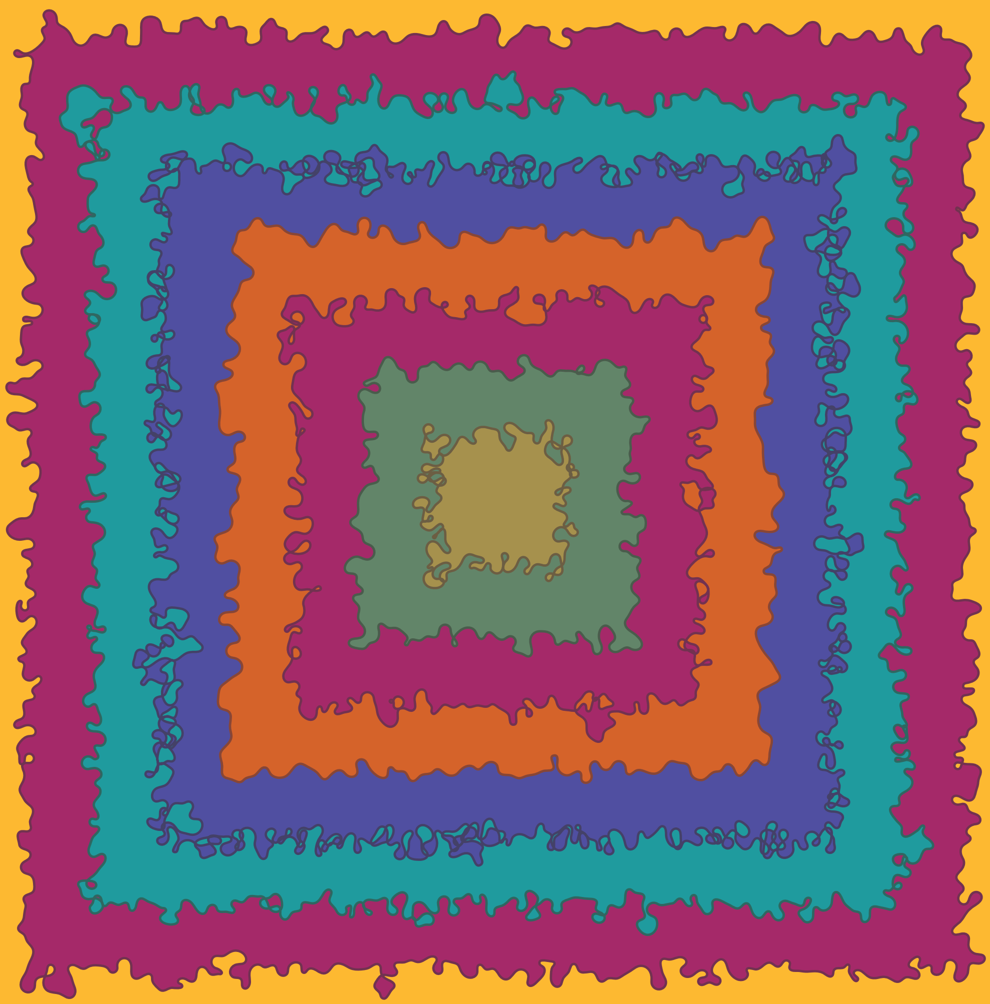
Wiskunde

2 VMBO

Katern 3 / Werkboek / Opgaven

ConTeXt College



Inhoud

Begrippen

- oppervlakteformule
- oppervlakte driehoek — basis en hoogte
- oppervlakte vierhoek — oppervlakte parallellogram, vlieger, trapezium
- straal en diameter van een cirkel — omtrekformule cirkel
- oppervlakteformule cirkel

Activiteiten

- omtrek en vooral oppervlakte bepalen vanuit (halve) rechthoeken
- een formule voor de oppervlakte van een driehoek afleiden en gebruiken
- (formules voor) de oppervlakte van enkele bijzondere vierhoeken afleiden en gebruiken
- de omtrek van een cirkel berekenen vanuit de diameter — de omtrekformule van een cirkel — de diameter van een cirkel berekenen vanuit de oppervlakte
- de oppervlakte van een cirkel berekenen vanuit de straal — de oppervlakteformule van een cirkel — de straal van een cirkel berekenen vanuit de oppervlakte

Sieraden maken

Domein

Meten en tekenen

Hoofdstuk

Formules omtrek en oppervlakte

Inhoud

1

1.1 Formules voor rechthoeken

Verkennen

Opgave V1

Je ziet hier het eerste kettinkje dat Marie-José heeft gemaakt. Het ligt op een cm-rooster, zodat je kunt zien hoe ze het ontwerp heeft gemaakt.

a Hoe heeft ze het ontwerp (waarschijnlijk) gemaakt?

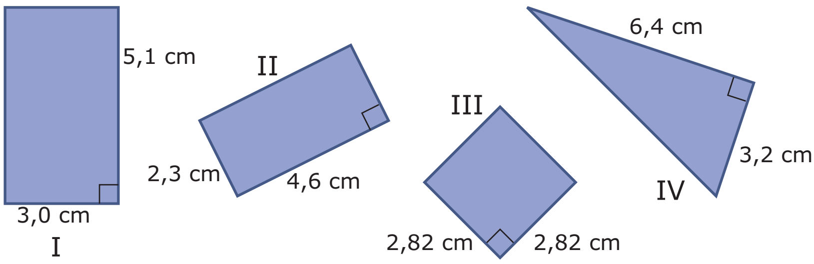
b Hoeveel cm^2 is de oppervlakte van het ontwerp?

c Hoe kun je de lengte van de totale metalen rand bepalen?

Theorie

Opgave 1

Bekijk de drie rechthoeken en rechthoekige driehoek.



a Waarom moet je de oppervlakte van deze figuren berekenen met behulp van een oppervlakteformule?

b Bereken van elk van deze vier figuren de exacte oppervlakte.

c Van een rechthoek met lengte l en breedte b kun je gemakkelijk de omtrek berekenen. Welke formule geldt voor de omtrek van een rechthoek?

d Bereken de exacte omtrek van de figuren I, II en III.

e Hoe kun je van figuur IV de omtrek bepalen?

Opgave 2

In de **Uitleg** vind je de oppervlakteformule voor een vierkant.

a Bereken de exacte oppervlakte van een vierkant met zijden van $4{,}7$ mm.

b Bereken de lengte van de zijde van een vierkant met een oppervlakte van 15 mm^2 in tienden van millimeters nauwkeurig.

c Welke formule geldt voor de omtrek van een vierkant met zijde z?

Opgave 3

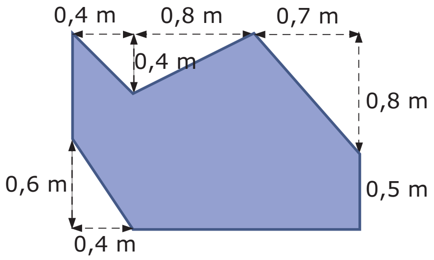
Bekijk de figuur in **Voorbeeld 1**. De oppervlakte van de figuur wordt berekend door deze in rechthoeken en rechthoekige driehoeken te verdelen.

a Is er een andere, handige verdeling mogelijk om de oppervlakte uit te rekenen?

b Je kunt de oppervlakte van de figuur ook berekenen door er een rechthoek omheen te tekenen en daarvan de oppervlaktes van rechthoekige driehoeken af te trekken. Gebruik de figuur op het **werkblad** en laat zien dat je zo op hetzelfde antwoord uitkomt.

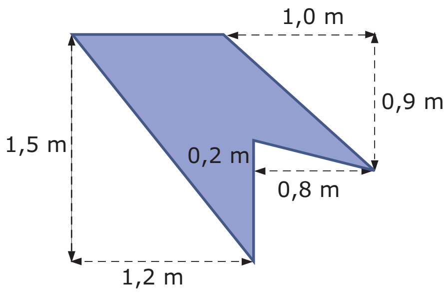
Opgave 4

Bereken de exacte oppervlakte van de figuur in m^2.
De linker- en rechterzijde lopen evenwijdig en staan loodrecht op de onderzijde. De afstandslijnen staan loodrecht op elkaar.



Opgave 5

Bereken de exacte oppervlakte van de figuur.
De afstandslijnen staan loodrecht op elkaar.



Opgave 6

Gebruik de applet uit **Voorbeeld 3**.

a Bekijk de originele instelling van de applet. Ga na dat de oppervlakte van het vierkant dat je ziet inderdaad 17 roosterhokjes is.

b Ga na dat elke zijde nu inderdaad ongeveer $4{,}12$ eenheden is.

Opgave 7

Van een vierkant is de oppervlakte A gegeven.

a Bereken de exacte omtrek P als $A = 35$.

b Benader deze omtrek in twee decimalen nauwkeurig.

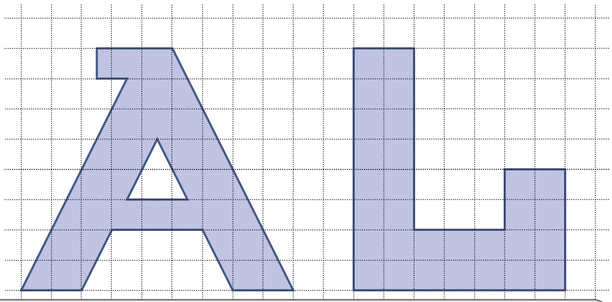
c Welke formule voor P afhankelijk van A kun je afleiden?

Verwerken

Opgave 8

Hier en op het **werkblad** zie je een A en een L op roosterpapier. Je mag er van uitgaan dat de hoekpunten van de letter A die geen roosterpunt zijn telkens precies midden tussen twee roosterpunten liggen. Let op: de roostereenheid is 1 cm.

a Bereken van zowel de A als de L de exacte oppervlakte in mm^2.

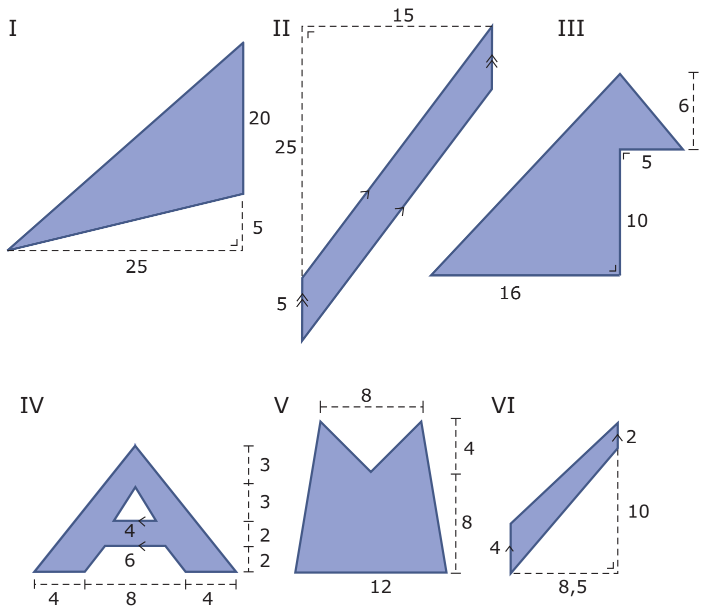


b Waarom kun je wel van de L, maar niet van de A de exacte omtrek bepalen?

c Bereken de omtrek van de L in cm.

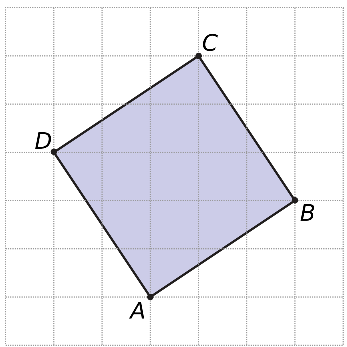
Opgave 9

Bereken de oppervlakte van de figuren, ze staan ook op het **werkblad**. Je mag ervan uitgaan dat de figuren IV en V lijnsymmetrisch zijn.



Opgave 10

Bereken de lengte van de zijden van vierkant $ABCD$. Rond af op drie decimalen.



Opgave 11

Iemand heeft een grasveld met een oppervlakte van $1{,}2$ dam^2. Het grasveld heeft twee rechte hoeken. Aan drie zijden wordt het grasveld begrensd door een beukenhaag.

Bereken hoe lang de beukenhaag is.

Opgave 12

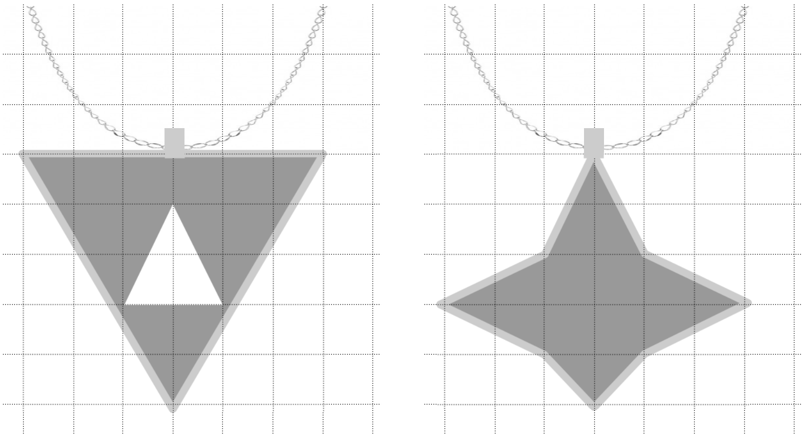
a Een vierkant heeft een omtrek van 80 cm. Bereken de oppervlakte.

b Van een rechthoekige driehoek is de oppervlakte $16{,}5$ cm^2. Deze driehoek is de helft van een rechthoek met lengte 6 cm. Bereken de breedte van die rechthoek.

Toepassen

Marie-José heeft meerdere hangers voor aan kettinkjes gemaakt.

Ze gebruikt vaak een kunststof plaat om haar ontwerpen uit te zagen. Maar ze tekent ze eerst op papier met daarop een cm-rooster. Hier zie je twee van haar ontwerpen. Namen of andere teksten staan er nog niet op. Wel heeft ze ook de metalen randen getekend waar de figuur in moet passen.



Hoe maak je deze ontwerpen zelf?
Hoeveel mm^2 kunststof is er voor nodig?
Hoeveel mm metalen rand is er voor nodig?

Opgave 13: Linker figuur

Bekijk het linker ontwerp van Marie-José.

a Bereken de oppervlakte van het linker ontwerp in mm^2.

b Bepaal de lengte van de rand van het linker ontwerp in mm nauwkeurig.

Opgave 14: Rechter figuur

Bekijk het rechter ontwerp van Marie-José.

a Bereken de oppervlakte van het rechter ontwerp in mm^2.

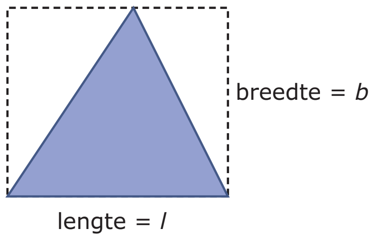
b Bepaal de lengte van de rand van het rechter ontwerp in mm nauwkeurig.

1.2 Oppervlakte driehoek

Verkennen

Opgave V1

Dit is een driehoek met een rechthoek eromheen waarvan de lengte samenvalt met één zijde van de driehoek.



a Gebruik het **werkblad** en laat door de figuur te verdelen zien dat de oppervlakte van deze driehoek altijd de helft van die van de rechthoek is.

b Welke formule voor de oppervlakte A van deze driehoek kun je opschrijven?

c Geldt deze formule voor elke driehoek binnen deze rechthoek als één zijde samenvalt met de lengte van de rechthoek en het derde hoekpunt op de tegenover liggende lengte zit? Leg je antwoord uit.

d Hoe kan Marie-José dit gebruiken om de oppervlakte van de driehoek van Anko's sieraad te bepalen?

Theorie

Opgave 1

Werk met de applet in de **Uitleg**.
Bekijk met welke formule je de oppervlakte van een driehoek kunt berekenen.

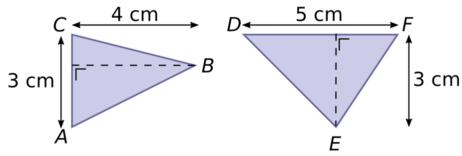
a Maak binnen de rechthoek op zijde AB een ΔABC met basis $AB = 10$ en hoogte $CD = 7$.
Is er maar één zo'n driehoek mogelijk?

b Heeft elk van deze driehoeken dezelfde oppervlakte? Waarom?

c Bereken die oppervlakte met de formule voor de oppervlakte van een driehoek.

Controleer vervolgens met het rooster in de applet dat het antwoord correct is.

Opgave 2

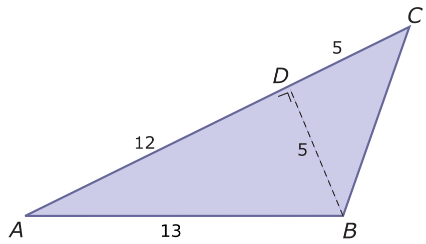


a Bereken de oppervlakte van ΔABC.

b Bereken de oppervlakte van ΔDEF.

Opgave 3

Je ziet een driehoek ABC. De afmetingen staan in de figuur.



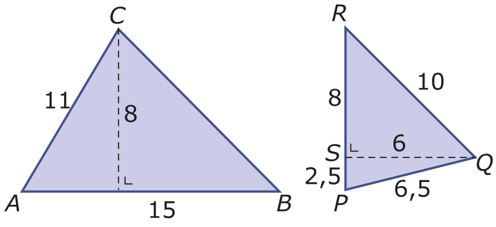
a Welke zijde van driehoek ABC neem je als basis?

b Bereken de oppervlakte van driehoek ABC.

c Als je zijde AB als basis zou willen nemen, wat is er dan met de hoogte aan de hand? Probeer die hoogte te tekenen.

Opgave 4

Bereken van deze driehoeken de oppervlakte.



Opgave 5

Gegeven zijn de punten $A(1,6)$, $B(1,1)$ en $C(5,2)$.

a Teken de punten in een assenstelsel, en teken driehoek ABC.

b Op welke manier kun je in deze driehoek het beste een hoogtelijn te tekenen?

c Bereken de oppervlakte van driehoek ABC.

Opgave 6

Bekijk **Voorbeeld 2**. Je ziet hoe je bij een driehoek met een gegeven oppervlakte en zijde de hoogte op die zijde berekent.

a Ga zelf na, dat beide manieren om de oppervlakte te berekenen inderdaad kloppen.

b Je kunt de oppervlakte van ΔABC nog uitrekenen met een andere basis en hoogte. Laat zien dat je dan hetzelfde vindt.

Opgave 7

Gegeven zijn de punten $A(5,6)$, $B(1,1)$ en $C(4,2)$.

a Teken de punten in een assenstelsel, en teken driehoek ABC.

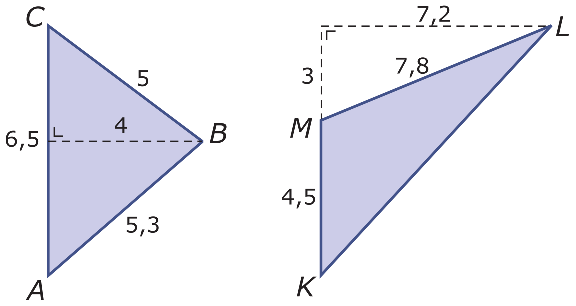
b Waarom kun je in deze driehoek de oppervlakteformule voor driehoeken niet goed toepassen?

c Bereken de oppervlakte van driehoek ABC.

Verwerken

Opgave 8

Bekijk de twee driehoeken.



Bereken van beide driehoeken de oppervlakte.

Opgave 9

In een assenstelsel zijn de punten $A(0,-2)$, $B(3,-2)$, $C(2,2)$ en $D(-2,4)$ gegeven.

a Bereken de oppervlakte van ΔABC.

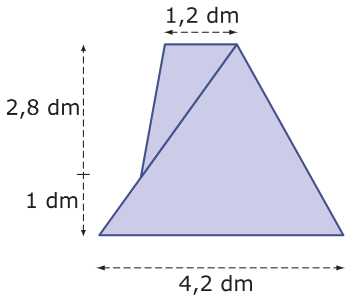
b Bereken de oppervlakte van ΔABD.

c Bereken de oppervlakte van ΔACD.

Opgave 10

De figuur bestaat uit twee driehoeken. De zijden aan de onder- en de bovenkant van de figuur lopen evenwijdig aan elkaar. De afstandslijnen staan loodrecht op elkaar.

Bereken de oppervlakte van de totale figuur.



Opgave 11

Van een groot driehoekig kleed zijn de zijden 310 cm, 200 cm en 180 cm.

a Teken dit kleed op schaal $1 : 50$.

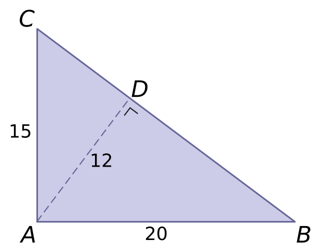
b Bepaal door meten in de figuur en omrekenen de werkelijke hoogte op de langste zijde. Rond af op gehele centimeters.

c Bereken de oppervlakte van dit driehoekige kleed.

d Je kunt ook een andere hoogte opmeten en daarmee de oppervlakte van het driehoekige kleed bepalen. Laat zien dat je dan ongeveer hetzelfde antwoord vindt.

Opgave 12

Bekijk de rechthoekige driehoek ABC.



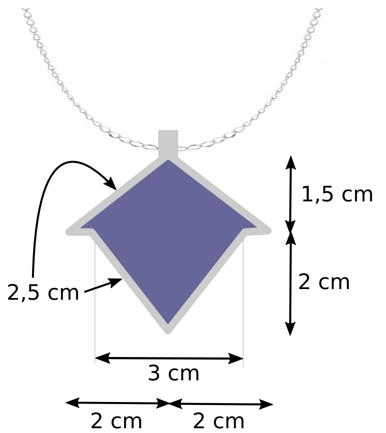
a Bereken de oppervlakte van de rechthoekige driehoek ABC.

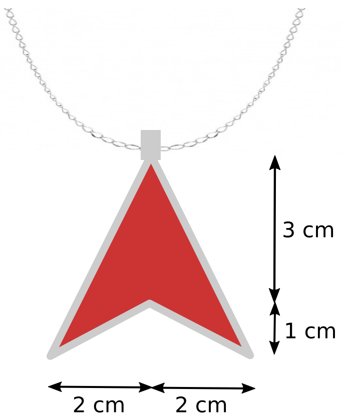
b Bereken de lengte van zijde BC van de rechthoekige driehoek ABC.

Toepassen

Marie-José heeft meerdere hangers voor aan kettinkjes gemaakt.

Ze gebruikt vaak een kunststof plaat om haar ontwerpen uit te zagen. Hier zie je twee nieuwe ontwerpen. Namen of andere teksten staan er nog niet op. Wel heeft ze ook de metalen randen getekend waar de figuur in moet passen.





Hoe maak je deze ontwerpen zelf?
Hoeveel mm^2 kunststof is er voor nodig?
Hoeveel mm metalen rand is er voor nodig?

Opgave 13: Linker figuur

Bekijk het linker ontwerp van Marie-José.

a Bereken de oppervlakte van het linker ontwerp in mm^2.

b Bepaal de lengte van de rand van het linker ontwerp in mm nauwkeurig.

Opgave 14: Rechter figuur

Bekijk het rechter ontwerp van Marie-José.

a Bereken de oppervlakte van het rechter ontwerp in mm^2.

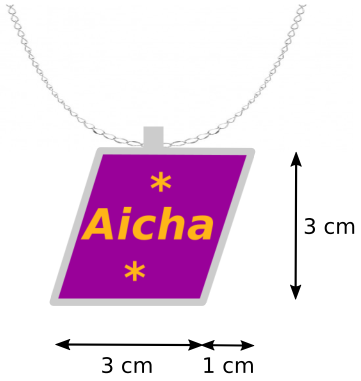
b Bepaal de lengte van de rand van het rechter ontwerp in mm nauwkeurig.

1.3 Oppervlakte vierhoeken

Verkennen

Opgave V1

Bekijk het ontwerp van Marie-José voor de hanger voor haar vriendin Aicha nog eens.



a Hoe heet zo'n vierhoek? Teken deze vierhoek op een cm-rooster.

b Je kunt de oppervlakte van deze vierhoek bepalen door hem te omlijsten met een rechthoek. Laat zien, hoe dat gaat.

c Je kunt de oppervlakte van de vierhoek ook berekenen door hem in twee driehoeken te verdelen. Laat ook dat zien.

d Er zijn nog meer manieren om de oppervlakte van de vierhoek te bepalen. Probeer er nog minstens één te beschrijven.

e En hoe bepaal je de omtrek van de vierhoek? Bepaal die omtrek in mm nauwkeurig.

Theorie

Opgave 1

Werk met de applet in de **Uitleg**.

a Maak een parallellogram $ABCD$ met basis $AB = 7$ en een hoogte van 5. (Gebruik daarbij handig het rooster). Als je de plaats van A en B hebt gekozen, is er dan nog maar één parallellogram mogelijk?

A. ja
B. nee

b In welke twee gelijke driehoeken kun je je parallellogram verdelen?

c Heeft elk parallellogram met een basis van 7 en een hoogte van 5 dezelfde oppervlakte?

A. ja
B. nee

d Bereken die oppervlakte met de formule voor de oppervlakte van een parallellogram. Controleer vervolgens met het rooster in de applet dat het antwoord correct is.

Opgave 2

Werk met de applet in de **Uitleg**.

a Maak een trapezium $ABCD$ met $AB = 7$ evenwijdig aan $CD = 3$ en een hoogte van 5. Als je de plaats van A en B hebt gekozen, is er dan nog maar één trapezium mogelijk?

b Trek diagonaal BD. In welke twee driehoeken wordt het trapezium hierdoor verdeeld?

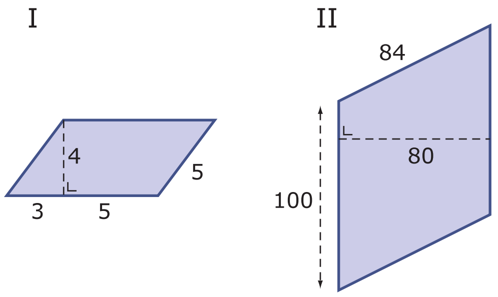
c Heeft elk trapezium met deze afmetingen dezelfde oppervlakte?

A. ja
B. nee

d Bereken die oppervlakte. Controleer vervolgens met de waarde voor de oppervlakte in de applet dat het antwoord correct is.

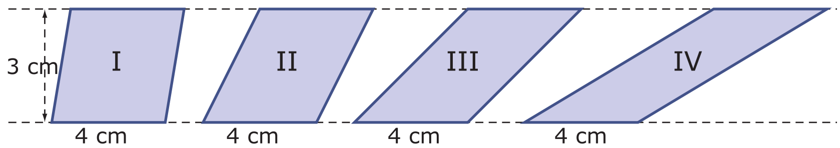
Opgave 3

Bereken van deze parallellogrammen de oppervlakte.



Opgave 4

Bekijk de vier parallellogrammen.



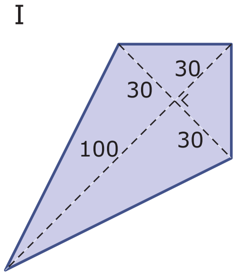
a Bepaal de oppervlakte van parallellogram I.

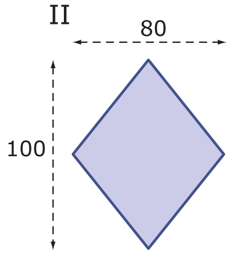
b Bepaal ook de oppervlakte van de andere drie parallellogrammen.

c Welk van deze parallellogrammen heeft de grootste omtrek?

Opgave 5

Bereken de oppervlakte van de vlieger en de ruit.

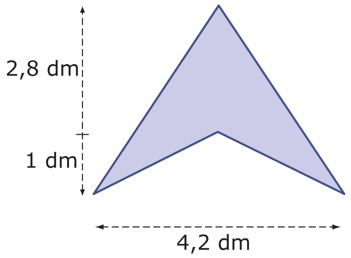




Opgave 6

Bekijk de pijlpuntvlieger.

Bereken de oppervlakte ervan.



Opgave 7

Bekijk de berekening van de oppervlakte van het trapezium nogmaals.

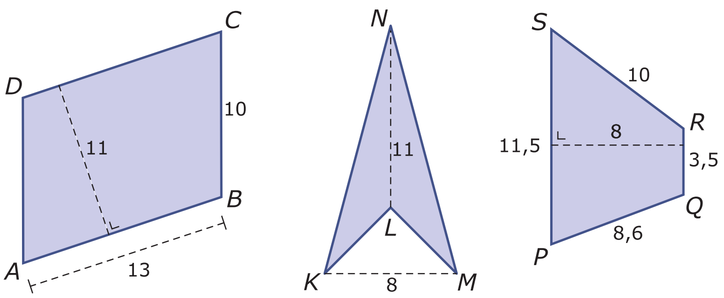
a Teken zelf zo'n trapezium met de gegeven afmetingen en geef daarin de hoogtes van beide driehoeken waarin het wordt verdeeld aan. Kun je maar één zo'n trapezium tekenen?

b Je kunt de oppervlakte van dit trapezium ook berekenen door diagonaal AC te trekken. Laat zien, dat je dan dezelfde oppervlakte krijgt.

Verwerken

Opgave 8

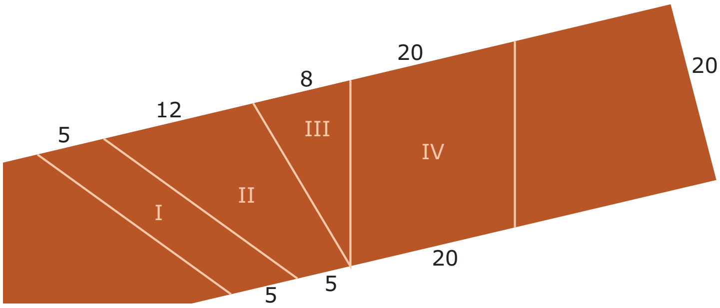
Bekijk de drie vierhoeken: een parallellogram, een pijlpuntvlieger en een trapezium.



Bereken de oppervlakte van deze vierhoeken.

Opgave 9

Uit een rechthoekige plank met een breedte van 20 centimeter worden drie vierhoeken en een driehoek gezaagd. Je ziet een deel van deze plank. De vier figuren vormen samen de helft van de oppervlakte van de plank.

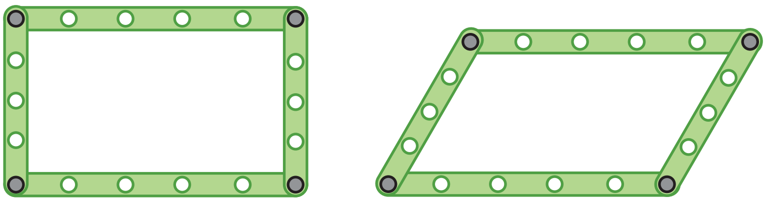


a Bereken van elk van deze vier figuren de oppervlakte.

b Hoe lang is deze plank in totaal?

Opgave 10

Een rechthoek van metalen strips is te vervormen tot een parallellogram. Zie de figuur.



Alle mogelijke figuren die ontstaan bij het vervormen van deze rechthoek, hebben dezelfde omtrek. Hebben ze ook dezelfde oppervlakte? Licht je antwoord toe.

Opgave 11

In een rechthoekig assenstelsel zijn de punten $A(-3,-3)$, $B(2,-3)$, $C(4,4)$, $D(-1,4)$, $E(-5,4)$ en $F(-3,2)$ gegeven.

a Bereken de oppervlakte van vierhoek $ABCD$.

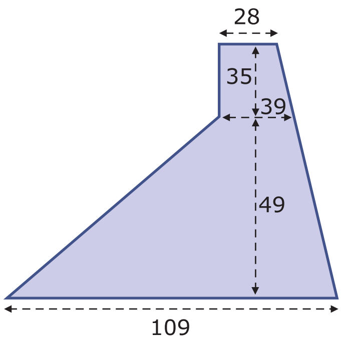
b Bereken de oppervlakte van vierhoek $ABCE$.

c Bereken de oppervlakte van vierhoek $ABCF$.

Opgave 12

Bekijk de figuur. De onderkant en de bovenkant lopen evenwijdig. De linker bovenhoek is een rechte hoek (90°). Alle maten zijn in centimeters.

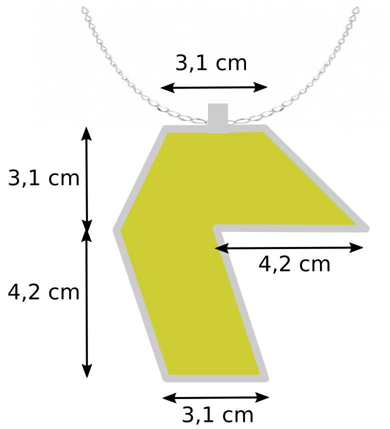
Bereken de oppervlakte van deze staalplaat.



Toepassen

Marie-José ontdekt een oude foto met een hanger die ooit van haar oma was. Die hanger is er niet meer en ze wil hem namaken, dus ze meet hem op.
Hier zie je een eerste schets met wat ze heeft opgemeten.
En kijk eens goed, je kunt hem in twee vierhoeken verdelen.

Hoeveel mm^2 kunststof is er voor nodig?
Hoeveel mm metalen rand is er voor nodig?



Opgave 13: Het achtste ontwerp

Bekijk Marie-José's achtste ontwerp. In de figuur lijkt het erop dat er drie horizontale evenwijdige lijnstukken en twee schuine evenwijdige lijnstukken zijn. Neem aan dat dit ook inderdaad zo is.

a In welke twee vierhoeken kun je de figuur dan verdelen?

b Bereken de oppervlakte van de hanger.

c En hoe zit het nu met de lengte van de metalen rand?

1.4 Omtrek cirkel

Verkennen

Opgave V1

Bekijk de hanger met de gulden erin nog eens. Je moet gaan bepalen hoe lang de metalen rand om die gulden moet worden. Gebruik daarbij de tekening van Marie-José.

a Waarom kun je de lengte van deze rand niet eenvoudig bepalen? Kun je een manier bedenken?

Als je de gulden omlijst met een vierkant, krijg je een eerste (te grote) schatting.

b Hoe groot is de omtrek van de gulden in de figuur maximaal?

c Je kunt ook een vierkant maken binnen in de cirkel die de rand van de gulden voorstelt. Hoeveel is de omtrek van de gulden minimaal?

d De werkelijke omtrek van de gulden in de figuur zit daar tussenin. Hoeveel schat je die omtrek?

De echte gulden omlijst had een diameter van 25 mm en een omtrek van ongeveer 79 mm.

e Hoeveel keer de diameter is de omtrek van de gulden?

f Als je er van uitgaat dat voor de figuur van Marie-José de uitkomst bij e ook opgaat, hoe groot zou dan de metalen rand moeten worden?

Theorie

Opgave 1

Werk met de applet in de **Uitleg**. Gebruik de applet om π te benaderen. Bekijk ook de formule waarmee je de omtrek van een cirkel exact kunt berekenen.

a Bij een vijfhoek met zijn hoekpunten op de cirkel is de deling $\frac{\text{omtrek}}{\text{diameter}}$ behoorlijk kleiner dan de werkelijke waarde van π. Hoe komt dat?

b Bij welke veelhoek krijg je voor het eerst een benadering van π in twee decimalen nauwkeurig?

c Bereken met je rekenmachine de omtrek van een cirkel met een straal van 1 in vier decimalen nauwkeurig.

Opgave 2

Het getal π is ook op je rekenmachine te vinden.

a Schrijf de waarde van π in negen decimalen op.

b De Oude Grieken dachten dat π een breuk was.
Ze gebruikten voor $\frac{\text{omtrek}}{\text{diameter}}$ van een cirkel soms de breuk $\frac{22}{7}$.
Hoeveel verschilt dit getal van π? Rond af op negen decimalen.

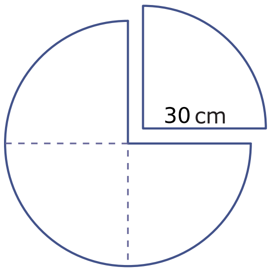
Opgave 3

Je hebt een zuiver rond tafelblad met een diameter van 60 cm. Omdat langs de rand een afwerkstrook moet komen, wil je de omtrek van dit tafelblad berekenen.

a Bereken de omtrek van dit tafelblad in mm nauwkeurig.

Je zaagt dit tafelblad doormidden en de helften nog eens doormidden.
Je krijgt dan vier kwart tafelbladen.

b Bereken de totale omtrek van zo'n kwart tafelblad in mm nauwkeurig.



Opgave 4

Bekijk de berekening van de omtrek van de cirkel in **Voorbeeld 1**.

a Voer zelf de berekening uit en controleer de afronding.

b In het voorbeeld staat nog een tweede formule voor het berekenen van de omtrek van een cirkel. Bereken de omtrek van de cirkel ook met die formule.

c Bereken de omtrek van een cirkel met een diameter van 25 cm. Rond af op twee decimalen.

d Bereken de omtrek van een cirkel met een straal van 25 cm. Rond af op twee decimalen.

Opgave 5

Het binnengebied van deze rotonde is zuiver cirkelvormig. De diameter daarvan is 20 meter.

a Bereken de omtrek van het binnengebied van deze rotonde. Rond af op één decimaal.

In het cirkelvormige binnengebied van de rotonde ligt een cirkelvormig grasperk met een straal van 4 meter. Op de rand van dat grasperk worden rozen geplant. De afstand tussen (de middens van) twee rozenstruikjes wordt 60 centimeter.

b Hoeveel struikjes zijn er voor nodig?

Opgave 6

Bekijk de berekening van de straal van een cirkel met een gegeven omtrek in **Voorbeeld 2**.

a Bereken de straal van een cirkel met een omtrek van 25 cm in twee decimalen nauwkeurig.

b Bereken nu de diameter van een cirkel met een omtrek van 30 cm in twee decimalen nauwkeurig.

Opgave 7

Het binnengebied van een rotonde is zuiver cirkelvormig. Langs de rand van dit binnengebied staan 200 rozenstruiken met een onderlinge afstand tussen de middens van $0{,}55$ m.

a Hoeveel meter is de omtrek van deze rotonde (ongeveer)?

b Bereken de straal van deze rotonde. Rond af op één decimaal.

Opgave 8

Het binnengebied van een rotonde is zuiver cirkelvormig. Het gebied is verdeeld in drie even grote cirkelsectoren. Langs alle randen van die sectoren zijn drie verschillende soorten struiken geplant. Eén van die drie sectoren is langs de complete rand met 120 rozenstruikjes beplant. De afstand tussen de rozenstruikjes (tussen de middens) is $0{,}55$ m.

a Bereken de omtrek van deze cirkelsector in meters.

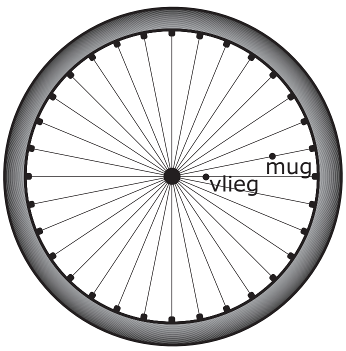
b Bereken de straal van deze cirkelsector in meters. Rond af op één decimaal.

Verwerken

Opgave 9

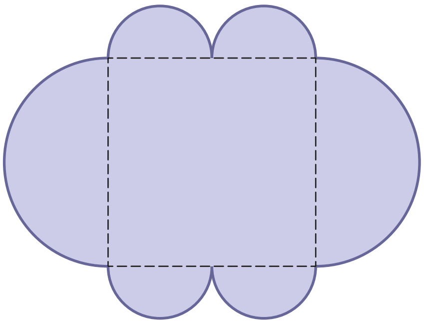
Op een spaak van een fietswiel zit een vlieg, op een andere spaak zit een mug. De vlieg zit 10 cm van de as, de mug 30 cm. Het wiel draait precies één keer rond, zodat de vlieg en de mug allebei een cirkel draaien.

Hoeveel gehele centimeters is de cirkel van de mug groter dan die van de vlieg?



Opgave 10

In de figuur zie je een vierkant met zijden van 20 cm met halve cirkels eromheen. Bereken de omtrek van de gehele figuur in centimeters nauwkeurig.



Opgave 11

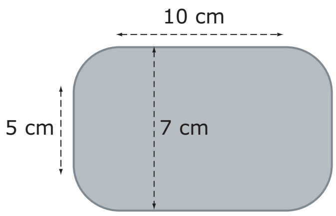
De grote wijzer van een kerkklok is 1,5 m lang.

a Bereken de lengte van de weg die de punt van de wijzer in een kwartier aflegt in meters nauwkeurig.

b Legt de wijzerpunt in een jaar tijd ongeveer 100 km af? Licht je antwoord toe.

Opgave 12

Je ziet een blik sardines. In het bovenaanzicht van het blik staan de afmetingen. De afgeronde hoeken zijn kwartcirkels. De lijnstukken zijn evenwijdig of loodrecht op elkaar.



Bereken de omtrek van de bovenkant van zo'n sardineblik in centimeters nauwkeurig.

Opgave 13

Jan fietst elke dag $4{,}2$ km van huis naar school. Stel je voor dat bij elke omwenteling van zijn trappers ook zijn wiel precies één keer ronddraait. De diameter van zijn fietswiel is 71 cm.

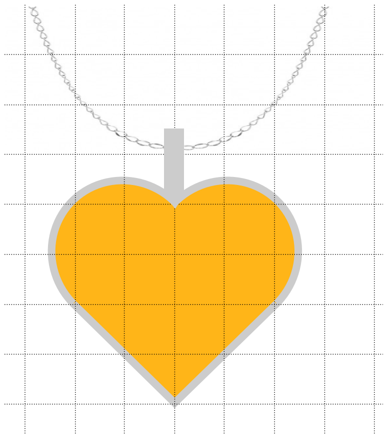
Hoe vaak gaan zijn trappers dan rond op weg van huis naar school? Rond af op gehele omwentelingen.

Toepassen

En zo heeft Marie-José ontdekt hoe je met behulp van cirkels ook een hartje kunt maken als hangertje.
Dit ontwerp bestaat uit twee halve cirkels op de zijden van een vierkant.

De zijden van dit vierkant hebben een lengte van 2,8 cm.

Hoeveel mm metalen rand is er voor nodig?



Opgave 14: Hartje aan een ketting

Bekijk Marie-José's hartje aan een ketting.

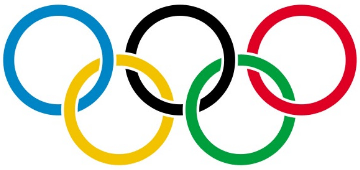
a Bereken hoe lang de metalen rand moet worden in mm nauwkeurig.

Je kunt ook een hartje maken door twee halve cirkels op één zijde van een gelijkzijdige driehoek met zijden van 4 cm te zetten.

b Heb je dan meer of minder metalen rand nodig?

Opgave 15: De Olympische ringen als hanger

Je kent het symbool voor de Olympische Spelen wel.



Je wilt zo'n hanger maken van cirkels met een buitenomtrek van 4 cm en een dikte van 1 mm.

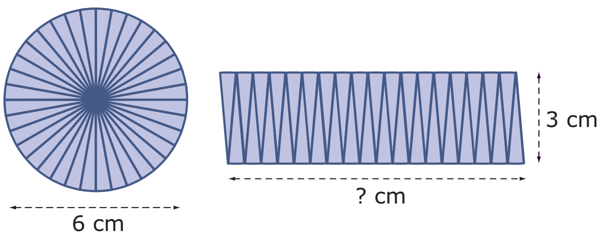
Hoe breed en hoe hoog wordt dan je totale hanger?

1.5 Oppervlakte cirkel

Verkennen

Opgave V1

Je ziet hoe een cirkel met een straal van 3 cm in 36 sectoren is verdeeld. Je kunt vervolgens, om de oppervlakte van deze cirkel te schatten, die sectoren in de vorm van een ‘parallellogram’ leggen.



a Waarom staat hier het woord ‘parallellogram’ tussen aanhalingstekens?

b De hoogte van het ‘parallellogram’ is ongeveer gelijk aan de straal van de cirkel. Hoe lang is de basis ongeveer? Druk je antwoord uit in π.

c Hoe groot is de oppervlakte van het ‘parallellogram’ ongeveer? Druk je antwoord uit in π.

d Hoe groot is de oppervlakte van de cirkel dus ongeveer? Benader deze oppervlakte in mm^2 nauwkeurig.

Theorie

Opgave 1

Werk met de applet uit de **Uitleg**. Je kunt er de oppervlakte van een cirkel mee benaderen.

a Bij welke veelhoek krijg je voor het eerst een benadering van de oppervlakte van een cirkel met straal 2 in één decimaal nauwkeurig?

b Bij welke veelhoek krijg je voor het eerst een benadering van de oppervlakte van een cirkel met straal 3 in één decimaal nauwkeurig?

c Bereken met je rekenmachine de oppervlakte van een cirkel met een straal van 3 in vijf decimalen nauwkeurig.

Opgave 2

Ga uit van een cirkel met straal r.

a Welke formule kun je opschrijven voor de oppervlakte A van die cirkel?

b De diameter van deze cirkel kun je met $d = 2 \cdot r$ berekenen.
Laat zien dat hieruit volgt: $A = 0{,}25\pi \cdot d^2$.

Opgave 3

Gegeven een cirkel met straal 5 cm.

a Bereken de oppervlakte. Geef je antwoord in cm^2 in één decimaal nauwkeurig.

b De cirkel wordt in vier gelijke ‘taartpunten’ verdeeld. Hoe groot is de oppervlakte van elk van die delen?

Opgave 4

Bekijk de berekening van de oppervlakte van een cirkel in **Voorbeeld 1**.

a Voer zelf de berekening uit en controleer de afronding.

b Bereken de oppervlakte van een cirkel met een diameter van 12 cm in twee decimalen nauwkeurig.

c Je kunt de oppervlakte van een cirkel ook berekenen met de formule $A = 0{,}25\pi \cdot d^2$, waarin d de diameter is. Laat zien dat je met deze formule dezelfde oppervlakte krijgt voor de cirkel als bij b.

Opgave 5

Het binnengebied van deze rotonde is zuiver cirkelvormig. De diameter daarvan is 20 m. De breedte van het wegdek is 5 m.

a Bereken de oppervlakte van het binnengebied van deze rotonde in één decimaal nauwkeurig.

b Bereken de oppervlakte van het wegdek om de rotonde in m^2 nauwkeurig. Let niet op de aan- en afvoerwegen.

Opgave 6

Bekijk de berekening van de straal van een cirkel met een gegeven oppervlakte in **Voorbeeld 2**.

a Voer zelf de berekening uit en geef het antwoord in tienden van millimeters nauwkeurig.

b Bereken de diameter van een cirkel met een oppervlakte van 25 cm^2 in twee decimalen nauwkeurig.

Opgave 7

Het binnengebied van een rotonde is zuiver cirkelvormig. De oppervlakte van dit binnengebied is 200 m^2.

a Hoe groot is de straal van deze rotonde in meters nauwkeurig? Rond af op twee decimalen.

b Bereken de omtrek van dit binnengebied in één decimaal nauwkeurig.

Verwerken

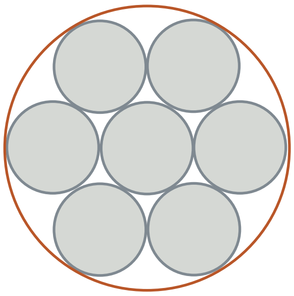
Opgave 8

Je ziet het Chinese Yin en Yang symbool. De figuur bestaat uit (halve) cirkels. De grote cirkel heeft een diameter van 20 cm, de halve cirkels zijn even groot en de kleinste cirkels hebben een diameter van 4 cm. De dikte van de rand mag je verwaarlozen.

Bereken de oppervlakte van het zwarte gedeelte in cm^2 nauwkeurig.

Opgave 9

Dit is het bovenaanzicht van zeven gelijke balletjes die precies binnen een grote cirkelvormige doos passen. Elk balletje heeft een diameter van 20 cm. Bereken de oppervlakte van de lege ruimte die overblijft in dit bovenaanzicht. Geef je antwoord in hele mm^2.



Opgave 10

Een cirkel heeft een oppervlakte van 400 m^2.

Bereken de omtrek van deze cirkel in meters nauwkeurig.

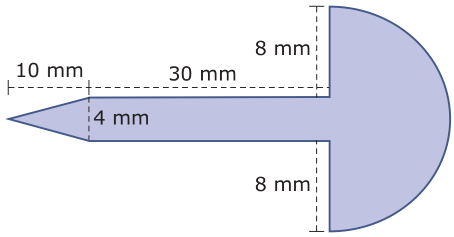
Opgave 11

Van een halve cirkel is de totale omtrek 400 m.

Bereken de oppervlakte van deze cirkel in m^2 nauwkeurig.

Opgave 12

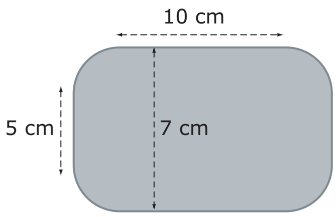
Dit is een dwarsdoorsnede van een spijker. De kop is precies een halve bol. De rest van de spijker is lijnsymmetrisch.



Bereken de oppervlakte van de dwarsdoorsnede in mm^2 nauwkeurig.

Opgave 13

Je ziet een blik sardines. In het bovenaanzicht zijn de afmetingen getekend. De afgeronde hoeken zijn kwartcirkels.



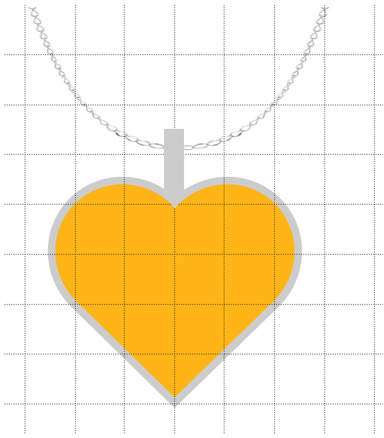
Bereken de oppervlakte van de bovenkant van zo'n sardineblik in cm^2. Rond af op twee decimalen.

Toepassen

Marie-José heeft met behulp van cirkels ook een hartje als hangertje ontworpen.
Dit ontwerp bestaat uit twee halve cirkels op de zijden van een vierkant.

De zijden van dit vierkant hebben een lengte van 2,8 cm.

Hoeveel mm^2 kunststof is er voor nodig?



Opgave 14: Hartje aan een ketting

Bekijk Marie-José's hartje aan een ketting.

a Bereken hoe groot de oppervlakte moet worden in mm^2 nauwkeurig.

Je kunt ook een hartje maken door twee halve cirkels op één zijde van een gelijkzijdige driehoek met zijden van 4 cm te zetten.

b Heb je dan meer of minder kunststof nodig?

Opgave 15: De Ghanese Cedi

Aicha, de vriendin van Marie-José, heeft ouders die van oorsprong uit Ghana komen.
In dat land is de Ghanese Cedi de munteenheid. Aicha wil het teken voor die munteenheid op een cirkelvormige hanger met oppervlakte van 6 cm^2, want zij is op zesjarige leeftijd uit Ghana naar Nederland gekomen.

a Bereken de diameter van haar hanger. Rond af op gehele mm.

b Het muntteken is driekwart van een cirkel met daardoor een verticale streep.
Die cirkel heeft een half zo grote diameter als die van de hanger. Hoe lang is die driekwart cirkel?

1.6 Totaalbeeld

Samenvatten

Bij veel bijzondere 2D-figuren kun je de oppervlakte (en soms de omtrek) berekenen vanuit gegeven zijden en hoogtes. Dit kun je beschrijven met een formule. In dit onderwerp kom je bijvoorbeeld formules voor de omtrek en de oppervlakte van een cirkel tegen. Maar er zijn ook formules af te leiden voor de oppervlakte van een driehoek en van sommige vierhoeken.
En daarmee kun je dan weer de omtrek en de oppervlakte van allerlei vlakke figuren berekenen.

De volgende opgaven zijn bedoeld om overzicht over het onderwerp **Formules voor omtrek en oppervlakte** te krijgen. Dit betreft de onderdelen 1, 2, 3, 4 en 5 van dit onderwerp. Het is nuttig om er een eigen samenvatting bij te maken.

Begrippen

- oppervlakteformule
- oppervlakte driehoek — basis en hoogte
- oppervlakte vierhoek — oppervlakte parallellogram, vlieger, trapezium
- straal en diameter van een cirkel — omtrekformule cirkel
- oppervlakteformule cirkel

Activiteiten

- omtrek en vooral oppervlakte bepalen vanuit (halve) rechthoeken
- een formule voor de oppervlakte van een driehoek afleiden en gebruiken
- (formules voor) de oppervlakte van enkele bijzondere vierhoeken afleiden en gebruiken
- de omtrek van een cirkel berekenen vanuit de diameter — de omtrekformule van een cirkel — de diameter van een cirkel berekenen vanuit de oppervlakte
- de oppervlakte van een cirkel berekenen vanuit de straal — de oppervlakteformule van een cirkel — de straal van een cirkel berekenen vanuit de oppervlakte

Opgave 1

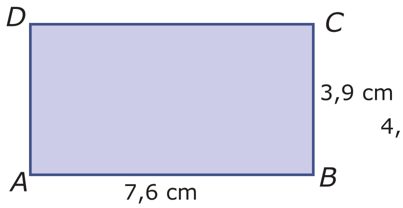
Veel figuren kun je verdelen in rechthoeken en halve rechthoeken. Of je kunt er een rechthoek omheen tekenen waarvan je rechthoeken en halve rechthoeken af moet trekken om de figuur te krijgen.

a Hoe bereken je van zo'n figuur de oppervlakte? Teken zelf een voorbeeld!

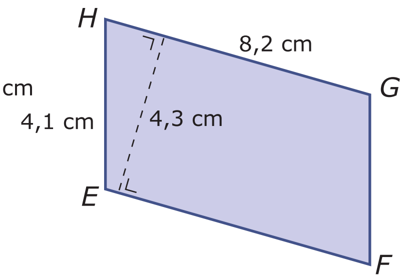
b Kun je van zo'n figuur ook altijd de exacte omtrek vaststellen? Wanneer kan dat wel?

Opgave 2

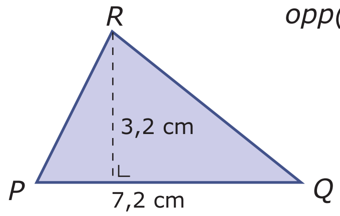
Je ziet hier twee bijzondere vierhoeken en een driehoek.



opp(rechthoek) =
opp(ABCD) =



opp(parallellogram) =
opp(EFGH) =



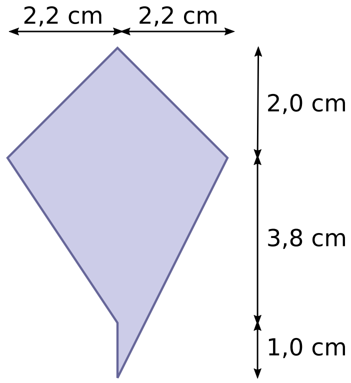
opp(driehoek) =
opp(PQR) =

Schrijf bij elke figuur de juiste oppervlakteformule. Bereken vervolgens die oppervlakte.

Opgave 3

Bekijk de figuur hiernaast.

a Bereken de oppervlakte van deze figuur.



b Bereken de omtrek van deze figuur in mm nauwkeurig.

Opgave 4

Een cirkel heeft een straal 6 cm.

a Bereken de omtrek van deze cirkel in mm nauwkeurig. Laat zien hoe je daarbij de formule voor de omtrek van een cirkel gebruikt.

b Bereken de oppervlakte van deze cirkel in mm^2 nauwkeurig. Laat zien hoe je daarbij de formule voor de oppervlakte van een cirkel gebruikt.

Opgave 5

Een cirkel heeft middelpunt M en straal r cm.

a De omtrek van deze cirkel is 100 cm. Laat zien, hoe je de diameter $d = 2r$ berekent in mm nauwkeurig.

b De oppervlakte van een andere cirkel is 100 cm^2. Laat zien, hoe je de diameter $d = 2r$ berekent in mm nauwkeurig.

Toepassen

Je hebt gezien hoe Marie-José hangertjes ontwerpt door er nauwkeurige tekeningen van te maken en daarna uit te rekenen hoeveel materiaal (meestal kunststof) ze ervoor nodig heeft. Ook bepaalt ze de lengte van de metalen rand die om elk hangertje heen zit.
Misschien lijkt je dit zelf ook wel een leuke uitdaging...

Opgave 6: Eigen ontwerp hangertje

Bekijk de ontwerpen voor de hangertjes van Marie-José nog maar eens. Ontwerp zelf een vergelijkbaar hangertje. Maak daarbij gebruik van de vlakke figuren die je in dit onderwerp voorbij hebt zien komen.

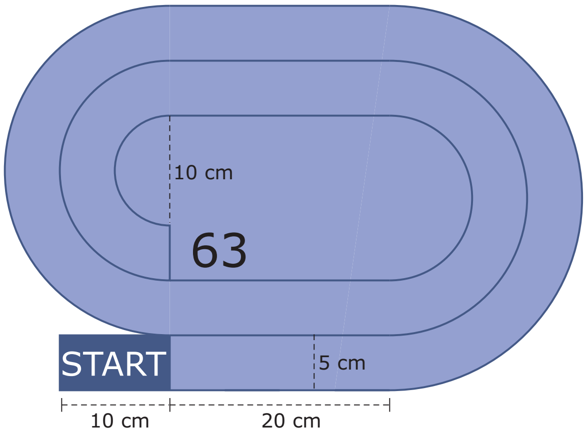
a Maak er een nauwkeurige tekening van met alle noodzakelijke afmetingen.

b Bereken de oppervlakte van het jouw hangertje.

c Bepaal in mm nauwkeurig de lengte van de noodzakelijke metalen rand van jouw hangertje.

Opgave 7: Ganzenbord

Het ganzenbordspel is al heel oud. Het speelveld is een rij vakjes begrensd door rechte lijnen en halve cirkels. Hieronder zie je een mogelijk speelveld, de vakjes 1 tot en met 62 zijn niet aangegeven. Je moet met je gans van 'START' naar vak 63 zien je komen. Alle vakjes die je passeert zijn even breed, namelijk 5 cm. Verdere afmetingen zie je in de figuur.



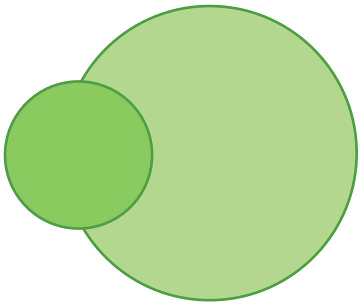
a Stel je voor dat je telkens precies over het midden van de vakjes beweegt. Hoe lang is dan de route van 'START' naar de finish in vak 63?

b Bereken ook de oppervlakte van het speelveld (de vakken 1 tot en met 63).

Opgave 8: Overlappende cirkels

In een vijver liggen twee ronde bladeren van een waterplant. Het éne blad heeft een diameter van 4 dm, het andere van 8 dm. Het kleine ligt met de helft van zijn oppervlakte op het grote blad.

Welk percentage van het grote blad wordt door het kleine blad bedekt?



Begrippen

- recht evenredig (verband) — evenredigheidsconstante, hellingsgetal
- lineair verband — hellingsgetal, startgetal
- rekenschema — terugrekenen
- lineaire vergelijking — balansmethode
- lineaire ongelijkheid

Activiteiten

- formules en grafieken bij recht evenredige verbanden maken en gebruiken
- formules en grafieken bij lineaire verbanden maken en gebruiken
- vergelijkingen bij lineaire verbanden oplossen door terugrekenen
- vergelijkingen bij lineaire verbanden oplossen met de balansmethode
- lineaire ongelijkheden oplossen

Elektrische auto's

Domein

Grafieken en formules

Hoofdstuk

Lineaire verbanden

Inhoud

2

2.1 Recht evenredig

Verkennen

Opgave V1

Henk's moeder heeft uitgerekend dat het rijden met haar elektrische auto € 0,07 per km kost.

a Hoeveel euro kost 200 km rijden met deze auto?

b Noem de kosten voor het rijden met deze auto R (in €) en het aantal gereden km a. Welke formule geldt er dan als er geen bijkomende kosten zijn?

c Hoe ziet de bijbehorende grafiek er uit?

Theorie

Opgave 1

Bekijk de formule in de **Uitleg**.

a Hoeveel bedraagt R als $q = 100$ kg?

b Hoeveel bedraagt R als $q = 200$ kg?
Wat gebeurt er dus met de waarde van R als q twee keer zo groot wordt?

c Wat gebeurt er met R als q drie keer zo groot wordt?

d Je hebt nu gezien dat R recht evenredig is met q. Hoe blijkt uit de grafiek dat R afhankelijk is van q?

e Hoe wordt het getal $1{,}50$ in de formule ook wel genoemd?

f Wat is de betekenis van het getal $1{,}50$ voor de grafiek?

Opgave 2

In een printer gaan inktpatronen. Zo'n inktpatroon kost € 42,50. Je kunt er gemiddeld 500 velletjes papier mee afdrukken.

a Hoeveel kost de inkt voor 1800 afdrukken?

b Met welke formule kun je de relatie tussen de jaarlijkse kosten voor inkt K en het aantal afgedrukte velletjes papier q weergeven?

c Zijn de jaarlijkse kosten voor inkt recht evenredig met het aantal afdrukken? Zo ja, wat is dan de evenredigheidsconstante?

d Teken de bijpassende grafiek. Neem op de horizontale as de waarden 0, 100, 200, ...

e Waarom heb je daar geen tabel bij nodig?

f Welke betekenis heeft de evenredigheidsconstante voor de grafiek?

Opgave 3

Bekijk **Voorbeeld 1**.

a Waarom is s recht evenredig met t?

b Hoe ziet de grafiek uit het voorbeeld van s afhankelijk van t er uit?

c Welke afstand heeft Henk na $1,5$ uur afgelegd?

d Na hoeveel tijd heeft Henk 25 km afgelegd?

Opgave 4

Een automobilist is onderweg naar Berlijn en zet zijn cruisecontrol (snelheidsbegrenzer) op 120 km/uur. Dat moment geldt als $t = 0$ waarin t de tijd in uren is.

a Waarom is vanaf dat moment zijn afgelegde afstand s (in km) recht evenredig met t?

b Hoeveel is de evenredigheidsconstante?

c Na hoeveel tijd heeft deze automobilist 300 km afgelegd?

Opgave 5

Marc gaat op vakantie met de auto en hij legt 1816 kilometer af. Zijn auto verbruikt 1 liter benzine per 10 km en de benzineprijs is op dat moment € 1,75.

a Stel de formule op voor het verband tussen de kosten K in euro en de afstand s in km. Rond de evenredigheidsfactor af op twee decimalen.

b Wat betaalt Marc in totaal aan benzine?

Verwerken

Opgave 6

Mevrouw Willems krijgt een kilometervergoeding K voor de kilometers die ze voor haar werk met de auto aflegt. Ze krijgt € 0,19 per km. Noem het aantal werkkilometers per maand q.

a Stel de formule op voor K.

b Is K recht evenredig met q? Waarom wel/niet?

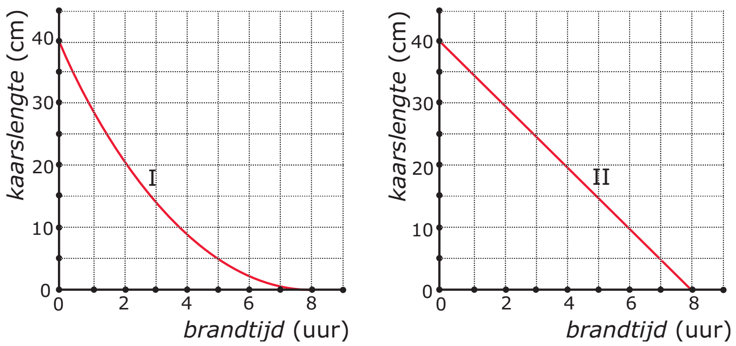
c Hoe ziet de grafiek van K er uit?

Mevrouw Willems heeft berekend dat iedere gereden kilometer $12{,}5$ cent aan brandstof kost.

d Zijn de brandstofkosten voor het werk ook recht evenredig met q?

Opgave 7

Zuiver cilindervormige kaarsen branden gelijkmatig op: elk uur verdwijnt er (in theorie) evenveel kaarslengte. Hier zie je twee grafieken bij opbrandende kaarsen.



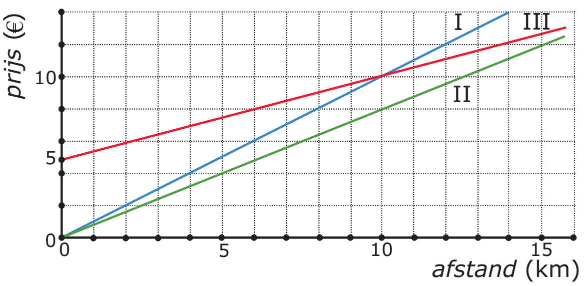
a Welke van deze twee grafieken hoort bij een cilindervormige kaars en waarom?

b Is de kaarslengte recht evenredig met de brandtijd?

c Met hoeveel centimeter per uur brandt de cilindervormige kaars op?

Opgave 8

De prijs die je voor een rit met een taxi betaalt, hangt af van de afstand die je rijdt. Je ziet hieronder van drie taxibedrijven de grafiek van het verband tussen prijs p (in €) en gereden afstand s (in km).



a Bij welke firma's betaal je alleen een bedrag per gereden km?

b Geef bij die twee taxibedrijven een formule voor p afhankelijk van s.

c Ook bij het derde taxibedrijf betaal je een vast bedrag per gereden km. Alleen berekenen zij ook nog voorrijkosten. Hoeveel bedragen die voorrijkosten?

d Hoe kun je aan de grafiek zien dat bij die derde firma de prijs p niet recht evenredig is met het aantal gereden km s?

Opgave 9

Bij constante snelheid geldt: $s = v \cdot t$, waarin

- s de afgelegde weg in m is;
- v de snelheid in m/s is;
- t de tijd in s is.

a Leg uit waarom de afgelegde weg bij constante snelheid recht evenredig is met de tijd.

b Een voorwerp beweegt 20 s met een snelheid van 40 m/s. Hoeveel bedraagt zijn afgelegde weg?

c Een voorwerp beweegt 20 s en legt daarin 700 m af. Met welke snelheid bewoog dit voorwerp?

d Een voorwerp beweegt 1500 m met een snelheid van 60 m/s af. Hoe lang doet het daar over?

Toepassen

Henk's moeder heeft uitgerekend dat het rijden met haar elektrische auto € 0,07 per km kost.

Ze gaat daarbij uit van een verbruik van 18 kWh (kiloWattuur) per 100 km. De prijs voor elektriciteit is bij het oplaadpunt dat ze het meest gebruikt € 0,39 per kWh.

Henk rekent het bedrag per km hiermee zelf na.

Opgave 10: Elektrische auto

Bekijk de gegevens die Henk's moeder gebruikt om de energiekosten per km uit te rekenen.

a Reken na, dat zij gemiddeld ongeveer € 0,07 per gereden km verbruikt.

Henk's moeder rijdt vier dagen per week elke dag naar haar werk, 31 km heen en 31 km terug.

b Hoeveel kost haar dat per week?

Voor een schatting van de totale ritkosten per jaar (R in euro) neem je aan dat die recht evenredig met het aantal gereden kilometers per jaar (a in km) zijn.

c Waarom is dat een aanname?

d Stel een formule op bij het verband tussen R en a.

e Henk's moeder werkt normaal gesproken 180 dagen per jaar. Bereken de kosten voor het heen en weer reizen.

f Is een onkostenvergoeding van € 0,19 per km voor de kilometers die iemand voor zijn werk rijdt dus zonder meer voordelig voor de automobilist? Licht je antwoord toe.

2.2 Lineaire verbanden

Verkennen

Opgave V1

Henk's moeder least haar elektrische auto voor € 360 per maand. Omdat ze heen en weer naar haar werk rijdt (dat is 62 km per dag, vier dagen in de week), legt ze maandelijks flink wat kilometers af. Elk km kost haar gemiddeld € 0,07. Omdat de auto ook voor andere ritjes wordt gebruikt is het aantal gereden km per maand een variabele a.

a In februari heeft ze 17 werkdagen gehad en verder de auto niet gebruikt.
Hoeveel heeft dat gekost?

b Als ze twee keer zoveel rijdt, zijn haar kosten dan ook twee keer zo hoog?

c Noem de kosten voor het leasen en rijden van deze auto K (in €) en het aantal maandelijkse kilometers a. Welke formule geldt er dan?

d Hoe ziet de grafiek bij deze formule er uit?

Theorie

Opgave 1

Bekijk de **Uitleg**. Je ziet een formule voor het berekenen van de maandelijkse belkosten K afhankelijk van het aantal belminuten t.

a Neem de tabel over, vul de tabel in en teken de grafiek van K afhankelijk van t.

t	0	10	20	30	40	50
K	30,00					

b Geef in je grafiek het startgetal en het hellingsgetal aan.

c De aanbieder van dit abonnement verlaagt de abonnementskosten tot € 20,00. Wat betekent dit voor de grafiek van K?

d De aanbieder van dit abonnement verlaagt de belkosten per minuut tot € 0,20. Wat betekent dit voor de grafiek van K als de abonnementskosten € 30,00 blijven?

Opgave 2

Bekijk in de **Uitleg** hoe je de totale maandkosten voor het glasvezelabonnement berekent. Je kunt dit ook weergeven in een rekenschema met twee rekenstappen:

$t \xrightarrow{\cdot\, 0{,}25} \ldots \xrightarrow{+\,30} K$

a Reken uit hoeveel de totale maandkosten K bedragen als $a = 100$.

b Mag je de twee rekenstappen ook omwisselen? Geef een voorbeeld.

c Waarom zijn de maandkosten niet recht evenredig met het aantal belminuten?

Opgave 3

Bekijk **Voorbeeld 1**.

a Bereken y als $x = 20$ met behulp van de formule en met behulp van het rekenschema.

b Waarom is hier geen sprake van een recht evenredig verband?

c Maak zelf de grafiek bij de gegeven formule.

Opgave 4

Bekijk de applet in **Voorbeeld 1**.

a Wat gebeurt er met de grafiek als het hellingsgetal groter wordt?

b Wat gebeurt er met de grafiek als het hellingsgetal kleiner wordt?

c Bij welk hellingsgetal is de grafiek evenwijdig aan de x-as?

d Bij welke hellingsgetallen daalt de grafiek?

e Wat gebeurt er als je het startgetal verandert?

f Wat moet je instellen om een recht evenredig verband te krijgen?

Opgave 5

Bekijk in **Voorbeeld 2** hoe de grootte van het beltegoed afhangt van het aantal minuten a dat je hebt gebeld.

a Bereken je beltegoed na 60 minuten bellen.

b Controleer met een berekening dat na 200 minuten bellen je beltegoed op is. Waarom nemen ouders vaak zo'n abonnement voor hun kinderen?

c Wat betekent een negatief hellingsgetal voor een lineaire grafiek?

Ook bij deze formule kun je een rekenschema maken. Om de rekenstappen te herkennen, moet je de formule schrijven als $B = -0{,}25 \cdot a + 50$.

d Laat zien, dat deze formule hetzelfde is als die in het voorbeeld.

e Maak een bijpassend rekenschema.

f Laat met behulp van dit rekenschema zien, dat na 200 belminuten het tegoed op is.

Opgave 6

Een cilindervormige kaars brandt gelijkmatig op, t is de brandtijd in uren. De kaars wordt elk uur $1{,}5$ cm korter. Op $t = 0$ is hij 25 cm lang.

a Waarom is de lengte van het stuk kaars dat is opgebrand recht evenredig met de brandtijd?

b Waarom is de kaarslengte L in centimeters niet recht evenredig met de brandtijd in uren?

c Geef een formule voor L (cm) afhankelijk van t (uur).

d Geef een rekenschema voor L (cm) afhankelijk van t (uur).

Verwerken

Opgave 7

Voor het verbruik van water betaal je twee soorten kosten:

- een vast bedrag per jaar, het vastrecht
- een bedrag per m^3 water die je verbruikt

In een bepaald gebied is het vastrecht € 36 en het bedrag per m^3 € 1,80.
Noem de totale kosten per jaar K (euro) en het verbruik v in m^3.

a Leg uit dat er sprake is van een lineair verband tussen K en v.

b Maak een tabel voor K afhankelijk van v.
Neem $v = 0, 50, 100, 150, 200$.

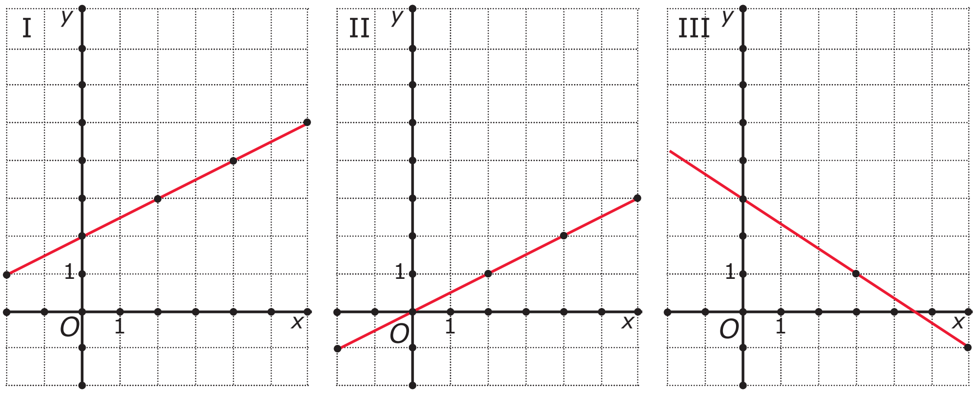
c Teken de grafiek van K.

d Geef een formule en een rekenschema voor de kosten afhankelijk van het waterverbruik.

e Bereken de kosten voor een waterverbruik van 120 m^3.

Opgave 8

Je ziet drie grafieken die elk een verband tussen de variabelen x en y weergeven.



a Bij welke van deze grafieken is y recht evenredig met x?

A. grafiek I
B. grafiek II
C. grafiek III

b Hoe groot is bij die grafiek het hellingsgetal?

c Bij welke van deze grafieken is het hellingsgetal negatief?

A. grafiek I
B. grafiek II
C. grafiek III

Opgave 9

Hoe hoger je in de bergen komt, hoe lager de temperatuur wordt.

In een zeker berggebied geldt bij benadering: $T = 20 - 6 \cdot h$.
Hierin is:

- T de temperatuur in °C (graden Celsius)
- h de hoogte boven de zeespiegel in km

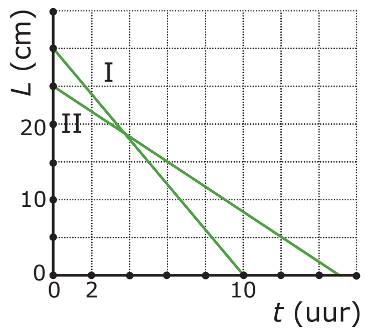
a Welke temperatuur zou iemand op zeespiegelniveau dan ervaren?

b Teken een grafiek van T afhankelijk van h.

c Laat met een rekenschema zien, dat bij een hoogte van $3\frac{1}{3}$ km de temperatuur 0 °C is.

Opgave 10

Zuiver cilindervormige kaarsen branden gelijkmatig op. Je ziet de grafieken van de lengte L in centimeters van twee van die kaarsen afhankelijk van de brandtijd t in uren.



a Welke grafiek hoort bij de dikste kaars? Licht je antwoord toe.

A. grafiek I

B. grafiek II

b Waarom is er bij beide grafieken sprake van een lineair verband?

c Bekijk grafiek I en bepaal het hellingsgetal en het startgetal bij het verband tussen L en t. Stel ook de bijpassende formule op.

d Bekijk grafiek II en bepaal hoeveel deze kaars elke 6 uur korter wordt. Bereken daarmee het hellingsgetal en stel de bijbehorende formule op.

e Welke van beide kaarsen is na 4 uur branden het langst?

Toepassen

Henk's moeder least haar elektrische auto voor € 360 per maand. Omdat ze heen en weer naar haar werk rijdt (dat is 62 km per dag, vier dagen in de week), legt ze maandelijks flink wat kilometers af. Elke km kost haar gemiddeld € 0,07.

Ze krijgt van haar werkgever een reiskostenvergoeding van € 0,19 per km.

Henk is nieuwsgierig of zijn moeder daarmee haar reiskosten compleet vergoed krijgt.

Opgave 11: Autokosten en reiskostenvergoeding

Bij **Toepassen** zie je welke kosten en welke vergoeding Henk's moeder heeft. Noem haar werkkilometers a, haar maandelijkse kosten voor de auto K en haar maandelijkse vergoeding voor de reiskosten R.

a Stel een formule op voor K afhankelijk van a.

b Stel een formule op voor R afhankelijk van a.

c Bij welk van beide formules is sprake van een recht evenredig verband?

d Teken de grafieken bij beide formules in één figuur.

e Bereken hoeveel Henk's moeder maandelijks aan autokosten voor het werk heeft en hoeveel haar maandelijkse reiskostenvergoeding is. Komt ze ermee uit?

f Vanaf hoeveel km per maand voor het werk zou ze wel uit de kosten komen?

2.3 Terugrekenen

Verkennen

Opgave V1

Bekijk in de hoeveel autokosten Henk's moeder in een bepaalde maand heeft gemaakt.

a Maak een rekenschema voor het berekenen van de autokosten K (in euro) afhankelijk van het aantal gereden km a.

b Je wilt nu vanuit een gegeven waarde van K terugrekenen om a te bepalen.
Leg uit, hoe je dat kunt doen.

c Bereken hoeveel gereden km er horen bij $K = 537{,}94$ euro.

Theorie

Opgave 1

Bekijk de **Uitleg**. Je ziet hoe een terugrekenschema er uit kan zien.

a Hoe maak je zo'n terugrekenschema?

b Los de lineaire vergelijking $0{,}25 \cdot t + 30 = 52{,}50$ op door terugrekenen

c Hoe kun je controleren of je antwoord goed is?

Opgave 2

Je ziet hier steeds een lineaire vergelijking. Los hem op door terugrekenen.

a $0{,}25 \cdot t + 30 = 100$.

b $6 \cdot p + 520 = 880$.

c $4 \cdot x - 30 = 80$.

Opgave 3

Bekijk **Voorbeeld 1**. Los zelf op:

a $1{,}5 \cdot x + 2 = 65$

b $5 \cdot a + 24 = 138$

c $-2 \cdot p + 36 = 18$

d $5{,}36 \cdot g - 44{,}10 = 20{,}22$

Opgave 4

Voor een toets kun je maximaal 36 punten halen. De docent berekent bij deze toets het cijfer door bij het behaalde aantal punten vier op te tellen en dan de uitkomst daarvan te delen door vier.

a Stel het behaalde aantal punten voor door p en het cijfer door c.
Geef de rekenwijze van de docent door een rekenschema te maken.

b Stel een bijpassende formule op.

c Hoeveel punten moet je halen voor een $7{,}5$?
Gebruik een terugrekenschema.

Opgave 5

Bekijk het **Voorbeeld 2**.

a Kon je zelf snel uitrekenen na hoeveel belminuten je geen beltegoed meer hebt bij zo'n prepaidabonnement?

b Waarom leer je toch werken met een terugrekenschema?

Sylvana heeft zo'n prepaidabonnement met € 50 beltegoed.
Zij betaald € 0,16 per belminuut.

c Welke formule geldt voor haar beltegoed? Gebruik dezelfde variabelen.

d Maak een bijpassend rekenschema.

e Bereken na hoeveel belminuten haar tegoed op is.

Opgave 6

Een cilindervormige kaars brandt gelijkmatig op, t is de brandtijd in uren. De kaars wordt elk uur $1{,}5$ cm korter. Op $t = 0$ is hij 25 cm lang. Dus kun je voor de lengte L (in cm) van de kaars deze formule opstellen: $L = 25 - 1{,}5 \cdot t$.

a Welke vergelijking moet je oplossen als je wilt weten na hoeveel tijd de kaars nog 10 cm lang is?

b Los die vergelijking op door terugrekenen.

c Bereken in minuten nauwkeurig na hoeveel tijd de lengte van de kaars nog 5 cm is.

d Bereken in minuten nauwkeurig na hoeveel tijd de kaars op is.

Verwerken

Opgave 7

Voor het verbruik van water zijn in een bepaald gebied de totale kosten per jaar gegeven door:

$K = 1{,}80 \cdot v + 36$

waarin:

- K de totale kosten per jaar in euro
- v het verbruik in m^3

In een bepaald jaar bedragen voor een gezin in dat gebied de kosten € 277,20.

a Hoeveel water heeft dit gezin dat jaar verbruikt?

b Als de kosten een jaar later $1{,}5$ keer zo hoog zijn, hebben ze dan ook $1{,}5$ keer zoveel water verbruikt? Licht je antwoord toe met een berekening.

Opgave 8

Los de volgende vergelijkingen op:

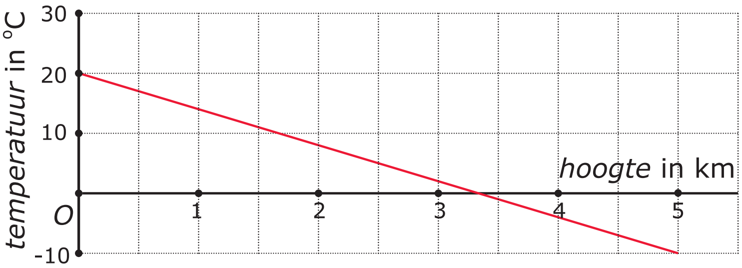
a $3 \cdot x + 400 = 610$

b $0{,}32 \cdot p + 56 = 70$

c $10 \cdot k - 120 = 80$

d $-2{,}5 \cdot t + 120 = 80$

Opgave 9



Hoe hoger je in de bergen komt, hoe lager de temperatuur wordt.

In een zeker berggebied geldt bij benadering: $T = 20 - 6 \cdot h$.
Hierin is:

- T de temperatuur in °C (graden Celsius)
- h de hoogte boven de zeespiegel in km

Je ziet, dat op zekere hoogte de temperatuur onder het vriespunt komt.

a Laat met een berekening zien op welke hoogte dat is.

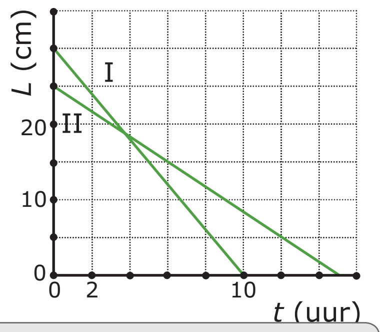
b Bereken ook op welke hoogte de temperatuur -5 °C is.

Opgave 10

Zuiver cilindervormige kaarsen branden gelijkmatig op. Je ziet de grafieken van de lengte L in centimeters van twee van die kaarsen afhankelijk van de brandtijd t in uren.

Kaars I: $L = 30 - 3 \cdot t$.

Kaars II: $L = 25 - 1\frac{2}{3} \cdot t$.



a Na hoeveel tijd is kaars I nog 12 cm lang?

b Na hoeveel tijd is kaars II nog 12 cm lang?

c Welke betekenis heeft de vergelijking $30 - 3 \cdot t = 25 - 1\frac{2}{3} \cdot t$ hier?

d De vergelijking bij c kun je op dit moment alleen oplossen met behulp van de grafiek. Lees uit de grafiek de oplossing af.

Toepassen

Henk's moeder least haar elektrische auto voor € 360 per maand. Omdat ze heen en weer naar haar werk rijdt (dat is 62 km per dag, vier dagen in de week), legt ze maandelijks flink wat kilometers af. Elke km kost haar gemiddeld € 0,07.

Henk is nieuwsgierig hoeveel km zijn moeder rijdt buiten haar ritjes van en naar het werk. Omdat ze maandelijks bijhoudt hoeveel haar autokosten bedragen, kan Henk dat narekenen.

Opgave 11: Autokosten

Bij **Toepassen** zie je welke kosten Henk's moeder voor haar auto heeft. Noem je haar maandelijkse kilometers a en haar maandelijkse kosten voor de auto K, dan is $K = 0{,}07 \cdot a + 360$.

a In de maand mei heeft ze aan autokosten € 613,47 opgeschreven. Hoeveel km heeft ze die maand gereden?

Van haar werkgever krijgt ze € 0,19 per km vergoed.
Ze heeft in mei voor haar werk alleen heen en weer naar haar kantoor gereden (elke dag 62 km). Ze kreeg die maand een vergoeding van € 223,82.

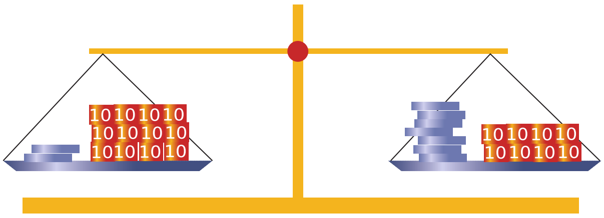
b Hoeveel dagen is ze naar haar werk geweest?

2.4 Balansmethode

Verkennen

Opgave V1

Iemand heeft 9 precies gelijke munten. Op een balans houden 2 van die munten en 12 gewichten van 10 gram aan de éne kant de 7 andere munten en 8 gewichten van 10 gram aan de andere kant precies in evenwicht.



Hoe zwaar zijn die munten?

Theorie

Opgave 1

Bekijk de **Uitleg**. Je ziet hoe je een vergelijking kunt oplossen met de balansmethode.

a In ging het over munten. Ga na dat bij de puzzel de vergelijking $7 \cdot g + 80 = 2 \cdot g + 120$ past. Hierin is g het aantal gram dat een munt weegt.

b Deze vergelijking kun je oplossen met behulp van de balansmethode. Hoeveel gram kun je aan beide kanten weghalen zonder het evenwicht te verstoren? Welke vergelijking krijg je dan?

c Hoeveel munten kun je aan beide zijden weghalen zonder het evenwicht te verstoren? Welke vergelijking krijg je dan? Hoe kun je nu berekenen hoe zwaar elke munt is?

d Hoe kun je nu de vergelijking oplossen en berekenen hoe zwaar elke munt is?

e Waarom kun je deze vergelijking niet oplossen door terugrekenen?

Opgave 2

Los de volgende vergelijkingen op met de balansmethode.

a $7 \cdot g + 2 = 3 \cdot g + 8$

b $6 \cdot g + 2100 = 10 \cdot g + 1500$

Opgave 3

Bij de vergelijking $6 \cdot g - 20 = 4 \cdot g + 4$ kun je je maar moeizaam een balans voorstellen vanwege het minteken. Toch kun je ook nu de balansmethode toepassen.

a Hoeveel keer g kun je aan beide zijden aftrekken? Welke vergelijking krijg je dan?

b Tel nu aan beide zijden 20 op. Welke vergelijking krijg je?

c Bereken nu g.

Opgave 4

Bekijk in **Voorbeeld 1** hoe je de balansmethode gebruikt om een vergelijking op te lossen. Los nu zelf op deze manier de volgende vergelijkingen op.

a $7 \cdot g + 6 = 5 \cdot g + 15$

b $8 \cdot g - 15 = 5 \cdot g + 21$

c $8 \cdot g - 15 = 5 \cdot g$

d $12 - 4 \cdot g = 6 \cdot g + 2$

Opgave 5

Je ziet hier hoe een vergelijking wordt opgelost.
Merk op dat als dat kan de maaltekens worden weggelaten, dus $5g$ is eigenlijk $5 \cdot g$, enz.

a Schrijf bij elke stap op wat er is gebeurd.

$$\begin{aligned} 5g + 12 &= 3g + 7 \\ 2g + 12 &= 7 \\ 2g &= \text{-}5 \\ g &= \text{-}2{,}5 \end{aligned}$$

b Schrijf bij elke stap op wat er is gebeurd.

$$\begin{aligned} 1{,}2g - 8 &= 0{,}8g + 12 \\ 1{,}2g &= 0{,}8g + 20 \\ 0{,}4g &= 20 \\ g &= 50 \end{aligned}$$

Opgave 6

Oefen nu het oplossen van vergelijkingen met de balansmethode via **Practicum**.

Je oefent jezelf met behulp van AlgebraKIT. Blijf oefenen tot je vrijwel geen fouten meer maakt.

Opgave 7

Bekijk in hoe je een vergelijking met breuken kunt oplossen met de balansmethode.

a Waarom wordt in de eerste stap aan beide zijden met 12 vermenigvuldigd?

b De tweede en de derde stap had je ook wel kunnen omwisselen. Laat zien hoe de oplossing er dan uit ziet.

Opgave 8

Los de volgende vergelijkingen op.

a $\frac{2}{7}x + 4 = 3 - \frac{1}{2}x$

b $\frac{1}{3}p + \frac{1}{4} = p - \frac{5}{6}$

Verwerken

Opgave 9

Los de volgende vergelijkingen op. Gebruik waar nodig de balansmethode, maar terugrekenen mag natuurlijk ook.

a $12 \cdot g + 3 = 7 \cdot g + 18$

b $10 + 6 \cdot g = 2 + 8 \cdot g$

c $12 - 4g = 36 + 2g$

d $5 \cdot g = g + 8$

e $5200 + 15 \cdot g = 600$

f $-6 \cdot g + 55 = 4 \cdot g - 25$

g $3 - g = 6 + 2g$

h $-\frac{1}{2}g + \frac{7}{2} = 2g - 5\frac{1}{2}$

i $320 + 0{,}5g = 950 - 1{,}25g$

j $17 = 4 - 11g$

Opgave 10

Op school staat een kopieermachine. Leerlingen mogen daar voor 10 cent per kopie gebruik van maken.
De school huurt deze machine voor € 150,00 per maand en elke kopie kost de school $7{,}5$ cent.

De vraag is: “Vanaf welk aantal kopieën per maand zijn de kosten voor het gebruiken van deze kopieermachine even groot als de inkomsten?”.

Bij deze vraag past de vergelijking $150 + 0{,}075 \cdot a = 0{,}10 \cdot a$.
Hierin is a het aantal kopieën per maand.

a Leg uit dat die vergelijking bij de vraag past.

b Los deze vergelijking op met de balansmethode.

c Wat is nu het antwoord op de gestelde vraag?

Opgave 11

Bij het opbranden van een kaars hoort de formule $L = 20 - 1{,}5 \cdot t$, waarin L de lengte in cm en t de brandtijd in uren is.

a Welke vergelijking hoort er bij de vraag: “Na hoeveel uur is deze kaars nog 5 cm lang?”

b Waarom kun je deze vergelijking zowel met de balansmethode als door terugrekenen oplossen?

c Wat is nu het antwoord op de gestelde vraag?

Opgave 12

Bij het opbranden van een kaars hoort de formule $L = 20 - 1{,}5 \cdot t$, waarin L de lengte in cm en t de brandtijd in uren is.
Voor een tweede kaars geldt dat hij bij aansteken 30 cm lang is en elk uur $3{,}25$ cm korter wordt als hij opbrandt. Beide kaarsen worden tegelijkertijd aangestoken.

a Welke vergelijking hoort er bij de vraag: “Na hoeveel uur zijn beide kaarsen even lang?”

b Waarom kun je deze vergelijking alleen met de balansmethode oplossen?

c Wat is nu het antwoord op de gestelde vraag? Geef je antwoord in één decimaal nauwkeurig.

Toepassen

Henk's moeder least haar elektrische auto voor € 360 per maand. Omdat ze in haar nieuwe functie veel voor haar werkgever met de auto op pad is, legt ze maandelijks flink wat kilometers af. Elke km kost haar gemiddeld € 0,07. Ze krijgt van haar werkgever een reiskostenvergoeding van € 0,19 per km.

Henk gaat uitrekenen vanaf hoeveel km daarmee al haar autokosten gedekt zijn. Economen noemen dit het **break-even-point**. Dat is het punt waarin de opbrengst gelijk is aan de totale kosten.

Opgave 13: Reiskostenvergoeding

Bij **Toepassen** zie je welke kosten en welke vergoeding Henk's moeder heeft. Noem haar werkkilometers a.

a Stel een de vergelijking op die Henk gaat oplossen.

b Los deze vergelijking op.

c Bij hoeveel werkkilometers per maand raakt Henk's moeder uit de kosten?

d Zijn daarmee ook echt alle autokosten per maand gedekt?

Opgave 14: Break-even-point

Voor het aantal liters ActivExtra x dat per maand wordt verkocht geldt: $R = 1{,}15 \cdot x$.
Ook het aantal maandelijks geproduceerde liters is x liter en er geldt: $K = 25000 + 0{,}80 \cdot x$.
Maak je een grafiek van R en een grafiek van K in één figuur, dan is het break-even-point het snijpunt van beide.

a Met welke vergelijking kun je dat snijpunt berekenen?

b Los deze vergelijking op met de balansmethode.

c Vanaf welk aantal liter gaat de firma die ActivExtra produceert hieraan winst maken?

Practicum

Met *Algebra***KIT** kun je oefenen met **vergelijkingen oplossen met de balansmethode**.
Je kunt telkens een nieuwe opgave oproepen. Je maakt elke opgave zelf op papier.
Met ‘Toon uitwerking’ zie je het verder uitklapbare antwoord.
Met ⟲ krijg je een nieuwe opgave.

AlgebraKIT

2.5 Ongelijkheden

Verkennen

Opgave V1

Elektrisch rijden levert minder vervuiling op dan een verbrandingsmotor. Maar wat is goedkoper, elektrisch rijden of nog ouderwets rijden op benzine?

Auto leasen		
Kosten in €	elektrisch	benzine
per maand	360	220
per km	0,07	0,12

Henk gaat dat eens uitzoeken.
Hij vergelijkt de auto van zijn moeder met de benzineversie ervan en gebruikt de gegevens in de figuur. Hij neemt voor het aantal km dat ze maandelijks rijdt de variabele a.

a Leg uit dat Henk's vraag kan worden vertaald naar $360 + 0{,}07 \cdot a < 220 + 0{,}12 \cdot a$.

b Hoe zou je de ongelijkheid bij a oplossen?

Theorie

Opgave 1

Bekijk het probleem in de **Uitleg**. Er wordt gesteld dat je de vergelijking $7{,}20a = 24000 + 3{,}50a$ kunt oplossen met de balansmethode.

a Waarom hoort bij de aan het begin van de uitleg gestelde vraag een ongelijkheid?

b De oplossing van het probleem is dat het aantal geproduceerde liters 6487 liter of meer zou moeten zijn. Ga na dat bij 6487 liter inderdaad winst wordt gemaakt en bij 6486 niet.

c Je kunt de oplossing van een ongelijkheid aflezen uit de grafieken van R en K.
Maak die grafieken en leg uit hoe je de oplossing afleest.

Opgave 2

Voor de productie van een nieuw soort verf geldt dat de kosten per liter € 4,00 bedragen. De vaste kosten zijn € 21000,00. De fabrikant verkoopt zijn verf voor € 6,40 per liter.

a Stel de formule op voor de productiekosten K en de opbrengst R voor wanneer alle verf wordt verkocht. Beide variabelen zijn afhankelijk van het aantal verkochte liters verf a.

b Hoeveel liter moet de fabrikant verkopen voordat hij winst gaat maken?

Opgave 3

Bekijk in **Voorbeeld 1** hoe je een lineaire ongelijkheid oplost.

a Controleer dat de formules en de grafieken overeenkomen.

b Reken zelf de oplossing van de vergelijking na.

c Los op in twee decimalen nauwkeurig: $0{,}5 \cdot x + 3 > 0{,}74 \cdot x + 2$

Opgave 4

Je wilt de ongelijkheid $20 + 1{,}6 \cdot x > 30 + 0{,}8 \cdot x$ oplossen.

a Maak eerst de grafieken van $L = 20 + 1{,}6 \cdot x$ en $R = 30 + 0{,}8 \cdot x$ in één figuur.

b Los de bijbehorende vergelijking op.

c Schrijf de oplossing van de ongelijkheid op.

Opgave 5

Bekijk in **Voorbeeld 2** hoe je kunt berekenen op welk tijdstip twee verschillende cilindervormige kaarsen (die gelijkmatig opbranden) even lang zijn als ze tegelijk worden aangestoken.

a Hoe zie je aan de grafiek dat beide kaarsen tegelijk worden aangestoken?

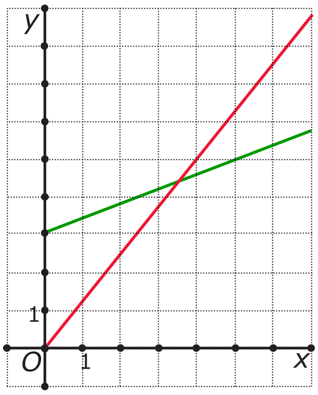
b Stel zelf de formules op voor de lengte L van deze kaarsen.

c Met de balansmethode wordt het tijdstip berekend waarop beide kaarsen even lang zijn. Bereken dit tijdstip in seconden nauwkeurig.

Verwerken

Opgave 6

Je ziet de grafieken van twee lineaire verbanden $y = 3 + 0{,}40 \cdot x$ en $y = 1{,}25 \cdot x$.



a Los op in twee decimalen nauwkeurig: $3 + 0{,}40 \cdot x = 1{,}25 \cdot x$.

b Los op: $3 + 0{,}40 \cdot x < 1{,}25 \cdot x$.

c Controleer je antwoord bij b voor enkele waarden van x.

Opgave 7

Voor de jaarlijkse kosten K (euro) voor het waterverbruik v (m^3) in twee gebieden A en B gelden de formules:

- gebied A: $K = 36 + 1{,}80v$
- gebied B: $K = 48 + 1{,}55v$

Schrijf bij de volgende vragen steeds de bijbehorende ongelijkheid op en los deze vergelijking op. Geef je antwoord in m^3 nauwkeurig.

a Bij welk verbruik zijn de kosten in gebied A lager dan in gebied B?

b Bij welk verbruik zijn de kosten in gebied B hoger dan € 200?

Opgave 8

De temperatuur boven het aardoppervlak hangt onder andere af van de hoogte waarop je je bevindt. Vooral voor bergbeklimmers is het belangrijk om te weten dat elke stijging van 1 km een daling van de temperatuur van ongeveer 6 °C betekent.
Twee bergbeklimmers meten een temperatuur van 16 °C.

a Welke temperatuur meten zij als ze nog 120 m omhoog klimmen?

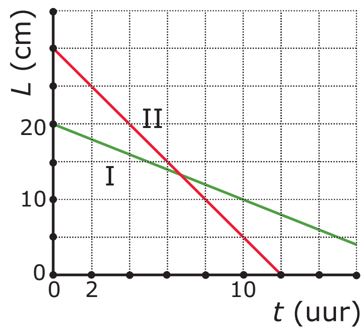
b Het aantal meters dat ze omhoog gaan, kun je h noemen. Welke formule geeft dan het verband weer tussen temperatuur T in °C en h?

c Welke ongelijkheid hoort er bij de vraag: “Na hoeveel meter stijgen komt de temperatuur die ze meten, onder het vriespunt?”

d Los de ongelijkheid bij c op. Geef je antwoord in tientallen meters nauwkeurig.

Opgave 9

Je ziet de grafieken van twee cilindervormige kaarsen die tegelijk worden aangestoken.



a Stel bij elk van deze grafieken een formule op.

b Na hoeveel minuten is kaars I langer dan kaars II?

Toepassen

Op de **website van de ANWB** stond begin 2022 nog een vergelijking van twee versies van de Renault Clio:

- de benzineversie kostte € 457 per maand
  verbruik 1 liter benzine per 15 km, met benzineprijs € 1,51 per liter
- de dieselversie kostte € 580 per maand
  verbruik 1 liter diesel per 20 km, met dieselprijs € 1,24 per liter

Henk rekent dit voorbeeld even door. Later gaat hij zoeken naar meer actuele prijzen.

Welke auto is voordeliger?

Opgave 10: Rekenvoorbeeld ANWB

Gebruik de gegevens uit **Toepassen** hierboven.

a Hoeveel kost het rijden met de benzineversie per km? En hoeveel is dit voor de dieselversie?

b De kosten K per maand (in euro) hangen af van het aantal gereden km. Geef voor beide versies een formule voor K.

c Voor welke waarden van a is de dieselversie goedkoper dan de benzineversie?

Opgave 11: De auto van Henk's moeder

Henk vergelijkt de auto van zijn moeder met de benzineversie ervan en gebruikt de gegevens in de figuur. Hij neemt voor het aantal km dat ze maandelijks rijdt de variabele a.

Auto leasen		
Kosten in €	elektrisch	benzine
per maand	360	220
per km	0,07	0,12

Bereken nu met behulp van een ongelijkheid vanaf hoeveel km/maand de elektrische versie goedkoper is.

2.6 Totaalbeeld

Samenvatten

Vaak is het zo dat als je van iets twee keer zoveel hebt, dat dit dan ook twee keer zoveel waard is (of heeft gekost). Je zegt dan dat hoeveelheid en waarde (kosten) recht evenredig zijn. Maar het komt ook wel voor dat er bijkomende vaste kosten zijn zoals een telefoonabonnement, een abonnement op gas, water en elektra, en dergelijke. Dan zijn hoeveelheid en kosten niet meer recht evenredig.
Vaak is er dan een lineair verband. Over lineaire verbanden gaat dit onderwerp.

De volgende opgaven zijn bedoeld om overzicht over het onderwerp **Lineaire verbanden** te krijgen. Dit betreft de onderdelen 1, 2, 3, 4 en 5 van dit onderwerp. Het is nuttig om er een eigen samenvatting bij te maken. De opgaven hieronder zijn bedoeld om je daarbij te helpen.

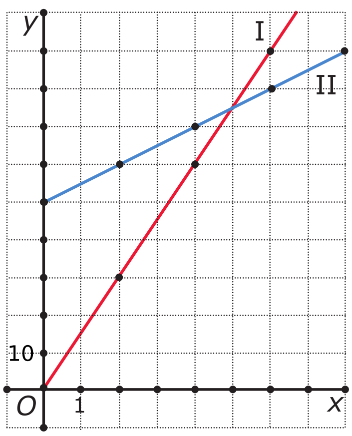
Begrippen

- recht evenredig (verband) — evenredigheidsconstante, hellingsgetal
- lineair verband — hellingsgetal, startgetal
- rekenschema — terugrekenen
- lineaire vergelijking — balansmethode
- lineaire ongelijkheid

Activiteiten

- formules en grafieken bij recht evenredige verbanden maken en gebruiken
- formules en grafieken bij lineaire verbanden maken en gebruiken
- vergelijkingen bij lineaire verbanden oplossen door terugrekenen
- vergelijkingen bij lineaire verbanden oplossen met de balansmethode
- lineaire ongelijkheden oplossen

Opgave 1



Hiernaast zie je twee rechte lijnen in een assenstelsel.
Grafiek I stelt de opbrengst R (euro) afhankelijk van de hoeveelheid x (kg) voor.
Grafiek II stelt de kosten K (euro) afhankelijk van de hoeveelheid x (kg) voor.

a Bij welk van beide grafieken is sprake van een recht evenredig verband? En waarom?

Werk nu verder met de grafiek bedoeld in a.

b Bij deze grafiek hoort een evenredigheidsconstante. Hoe groot is die evenredigheidsconstante?

c Schrijf de formule op die bij deze grafiek hoort.

Opgave 2

In de vorige opgave zie je twee rechte lijnen in een assenstelsel.
Bij beide grafieken is sprake van een lineair verband.

a Waarom?

b Bepaal het hellingsgetal van grafiek II. Stel een formule op bij deze grafiek.

c Ga met behulp van een berekening na of het punt $(11,105)$ op grafiek II ligt.

Opgave 3

Gebruik de formules $R = 15 \cdot x$ en $K = 50 + 5 \cdot x$.
Hierin is R de opbrengst en K de kosten in euro bij x kg.

a Met welke vergelijking kun je berekenen wanneer de kosten 130 euro bedragen?

b Los de in a bedoelde vergelijking op met behulp van terugrekenen.

c Los de in a bedoelde vergelijking op met behulp van de balansmethode.

Opgave 4

Gebruik de formules $R = 15 \cdot x$ en $K = 50 + 5 \cdot x$.
Hierin is R de opbrengst en K de kosten in euro bij x kg.

a Met welke vergelijking kun je de x-waarde van het snijpunt van beide grafieken berekenen?

b Los de in a bedoelde vergelijking op.

c Bereken de coördinaten van het snijpunt van beide grafieken.

d Oefen het oplossen van lineaire vergelijkingen in het **Practicum**.

Opgave 5

Gebruik de formules $R = 15 \cdot x$ en $K = 50 + 5 \cdot x$.
Hierin is R de opbrengst en K de kosten in euro bij x kg.

Je wilt alle waarden van x bepalen waarvoor de opbrengst hoger is dan de kosten.
Daarbij hoort de ongelijkheid $15 \cdot x > 50 + 5 \cdot x$.

a Waarom moet je daarvoor eerst de vergelijking $15 \cdot x = 50 + 5 \cdot x$ oplossen?

b Los de ongelijkheid op.

Toepassen

Opgave 6: Een auto leasen

Je kunt een auto ‘leasen’. Dat betekent: je krijgt de auto in gebruik, maar hij is eigendom van een leasebedrijf. Je betaalt dan een vast bedrag per maand waar alles bij in zit (aanschaf, onderhoud, etc.). Verder zijn er natuurlijk kosten per gereden km, de energiekosten. Dat geldt als je elektrisch rijdt, maar ook voor rijden op brandstoffen.

KEURMERK PRIVATE LEASE

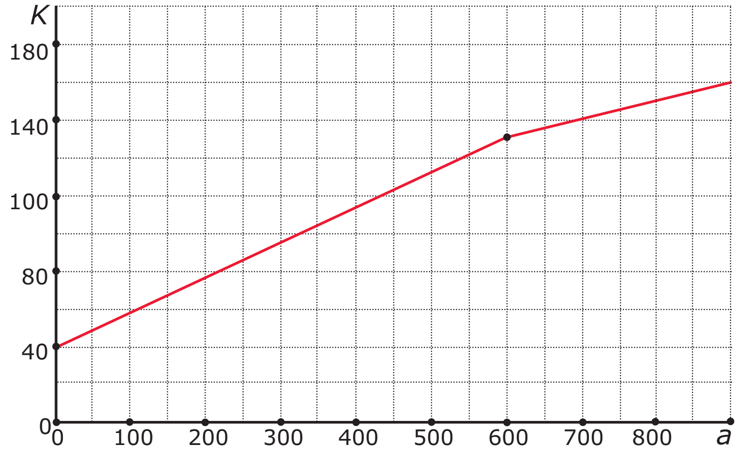
a Verzamel actuele informatie over het leasen van een auto. Kies zelf een merk en een type waar zowel een zuiver elektrische versie als een brandstofversie van bestaat.

b Stel formules op voor de maandelijkse kosten voor beide versies afhankelijk van het aantal gereden km.

c Laat door berekening zien, welke van beide versies bij welk aantal gereden km voordeliger is.

Opgave 7: Grootverbruikers gastarief

Als je meer dan 600 m^3 gas per jaar verstookt, ben je een grootverbruiker. Dat geldt bijvoorbeeld voor de glastuinbouw. Om zijn kassen warm te houden verstookt een tuinder nogal wat gas. Om dit betaalbaar te houden heeft het gasbedrijf een grootverbruikstarief. In de grafiek zie je wat gegevens (in €). De knik in de grafiek zit bij het punt $(600{,}130)$.



a Waarom vertoont de grafiek een knik?

b Hoeveel bedragen de vaste kosten per jaar en de prijs per m^3 voor een kleinverbruiker? Schrijf je berekening op.

a is het aantal verbruikte m^3 gas en K zijn de jaarlijkse kosten (in €) bij grootverbruik.
Er geldt dan $K = 70 + 0{,}10a$.

c Ga na, dat deze formule overeen komt met de grafiek voor de grootverbruiker.

d Bij welk grootverbruik komen de jaarlijkse kosten boven de € 200?

Het lesmateriaal in deze reader is gebaseerd op het materiaal dat ook op de Math4All website staat.

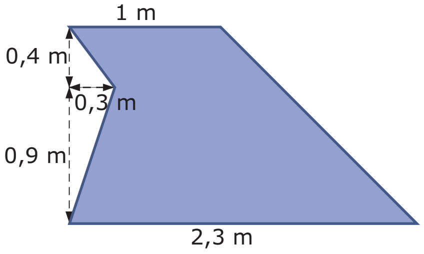
De reader is gegenereerd met de Math4All maatwerkdienst. De inhoud en de volgorde van de onderwerpen in deze reader zijn gekozen door docenten van het ConTeXt College.

Stichting Math4All

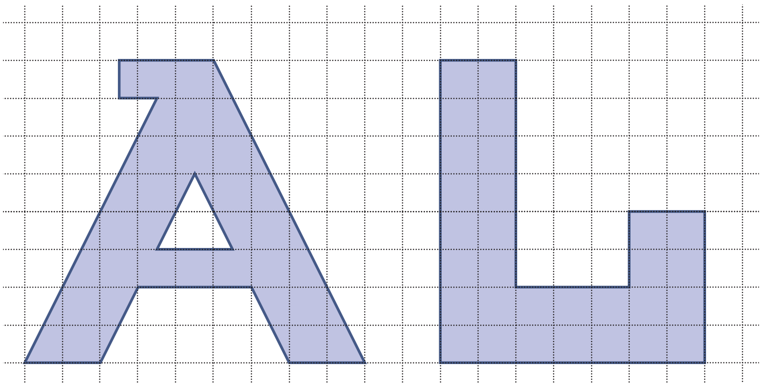
Inhoud Katern 3

www.math4all.nl

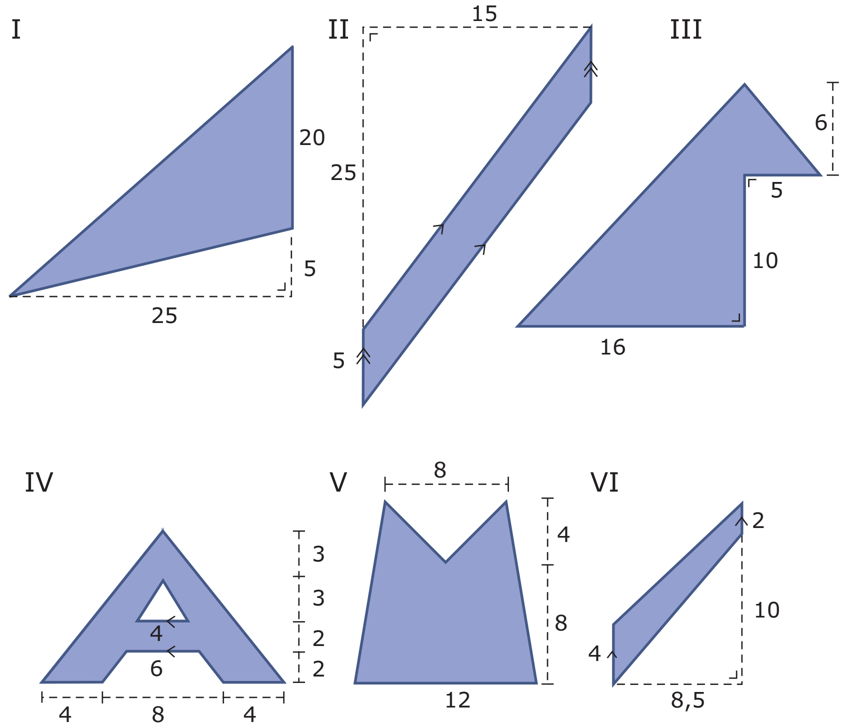
Werkblad bij **Opgave 3 op pagina 6.**



Werkblad bij Opgave 8 op pagina 10.



Werkblad bij Opgave 9 op pagina 11.



Werkblad bij Opgave 1 op pagina 15.