Wiskunde

2 VMBO

Katern 3 / Theorie

ConTeXt College

Inhoud

Voorwoord 3

1 Formules omtrek en oppervlakte 3

1.1 Formules voor rechthoeken 6
1.2 Oppervlakte driehoek 9
1.3 Oppervlakte vierhoeken 12
1.4 Omtrek cirkel 15
1.5 Oppervlakte cirkel 18

2 Lineaire verbanden 21

2.1 Recht evenredig 24
2.2 Lineaire verbanden 27
2.3 Terugrekenen 30
2.4 Balansmethode 32
2.5 Ongelijkheden 34

Register 37

Voorwoord

Het lesmateriaal in dit katern is gebaseerd op het materiaal dat je kunt vinden op de Math4All website `www.math4all.nl`. In de tekst staan dan ook regelmatig verwijzingen naar die website. Waar je precies moet zijn op die website kun je zien in de kopregel van iedere pagina.

Ieder hoofdstuk bestaat uit een aantal paragrafen en wordt steeds afgesloten met een paragraaf *Totaalbeeld* waar de leerstof wordt samengevat en/of herhaald. Iedere paragraaf is ingedeeld in vaste rubrieken die houvast geven bij de bestudering van het lesmateriaal.

- Verkennen
- Uitleg
- Theorie en Voorbeelden
- Verwerken
- Toepassen

Indien er in het lesmateriaal wordt verwezen naar werkbladen dan kun je deze terugvinden op de website en achterin je katern.

Begrippen

- oppervlakteformule
- oppervlakte driehoek — basis en hoogte
- oppervlakte vierhoek — oppervlakte parallellogram, vlieger, trapezium
- straal en diameter van een cirkel — omtrekformule cirkel
- oppervlakteformule cirkel

Activiteiten

- omtrek en vooral oppervlakte bepalen vanuit (halve) rechthoeken
- een formule voor de oppervlakte van een driehoek afleiden en gebruiken
- (formules voor) de oppervlakte van enkele bijzondere vierhoeken afleiden en gebruiken
- de omtrek van een cirkel berekenen vanuit de diameter — de omtrekformule van een cirkel — de diameter van een cirkel berekenen vanuit de oppervlakte
- de oppervlakte van een cirkel berekenen vanuit de straal — de oppervlakteformule van een cirkel — de straal van een cirkel berekenen vanuit de oppervlakte

Sieraden maken

Domein

Meten en tekenen

Hoofdstuk

Formules omtrek en oppervlakte

Inhoud

1.1 Formules voor rechthoeken 6
1.2 Oppervlakte driehoek 9
1.3 Oppervlakte vierhoeken 12
1.4 Omtrek cirkel 15
1.5 Oppervlakte cirkel 18

1

1.1 Formules voor rechthoeken

Inleiding

Marie-José woont in de buurt van een winkel waarin sieraden worden verkocht en gemaakt. Vooral dat laatste interesseert haar ook: ze ontwerpt hangers. Daarvoor gebruikt ze bestaande kettinkjes. Vervolgens maakt ze van hout, of kunststof, of natuursteen een figuur. Daar soldeert ze een dunne rand omheen waar ook een oogje aan zit. Door dat oogje gaat de ketting.

Ze moet natuurlijk wel weten hoeveel materiaal ze nodig heeft. Omdat ze vrijwel altijd vlakke figuren maakt, gaat het dan om de omtrek en de oppervlakte ervan.

Je leert in dit onderwerp

- oppervlakte van een figuur bepalen door verdelen in rechthoeken en rechthoekige driehoeken of eerst omlijsten en dan rechthoeken of rechthoekige driehoeken weghalen;
- formules voor de oppervlakte van een (halve) rechthoek en een vierkant gebruiken;
- formules voor de omtrek van een rechthoek en een vierkant gebruiken.

Voorkennis

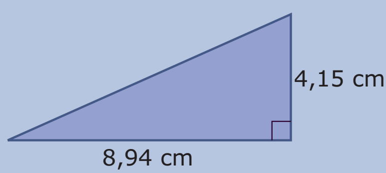
- de oppervlakte van roosterfiguren bepalen;
- de oppervlakte en de omtrek van een rechthoek bepalen;
- werken met coördinaten.

Opgave V1

Uitleg

Applet

Bekijk de oppervlakte van de rechthoek. De rechthoek is verdeeld in twee rechthoekige driehoeken. Je ziet dat een rechthoekige driehoek de helft van een rechthoek is. De oppervlakte van de rechthoek is $8{,}94 \cdot 4{,}15 = 37{,}101$ cm^2. De oppervlakte van de rechthoekige driehoek is daar de helft van.



Om de oppervlakte van een figuur te bepalen kun je soms handig gebruikmaken van oppervlakteformules.

- De oppervlakte van een rechthoek kun je berekenen met *lengte* · *breedte*.
  Noem je de lengte l en de breedte b, dan geldt de formule:
  oppervlakte(rechthoek)= $l \cdot b$
- Voor de oppervlakte van de rechthoekige driehoek, geldt:
  oppervlakte(rechthoekige driehoek) $= \frac{1}{2} \cdot l \cdot b$

- Voor de oppervlakte van een vierkant (dus *lengte* = *breedte* = *zijde* = z) geldt:
  oppervlakte (vierkant) = $z \cdot z = z^2$
  Weet je de oppervlakte van een vierkant, dan kun je daaruit ook de zijde berekenen:
  $z = \sqrt{oppervlakte(vierkant)}$

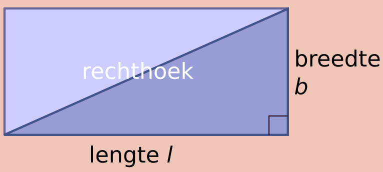
Van figuren met andere vormen kun je vaak de oppervlakte uitrekenen door de oppervlaktes van hele en halve rechthoeken te gebruiken.

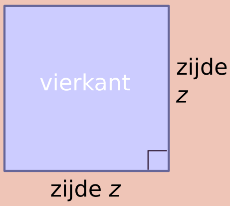
Opgave 1 Opgave 2

Theorie

De oppervlakte van (halve) rechthoeken kun je berekenen met de **oppervlakteformules**:

1. *oppervlakte (rechthoek)* = $l \cdot b$
2. *oppervlakte (rechthoekige driehoek)* = $\frac{1}{2} \cdot l \cdot b$
3. *oppervlakte (vierkant)* = $z \cdot z = z^2$





Ook voor de omtrek van een rechthoek en een vierkant bestaan formules:

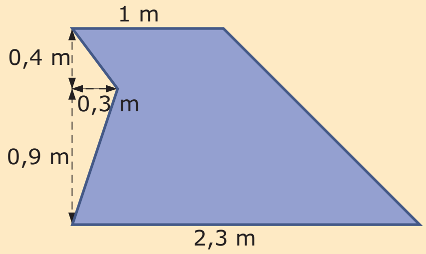
1. *omtrek (rechthoek)* = $2 \cdot l + 2 \cdot b$
2. *omtrek (vierkant)* = $4 \cdot z$

Van figuren met andere vormen kun je de oppervlakte uitrekenen:

- door de figuur te verdelen in (halve) rechthoeken en die oppervlaktes bij elkaar op te tellen.
- door de figuur te omlijsten met een rechthoek en daar de oppervlakte af te halen van de (halve) rechthoeken die je nu teveel hebt.

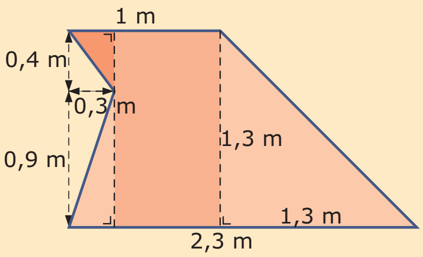
Voorbeeld 1

Bereken de exacte oppervlakte van de figuur. De boven- en onderzijde lopen evenwijdig. De afstandslijnen staan loodrecht op elkaar.



Antwoord

Je verdeelt de figuur in rechthoeken en rechthoekige driehoeken. Bedenk wat de afmetingen zijn.

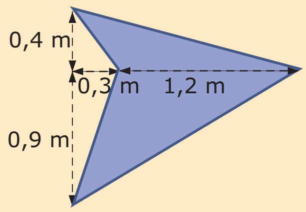


oppervlakte (figuur) = $\frac{1}{2} \cdot 0{,}4 \cdot 0{,}3 + \frac{1}{2} \cdot 0{,}3 \cdot 0{,}9 + 0{,}7 \cdot 1{,}3 + \frac{1}{2} \cdot 1{,}3 \cdot 1{,}3 = 1{,}95$ m^2.

Opgave 3 Opgave 4

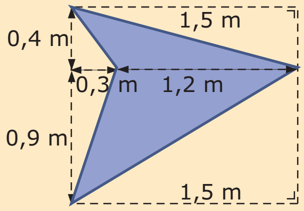
Voorbeeld 2

Bereken de exacte oppervlakte van de figuur. De afstandslijnen staan loodrecht op elkaar.



Antwoord

De figuur is niet in rechthoeken en rechthoekige driehoeken te verdelen.
Teken er een rechthoek omheen waarvan je rechthoekige driehoeken aftrekt.



opp (figuur) = opp (rechthoek) − opp (4 rechthoekige driehoeken) =

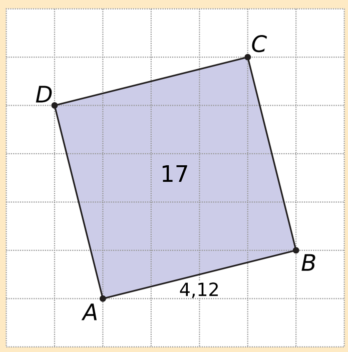
$1{,}5 \cdot 1{,}3 - \left(\frac{1}{2} \cdot 0{,}3 \cdot 0{,}4 + \frac{1}{2} \cdot 1{,}5 \cdot 0{,}4 + \frac{1}{2} \cdot 0{,}3 \cdot 0{,}9 + \frac{1}{2} \cdot 1{,}5 \cdot 0{,}9\right) = 1{,}95 - 1{,}17 = 0{,}78$ m^2.

Opgave 5

Voorbeeld 3

Applet

Van een vierkant op roosterpunten kun je de oppervlakte berekenen door gebruik te maken van de roosterhokjes. Vervolgens kun je de lengte van de zijde berekenen door de formule voor de oppervlakte van een vierkant met zijde z te gebruiken:



oppervlakte (vierkant) = z^2

Dit vierkant heeft een oppervlakte van 17.

Nu geldt: *oppervlakte (vierkant)* = $z^2 = 17$, dus de lengte van de zijde $z = \sqrt{17} \approx 4{,}12$.

Opgave 6 Opgave 7

1.2 Oppervlakte driehoek

Inleiding

Voor haar broer Anko moest Marie-José een driehoekige hanger maken. De zijden moesten 42, 58 en 63 mm worden. Dat was (achter elkaar gezet) precies zijn studentnummer van zijn mbo-opleiding.
Maar dat past niet op een cm-rooster, denkt Marie-José.
Hoe gaat ze dat tekenen en de hoeveelheid materiaal bepalen?

Je leert in dit onderwerp

- een formule voor de oppervlakte van een driehoek afleiden en gebruiken;
- de oppervlakte van driehoeken op een rooster berekenen.

Voorkennis

- de oppervlakte van roosterfiguren bepalen;
- de oppervlakte en de omtrek van een rechthoek bepalen;
- werken met coördinaten.

Opgave V1

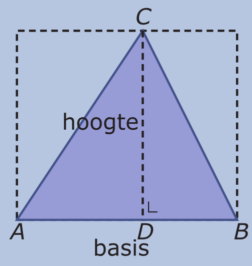
Uitleg

Applet

Elke driehoek is precies de helft van een rechthoek die je op één van de zijden zet.

De lengte van de rechthoek heet de basis van de driehoek. De breedte van de rechthoek is de hoogte van de driehoek.

De oppervlakte van ΔABC is de helft van die van de rechthoek op basis AB. De oppervlakte van deze rechthoek is *basis·hoogte* = $AB \cdot CD$, dus voor de oppervlakte van een driehoek geldt:



oppervlakte (driehoek) = $\frac{1}{2}\cdot$ *basis · hoogte*

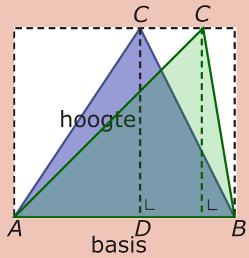
Korter: $opp(driehoek) = \frac{1}{2} \cdot b \cdot h$ als b de basis en h de hoogte is.

Merk op, dat je punt C langs de bovenkant van de rechthoek kunt verschuiven zonder dat de oppervlakte van de driehoek verandert.

Opgave 1 Opgave 2 Opgave 3

Theorie

Elke driehoek is precies de helft van een rechthoek die je op één van de zijden zet.



De lengte van de rechthoek is de **basis** van de driehoek.
De breedte van de rechthoek is de **hoogte** van de driehoek.

Voor de **oppervlakte van een driehoek** geldt daarom:

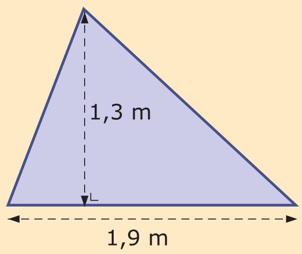
oppervlakte (driehoek) $= \frac{1}{2} \cdot$ *basis* $\cdot$ *hoogte*

Korter: $opp(driehoek) = \frac{1}{2} \cdot b \cdot h$ als b de basis en h de hoogte is.

Zolang basis en hoogte niet veranderen, verandert ook de oppervlakte van de driehoek niet. Je kunt dus de vorm van de driehoek veranderen door C evenwijdig aan de basis te verschuiven zonder de oppervlakte te veranderen.

Voorbeeld 1

Bereken de oppervlakte van de driehoek.



Antwoord

Voor de oppervlakte van een driehoek geldt:

oppervlakte (driehoek) $= \frac{1}{2} \cdot$ *basis* $\cdot$ *hoogte*

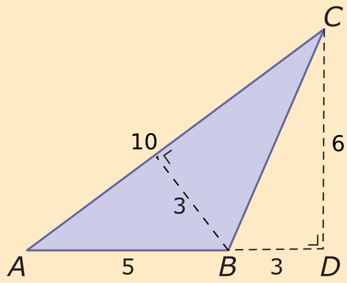
De basis is $1{,}9$ m en de hoogte $1{,}3$ m.
Dus is de oppervlakte van de driehoek:

$\frac{1}{2} \cdot 1{,}9 \cdot 1{,}3 = 1{,}235$ m^2.

Opgave 4 Opgave 5

Voorbeeld 2

Je ziet ΔABC met $AB = 5$ en $AC = 10$ cm.
Doordat gekozen is voor AB als basis, komt de bijbehorende hoogte CD buiten de driehoek te liggen. Punt D ligt op het verlengde van AB.
Bereken de oppervlakte van ΔABC.



Antwoord

Eigenlijk mag je niet zomaar aannemen dat de formule *oppervlakte (driehoek)* = $\frac{1}{2} \cdot$ *basis* · *hoogte* ook nu geldig is.

Maar je kunt nog steeds werken met omlijsten met een rechthoek en daar dan de overbodige halve rechthoeken weer afhalen.
Ga na, dat om deze driehoek een rechthoek van 8 bij 6 past.
Daarvan moet je twee halve rechthoeken afhalen, dus de oppervlakte wordt: $8 \cdot 6 - \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot 6 - \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 6 = 15$ cm^2.

Gebruik je gewoon de formule voor de oppervlakte van een driehoek, dan krijg je:

oppervlakte (driehoek) = $\frac{1}{2} \cdot$ *basis* · *hoogte*= $\frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 6 = 15$ cm^2.

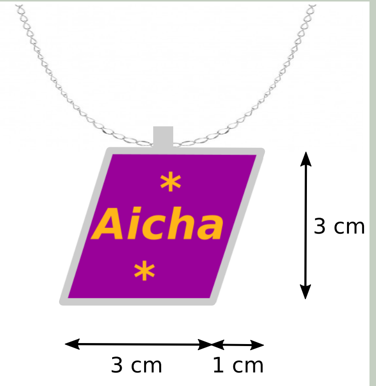
Je ziet, dat je ook in zo'n situatie de oppervlakteformule voor de driehoek kunt toepassen.

Opgave 6 Opgave 7

1.3 Oppervlakte vierhoeken

Inleiding

Wat een geluksvogel ben jij, je ziet alweer Marie-José's zevende ontwerp voor een hanger. Deze is bedoeld voor haar vriendin Aicha, die toevallig ook nog eens bij haar in dezelfde klas zit. Beetje jammer dat het ontwerp nog even geheim had moeten blijven, want Aicha is binnenkort jarig en dit was haar surprise.
Maar wat voor figuur is dit ook alweer?
En hoe bepaal je hiervan de omtrek en de oppervlakte?



Je leert in dit onderwerp

- vierhoeken in bruikbare driehoeken verdelen om daarmee de oppervlakte te berekenen;
- oppervlakte van een parallellogram, een vlieger en een trapezium berekenen.

Voorkennis

- de oppervlakte van roosterfiguren bepalen;
- de oppervlakte van een rechthoek en een driehoek berekenen;
- werken met coördinaten.

Opgave V1

Uitleg

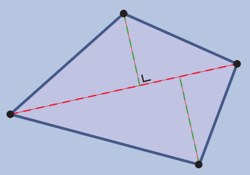
Applet

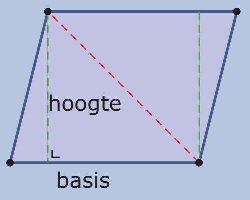
Elke vierhoek kun je verdelen in twee driehoeken.
De oppervlakte van een vierhoek is daarom gelijk aan de som van de oppervlaktes van de twee driehoeken waarin je hem kunt verdelen.

Is de vierhoek een parallellogram, dan levert het verdelen twee gelijke driehoeken op. De oppervlakte van een parallellogram is daarom precies twee keer de oppervlakte van één van die driehoeken.

oppervlakte (parallellogram) = basis · hoogte

In de voorbeelden zie je ook hoe je de oppervlakte van enkele andere bijzondere vierhoeken zoals de vlieger en het trapezium berekent.

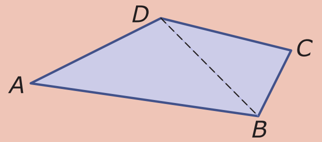


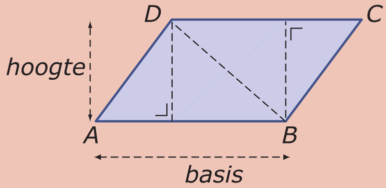


Opgave 1 Opgave 2

Theorie

Elke vierhoek kun je verdelen in twee driehoeken.
De **oppervlakte van een vierhoek** is daarom gelijk aan de som van de oppervlaktes van de twee driehoeken waarin je hem kunt verdelen.





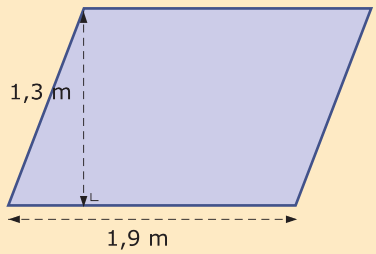
Is een vierhoek een parallellogram, dan levert het verdelen twee gelijke driehoeken op. De **oppervlakte van een parallellogram** is daarom precies twee keer de oppervlakte van één van die driehoeken.

oppervlakte (parallellogram) = *basis* · *hoogte*

Korter: $opp(parm) = b \cdot h$ als b de basis en h de hoogte is.

Voorbeeld 1

Bereken de oppervlakte van dit parallellogram.



Antwoord

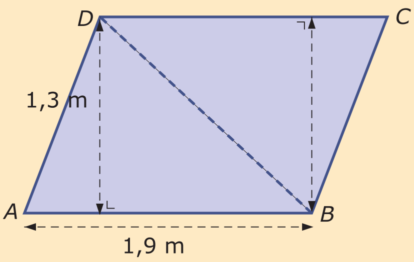
De formule voor de oppervlakte van een parallellogram is:

oppervlakte (parallellogram) = *basis* · *hoogte*

Hier geldt: *basis* = $1{,}9$ m en *hoogte* = $1{,}3$ m

oppervlakte (parallellogram) = $1{,}9 \cdot 1{,}3 = 2{,}47$ m^2

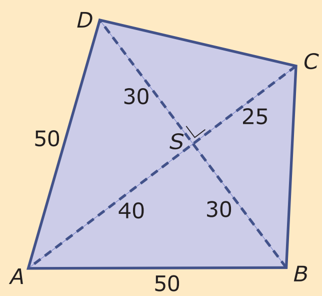
Ben je de formule voor een parallellogram vergeten, dan kun je de figuur ook verdelen in twee driehoeken. Beide driehoeken ABD en BCD hebben dezelfde hoogte ($1{,}3$ m) en een even grote basis ($1{,}9$ m). Ga na dat je zo dezelfde oppervlakte vindt.



Opgave 3 Opgave 4

Voorbeeld 2

Bereken de oppervlakte van de vlieger.



Antwoord

Vlieger $ABCD$ bestaat uit vier rechthoekige driehoeken:

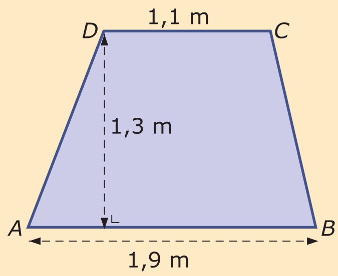
- *oppervlakte* (ΔABS) $= \frac{1}{2} \cdot 40 \cdot 30 = 600$
- *oppervlakte* (ΔASD) = *oppervlakte* (ΔABS) $= 600$
- *oppervlakte* (ΔBCS) $= \frac{1}{2} \cdot 30 \cdot 25 = 375$
- *oppervlakte* (ΔCDS) = *oppervlakte* (ΔBCS) $= 375$

De oppervlakte van de vlieger is daarom $2 \cdot 600 + 2 \cdot 375 = 1950$ eenheden.

Opgave 5 Opgave 6

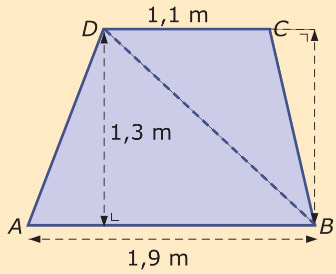
Voorbeeld 3

Bereken de oppervlakte van het trapezium.



Antwoord

Het trapezium $ABCD$ bestaat uit twee driehoeken met gelijke hoogte. Deze hoogtes zijn aangegeven met de lijnstukken DE en BF.



oppervlakte (ΔABD) $= \frac{1}{2} \cdot 1{,}9 \cdot 1{,}3 = 1{,}235$ m^2

oppervlakte (ΔBCD) $= \frac{1}{2} \cdot 1{,}1 \cdot 1{,}3 = 0{,}715$ m^2

oppervlakte (trapezium) $= 1{,}235 + 0{,}715 = 1{,}95$ m^2

Opgave 7

1.4 Omtrek cirkel

Inleiding

Het lijkt Marie-José ook een leuk idee om een munt als hanger te gebruiken.
Ze heeft een plaatje gevonden van de oude Nederlandse gulden. Die munt werd tot 1 januari 2002 (toen de euro werd ingevoerd) gebruikt als betaalmiddel. Marie-José heeft met dit plaatje van de gulden een ontwerp gemaakt, zoals je ziet.
Maar hoeveel mm moet nu de metalen rand worden waar de gulden in moet passen?
Met andere woorden: hoe moet ze de omtrek van een cirkel bepalen?

Je leert in dit onderwerp

- wat het getal pi is en hoe het is te benaderen met de rekenmachine;
- de omtrek van een cirkel berekenen vanuit de diameter of straal en andersom.

Voorkennis

- de oppervlakte van roosterfiguren bepalen;
- de oppervlakte van rechthoeken, driehoeken en vierhoeken berekenen;
- werken met coördinaten.

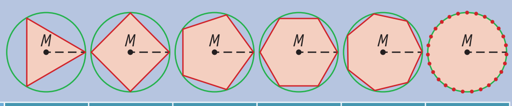
Opgave V1

Uitleg

Applet

Al in de Oudheid wilde men weten hoe je de omtrek van een cirkel berekent. Door een regelmatige veelhoek in de cirkel te passen en van die veelhoek de omtrek te bepalen, kun je de omtrek van de cirkel benaderen. Hoe meer hoeken de veelhoek heeft, hoe beter de benadering van de cirkel. De veelhoek gaat namelijk steeds meer op een cirkel lijken.

Benadering omtrek cirkel met *straal* = 1 en *diameter* = 2



n-hoek	3	4	5	6	7	... 27
omtrek(veelhoek)	5,20	5,66	5,88	6,00	6,07	6,27
omtrek(veelhoek)/diameter	2,60	2,83	2,94	3,00	3,04	3,13

In de figuur zijn de omtrek van de cirkel en de factor waarmee je de diameter moet vermenigvuldigen om de omtrek te berekenen, benaderd.

De werkelijke omtrek van de cirkel is $3{,}14159265... \cdot 2$.

Het getal $3{,}14159265...$ wordt “pi” genoemd en aangeduid met de Griekse letter π.
π heeft oneindig veel decimalen zonder enige regelmaat. Onthoud:

omtrek (cirkel) $= \pi \cdot$ *diameter*

Omdat de diameter (d) altijd twee keer de straal (r) is, kun je de formule ook schrijven als:

omtrek (cirkel) $= 2 \cdot \pi \cdot$ *straal*

omtrek (cirkel) $= 2\pi r$

Opgave 1 Opgave 2 Opgave 3

Theorie

Voor de **omtrek van een cirkel** geldt:

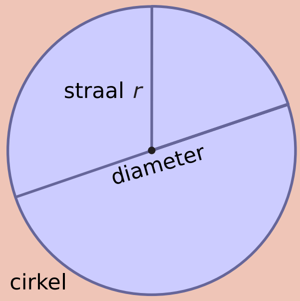
omtrek (cirkel) $= \pi \cdot$ *diameter*

Het getal $3{,}14159265...$ wordt **pi** genoemd en aangeduid met de Griekse letter π.
π heeft oneindig veel decimalen zonder enige regelmaat.

Omdat de diameter (d) altijd twee keer de straal (r) is, kun je de formule ook schrijven als:

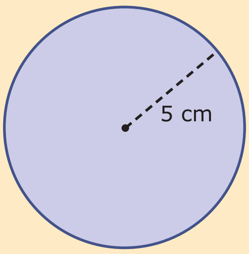
omtrek (cirkel) $= 2 \cdot \pi \cdot$ *straal* of als

omtrek (cirkel)$= 2\pi \cdot r$



Voorbeeld 1

Bereken de omtrek van een cirkel met een straal van 5 cm in één decimaal nauwkeurig.



Antwoord

Voor de omtrek van cirkel geldt: *omtrek (cirkel)* $= \pi \cdot$ *diameter*

Hier is de diameter $d = 2 \cdot 5 = 10$ cm.
Dus is de omtrek van de cirkel: $\pi \cdot d = \pi \cdot 10 \approx 31{,}4$ cm.

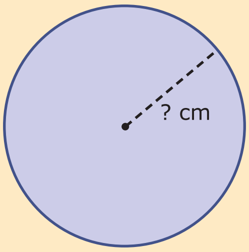
Voor een cirkel met diameter d en straal r geldt: $d = 2r$.
De formule voor de omtrek van een cirkel kun je daarom ook schrijven als
omtrek (cirkel) $= \pi \cdot 2r = 2\pi r$.

Ga na dat je met deze formule dezelfde omtrek vindt voor de gegeven cirkel.

Opgave 4 Opgave 5

Voorbeeld 2

Bereken de straal van een cirkel met een omtrek van 10 cm in millimeters nauwkeurig.



omtrek = 10 cm

Antwoord

Voor de omtrek van een cirkel geldt: *omtrek (cirkel)*$= 2\pi \cdot r$.

Hier is de omtrek 10 cm.
Dus geldt voor de straal r van de cirkel: $2\pi \cdot r = 10$ cm.

De straal is daarom: $\frac{10}{2\pi} \approx 1{,}6$ cm.

Opgave 6 Opgave 7 Opgave 8

1.5 Oppervlakte cirkel

Inleiding

Als je een gulden in een hangertje verwerkt, hoef je niet te berekenen hoeveel kunststof materiaal je nodig hebt, er moeten gewoon guldens in. Maar het lijkt Marie-José ook leuk om hangertjes te maken die wel rond zijn als een munt, maar alleen een guldenteken ƒ bevatten. Of een ander muntteken zoals € (euro), ₤ (Britse pond), $ (dollar), (roebel), ¥ (yen), ...
Het klassieke guldenteken is de ƒ van het Oudhollandse ‘florijn’.
Marie-José maakt zo het ontwerp hiernaast.
Maar hoeveel materiaal heeft ze nu nodig als de cirkel een diameter van 4 cm moet hebben?

Je leert in dit onderwerp

- de oppervlakte van een cirkel berekenen vanuit de diameter of straal en andersom;

Voorkennis

- de oppervlakte van roosterfiguren bepalen;
- de oppervlakte van rechthoeken, driehoeken en vierhoeken berekenen;
- de omtrek van een cirkel en een cirkelsector berekenen vanuit de diameter of straal en andersom;
- werken met coördinaten.

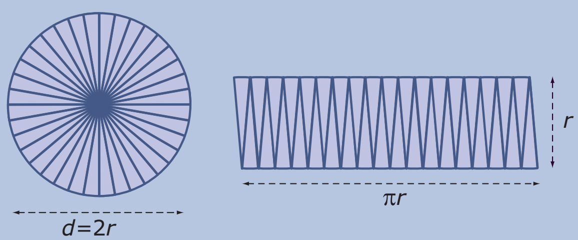
Opgave V1

Uitleg

Applet

Al in de Oudheid wilde men weten hoe je de oppervlakte van een cirkel berekent. Door de oppervlakte van een regelmatige veelhoek die in de cirkel past te bepalen, kun je de oppervlakte van die cirkel benaderen. Hoe meer hoeken n de veelhoek heeft, hoe beter de benadering van de cirkel.

Je kunt ook de cirkel opdelen in kleine sectoren en die dan als een parallellogram (bij benadering) neerleggen. Je ziet dan dat de basis van dit parallellogram ongeveer de halve cirkelomtrek, dus $\pi \cdot r$ is en dat de hoogte ongeveer r is.



De oppervlakte van het parallellogram is $\pi \cdot r \cdot r = \pi \cdot r^2$. Dit is daarom (bij benadering) ook de oppervlakte van de cirkel. Die benadering wordt beter naarmate je meer sectoren maakt.

Onthoud:

oppervlakte (cirkel) $= \pi \cdot straal^2$

Of korter: $A = \pi \cdot r^2$ als A de oppervlakte van de cirkel met straal r is.

Opgave 1 Opgave 2 Opgave 3

Theorie

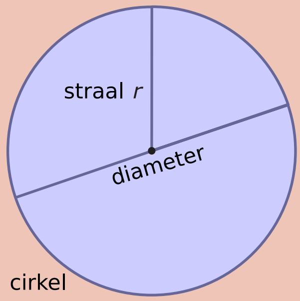
Voor de **oppervlakte van een cirkel** met straal r geldt:

oppervlakte (cirkel) $= \pi \cdot r^2$

waarin $\pi = 3{,}14159265...$
π heeft oneindig veel decimalen zonder enige regelmaat.

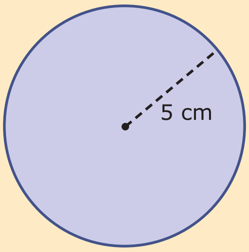
Omdat de diameter (d) altijd twee keer de straal (r) is, kun je de formule ook schrijven als:

oppervlakte (cirkel) $= \frac{1}{4} \cdot \pi \cdot d^2$



Voorbeeld 1

Bereken de oppervlakte van een cirkel met een straal van 5 cm in twee decimalen nauwkeurig.



Antwoord

Voor de oppervlakte van een cirkel geldt:

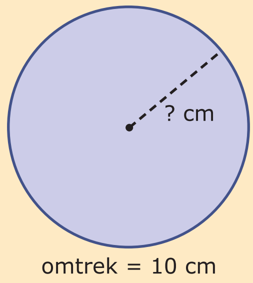
oppervlakte (cirkel) $= \pi \cdot straal^2$

De straal van deze cirkel is $r = 5$ cm.
De oppervlakte van de cirkel is: $\pi \cdot r^2 = \pi \cdot 5^2 \approx 78{,}54$ cm^2.

Opgave 4 Opgave 5

Voorbeeld 2

Bereken de straal van een cirkel met een oppervlakte van 10 cm^2 in millimeters nauwkeurig.



Antwoord

Voor de oppervlakte van een cirkel geldt: *oppervlakte (cirkel)* $= \pi \cdot straal^2$

De oppervlakte van de cirkel is 10 cm^2.

Dus geldt:

$$\begin{aligned} \pi \cdot r^2 &= 10 \\ r^2 &= \frac{10}{\pi} \\ r &= \sqrt{\frac{10}{\pi}} \approx 1{,}8 \end{aligned}$$

Dat is 18 mm.

Opgave 6 Opgave 7

Begrippen

- recht evenredig (verband) — evenredigheidsconstante, hellingsgetal
- lineair verband — hellingsgetal, startgetal
- rekenschema — terugrekenen
- lineaire vergelijking — balansmethode
- lineaire ongelijkheid

Activiteiten

- formules en grafieken bij recht evenredige verbanden maken en gebruiken
- formules en grafieken bij lineaire verbanden maken en gebruiken
- vergelijkingen bij lineaire verbanden oplossen door terugrekenen
- vergelijkingen bij lineaire verbanden oplossen met de balansmethode
- lineaire ongelijkheden oplossen

Elektrische auto's

Domein

Grafieken en formules

Hoofdstuk

Lineaire verbanden

Inhoud

2.1 Recht evenredig 24
2.2 Lineaire verbanden 27
2.3 Terugrekenen 30
2.4 Balansmethode 32
2.5 Ongelijkheden 34

2

2.1 Recht evenredig

Inleiding

Steeds vaker zie je elektrische auto's rijden. Waar vroeger de benzinemotor gangbaar was, wordt die nu langzaam vervangen door een elektromotor.

Henk vraagt zijn moeder hoe het zit met de kosten voor de ritjes met hun nieuwe elektrische auto. Er hoeft niet meer te worden getankt, maar je rijdt er vast niet gratis mee.
Henk's moeder legt uit dat ook zo'n auto energie verbruikt, je moet hem opladen. Daarna verbruikt hij per gereden km (gemiddeld) een bepaalde hoeveelheid energie die je in kWh (kiloWattuur) uitdrukt. En elke kWh aan elektriciteit kost een bepaald bedrag. Zo reken je uit hoeveel cent aan energie de auto per gereden km verbruikt.

Je leert in dit onderwerp

- formules en grafieken bij recht evenredige verbanden maken en gebruiken;
- de begrippen evenredigheidsconstante en hellingsgetal;
- van een formule en/of grafiek bepalen of er sprake is van een recht evenredig verband.

Voorkennis

- de begrippen formule, grootheid, (letter)variabele, eenheid, substitueren (invullen) en vergelijking;
- grafieken bij formules maken.

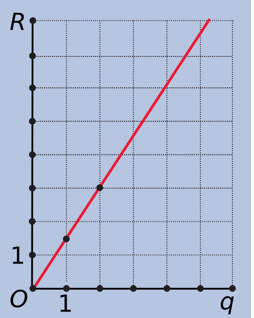
Opgave V1

Uitleg

Applet

Een winkelier verdient aan een bepaald artikel € 1,50 per kg.

De opbrengst R (in euro) hangt af van de hoeveelheid q die hij verkoopt:



Bij $q = 0$ hoort $R = 0 \cdot 1{,}50 = 0$.
Bij $q = 5$ hoort $R = 5 \cdot 1{,}50 = 7{,}50$.
Bij $q = 10$ hoort $R = 10 \cdot 1{,}50 \cdot 10 = 15$.

In schema:

$q \xrightarrow{\boxed{\cdot\, 1{,}50}} R$

In formule: $R = q \cdot 1{,}50 = 1{,}50 \cdot q$

De grafiek is een rechte lijn door de oorsprong.
De waarden van q staan op de horizontale x-as en die van R op de y-as.

Je zegt dat de variabele R recht evenredig is met de variabele q.
Als q verdubbelt, dan wordt ook R twee keer zo groot.

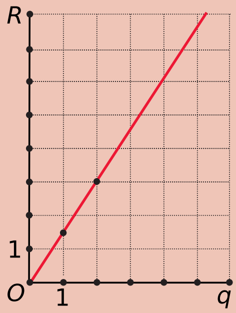
Het getal $1{,}50$ heet de evenredigheidsconstante.

Het getal $1{,}50$ bepaalt de helling van de grafiek en heet daarom ook hellingsgetal.

Opgave 1 Opgave 2

Theorie

De variabele R is **recht evenredig** met de variabele q als een verdubbeling van q ook altijd een verdubbeling van R betekent.



Bij deze grafiek hoort de formule $R = 1{,}50 \cdot q$

en het **rekenschema**:

$q \longrightarrow \boxed{\cdot\ 1{,}50} \longrightarrow R$

De grafiek is een rechte lijn door de oorsprong $(0{,}0)$.

- Het getal $1{,}50$ heet de **evenredigheidsconstante**.
- Het getal $1{,}50$ is ook het **hellingsgetal** van de grafiek.

R hangt af van q dus staat bij de verticale as.
q staat bij de horizontale as.

Voorbeeld 1

Henk rijdt met een constante snelheid op een rechte polderweg van A naar B.
Op tijdstip $t = 0$ start hij bij A, en hij fietst met 15 km per uur.

- Is de afstand s die hij heeft afgelegd van A recht evenredig met de tijd t?
- Geef een formule voor s in km afhankelijk van de tijd t in uren.
- Hoe bereken je de tijd t die Henk nodig heeft om 20 km af te leggen?

Antwoord

Hij heeft een constante snelheid van 15 km/uur.
Na 1 uur heeft hij 15 km afgelegd.
Na 2 uur heeft hij $2 \cdot 15 = 30$ km afgelegd.
Als het aantal uren verdubbelt, wordt ook de afgelegde afstand twee keer zo groot.
Dus is s recht evenredig met t.

De bijbehorende formule is $s = 15 \cdot t$ met t in uren.

Om de tijd te berekenen die nodig is voor een afstand van $s = 20$ kun je met het rekenschema werken.

$t \longrightarrow \boxed{\cdot 15} \longrightarrow s$

Bij $s = 20$ ga je dan terugrekenen:

$t \longleftarrow \boxed{/15} \longleftarrow 20$

Dus $t = \frac{20}{15} = 1\frac{1}{3}$ uur en dat is 1 uur en 20 minuten.

Opgave 3 Opgave 4

Voorbeeld 2

Pieter gaat op vakantie met de auto en hij legt 1105 kilometer af. Zijn auto rijdt 12 kilometer op één liter benzine. De benzineprijs is op dit moment € 1,80 per liter.

- Stel de formule op voor het verband tussen de kosten K in euro en de afstand s in km. Rond de evenredigheidsfactor af op twee decimalen.
- Wat kost de vakantie Pieter aan benzine?

Antwoord

Hij kan 12 km rijden met 1 liter benzine en deze kost € 1,80.

12 km kost Pieter dus € 1,80 = 180 eurocent.

Per kilometer is dit dan $\frac{180}{12} = 15$ cent.

Voor de kosten K geldt dan $K = 0{,}15 \cdot s$ met s in km.

Dus Pieter zal in totaal $\frac{1105}{12} \approx 92$ liter benzine verbruiken. De benzine kost € 1,80 per liter. De vakantie kost Pieter dus aan benzine: $92 \cdot 1{,}80 = 165{,}60$ euro.

Opgave 5

2.2 Lineaire verbanden

Inleiding

Natuurlijk zijn de energiekosten niet de enige kosten die je hebt als je over een eigen auto wilt beschikken. Je kunt zo'n auto bijvoorbeeld *leasen*. Dat betekent: je krijgt de auto in gebruik, maar hij is eigendom van een leasebedrijf. Je betaalt dan een vast bedrag per maand waar alles bij in zit (aanschaf, onderhoud, etc.). Die maandelijkse kosten komen bij de energiekosten. Henk slaat aan het rekenen...

Je leert in dit onderwerp

- formules en grafieken bij lineaire verbanden maken en gebruiken;
- de begrippen hellingsgetal en startgetal;
- bij een lineaire grafiek een formule opstellen.

Voorkennis

- rekenen, ook met negatieve getallen;
- de begrippen formule, grootheid, (letter)variabele, eenheid, substitueren (invullen) en vergelijking;
- recht evenredige verbanden herkennen en de evenredigheidsconstante, het hellingsgetal, bepalen;
- formules en grafieken bij recht evenredige verbanden maken en gebruiken.

Opgave V1

Uitleg

Met een glasvezelabonnement ben je voorzien van t.v., onbeperkt internet en vaste telefonie. Je betaalt maandelijkse abonnementskosten en daar bovenop telefoonkosten. Stel je betaalt € 30,00 abonnementskosten per maand en nog € 0,25 per belminuut. Van de kosten per maand kun je een grafiek maken. Je kosten per maand zijn:

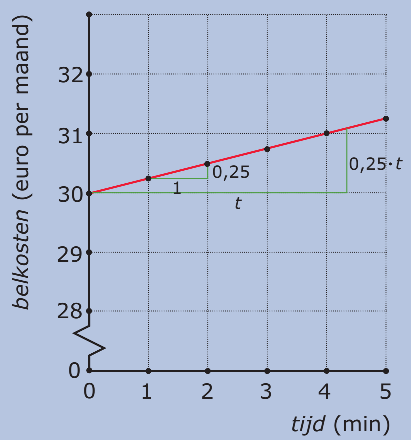
- 0 minuten gebeld: 30,00 euro
- 1 minuut gebeld: $1 \cdot 0{,}25 + 30 = 30{,}25$ euro
- 2 minuten gebeld: $2 \cdot 0{,}25 + 30 = 30{,}50$ euro
- 3 minuten gebeld: $3 \cdot 0{,}25 + 30 = 30{,}75$ euro
- 4 minuten gebeld: $4 \cdot 0{,}25 + 30 = 31{,}00$ euro
- t minuten gebeld: $t \cdot 0{,}25 + 30$ euro

Dus geldt de formule: $K = t \cdot 0{,}25 + 30$

of

$K = 0{,}25 \cdot t + 30$

K stelt de totale kosten per maand voor.



Omdat de grafiek een rechte lijn is, spreek je van een lineair verband.
Het getal 30 is het startgetal en het hellingsgetal 0,25 bepaalt de helling van de grafiek.

Opgave 1 Opgave 2

Theorie

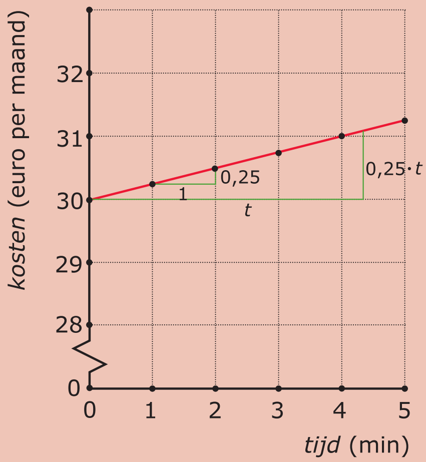
Bij een formule zoals $K = 0{,}25 \cdot t + 30$ spreek je van een **lineair verband** tussen K en t.

- 0,25 is het **hellingsgetal**.
  Als t met 1 toeneemt dan neemt K met 0,25 toe.
- b is het **startgetal** of **begingetal**.
  Dat is de uitkomst als $t = 0$.

De grafiek bij dit lineaire verband is een rechte lijn door $(0{,}30)$.

Het bijpassende rekenschema is:

$t \longrightarrow \boxed{\cdot\ 0{,}25} \longrightarrow \ldots \longrightarrow \boxed{+30} \longrightarrow K$



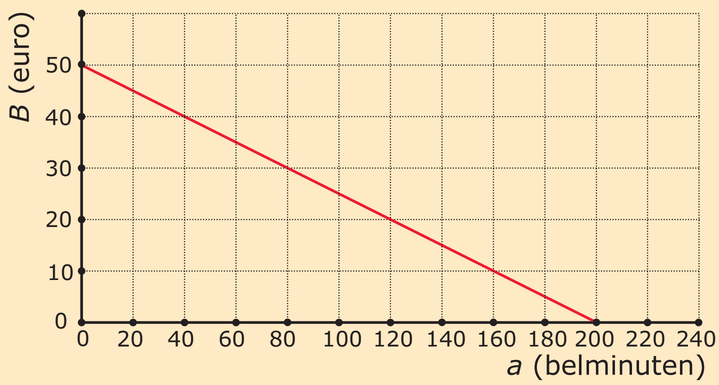
Voorbeeld 1

Applet

Je ziet hier de grafiek van $y = 1{,}5 \cdot x + 2$.

Ook hier is sprake van een lineair verband.

- Welke getal is het hellingsgetal en welk getal is het begingetal?
- Maak een bijpassend rekenschema.



Antwoord

Het hellingsgetal is 1,5 en het begingetal is 2.

Bekijk in de applet wat er met de grafiek gebeurt als je deze getallen verandert.

Het rekenschema is:

$x \longrightarrow \boxed{\cdot\ 1{,}5} \longrightarrow \ldots \longrightarrow \boxed{+\ 2} \longrightarrow y$

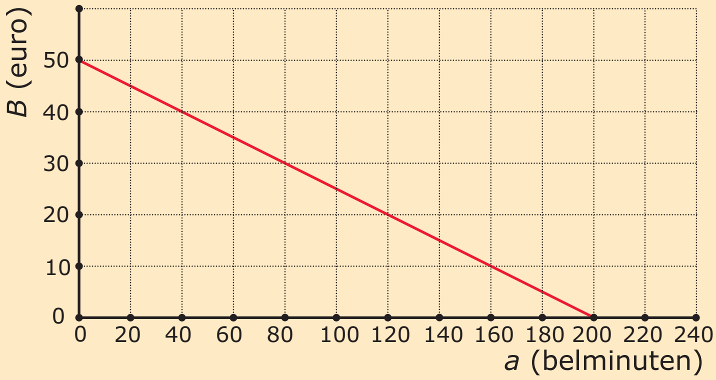
Opgave 3 Opgave 4

Voorbeeld 2

Bij een prepaid telefoonabonnement koop je vooraf beltegoed. Bijvoorbeeld een tegoed van € 50,00.
Als elke minuut bellen € 0,25 kost, is je beltegoed B nog uitsluitend afhankelijk van het aantal belminuten a. Er geldt: $B = 50 - 0{,}25 \cdot a$

Ook hier is sprake van een lineair verband. Het startgetal is 50.
Het hellingsgetal is $-0{,}25$.

De bijbehorende grafiek is een dalende rechte lijn. Na $\frac{50}{0{,}25} = 200$ minuten is het beltegoed op.



Opgave 5 Opgave 6

2.3 Terugrekenen

Inleiding

Henk's moeder houdt goed bij hoeveel ze maandelijks aan kosten voor de auto kwijt was. Behalve de kosten voor het leasen van de auto, houdt ze ook elke maand het aantal gereden km bij. Het leasen kost € 360 per maand en ze rekent € 0,07 per gereden km. Zo berekent ze de kosten per maand.
Van een bepaalde maand is ze haar berekening kwijt. Alleen het eindbedrag € 537,94 staat er nog. Hoeveel km heeft ze die maand gereden?

Je leert in dit onderwerp

- het begrip lineaire vergelijking, en vergelijkingen grafisch oplossen;
- rekenschema's bij lineaire verbanden maken en deze gebruiken om vergelijkingen op te lossen door terugrekenen.

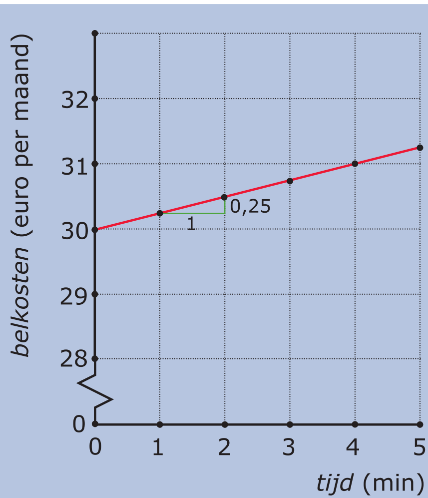
Voorkennis

- rekenen, ook met negatieve getallen;
- de begrippen formule, grootheid, (letter)variabele, eenheid, substitueren (invullen) en vergelijking;
- lineaire verbanden herkennen en het hellingsgetal en het startgetal bepalen;
- formules en grafieken bij lineaire verbanden maken en gebruiken.

Opgave V1

Uitleg

Met een glasvezelabonnement ben je voorzien van t.v., onbeperkt internet en vaste telefonie. Je betaalt maandelijkse abonnementskosten en daar bovenop telefoonkosten.
Stel je betaalt € 30,00 abonnementskosten per maand en nog € 0,25 per belminuut. Van de kosten K per maand kun je een grafiek maken afhankelijk van het aantal belminuten t.



Formule: $K = 0{,}25 \cdot t + 30$

Rekenschema:

$t \xrightarrow{\cdot\, 0{,}25} \ldots \xrightarrow{+30} K$

Als je weet dat je kosten in een bepaalde maand $52{,}50$ zijn, kun je berekenen hoeveel belminuten je hebt gebruikt die maand.

Je moet dan de lineaire vergelijking $0{,}25 \cdot t + 30 = 52{,}50$ oplossen.

Dat kun je doen door bij het rekenschema een terugrekenschema te maken:

$t \xleftarrow{/\, 0{,}25} \ldots \xleftarrow{-\,30} K$

Opgave 1 Opgave 2

Theorie

Een vergelijking zoals $0{,}25 \cdot t + 30 = 52{,}50$ is een **lineaire vergelijking** met variabele t.

Bij deze vergelijking past het **rekenschema**:

$t \xrightarrow{\cdot\, 0{,}25} \ldots \xrightarrow{+\, 30} 52{,}50$

Daarbij maak je het **terugrekenschema**:

$t \xleftarrow{/\, 0{,}25} \ldots \xleftarrow{-\, 30} 52{,}50$

Hiermee los je de vergelijking op: $t = (52{,}50 - 30)/0{,}25 = 90$.

Voorbeeld 1

Los de lineaire vergelijking $1{,}5 \cdot x + 2 = 95$ op.

Antwoord

De variabele staat maar op één plek, dus je kunt er een rekenschema bij maken:

$x \xrightarrow{\cdot\, 1{,}5} \ldots \xrightarrow{+\, 2} 95$

Daarbij past het terugrekenschema:

$x \xleftarrow{/\, 1{,}5} \ldots \xleftarrow{-\, 2} 95$

Dus eerst $95 - 2 = 93$ en dan $x = 93/1{,}5 = 62$.

De oplossing is $x = 62$.

Opgave 3 Opgave 4

Voorbeeld 2

Bij een prepaid telefoonabonnement koop je vooraf beltegoed. Bijvoorbeeld een tegoed van € 50,00.
Als elke minuut bellen € 0,25 kost, is je beltegoed B nog uitsluitend afhankelijk van het aantal belminuten a. Er geldt: $B = 50 - 0{,}25 \cdot a$.

Je wilt berekenen na hoeveel belminuten het beltegoed op is.

Antwoord

Je moet oplossen $50 - 0{,}25 \cdot a = 0$.

In deze vorm is het niet gemakkelijk om een rekenschema te maken. Bijvoorbeeld omdat vermenigvuldigen voor aftrekken gaat.

Schrijf de vergelijking daarom eerst als $50 + -0{,}25 \cdot a = 0$ en dan als $-0{,}25 \cdot a + 50 = 0$.

Het rekenschema wordt dan:

$a \xrightarrow{\cdot\, -0{,}25} \ldots \xrightarrow{+\, 50} 0$

En het terugrekenschema wordt:

$a \xleftarrow{/\, -0{,}25} \ldots \xleftarrow{-\, 50} 0$

Dus je vindt $a = 200$ belminuten.

Opgave 5 Opgave 6

2.4 Balansmethode

Inleiding

Henk's moeder least haar elektrische auto voor € 360 per maand. Omdat ze in haar nieuwe functie veel voor haar werkgever met de auto op pad is, legt ze maandelijks flink wat kilometers af. Elke km kost haar gemiddeld € 0,07. Ze krijgt van haar werkgever een reiskostenvergoeding van € 0,19 per km.

Henk gaat uitrekenen vanaf hoeveel km daarmee al haar autokosten gedekt zijn.
Hij gebruikt daarbij het balansmodel: op beide schaaltjes moet evenveel liggen om evenwicht te hebben.
Hoe werkt dat balansmodel?

Je leert in dit onderwerp

- een vergelijking zien als een balans waarvan aan beide zijden van het isgelijkteken de uitkomst gelijk moet blijven;
- een vergelijking oplossen met de balansmethode.

Voorkennis

- rekenen, ook met negatieve getallen;
- de begrippen formule, grootheid, (letter)variabele, eenheid, substitueren (invullen) en vergelijking;
- uitdrukkingen herleiden door vermenigvuldigen van factoren en optellen/aftrekken van gelijksoortige termen;
- bij een formule een rekenschema en een terugrekenschema opstellen en gebruiken om een variabele te berekenen.

Opgave V1

Uitleg

Bij het oplossen van een vergelijking kun je hem opvatten als een balans in evenwicht. Hier zie je hoe zo de vergelijking $5 \cdot g + 1 = 2 \cdot g + 13$ kan worden opgelost. Het is een vergelijking waar maar één variabele in voorkomt, namelijk de g. Je kunt je die variabele voorstellen als een (nog onbekend) gewichtje. Het maalteken $\cdot$ wordt vaak weggelaten.

$$\begin{aligned} 5 \cdot g + 1 &= 2 \cdot g + 13 \\ 5 \cdot g &= 2 \cdot g + 12 \\ 3 \cdot g &= 12 \\ g &= 12/3 = 4 \end{aligned}$$

beide zijden -1

beide zijden $-2 \cdot g$

beide zijden $/3$

De **oplossing** $g = 4$ kun je controleren door in de gegeven vergelijking voor g het getal 4 te nemen: $5 \cdot 4 + 1 = 21 = 2 \cdot 4 + 13$.

Opgave 1 Opgave 2 Opgave 3

Theorie

Bij het **systematisch oplossen van een vergelijking** kun je vaak gebruik maken van de **balansmethode**.

Je maakt daarbij gebruik van het feit dat je de vergelijking kunt opvatten als een balans die in evenwicht blijft als je:

- links en rechts van het isgelijkteken hetzelfde optelt of aftrekt;
- links en rechts van het isgelijkteken met hetzelfde (behalve 0) vermenigvuldigt;
- links en rechts van het isgelijkteken door hetzelfde (behalve 0) deelt.

En soms pas je ook nog andere bewerkingen op dezelfde wijze toe. Maar daarover later...

Voorbeeld 1

Een vergelijking met één variabele oplossen betekent: zoeken naar de waarde van die variabele waarvoor de vergelijking waar wordt gemaakt. De balansmethode helpt je daar bij.

Los op: $25 + 4{,}5 \cdot x = 3 \cdot x + 40$.

Antwoord

$$\begin{aligned}
25 + 4{,}5 \cdot x &= 3 \cdot x + 40 && \text{beide zijden } -25\\
4{,}5 \cdot x &= 3 \cdot x + 15 && \text{beide zijden } -3 \cdot x\\
1{,}5 \cdot x &= 15 && \text{beide zijden } /1{,}5\\
x &= 15/1{,}5 = 10
\end{aligned}$$

Opgave 4 Opgave 5 Opgave 6

Voorbeeld 2

Los op: $\frac{1}{4}p + \frac{1}{12} = 2 - \frac{5}{6}p$.

Antwoord

$$\begin{aligned}
\tfrac{1}{4}p + \tfrac{1}{12} &= 2 - \tfrac{5}{6}p && \text{beide zijden } \times 12\\
3p + 1 &= 24 - 10p && \text{beide zijden } -2\\
3p &= 23 - 10p && \text{beide zijden } +10p\\
13p &= 23 && \text{beide zijden } /13\\
p &= 23/13 = \tfrac{23}{13}
\end{aligned}$$

Opgave 7 Opgave 8

2.5 Ongelijkheden

Inleiding

Elektrisch rijden levert minder vervuiling op dan een verbrandingsmotor. Maar wat is goedkoper, elektrisch rijden of nog ouderwets rijden op benzine?

Auto leasen		
Kosten in €	elektrisch	benzine
per maand	360	220
per km	0,07	0,12

Henk gaat dat eens voor zijn moeder uitzoeken.
Hij vergelijkt de auto van zijn moeder met de benzineversie ervan.
Vanaf hoeveel kilometer per maand is de elektrische versie goedkoper?

Je leert in dit onderwerp

- vergelijkingen en ongelijkheden bij lineaire verbanden opstellen en oplossen.

Voorkennis

- de begrippen formule, grootheid, (letter)variabele, eenheid, substitueren (invullen) en vergelijking;
- recht evenredige en lineaire verbanden herkennen en het hellingsgetal bepalen;
- formules en grafieken bij recht evenredige en lineaire verbanden maken en gebruiken;
- grafieken bij formules maken en vergelijkingen oplossen met behulp van de balansmethode.

Opgave V1

Uitleg

De productie van een nieuw soort verf kost € 3,50 per liter. Verder zijn de vaste kosten (machines, gebouwen, enzovoort) berekend op € 24000. De fabrikant van deze verf wil de verf verkopen voor € 7,20 per liter.
“Hoeveel liter moet hij verkopen om winst te gaan maken?”

Je begint met het opstellen van de formules voor de kosten en de opbrengst.

De productiekosten K hangen af van het geproduceerde aantal liters a: $K = 24000 + 3{,}50a$.
Als alle geproduceerde verf verkocht wordt, hangt de opbrengst R ook van a af: $R = 7{,}20a$.

Om winst te maken, moet de opbrengst hoger zijn dan de kosten, dus $R > K$.
Vul je voor R en K de betreffende formules in, krijg je een lineaire ongelijkheid:

$7{,}20a > 24000 + 3{,}50a$

Deze lineaire ongelijkheid moet je oplossen.
Daarvoor los je eerst de bijbehorende lineaire vergelijking op:

$7{,}20a = 24000 + 3{,}50a$

Voor zo'n vergelijking gebruik je de balansmethode:

$$\begin{aligned} 7{,}20a &= 24000 + 3{,}50a \\ 3{,}70a &= 24000 \\ a &= \frac{24000}{3{,}70} \approx 6486{,}5 \end{aligned}$$

beide zijden $-3{,}50a$

beide zijden delen door 3,70

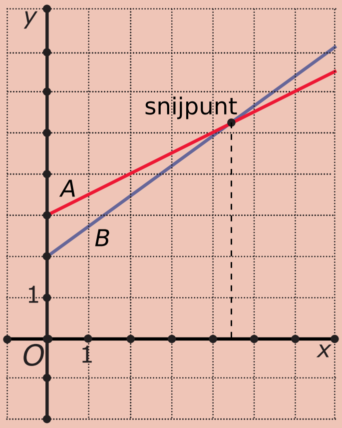
Als de fabrikant alleen hele liters verkoopt, dan is de opbrengst bij 6487 liter iets groter de kosten.

Dan maakt de fabrikant dus winst. Nog meer verkopen en hij maakt meer winst.

De oplossing van de lineaire ongelijkheid $7{,}20a > 24000 + 3{,}50a$ is dus $a \geq 6487$.

Opgave 1 Opgave 2

Theorie



Soms heb je met twee (of meer) lineaire verbanden te maken en wil je weten wanneer de uitkomsten bij het éne verband meer, minder zijn dan die bij het andere verband. Je krijgt dan een **lineaire ongelijkheid**.

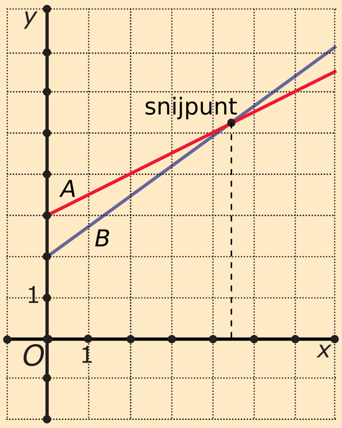
Daarvoor los je eerst de bijbehorende **lineaire vergelijking** op om het snijpunt van beide grafieken te berekenen.

Heb je de vergelijking opgelost, dan kijk je naar de grafieken om antwoord op de gestelde vraag te kunnen geven.

In de figuur is $A > B$ als je links van het snijpunt zit, dus als $x < 4{,}3$.

Eventueel kun je wat getallen om het snijpunt heen proberen.

Voorbeeld 1



Je ziet hier de grafieken van twee lineaire verbanden $A = 0{,}5 \cdot x + 3$ en $B = 0{,}74 \cdot x + 2$.

Los in twee decimalen nauwkeurig de ongelijkheid $0{,}5 \cdot x + 3 < 0{,}74 \cdot x + 2$ op.

Antwoord

Bereken eerst de x-waarde van het snijpunt van beide grafieken:

$$\begin{aligned} 0{,}5 \cdot x + 3 &= 0{,}74 \cdot x + 2 \\ 0{,}5 \cdot x &= 0{,}74 \cdot x - 1 \\ -0{,}24 \cdot x &= -1 \\ x &= -1 / -0{,}24 = 4{,}1666... \end{aligned}$$

beide zijden -3

beide zijden $-0{,}74 \cdot x$

beide zijden delen door $-0{,}24$

In de grafiek zie je dat de grafiek van A onder die van B ligt als je rechts van het snijpunt zit. Dat betekent dat $A < B$ als $x > 4{,}1666...$.

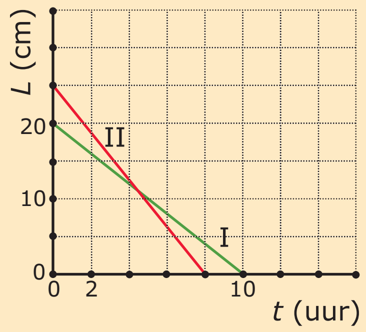
Op twee decimalen nauwkeurig is de oplossing: $x > 4{,}17$.

Opgave 3 Opgave 4

Voorbeeld 2

Deze grafieken laten zien hoe twee cilindervormige kaarsen opbranden. L is de lengte van de kaars in centimeters en t is de brandtijd in uren.

Bereken in minuten nauwkeurig wanneer kaars I langer is dan kaars II.



Antwoord

Stel bij elke grafiek een formule op:

- kaars I: $L = 20 - 2t$
- kaars II: $L = 25 - 3{,}125t$

Beide kaarsen zijn even lang als: $20 - 2t = 25 - 3{,}125t$. Oplossen geeft:

$$\begin{aligned} 20 - 2t &= 25 - 3{,}125t && \text{beide zijden } -20 \\ -2t &= 5 - 3{,}125t && \text{beide zijden } +3{,}125t \\ 1{,}125t &= 5 && \text{beide zijden : } 1{,}125t \\ t &= \frac{5}{1{,}125} = 4{,}4444... \end{aligned}$$

Beide kaarsen zijn even lang na ongeveer 4 uur en 27 minuten (want $0{,}4444... \cdot 60 \approx 27$). En dus is kaars I langer na 4 uur en 27 minuten.

Opgave 5

Register

b

balansmethode **33**
basis **10**
begingetal **28**

d

driehoek, oppervlakte van **10**

e

evenredigheidsconstante **25**

h

hellingsgetal **25**, **28**
hoogte **10**

l

lineair verband **28**
lineaire ongelijkheid **35**
lineaire vergelijking **31**, **35**

o

omtrek van een cirkel **16**
oplossing **32**
oppervlakte parallellogram **13**
oppervlakte van een cirkel **19**
oppervlakte vierhoek **13**
oppervlakteformule **7**

p

pi **16**

r

recht evenredig **25**
rekenschema **25**, **31**

s

startgetal **28**
systematisch oplossen van een vergelijking **33**

t

terugrekenschema **31**

Het lesmateriaal in deze reader is gebaseerd op het materiaal dat ook op de Math4All website staat.

De reader is gegenereerd met de Math4All maatwerkdienst. De inhoud en de volgorde van de onderwerpen in deze reader zijn gekozen door docenten van het ConTeXt College.

Stichting Math4All

Inhoud Katern 3

5. Formules omtrek en oppervlakte

6. Lineaire verbanden

Math4all

www.math4all.nl