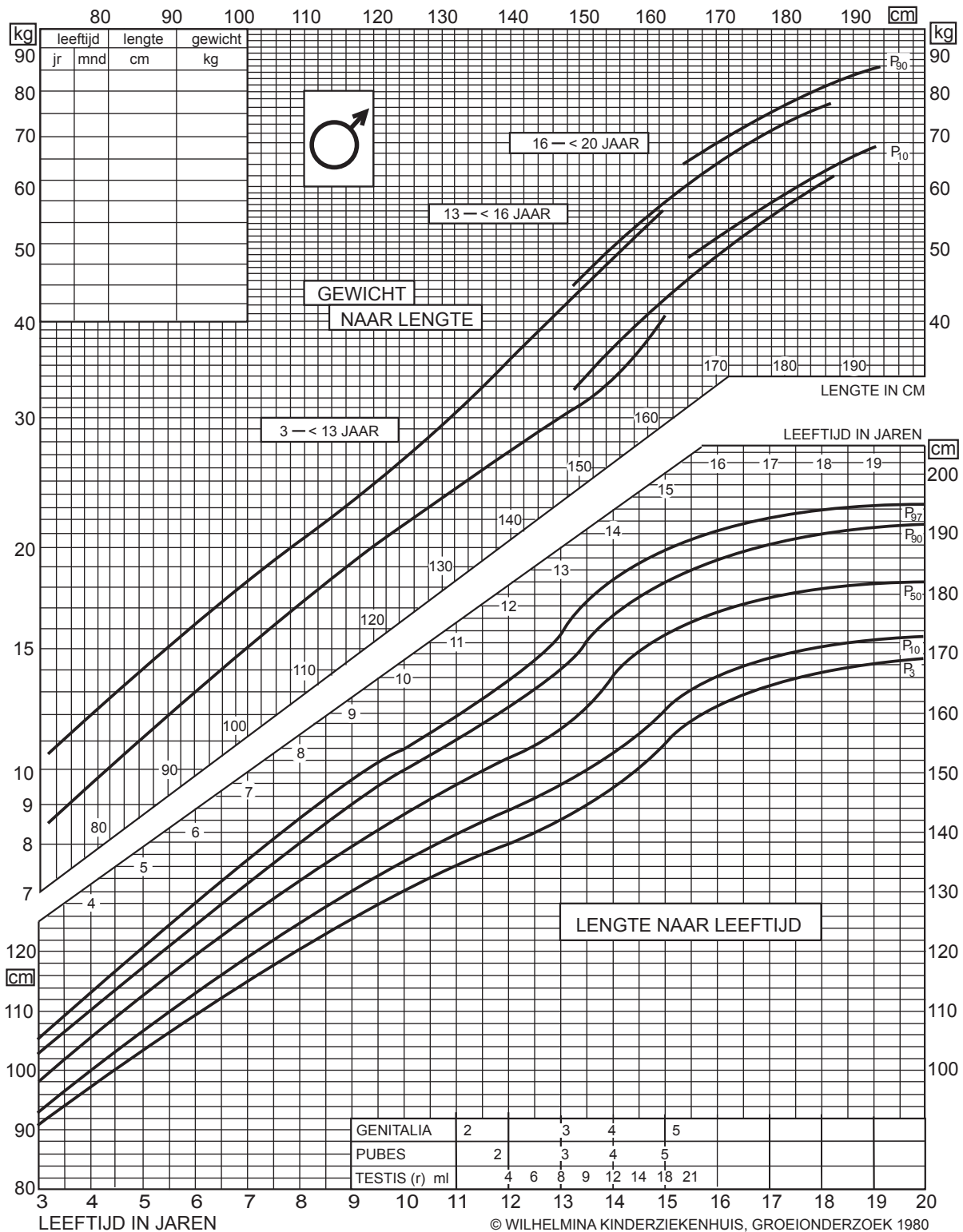
De reader is gegenereerd met de Math4All maatwerkdienst. De inhoud en de volgorde van de onderwerpen in deze reader zijn gekozen door docenten van het ConTeXt College.

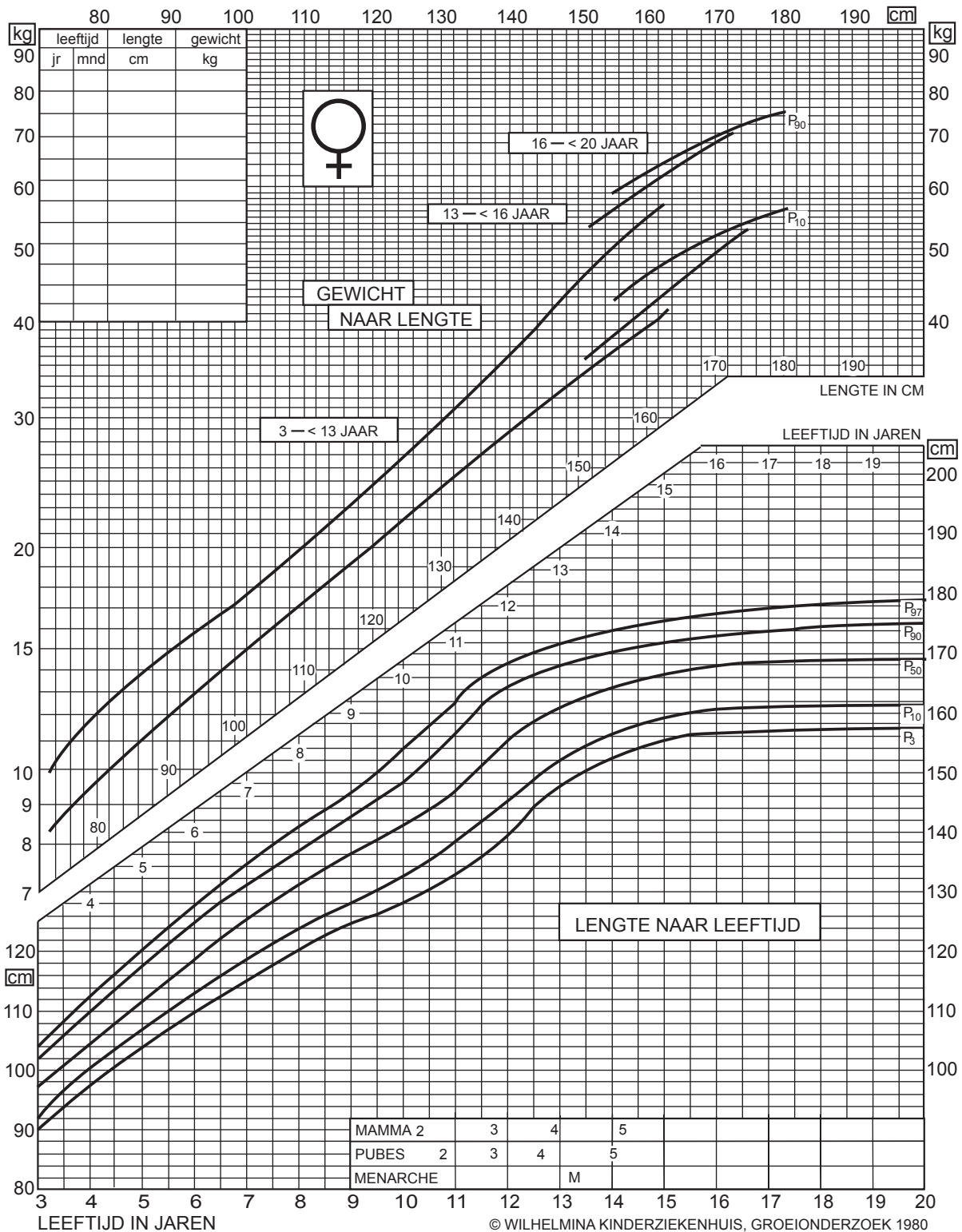
Stichting Math4All

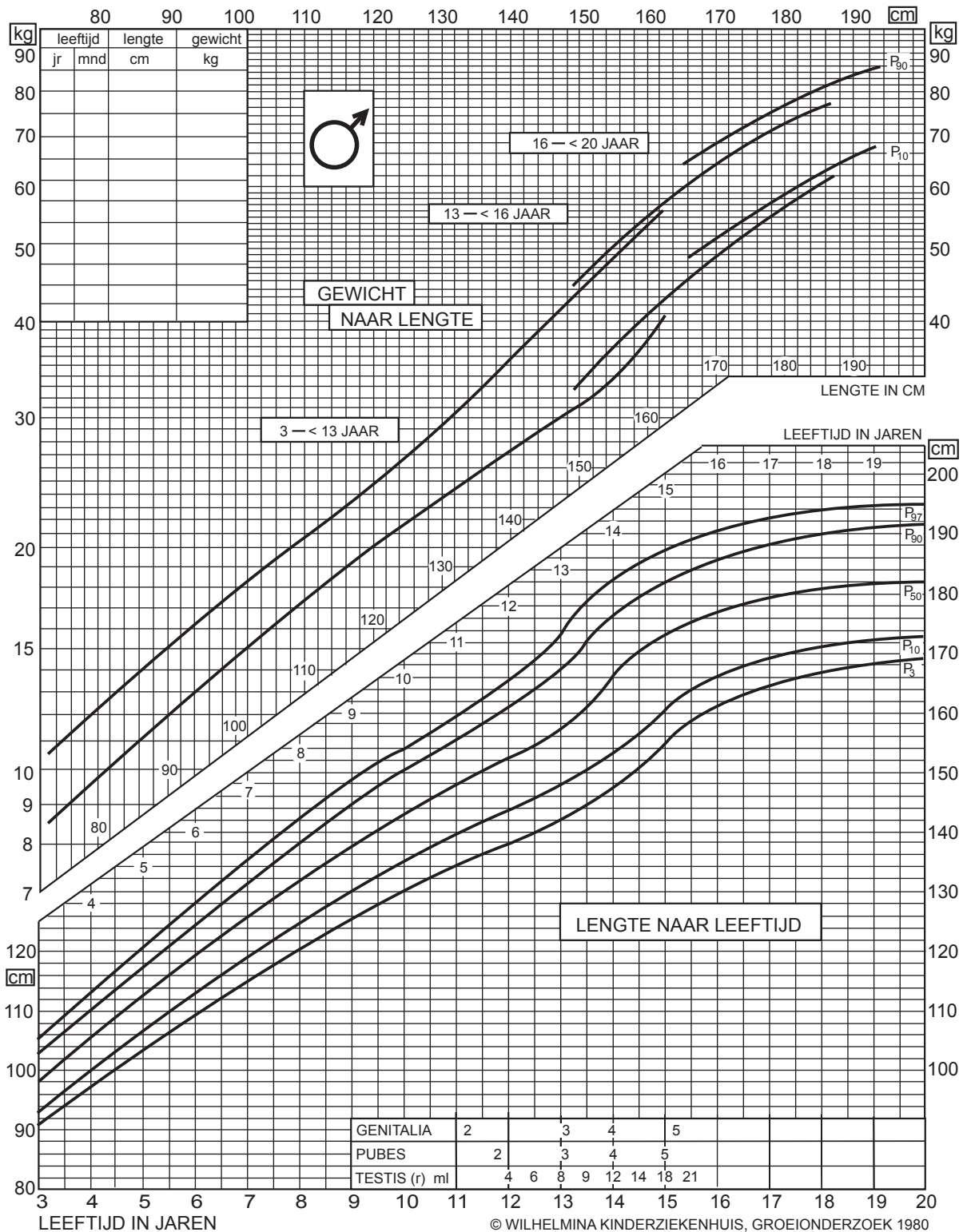


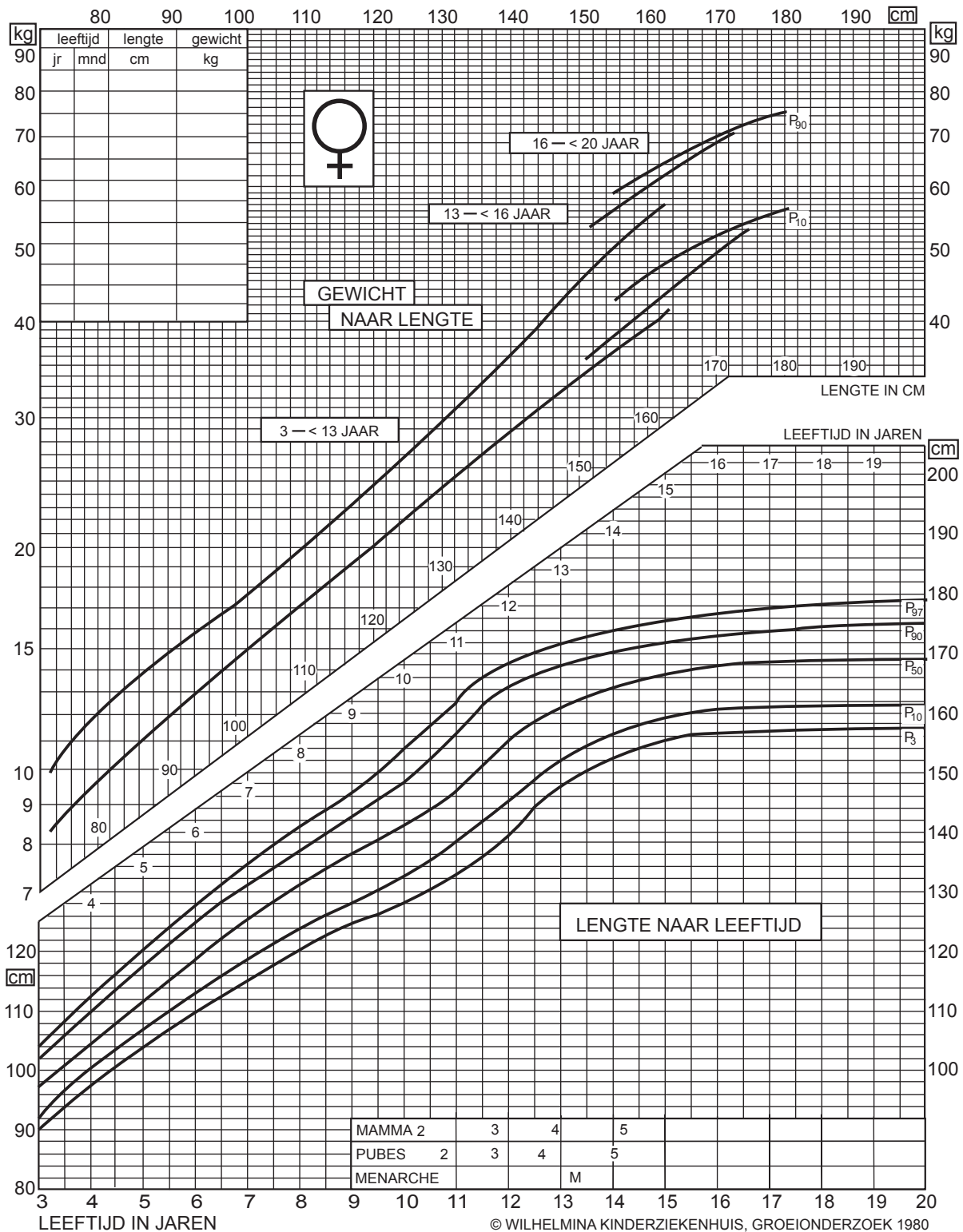
www.math4all.nl

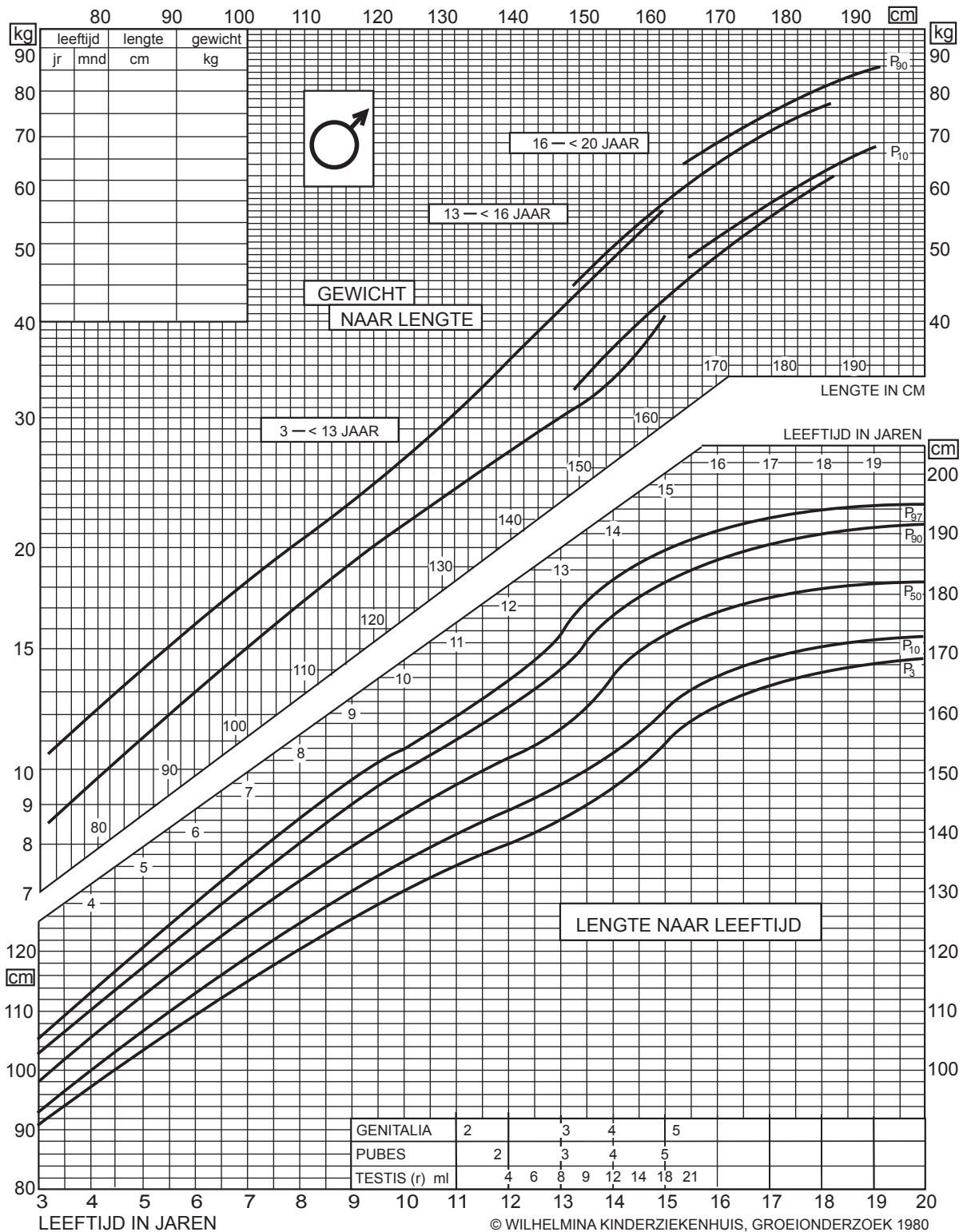


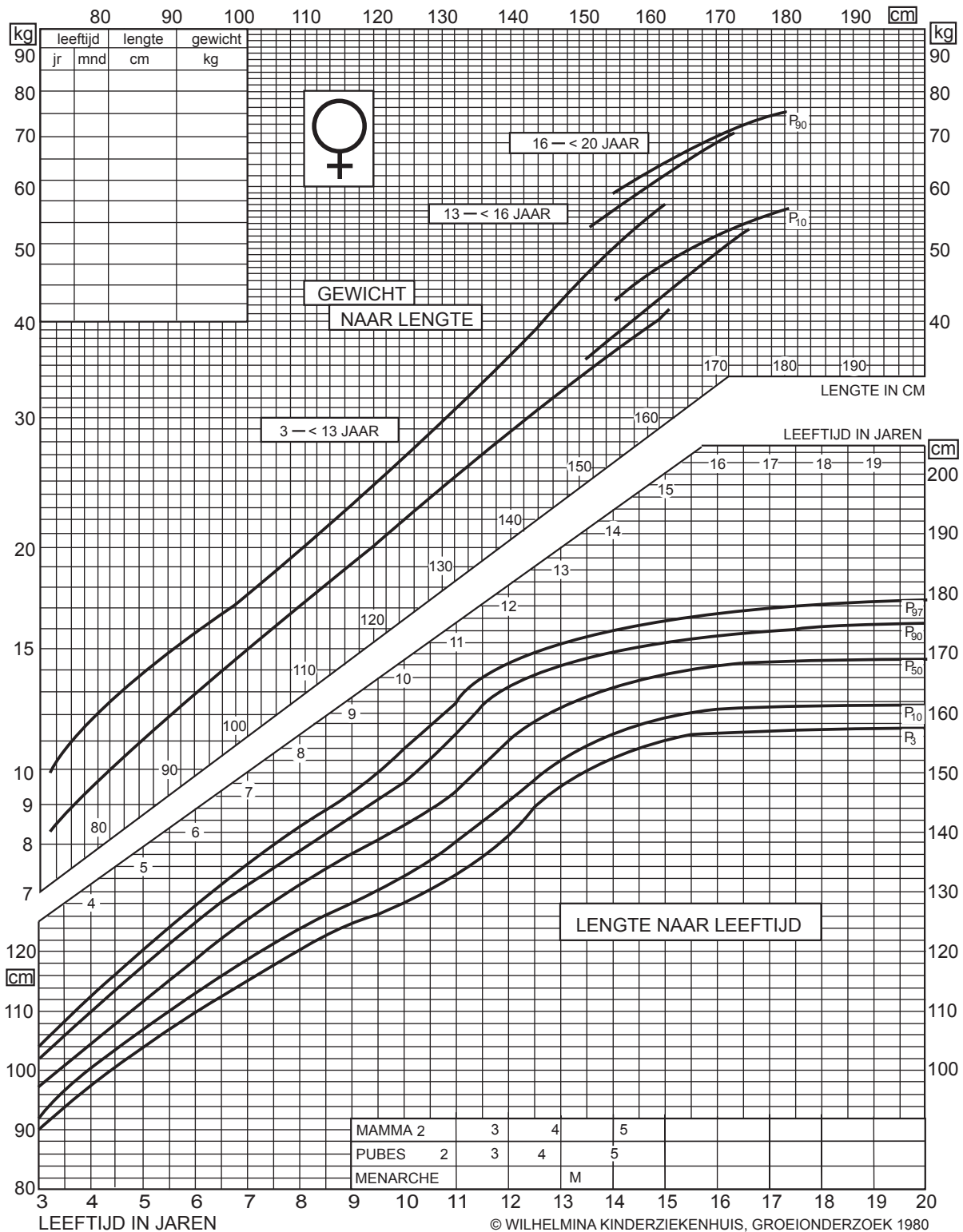




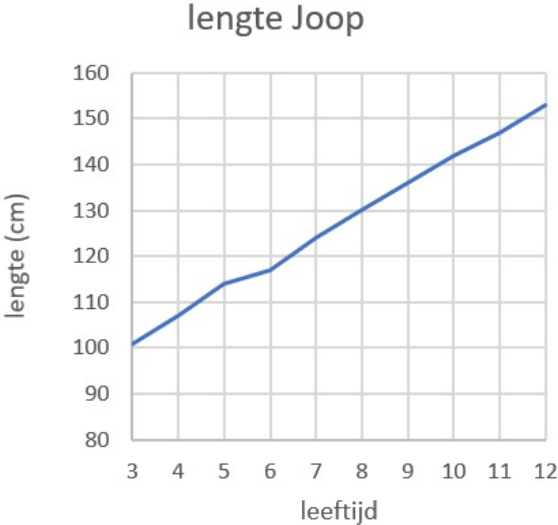




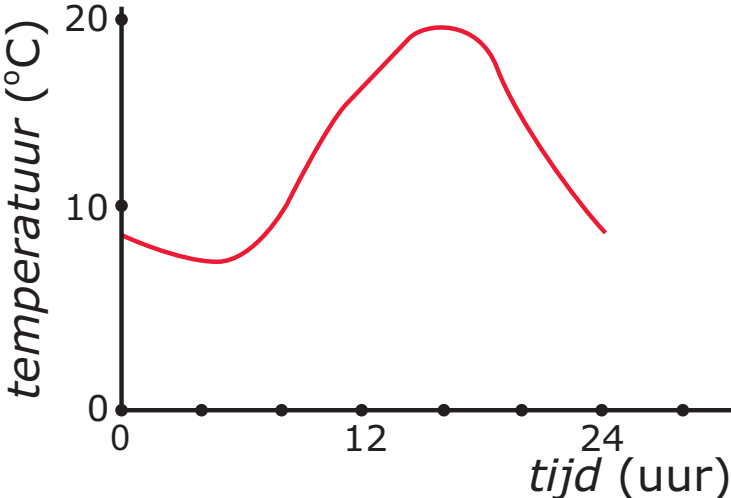




Informatieblad bij Opdracht 1.1

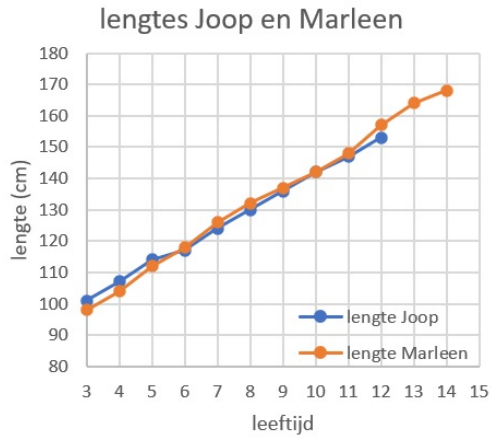


Informatieblad bij Opdracht 1.2



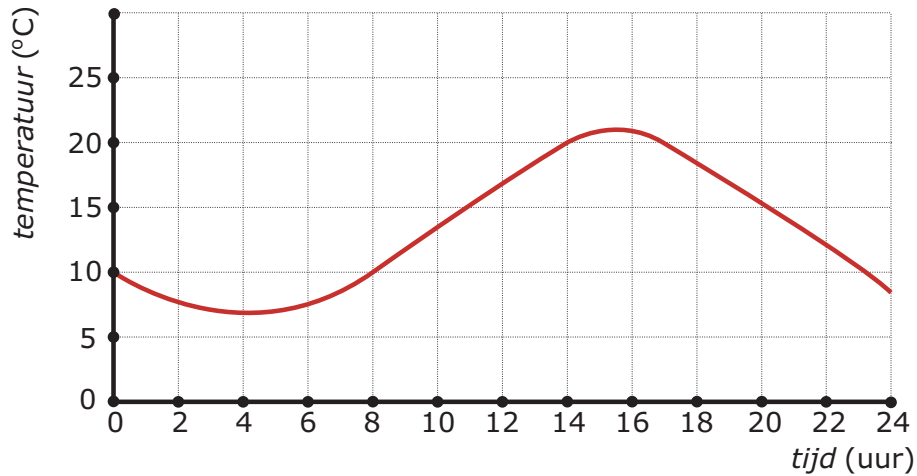
Informatieblad bij Opdracht 2.1

Bekijk de grafieken van de lengte van Joop en zijn zus. Ze zijn steeds op hun verjaardag gemeten.

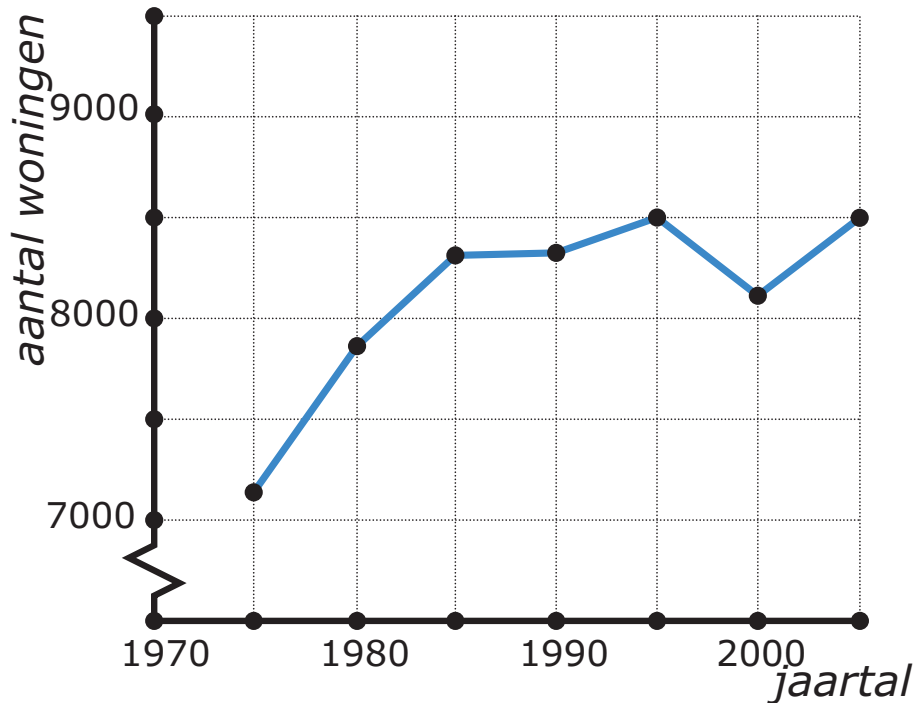


Informatieblad bij Opdracht 2.2

Je ziet een grafiek met het temperatuurverloop op een bepaalde dag. In deze grafiek staat op de x -as de *tijd* in uren en op de y -as de *temperatuur* in $^{\circ}\text{C}$. *tijd* en *temperatuur* zijn grootheden. Grootheden worden uitgedrukt in eenheden. In dit geval zijn de eenheden uren en graden Celsius.



Informatieblad bij Opdracht 2.3



Informatieblad bij Opdracht 3.1

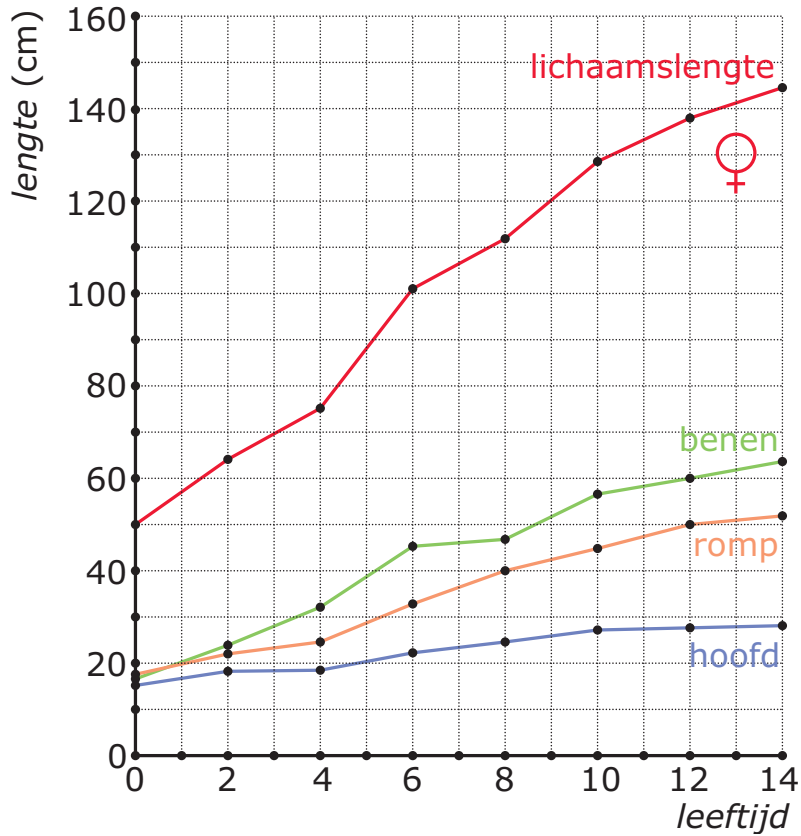
<i>tijd (uur)</i>	0	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20	22	24
<i>temperatuur (°C)</i>	6	4	3	5	7	11	15	20	24	19	16	12	7

Informatieblad bij Opdracht 3.2

Lengte en gewicht Joop en Marleen van Straaten												
leeftijd	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
Joop												
lengte (cm)	101	107	114	117	124	130	136	142	147	153		
gewicht (kg)	16,5	18	21	22	24,5	27,5	31	35	38,5	44		
Marleen												
lengte (cm)	98	104	112	118	126	132	137	142	148	157	164	168
gewicht (kg)	15	16,5	19	21,5	24,5	28	31	34	37	44	53,5	56

Informatieblad bij Opdracht 4.1

Dit zijn grafieken over de groei van een meisje. Er is één grafiek voor de beenlengte, één voor de lengte van de romp (inclusief de nek) en één voor de lengte van het hoofd. Ook zie je een grafiek met de totale lichaamslengte.



Informatieblad bij Opdracht 4.2

<i>tijd (jaartal)</i>	1950	1960	1970	1980	1990	2000	2010	2020
<i>totale bevolking</i>	10026773	11417254	12957621	14091014	14892574	15863950	16574989	17407585
<i>mannen</i>	4998251	5686152	6465081	6994280	7358482	7846317	8203476	8648031
<i>vrouwen</i>	5028522	5731102	6492540	7096734	7534092	8017633	8371513	8759554

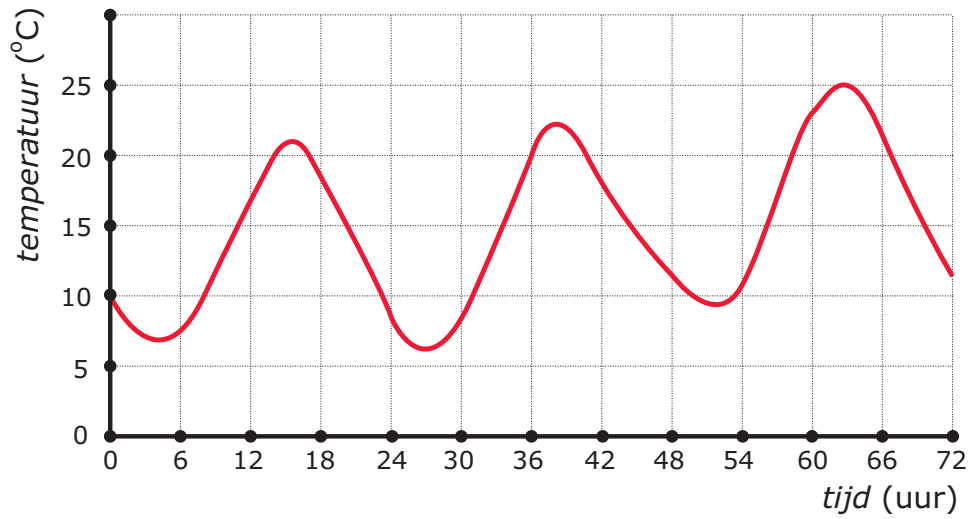
Informatieblad bij Opdracht 5.1

In de tabel zie je de lichaamstemperatuur van Joop gedurende een dag waarop hij zich ziek voelde. Vanaf 7:00 uur is elk uur zijn temperatuur in °C (graden Celsius) gemeten.

Lichaamstemperatuur Joop	
tijd	temperatuur °C
7:00	37,2
8:00	37,8
9:00	40,1
10:00	41,9
11:00	42,1
12:00	41,2
13:00	39,5
14:00	38,6
15:00	37,1
16:00	36,8

Informatieblad bij Opdracht 5.2

Je ziet een grafiek van het temperatuurverloop op drie achtereenvolgende dagen.



Informatieblad bij Opdracht 6.1

Je ziet in één figuur een ademhalingsgrafiek (groen) en een hartslaggrafiek (rood). Op de horizontale as staat de *tijd* in seconden.

Op de verticale as staat voor de rode grafiek *hs* (spm), ofwel *hartslag* in slagen per minuut. Voor de groene grafiek staat er *volume* in liters.

