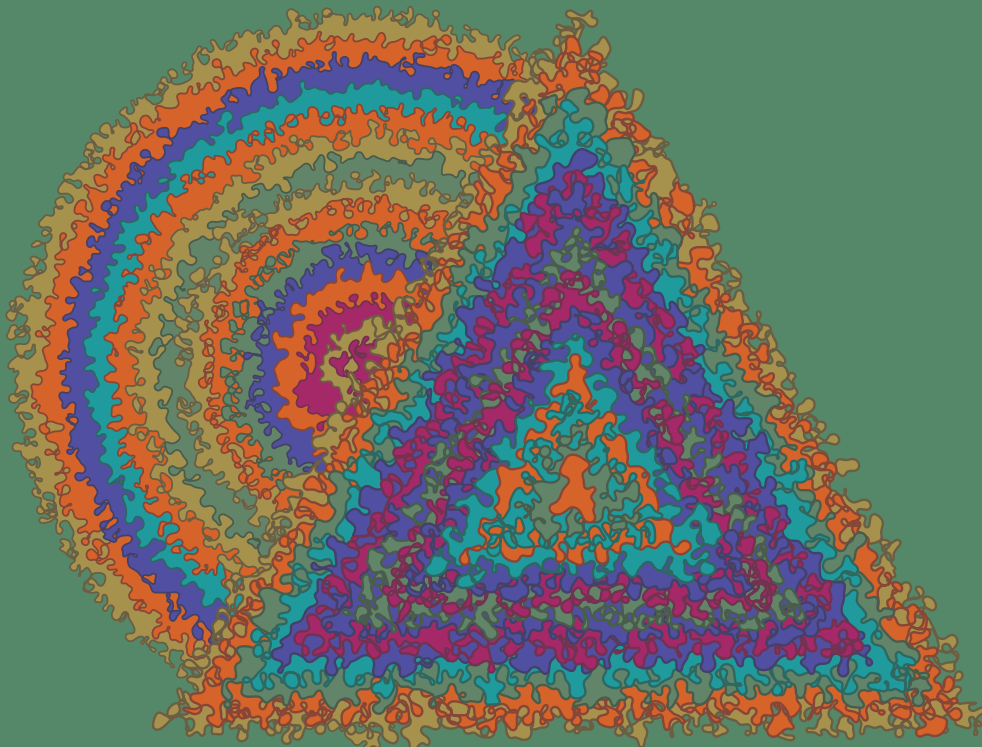


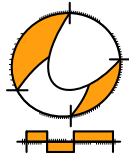
Wiskunde

2 VMBO

Katern 2 / Werkboek / Opgaven

ConTeXt College





© 2024

Het auteursrecht op dit lesmateriaal berust bij Stichting Math4All. Math4All is derhalve de rechthebbende zoals bedoeld in de hieronder vermelde creative commons licentie.

Het lesmateriaal is met zorg samengesteld en getest. Stichting Math4All aanvaardt geen enkele aansprakelijkheid voor onjuistheden en/of onvolledigheden in de module. Ook aanvaardt Math4All geen enkele aansprakelijkheid voor enige schade, voortkomend uit (het gebruik van) dit lesmateriaal

Voor deze module geldt een Creative Commons Naamsvermelding Niet Commercieel 3.0 Nederland Licentie. (zie <http://creativecommons.org/licenses/by/3.0>).

Dit lesmateriaal is open, gratis en vrij toegankelijk lesmateriaal afkomstig van Stichting Math4All en is speciaal ontwikkeld voor het vak wiskunde in het voortgezet onderwijs. Het lesmateriaal op de website www.math4all.nl is afgestemd op kerndoelen wiskunde, tussendoelen wiskunde en eindtermen voor de vakken wiskunde A, B en C. Dit lesmateriaal is mediumneutraal ontwikkeld en op diverse manieren te bekijken en te gebruiken. Voor informatie en vragen kunt u contact opnemen via info@math4all.nl. Ook houden we ons altijd aanbevolen voor suggesties, verbeteringen en/of aanvullingen.

1	Verbanden	1
1.1	Verbanden en variabelen	4
1.2	Formules opstellen	14
1.3	Formules en grafieken	22
1.4	Letterformules	33
1.5	Vergelijkingen	42
1.6	Totaalbeeld	54
2	Machten en wortels	59
2.1	Kwadraten	62
2.2	Wortels	69
2.3	Machten	80
2.4	Rekenvolgorde	89
2.5	Grote en kleine getallen	95
2.6	Totaalbeeld	104

Begrippen

- ▶ verband — grootheid met eenheid — afhankelijk van
- ▶ (woord)formule
- ▶ grafiek bij een formule
- ▶ lettervariabele — vermenigvuldigingspunt
- ▶ vergelijking, linkerzijde en rechterzijde — oplossing(en) van een vergelijking — inklemmen

Activiteiten

- ▶ verbanden beschrijven in woorden, in tabellen en grafieken — variabelen gebruiken
- ▶ verbanden beschrijven in (woord)formules
- ▶ grafieken tekenen vanuit een formule
- ▶ letters gebruiken voor variabelen — formules zo kort mogelijk schrijven
- ▶ formules vergelijken — vergelijkingen oplossen met behulp van tabellen en grafieken — vergelijkingen oplossen door handig rekenen

Reizen met het OV



Domein

Grafieken en formules

Hoofdstuk

Verbanden

Inhoud

1.1	Verbanden en variabelen	4
1.2	Formules opstellen	14
1.3	Formules en grafieken	22
1.4	Letterformules	33
1.5	Vergelijkingen	42
1.6	Totaalbeeld	54



1.1 Verbanden en variabelen

Verkennen

Opgave V1

Ga je - net als Behzad - regelmatig met de bus? Dan is het nuttig als je iets weet van de kosten van het reizen met het OV (Openbaar Vervoer). Behzad heeft opgezocht dat het reizen via een OV-chipkaart met de bus een vast bedrag van € 1,00 kost plus per gereden kilometer € 0,17.



- a Waarom moet je zo'n vast bedrag betalen?

- b Behzad woont 18 km van school. Hoeveel is hij per rit kwijt als hij met de bus gaat?

Behzad vertelt zijn klasgenoten over de buskosten. Want er zijn meer leerlingen die niet vlak bij school wonen, maar wel in de buurt van een buslijn.

- c Hoe kan hij kort en duidelijk laten zien hoeveel een ritje voor hen zal kosten?

Theorie

Opgave 1

Bekijk de [Uitleg](#). Je ziet een tabel met meetgegevens en een grafiek van het verband.

- a Tussen welke twee variabelen is er een verband?



- b** De tabel in de uitleg loopt maar tot drie uur.
Welke lengte hoort bij een brandtijd van vier uur?

- c** In de grafiek lijkt de kaars na tien uur te zijn opgebrand.
Reken na dat dit inderdaad het geval is.

Opgave 2

Een tweede kaars heeft een beginlengte van vijftien centimeter. Ook deze kaars brandt gelijkmatig op. Omdat hij dikker is, wordt hij elk uur een halve centimeter korter.

- a** Maak ook voor deze kaars een tabel van de *lengte* (cm) afhankelijk van de *brandtijd* (uur).

- b** Neem de grafiek uit de **Uitleg** over en teken hierin een grafiek van het verband tussen de *lengte* en *brandtijd* van de tweede kaars.

- c** Na hoeveel uur is deze tweede kaars opgebrand?



- d** Deze kaars wordt tegelijk aangestoken met de kaars uit de uitleg. Bepaal met de grafiek na hoeveel tijd deze kaars langer is dan de kaars uit de uitleg.

Opgave 3

Neem de gegevens uit **Voorbeeld 1**.

- a** Waarom zijn de tabel en de grafiek op deze manier niet erg zinvol als je Behzad's kosten in beeld wilt brengen?

- b** Maak een tabel waarin je beter zicht krijgt op zijn reiskosten per rit.

- c** Hoeveel ben je ongeveer per rit kwijt aan reiskosten als je 12 km met deze bus gaat?

Opgave 4

Bekijk de grafiek in **Voorbeeld 2**.

- a** Geeft deze grafiek een goed beeld van de *reiskosten*?

- b** Als je 12 km reist, wat zijn dan je *reiskosten*?



- c** Kun je nu zeggen dat je twee keer zoveel reiskosten hebt als je twee keer zover moet? Geef een voorbeeld.

Opgave 5

In 2021 waren de maximale kosten voor het vervoeren met een taxi vastgelegd door de Rijksoverheid:

- starttarief: € 3,29
- prijs per gereden km: € 2,42
- prijs per minuut: € 0,40

Iemand wil met een taxi van huis naar het station. De afstand is 4,5 km en daar deed de taxi 9 minuten over.

- a** Hoeveel kost deze rit maximaal?

- b** Over welke drie variabelen gaat een rit met de taxi? Schrijf ook de eenheden op die erbij horen.

- c** Waarom is het tekenen van een grafiek nu niet zo eenvoudig?



Verwerken

Opgave 6

Anneke gaat in de zomervakantie tomaten plukken. Hoeveel ze verdient, hangt af van het aantal kistjes dat ze met geplukte tomaten vult.

<i>aantal kistjes</i>	2	4	6	8	10
<i>loon (euro)</i>	4,50	9,00	13,50	18,00	22,50

- a** Tussen welke twee variabelen is er een verband? Welke eenheden worden er gebruikt?

- b** Hoeveel verdient Anneke per kistje?

- c** Hoe zou je het verband tussen het *loon* van Anneke en het *aantal kistjes* tomaten dat ze plukt, in woorden kunnen beschrijven?

- d** Anneke vult op een dag vijf kistjes met de door haar geplukte tomaten. Hoeveel verdient ze die dag?

- e** En hoeveel verdient ze als ze twaalf kistjes met tomaten vult?



- f** Bij dit verband zou je een grafiek kunnen tekenen. Is die grafiek stijgend of dalend? Is de grafiek een rechte lijn?

Opgave 7

Michiel houdt van lezen. Hij is begonnen in een boek van 120 bladzijden.

- a** Hoeveel dagen leest hij in dit boek als hij 10 bladzijden per dag leest?

- b** En hoeveel dagen als hij 12 bladzijden per dag leest?

- c** Tussen welke twee variabelen bestaat er dus een verband?

- d** Maak een tabel bij dit verband.

--	--

- e** Teken een grafiek bij dit verband. Waarom is die grafiek geen rechte lijn?

**Opgave 8**

Bij een taxibedrijf hangt de prijs van een rit alleen af van het aantal kilometers dat een klant meerijdt.

<i>ritlengte</i> (km)	4	5	6	7	8	9	10
<i>ritprijs</i> (euro)	11	13	15	17	19	21	23

- a** Hoeveel betaal je voor een rit van elf kilometer?

- b** Teken een grafiek bij dit verband.

- c** Hoe zou jij aan de klant uitleggen hoe de *ritprijs* berekend wordt?

- d** Vanaf hoeveel kilometer betaal je meer dan € 30,00?

**Opgave 9**

Bij een bedrijf kun je pennen met je naam erop bestellen. Hoeveel zo'n pen kost, hangt af van het aantal pennen dat je bestelt.

<i>aantal pennen</i>	100	200	400	600	800
<i>prijs per pen (euro)</i>	1,00	0,80	0,60	0,50	0,45

- a** Teken de grafiek bij het verband tussen de variabelen *aantal pennen* en *prijs per pen*.

- b** Je bestelt honderd pennen. Hoeveel betaal je per pen? En hoeveel betaal je in totaal?

- c** Maak nu zelf een tabel en een grafiek bij het verband tussen *aantal pennen* en *totale kosten*.

- d** Het bedrijf beweert: "Hoe meer pennen u bestelt, hoe goedkoper u uit bent." Is deze uitspraak juist? Licht je antwoord toe.

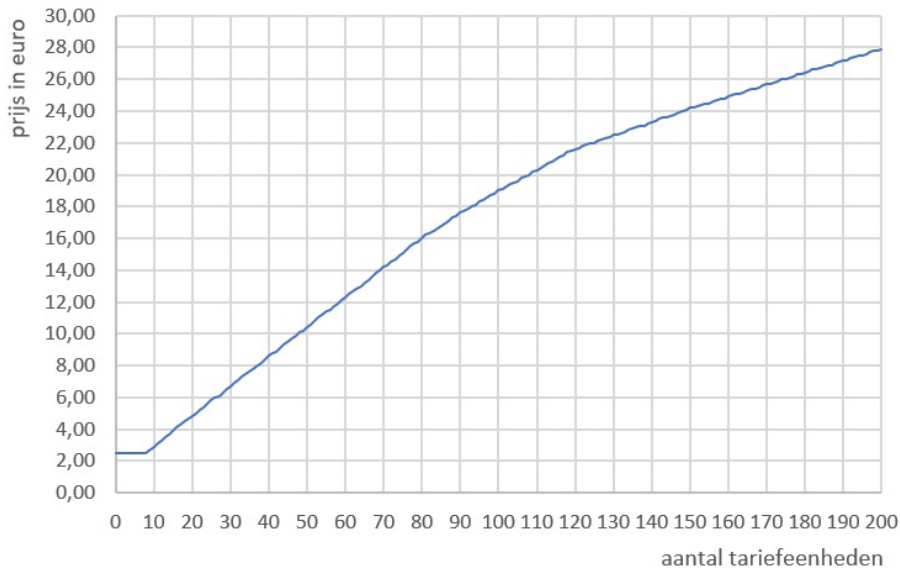
- e** Waarom is de grafiek van het verband tussen *aantal pennen* en *totale kosten* geen rechte lijn?



Toepassen

Hier zie je een grafiek van de tarieven van de NS (Nederlandse Spoorwegen) voor 2022. Er wordt een prijs gerekend voor het reizen van een bepaald aantal tariefeenheden. Zo'n tariefeenheid komt vaak (maar niet altijd) overeen met het aantal km, afgerond op een geheel getal. Dus een reis van 19,3 km betekent dat je 19 tariefeenheden reist en een reis van 19,5 km betekent dat je er 20 reist.

Tarieven NS, incl.btw



Met deze figuur kun je nu de prijzen schatten. Echt berekenen is nog lastig...

Opgave 10: Kosten reis met NS (1)

Bekijk het verhaal over de tarieven van de NS in [Toepassen](#).

- a** Tussen welke twee variabelen geeft de grafiek het verband weer? Noem ook de eenheden.

- b** Hoeveel betaal je als je 19,6 km reist en het afgeronde aantal km overeenkomt het aantal tariefeenheden?

- c** Waarom loopt de grafiek de eerste 8 tariefeenheden horizontaal?



- d** De grafiek loopt als een trap met treden omhoog. Waarom is dat?

Opgave 11: Kosten reis met NS (2)

Bekijk nog eens het verhaal over de tarieven van de NS in [Toepassen](#).

Vanaf 8 tariefeenheden wordt de prijs per tariefeenheid ongeveer met een vast bedrag hoger.

- a** Met welk bedrag ongeveer?

- b** Hoe zou je iemand hiermee de kosten voor een treinreis van 56 km voorrekenen?

1.2 Formules opstellen

Verkennen

Opgave V1

Neem aan dat je ook voor een busreis in jouw regio een vast tarief van € 1,00 betaalt plus € 0,17 per kilometer.

- a** Hoe bereken je hiermee de reiskosten voor een busreis? Schrijf dit zo kort mogelijk op.

- b** Bereken met je rekenmethode bij a hoeveel je betaalt als je in een busrit van 12 km maakt.

Theorie

Opgave 1

In de **Uitleg** vind je een formule voor een opbrandende kaars.

- a** Laat met behulp van deze formule zien dat de kaars bij aansteken 20 cm lang is.

- b** Bereken met behulp van de formule de kaarslengte bij de invoerwaarde $brandtijd = 7$.

- c** In de grafiek lijkt de kaars na 10 uur te zijn opgebrand. Reken met behulp van de formule na dat dit inderdaad het geval is.



Opgave 2

Het handige van zo'n formule is dat hij ook bruikbaar is bij de berekening van kaarslengtes op tijdstippen die geen geheel aantal uren zijn.

- a** Bereken met behulp van de formule de lengte van de kaars na 4,5 uur.

Je kunt met de formule zelfs helemaal precies berekenen hoe lang de kaars zou moeten zijn bij een brandtijd van bijvoorbeeld 6 uur en 23 minuten.

- b** Welke waarde moet je dan voor *brandtijd* in de formule invullen?

- c** Bereken de bijbehorende kaarslengte. Geef je antwoord ook in breuken en rondt niet af.

- d** Waarom is in het geval van het opbranden van een kaars zo'n heel precies antwoord eigenlijk onzinnig?

Opgave 3

Een kaars heeft een beginlengte van vijftien centimeter. Deze kaars brandt gelijkmatig op. Omdat hij dikker is dan de kaars in de uitleg, wordt hij elk uur een halve centimeter korter.

- a** Wat is de *lengte* van deze kaars als de *brandtijd* vijf uur is?

- b** Stel voor deze kaars een formule van de *lengte* (cm) afhankelijk van de *brandtijd* (uur) op.

**Opgave 4**

Bekijk in **Voorbeeld 1** hoe Behzad zijn reiskosten berekent.

- a** Probeer eerst zelf - zonder naar het voorbeeld te kijken - de formule op te schrijven.

- b** Behzad maakt een busreis van € 24,5 km. Bereken met de formule hoeveel hij daarvoor moet betalen.

Opgave 5

Bekijk de tabel van het opbranden van de kaars in **Voorbeeld 2**.

- a** Hoe lang is de kaars na 4 uur? En na 5 uur?

- b** Probeer eerst zelf een goede formule te vinden.

- c** Bereken met je formule de lengte van de kaars na 5 uur. Ga na, dat dit hetzelfde is als je bij a hebt gevonden.

Opgave 6

De oppervlakte van een rechthoek is 12 cm^2 .

- a** Bereken de lengte van deze rechthoek als de breedte 3 cm is.



b Hoe breed is de rechthoek als de lengte 6 cm is?

c Geef een formule die het verband tussen *lengte* en *breedte* van deze rechthoek weergeeft.

Verwerken

Opgave 7

Voor het gebruik van water in een woonhuis betaal je jaarlijks een vast bedrag (vastrecht) en een bedrag voor het aantal m^3 (kubieke meter) water dat je hebt verbruikt (een m^3 is 1000 liter). PWN Waterleidingbedrijf Noord-Holland hanteerde in 2014 de volgende tarieven:

- vastrecht: € 50,70 per jaar
- kosten per m^3 : € 1,31

a Tussen welke twee variabelen is er een verband? Welke eenheden worden gebruikt?

b Welke formule kun je opstellen bij dit verband voor het watergebruik per jaar?

Opgave 8

De oppervlakte van een rechthoek is 750 cm^2 .

a Bereken de lengte van deze rechthoek als de breedte 15 cm is.



b Hoe breed is de rechthoek als de lengte 150 cm is?

c Geef een formule die het verband tussen *lengte* en *breedte* van deze rechthoek weergeeft.

Opgave 9

In een recreatiegebied zijn twee skeelerverhuurbedrijven actief. Ze hebben verschillende tarieven. Je betaalt bij beide bedrijven een vast bedrag voor onder andere een kaart van de omgeving. Daarbovenop betaal je een bedrag voor elk uur dat je de skeelers huurt.

- Skeelerverhuurbedrijf A: de vaste kosten zijn € 3,00 en de prijs per uur is € 2,50.
- Skeelerverhuurbedrijf B: de vaste kosten zijn € 1,50 en de prijs per uur is € 3,00.

a Tussen welke twee variabelen is er een verband?

b Maak voor beide skeelerverhuurbedrijven een formule voor de *prijs* afhankelijk van het *aantal uur skeelers*.



- c Welk van beide bedrijven is goedkoper als je voor 8 uur een paar skeelers wilt huren?

Opgave 10

Evert spaart voor een computerspelletje. In de tabel zie je hoeveel geld hij gespaard heeft.

week	0	1	2	3	4	5	6	7	8
spaargeld (euro)	20	23	26	29	32	35	38	41	44

- a Er is een verband tussen het aantal weken dat Evert spaart en de hoeveelheid geld die hij in zijn spaarpot heeft. Beschrijf dit verband in woorden.

- b Geef een formule voor het verband tussen het *aantal weken* dat Evert spaart, en zijn *hoeveelheid spaargeld*.

- c Hoeveel spaargeld heeft Evert als hij zo een jaar spaart?

Opgave 11

In de krant staan twee advertenties voor de aankoop van parket:

<p>...ressen? Bel 0900 432516</p> <p>SuperParket De grootste en goedkoopste</p> <p>Alle parket NU € 75 per m²</p> <p>Vakantieplannen?</p>	<p>TAXI DE WIT De beste en de snelste wijze van vervoeren. Bel: 0124 - 500500</p> <p>Woonwinkel voor alle woonwensen NIEUW: prima parket voor € 80,- per m²</p> <p>En bij inlevering van deze advertentie nog eens € 100,- korting.</p>
--	--



- a Tussen welke variabelen is in de advertenties van SuperParket en Woonwinkel een verband?

- b Met welke formule kun je de prijs voor parket bij SuperParket uitrekenen?

- c Geef ook een passende formule voor het parket van Woonwinkel. Ga ervan uit dat je de advertentie inlevert.

- d Bij welk van beide aanbieders van parket ben je goedkoper uit als je 24 m^2 parket nodig hebt?

Toepassen

Behzad ziet dat er in de tarieven van de NS (Nederlandse Spoorwegen) voor 2022 geen voortdurende regelmaat zit.

Het maken van een formule ervoor is daarom niet goed mogelijk.

Maar Behzad ziet dat een kaartje voor een rit van 104 km hem € 19,50 kost en hij weet ook dat je op korte afstanden altijd € 2,50 voor een treinkaartje betaalt. Hiermee berekent hij dat reizen met de trein ongeveer € 0,163 per km kost plus een vast bedrag van € 2,50.



**Opgave 12: Kosten treinreis schatten**

Bekijk hoe Behzad de kosten van het reizen met de NS schat.

- a** Reken na, dat de prijs van € 19,50 voor een rit van 104 km ongeveer klopt.

- b** Omdat bij de NS de eerste 8 km steeds hetzelfde bedrag van € 2,50 kost, klopt zijn berekening zeker aan het begin niet. Krijgt hij dan te hoge of te lage uitkomsten?

- c** Welke formule kun je opstellen voor Behzad's berekening?

- d** Hoeveel zou je volgens deze formule kwijt zijn voor een treinreis van 50 km?

Voor langere treinreizen blijkt Behzad's formule niet meer te kloppen.

Bijvoorbeeld betaal je in 2022 voor een rit van 150 km een bedrag van € 24,20

- e** Hoeveel zou je volgens Behzad's formule kwijt zijn voor een treinreis van 150 km?

- f** Kun je verklaren waarom Behzad bij afstanden boven de 105 km te hoge bedragen krijgt?

1.3 Formules en grafieken

Verkennen

Opgave V1

In een elektrische bus zit een grote accu de energie zit opgeslagen. De hoeveelheid energie druk je uit in kWh (kiloWattuur). In zo'n accu kan wel 170 kWh energie zitten. En de bus verbruikt ongeveer 2 kWh per gereden km.

De *energievoorraad* (in kWh) van zo'n bus hangt dus af van de gereden *afstand* (in km).



- a** Hoe groot is de *energievoorraad* als *afstand* = 0?

De *energievoorraad* wordt tijdens het rijden minder, daarom geldt:

$$\text{energievoorraad} = 170 - \text{afstand} \times 2$$

- b** Bereken de *energievoorraad* na 30 km rijden.

- c** Hoe maak je een grafiek bij deze formule?

Theorie

Opgave 1

Lees en bekijk de [Uitleg](#).

- a** Hoe kom je met de formule aan het getal 24 in de gegeven tabel?



- b** Ga zelf na of de tabel klopt en of de bijbehorende grafiek juist is.

- c** Neem *afstand* = 35 km. Ga na dat bij de uitkomst een punt op de grafiek hoort.

Opgave 2

Gebruik de grafiek en de formule uit de **Uitleg**.

- a** Bepaal met behulp van de grafiek de hoeveelheid energie die deze auto nog heeft als hij 21 km heeft gereden.

- b** Bereken deze hoeveelheid nauwkeurig met behulp van de formule.

- c** Waarom is in dit geval aflezen uit de grafiek zinvoller dan nauwkeurig berekenen met de formule?

- d** Hoe ver kan deze auto ongeveer rijden op een energiehoeveelheid van 30 kWh?

**Opgave 3**

Bekijk **Voorbeeld 1**.

- a** Bereken zelf met de formule het weekloon bij 300 folders.

- b** Vul voor *aantal folders* de waarden 50, 150 en 250 in en bereken het weekloon.

- c** Ga na dat de uitkomsten bij b inderdaad punten op de grafiek opleveren.

Opgave 4

Gebruik de formule uit **Voorbeeld 2**.

- a** Voor welke variabele voer je waarden in om een tabel te maken?

- b** Maak de tabel verder af. Ga door tot de kaars op is.



- c** Teken een grafiek bij deze formule. Welke variabele komt op de verticale as?

- d** Na hoeveel uur is de kaars opgebrand? Licht je antwoord toe.

Opgave 5

Voor de oppervlakte van een vierkant geldt de volgende formule:
oppervlakte vierkant = lengte zijde × lengte zijde.

- a** Vul voor *zijde* de waarden 0, 1, 2, 3, 4, ..., 10 in en maak een tabel bij deze formule.

- b** Teken de bijbehorende grafiek.



c Waarom is de grafiek geen rechte lijn?

d Hoe groot is de oppervlakte van een vierkant met zijden van 6,3 eenheden? Geef het bijbehorende punt in de grafiek aan.

Verwerken

Opgave 6

Een auto rijdt met één kWh (kiloWattuur) energie vijftien kilometer.

a Welke formule hoort bij het verband tussen *hoeveelheid energie* en *afstand* in km?

b Neem de tabel over en vul verder in.

<i>hoeveelheid energie</i> (kWh)	0	10	20	30	40	50
<i>afstand</i> (km)	0					

c Teken de grafiek bij dit verband.

d Waarom is de grafiek een rechte lijn?

**Opgave 7**

Van een rechthoek is de oppervlakte 600 cm^2 . Voor het verband tussen *lengte* en *breedte* van deze rechthoek geldt: $\text{lengte} \times \text{breedte} = 600$.

- a** Maak een tabel bij deze formule. Neem voor *breedte* de waarden 10, 20, 30, 40, 50, 60 en 100.

breedte	lengte
10	
20	
30	
40	
50	
60	
100	

- b** Teken een grafiek bij deze formule.

- c** Waarom is deze grafiek geen rechte lijn?

Opgave 8

Een restaurant heeft nieuwe borden nodig. Deze borden kun je bij twee bedrijven kopen. Bij beide bedrijven betaal je naast de prijs per bord ook een bedrag aan bezorgkosten.

- bedrijf A: de bezorgkosten zijn € 1,95 en de prijs per bord is € 1,80.
- bedrijf B: de bezorgkosten zijn € 7,50 en de prijs per bord is € 1,55.

- a** Maak voor beide bedrijven een formule voor de *totale kosten* afhankelijk van het *aantal borden*.



- b** Teken bij beide bedrijven de bijbehorende grafiek (maak hiervoor eerst een tabel).

- c** Hebben beide grafieken een snijpunt? Wat betekent dit snijpunt?

Opgave 9

Een docent berekent het cijfer voor een toets met de punten die een leerling heeft gescoord. De docent gebruikt de formule: $cijfer = aantal\ punten / 4 + 1$.

- a** Welk cijfer krijg je als je 23 punten hebt gehaald?



b Waarom kun je voor deze toets maximaal 36 punten halen?

c Maak een tabel bij deze formule. Kies zelf geschikte waarden voor *aantal punten*.

d Maak een grafiek bij deze tabel.

e Waarom moet die grafiek eigenlijk uit losse punten bestaan? En uit hoeveel punten?

Opgave 10

Er zijn meerdere methodes om de verwachte lengte op volwassen leeftijd te berekenen. Een van deze methodes is de methode van Tanner die uitgaat van de lengte van de ouders. Je krijgt deze formules waarin alle lengtes in cm zijn:

- $\text{lengte jongen} = (\text{lengte moeder} + \text{lengte vader} + 13)/2$
- $\text{lengte meisje} = (\text{lengte moeder} + \text{lengte vader} - 13)/2$

a De moeder van Achmed is 1,64 meter lang en zijn vader is 1,81 meter lang. Hoe lang zal Achmed worden als hij volwassen is?



- b** De moeder van Klasien is 1,76 meter lang en haar vader is 1,84 meter lang. Hoe lang zal Klasien worden?

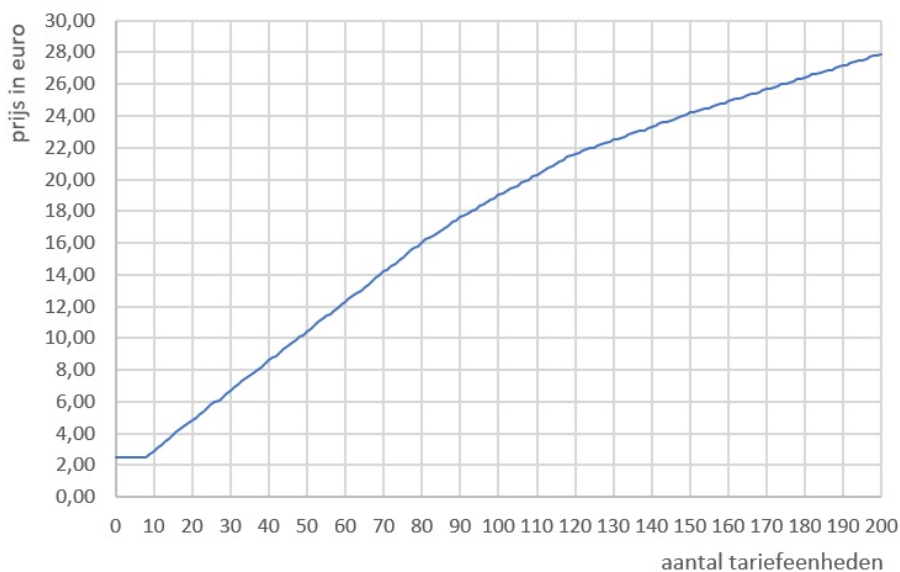
- c** Hoeveel lengteverschil zal er zijn tussen een broer en zus?

Toepassen

Hier zie je een grafiek van de tarieven van de NS (Nederlandse Spoorwegen) voor 2022. Er wordt een prijs gerekend voor het reizen van een bepaald aantal tariefeenheden. Zo'n tariefeenheid komt vaak (maar niet altijd) overeen met het aantal km, afgerond op een geheel getal. Dus een reis van 19,3 km betekent dat je 19 tariefeenheden reist en een reis van 19,5 km betekent dat je er 20 reist. Ga er vanuit dat het aantal tariefeenheden hetzelfde is als het afgeronde aantal km van de treinreis.

Behzad ziet dat een kaartje voor een rit van 104 km hem € 19,50 kost en hij weet ook dat je op korte afstanden altijd € 2,50 voor een treinkaartje betaalt. Hiermee berekent hij dat reizen met de trein ongeveer € 0,163 per km kost plus een vast bedrag van € 2,50.

Tarieven NS, incl.btw



Je gaat nu Behzad's berekening vergelijken met de werkelijke grafiek.



Opgave 11: De formule met de grafiek vergelijken

Neem het verhaal in **Toepassen** even goed door. Gebruik de grafiek op het **werkblad**.

- a** Schrijf eerst de formule die Behzad heeft bedacht op je werkblad.

- b** Maak op je werkblad een tabel bij deze formule.

- c** Teken de grafiek bij deze formule in hetzelfde assenstelsel als de grafiek van de NS.

- d** Tot welke reisafstand klopt de formule van Behzad wel ongeveer?

- e** Hoe groot is het verschil bij een reis van 200 km?

Practicum

Het maken van grafieken is vaak nogal tijdrovend. Computerprogramma's zoals MS-Excel, Open Office Calc en Google Sheets kunnen je daarbij helpen. Je noemt dergelijke programma's **rekenbladen** of **spreadsheets**.

Werk daartoe één van deze practica door:

- **MS-Excel: Grafieken bij tabellen**
- **OO Calc: Grafieken bij tabellen**
- **Google Sheets: Grafieken bij tabellen**



Heb je echt nog nooit met zo'n rekenblad gewerkt, doe dan eerst één van deze practica:

- [MS-Excel: Tafels van vermenigvuldiging](#)
- [OO Calc: Tafels van vermenigvuldiging](#)
- [Google Sheets: Tafels van vermenigvuldiging](#)

1.4 Letterformules

Verkennen

Opgave V1

Voor het vervoer per bus kun je de formule $reiskosten = 1,00 + 0,17 \times afstand$ gebruiken (als je de OV-chipkaart gebruikt en geen speciale abonnementen hebt). Hierin zijn de *reiskosten* in euro en is de *afstand* in km. Dat moet je onthouden bij deze formule.

Maar je kunt ook gewoon afspreken dat $reiskosten = R$ en $afstand = a$.

- a** Hoe kun je met deze afspraken de formule kort opschrijven?

- b** Wat moet je allemaal onthouden als je zo'n korte formule wilt gebruiken?

Theorie

Opgave 1

Werk met de gegevens uit de **Uitleg**.

- a** Hoe groot is R als $a = 25$?

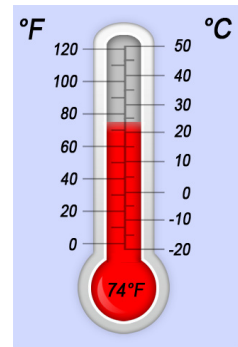
- b** Hoe verwoord je "Hoe groot is R als $a = 25$ " in gewoon Nederlands?

**Opgave 2**

Op de iPhone is deze thermometer als app beschikbaar. De temperatuur staat er niet alleen in graden Celsius, maar ook in graden Fahrenheit. Dat komt omdat in veel Engelstalige landen met graden Fahrenheit wordt gewerkt.

Voor het omrekenen van graden Celsius naar graden Fahrenheit bestaat de formule:

$$\text{graden Fahrenheit} = \frac{9}{5} \cdot \text{graden Celsius} + 32$$



- a** Schrijf deze formule zo kort mogelijk. Gebruik de letters F en C voor het aantal graden Fahrenheit en Celsius.

- b** Bereken F als C is 20.

- c** Hoe verwoord je “Bereken F als $C = 20$ ” in gewoon Nederlands?

- d** Wat is het grote voordeel van het gebruik van formules?

Opgave 3

Werk met de gegevens uit **Voorbeeld 1**.

- a** Neem $t = 5$ en bereken de lengte van de kaars.

- b** Hoe groot is l als $t = 10,5$?



- c Hoe formuleer je de vraag bij b in gewoon Nederlands?

Opgave 4

Een andere kaars wordt ook aangestoken. Hij is dertig centimeter lang en wordt elk uur anderhalve centimeter korter.

- a Schrijf een zo kort mogelijke formule op voor het verband tussen *lengte* en *brandtijd*.

- b Hoe groot is de lengte van de kaars als hij zes uur gebrand heeft?

- c Deze kaars en de kaars uit **Voorbeeld 1** worden gelijktijdig aangestoken. Teken een grafiek van het verband tussen de lengte l en de brandtijd t van deze twee kaarsen.

- d Lees in de grafiek af wanneer beide kaarsen op zijn. Reken dat met de formules na.

**Opgave 5**

Werk met de gegevens uit **Voorbeeld 2**.

- a** Hoe groot is A als $l = 5$ en $b = 3$?

- b** Hoe zou je deze vraag in normaal Nederlands stellen?

Opgave 6

De inhoud van een balk kun je berekenen door de lengte, breedte en hoogte te vermenigvuldigen.

- a** Geef een zo kort mogelijke formule om de inhoud van een balk te berekenen.

- b** Gebruik de formule om de inhoud van een balk met lengte 5, breedte 4 en hoogte 2 te berekenen.

- c** Moet je nog wat afspreken over de gebruikte eenheden voor I , l , b en h ?



Verwerken

Opgave 7

Schrijf de volgende formules zo kort mogelijk.

a $\text{ritprijs} = 4,50 + 1,25 \cdot \text{aantal klantkilometers}$

b $\text{lengte} \times \text{breedte} = 800$

c $\text{lengte jongen} = (\text{lengte moeder} + \text{lengte vader} + 13)/2$

d $\text{afstand} = \text{gemiddelde snelheid} \times \text{tijd}$

Opgave 8

Een docent berekent het cijfer c voor een toets vanuit de punten p die een leerling heeft gescoord. De docent gebruikt deze formule: $c = \frac{p}{60} \cdot 9 + 1$.

a Wat is je cijfer als je veertig punten hebt?

b Waarom kun je voor deze toets maximaal zestig punten halen?



- c** Maak een grafiek bij deze formule.

- d** Lees in de grafiek af vanaf hoeveel punten je een 5,5 of hoger krijgt. Reken dat na met de formule.

Opgave 9

Voor het maken van een fotoboek met eigen digitale foto's betaal je € 5,95. Voor elke foto die je er in wilt zetten betaal je € 0,15 extra. Als x het aantal foto's is, wat zijn dan de kosten k ?

- a** Maak een bijpassende formule.

- b** Neem $x = 15$ en bereken k .

- c** Hoe ziet de grafiek bij deze formule er uit?

**Opgave 10**

Bekijk de volgende situaties waarbij een formule is gegeven. Niet alle formules zijn goed. Geef aan of de formule goed of fout is. Als de formule fout is, verbeter deze dan.

- a** Leo is drie jaar ouder dan zijn broer Zack. Er is een verband tussen hun leeftijden.

De formule is: $L = 3 \cdot Z$, waarbij L de leeftijd van Leo in jaren is en Z de leeftijd van Zack in jaren.

- b** Een machine produceert tweehonderd fotolijstjes per uur. Je kunt het totale aantal fotolijstjes dat de machine produceert, met een formule berekenen.

De formule is: $A = 200 \cdot t$; hierbij is A het aantal fotolijstjes dat de machine geproduceerd heeft en t de tijd in uren.

- c** Aan een meer kun je waterfietsen huren. Daarvoor betaal je € 2,50 administratiekosten en € 5,00 huur per uur. Er is een verband tussen de totale kosten en het aantal uur dat je de waterfietsen huurt.

De formule is: $t = 2,50 + 5 \cdot k$, waarbij t de tijd in uren is waarin je een waterfiets huurt en k de totale kosten die je betaalt in euro.

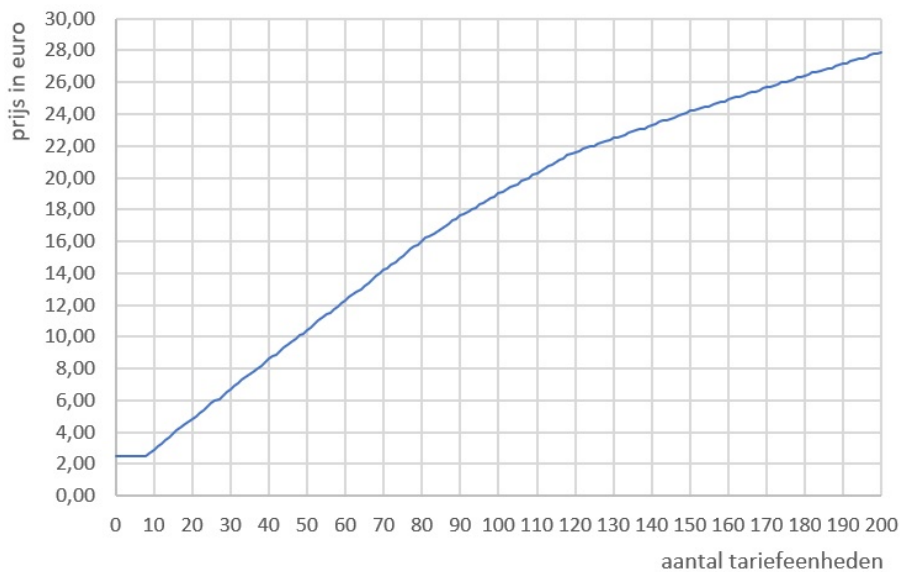


Toepassen

Hier zie je een grafiek van de tarieven van de NS (Nederlandse Spoorwegen) voor 2022. Er wordt een prijs gerekend voor het reizen van een bepaald aantal tariefeenheden. Zo'n tariefeenheid komt vaak (maar niet altijd) overeen met het aantal km, afgerond op een geheel getal. Dus een reis van 19,3 km betekent dat je 19 tariefeenheden reist en een reis van 19,5 km betekent dat je er 20 reist. Ga er vanuit dat het aantal tariefeenheden hetzelfde is als het afgeronde aantal km van de treinreis.

Behzad ziet dat een kaartje voor een rit van 104 km hem € 19,50 kost en hij weet ook dat je op korte afstanden altijd € 2,50 voor een treinkaartje betaalt. Hiermee berekent hij dat reizen met de trein ongeveer € 0,163 per km kost plus een vast bedrag van € 2,50.

Tarieven NS, incl.btw



Welke formule gebruikt Behzad?

En hoe zit het met reizen boven de 120 km, klopt zijn formule dan nog?

**Opgave 11: Nieuwe formule met de grafiek vergelijken**

Neem het verhaal in **Toepassen** even goed door. Gebruik de grafiek op het **werkblad**.

- a** Schrijf de formule die Behzad heeft bedacht zo kort mogelijk op.

Je hebt al eerder gezien dat Behzad's formule alleen ongeveer klopt als je niet meer dan 120 km reist met de trein. Als je verder reist moet je een andere formule gebruiken. Vanaf 120 km klopt deze formule beter:

$$R = a \times 0,08 + 12,00$$

Hierin is:

- R de *reiskosten* in euro
- a de *afstand* in km (of tariefeenheden)

- b** Maak op je werkblad een tabel bij deze formule.

- c** Teken de grafiek bij deze formule in hetzelfde assenstelsel als de grafiek van de NS.

- d** Voor welke reisafstanden klopt deze nieuwe formule ongeveer?

1.5 Vergelijkingen

Verkennen

Opgave V1

Behzad heeft deze formule ontdekt voor zijn busreizen:

$$R = 1,00 + 0,17 \cdot a.$$

Hierin is:

- R de *reiskosten* in euro
- a de *afstand* in km

In de winter wil Behzad elke dag met de bus naar school, een rit van 18 km.

Een abonnement kost hem slechts € 19,00 per maand, hij krijgt dan 40% korting op een rit.



- a** Hoeveel kost een rit van 18 km volgens Behzad's formule?

- b** Hoeveel kost een rit van 18 km met een abonnement?

- c** Hoe kun je nagaan bij hoeveel ritjes van en naar school hij de reiskosten er uit heeft?

Theorie

Opgave 1

Bekijk het verhaal van de kopieermachine voor de leerlingen in de [Uitleg](#).

- a** Zie je meteen een oplossing van de vergelijking?



- b** Maak van de kosten en de inkomsten een tabel en de bijhorende grafieken.
Neem voor a de getallen 0, 1000, 2000, enz.

- c** Lees uit de tabel (en de grafiek) af welke waarde van a de oplossing van de vergelijking is.

- d** Wat ga je doen als de oplossing niet zo gemakkelijk is af te lezen?

Opgave 2

In **Voorbeeld 1** werd de vergelijking $20 - 1,50 \cdot t = 30 - 3,25 \cdot t$ opgelost.

- a** Leg uit, hoe je deze vergelijking kunt afleiden uit de gegevens.



Je kunt de oplossing niet heel nauwkeurig aflezen.

- b** Maak een tabel tussen $t = 5$ en $t = 6$ en bepaal een nauwkeuriger oplossing.

Opgave 3

Twee schildersbedrijven adverteren met hun kosten. Ze beweren allebei heel goedkoop te zijn.

Schildersbedrijf A:

'Spotgoedkoop: voor maar € 30,00 per vierkante meter komen wij uw muur een nieuwe kleur geven.'

Schildersbedrijf B:

'Wij schilderen voor slechts € 28,95 per vierkante meter. Daar komt € 48,00 aan voorrijkosten bij.'

- a** Welke vergelijking hoort bij de vraag: "Wanneer zijn beide schildersbedrijven even duur?"



- b** Los de vergelijking in onderdeel a op. Geef je antwoord in gehele vierkante meter.

Opgave 4

Bekijk in **Voorbeeld 2** hoe de vergelijking $42 = 1,5 \cdot (v + 2)$ wordt opgelost.

- a** Welke vergelijking hoort bij de vraag: "Bereken de voetlengte bij een schoenmaat van 36?"

- b** Los deze vergelijking op dezelfde manier als in het voorbeeld op.

- c** Controleer je oplossing door de gevonden waarde voor v in de vergelijking in te vullen.

**Opgave 5**

Ook de gekozen eenheden spelen bij vergelijkingen een rol.

Als je een schoenmaat van 36 hebt, betekent dit dat je schoenmaat afgerond 36 is.

- a** Waarom betekent dit dat s een getal vanaf 35,5 tot en met 36,4 moet zijn?

- b** Welke voetlengte hoort er bij $s = 35,5$? Los daartoe de bijbehorende vergelijking op. Geef de voetlengte in mm nauwkeurig.

- c** Welke voetlengte hoort er bij $s = 36,4$? Los daartoe de bijbehorende vergelijking op. Geef de voetlengte in mm nauwkeurig.

- d** Welke voetlengtes horen er bij schoenmaat 36?

Opgave 6

Je kunt veel meer vergelijkingen oplossen door 'handig rekenen'.

Bekijk de vergelijking $2,25 \cdot r + 4,50 = 29,70$.

- a** Deze vergelijking heeft de vorm $[...] + 4,50 = 29,70$. Hoeveel is [...]?

- b** Omdat $[...] = 2,25 \cdot r$ kun je nu r uitrekenen. Hoe?



- c** Welke oplossing heeft deze vergelijking dus?

Verwerken

Opgave 7

Bij het opbranden van een kaars hoort de formule $L = 30 - 4 \cdot t$, waarin L de lengte in centimeters en t de brandtijd in uren is.

- a** Waaraan zie je dat dit een lange dunne kaars is?

- b** Welke vergelijking hoort bij de vraag: “Na hoeveel uren branden is deze kaars nog zestien centimeter lang?”

- c** Los deze vergelijking op met behulp van een grafiek.

- d** Controleer je antwoord door de oplossing in de vergelijking in te vullen.

**Opgave 8**

Hoveniersbedrijf Jongman rekent voor het winterklaar maken van een tuin € 75,00 plus € 2,50 per m^2 .

- a** Maak een formule bij het verband tussen de oppervlakte A van de tuin en de kosten K voor het winterklaar maken.

- b** Meneer Van Gils heeft zijn tuin laten opknappen. Hij krijgt een rekening van € 475,00. Welke vergelijking moet je oplossen om te weten hoe groot de tuin van meneer Van Gils is?

- c** Los deze vergelijking op met behulp van een tabel en een grafiek. Hoe groot is de tuin van meneer Van Gils? Geef je antwoord in m^2 nauwkeurig.

- d** Het concurrerende hoveniersbedrijf Green Garden rekent voor het winterklaar maken slechts € 25,00 en daarbij € 3,60 per m^2 . Met welke vergelijking kun je berekenen bij hoeveel m^2 tuin beide bedrijven even duur zijn?



- e** Los deze vergelijking op met behulp van tabellen en een grafiek. Geef je antwoord in gehele m^2 nauwkeurig.

Opgave 9

Van een vierkant heeft elke zijde een lengte van z cm.

- a** Welke formule geldt voor de oppervlakte A (cm^2) van dit vierkant?

- b** Zo'n vierkant heeft een oppervlakte van $100 cm^2$.
Hoe groot is z dan?

- c** Zo'n vierkant heeft een oppervlakte van $10 cm^2$.
Met welke vergelijking kun je bepalen hoe groot z is?



- d** Los die vergelijking op met behulp van een tabel en bereken z in één decimaal nauwkeurig.

Opgave 10

Los de volgende vergelijkingen op door slim rekenen. Geef het antwoord exact, zonder benaderingen.

a $60 - 2 \cdot t = 10$

b $\frac{1}{4} \cdot (20 - x) = 2$

Opgave 11

Een aannemer krijgt de opdracht een kantoor te bouwen. Deze opdracht houdt 24000 man-uren werk in. Dus als één man al het werk zou doen, zou hij er 24000 uur mee bezig zijn.

- a** Stel dat er twintig mensen aan het kantoorgebouw werken. Hoeveel uur zal ieder dan gemiddeld bezig zijn met deze klus?

- b** Hoeveel uur werkt iedere werknemer gemiddeld als er honderd mensen aan het werk zijn? In hoeveel weken van veertig uur kan het kantoor dan gebouwd worden?



- c** Stel een formule op voor het gemiddeld aantal te werken uren per werknemer a afhankelijk van het aantal werknemers w dat aan dit gebouw werkt.

- d** De opdrachtgever wil dat de aannemer het kantoorgebouw in drie maanden bouwt. Ga weer uit van een 40-urige werkweek. Met welke vergelijking kan de aannemer uitrekenen hoeveel werknemers hij in moet zetten?

- e** Los die vergelijking op. Hoeveel werknemers zal de aannemer inzetten?



Toepassen

Behzad heeft deze formule ontdekt voor zijn busreizen:

$$R = 1,00 + 0,17 \cdot a.$$

Hierin is:

- R de *reiskosten* in euro
- a de *afstand* in km

In de winter wil Behzad elke dag met de bus naar school, een rit van 18 km.

Een abonnement kost hem slechts € 19,00 per maand, hij krijgt dan 40% korting op een rit.

Een rit zonder abonnement kost € 4,06.

Een rit met abonnement kost € 2,44 als je het abonnement niet meerekent.



Opgave 12: Abonnement voordeliger?

In **Toepassen** zie je dat Behzad bezig is om uit te rekenen vanaf hoeveel ritten een abonnement voordeliger is. Noem het aantal ritten om van huis naar school en van school naar huis te komen x .

- a** Welke vergelijking hoort er dan bij de vraag “Vanaf hoeveel busritten is een abonnement voordeliger?”

- b** Los deze vergelijking op met behulp van een tabel.

Aantal ritten (x)	Kosten met abonnement	Kosten zonder abonnement
0	€ 19,00	€ 0,00
1	€ 2,44	€ 4,06
2	€ 2,44	€ 8,12
3	€ 2,44	€ 12,18
4	€ 2,44	€ 16,24
5	€ 2,44	€ 20,30
6	€ 2,44	€ 24,36
7	€ 2,44	€ 28,42
8	€ 2,44	€ 32,48
9	€ 2,44	€ 36,54
10	€ 2,44	€ 40,60
11	€ 2,44	€ 44,66
12	€ 2,44	€ 48,72
13	€ 2,44	€ 52,78
14	€ 2,44	€ 56,84
15	€ 2,44	€ 60,90
16	€ 2,44	€ 64,96
17	€ 2,44	€ 69,02
18	€ 2,44	€ 73,08
19	€ 2,44	€ 77,14
20	€ 2,44	€ 81,20



Ook Behzad's oudere zus koopt zo'n abonnement van € 19,00 per maand. Zij krijgt alleen maar 20% korting op haar ritjes van 25 km naar de MBO-opleiding Werktuigbouwkunde.

- c** Reken ook voor haar uit vanaf hoeveel ritten dit abonnement voordeliger is.

Opgave 13: Tsjirpende krekels

Volgens bioloog Midas Dekkers kun je de temperatuur T in °C berekenen met behulp van het gemiddeld aantal tsjirpen n per minuut van de sneeuwboomkrekkel. Er geldt:

$$T = \frac{n-40}{7} + 10$$

- a** De temperatuur bedraagt 20 °C. Hoeveel keer per minuut tsjirpt de sneeuwboomkrekkel dan? Bepaal je antwoord door de bijbehorende vergelijking op te lossen.

- b** De temperatuur bedraagt 25 °C. Hoeveel keer per minuut tsjirpt de sneeuwboomkrekkel nu gemiddeld vaker dan bij 20 °C?

1.6 Totaalbeeld

Samenvatten

Je reiskosten hangen af van het aantal kilometers dat je reist; je afgelegde afstand hangt af van de tijd die je onderweg bent en van je snelheid; de hoogte van de zon hangt af van het tijdstip op de dag enzovoort. Heel vaak bestaat er een verband tussen twee of meer grootheden. Die verbanden wil je zo overzichtelijk mogelijk weergeven om er makkelijk mee te kunnen rekenen.

De volgende opgaven zijn bedoeld om een overzicht te krijgen over het onderwerp **Verbanden**. De opgaven zijn bedoeld om je te helpen bij het maken van een samenvatting van het hoofdstuk.

Begrippen

- ▶ verband — grootheid met eenheid — afhankelijk van
- ▶ (woord)formule
- ▶ grafiek bij een formule
- ▶ lettervariabele — vermenigvuldigingspunt
- ▶ vergelijking, linkerzijde en rechterzijde — oplossing(en) van een vergelijking — inklemmen

Activiteiten

- ▶ verbanden beschrijven in woorden, in tabellen en grafieken — variabelen gebruiken
- ▶ verbanden beschrijven in (woord)formules
- ▶ grafieken tekenen vanuit een formule
- ▶ letters gebruiken voor variabelen — formules zo kort mogelijk schrijven
- ▶ formules vergelijken — vergelijkingen oplossen met behulp van tabellen en grafieken — vergelijkingen oplossen door handig rekenen

Opgave 1

Taxibedrijf A berekent de ritprijs als volgt: als de rit begint, staat de taximeter op 4,00 euro. Voor iedere afgelegde kilometer betaal je 2,50 euro.

- a** Tussen welke variabelen is er een verband?

- b** Geef dit verband zo kort mogelijk in woorden weer.



- c** Bereken de ritprijs als je 18 kilometer met de taxi meerijdt.

- d** Maak een tabel bij dit verband en teken een grafiek bij die tabel.

- e** Verklaar de vorm van de geschetste grafiek.

Opgave 2

Je rekest opnieuw met de gegevens van Taxibedrijf A: als de rit begint, staat de taximeter op 4,00 euro. Voor iedere afgelegde kilometer betaal je 2,50 euro.

- a** Beschrijf dit verband met een formule. Gebruik de variabelen *ritlengte* in km en *ritprijs* in euro.

- b** Gebruik de formule. Welke ritprijs hoort er bij ritlengte = 8,5?

- c** Gebruik de grafiek uit de vorige opgave. Schat welk aantal gereden kilometers hoort bij ritprijs = 25.

**Opgave 3**

Taxibedrijf B berekent de ritprijs met de formule: $\text{ritprijs} = 3,25 + 2,75 \times \text{ritlengte}$. Hierin is ritprijs in euro en ritlengte in km.

- a** Welke ritprijs hoort bij $\text{ritlengte} = 8,5$?

- b** Vergelijk taxibedrijf B met taxibedrijf A uit de vorige opgave. Welk van beide bedrijven kies je als je 8,5 km met de taxi moet rijden om op een bestemming te komen?

- c** Maak een grafiek bij de formule die hoort bij het taxibedrijf B. Teken deze grafiek in dezelfde grafiek als die van taxibedrijf A.

- d** Lees uit je grafiek af welk van beide taxibedrijven voor welke aantallen kilometers voordeliger is.

Opgave 4

Formules wil je graag zo kort en overzichtelijk mogelijk hebben. Daarbij gebruik je de eigenschappen van het rekenen met getallen en stel je variabelen voor door letters. Schrijf de volgende formules zo kort en overzichtelijk mogelijk.

- a** $\text{oppervlakte} = \text{lengte} \times \text{breedte}$



- b** $prijs = 4,50 + 7 \cdot \text{aantal foto's}$.

Opgave 5

Taxibedrijf C gebruikt de volgende formule om de ritprijs te berekenen:

$$p = 3,20 + 2,00 \cdot x.$$

Hierin is:

- p de ritprijs in euro
- x het aantal gereden km

- a** Bereken p als $x = 16$.

- b** Je wilt x berekenen als $p = 50$. Welke vergelijking hoort hier bij?

- c** Los de vergelijking op met behulp van een grafiek.

- d** Je kunt de vergelijking ook oplossen door handig rekenen. Laat zien hoe.



Toepassen

Opgave 6: Andere vormen van reizen

Behalve reizen met de bus en de trein binnen Nederland kun je ook op andere manieren reizen. Bijvoorbeeld kun je met de auto reizen, of met de trein naar het buitenland, of een bootreis maken, of...

Kies een manier van reizen en een vakantiebestemming. Zoek via het internet hoeveel zo'n reis gaat kosten afhankelijk van het aantal dagen dat je met vakantie gaat. Probeer meerdere aanbieders te vergelijken en formules op te stellen waarbij de kosten K afhangen van het aantal dagen d dat je er bent. Bereken vanaf hoeveel dagen de éne aanbieder goedkoper is dan de andere.

Opgave 7: Snelheid van schaatsters

Vrouwen leggen tijdens een schaatstoernooi onder andere de 3000 meter af. In de tabel staan de tijden van een schaatster tijdens een rit over 3000 meter:

afstand (m)	200	600	1000	1400	1800	2200	2600	3000
tijd (sec)	19,7	53,7	87,8	121,6	155,5	188,7	222,5	256,5

Uit de tabel kun je opmaken dat de schaatster niet steeds even hard schaatste. Toch kun je proberen een formule te maken bij het verband tussen de *afstand* en de *tijd*.

- a** Teken in een assenstelsel de acht punten uit de tabel. Teken zo goed mogelijk een rechte lijn door de punten (de lijn gaat door de oorsprong). Door welk punt moet die lijn in ieder geval gaan?

- b** Hoeveel meter schaatste deze schaatster gemiddeld per seconde?

- c** Welke formule geldt voor deze schaatster bij het verband tussen de afgelegde afstand a (in m) en de tijd t (in seconden)?



Verzamel actuele gegevens met betrekking tot de eindtijden van zowel voor mannen als vrouwen. Gebruik bijvoorbeeld de wereldrecords op de 500, de 1500, de 3000, de 5000 en de 10.000 m.

- d** Stel voor ieder van deze afstanden een formule op voor de afgelegde afstand a (in m) en de tijd t (in seconden). Verklaar de verschillen.

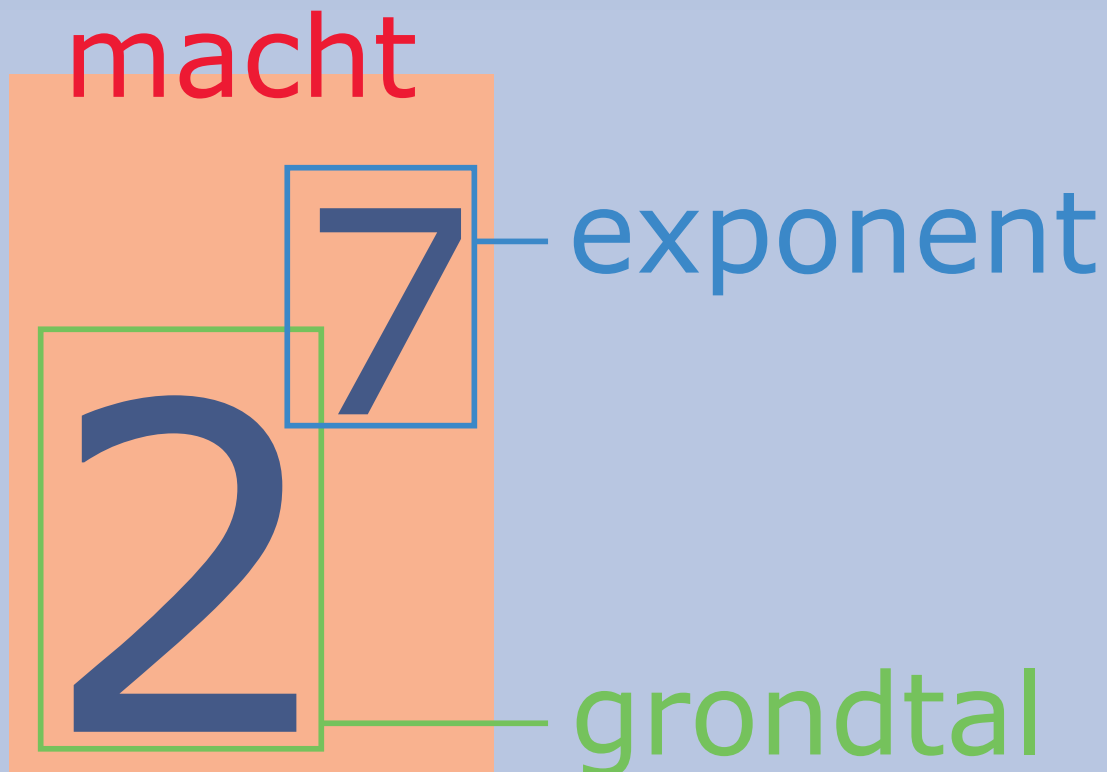
Begrippen

- ▶ kwadraat — kwadrateren
- ▶ wortel — worteltrekken
- ▶ macht, grondtal en exponent — machtsverheffen — derdemachtswortel
- ▶ rekenvolgorde
- ▶ wetenschappelijke notatie — significante cijfers

Activiteiten

- ▶ kwadrateren en werken met kwadraten;
- ▶ terugrekenen vanuit kwadraten, worteltrekken;
- ▶ werken met hogere machten dan bij kwadrateren — derdemachtswortels uitrekenen;
- ▶ de uitgebreide voorrangregels voor het rekenen ook met machtsverheffen en worteltrekken;
- ▶ hele grote getallen en getallen dicht bij 0 schrijven en de wetenschappelijke notatie en omgekeerd.

Spelletjes



Domein

Rekenen

Hoofdstuk

Machten en wortels

Inhoud

2.1	Kwadraten	62
2.2	Wortels	69
2.3	Machten	80
2.4	Rekenvolgorde	89
2.5	Grote en kleine getallen	95
2.6	Totaalbeeld	104



2.1 Kwadraten

Verkennen

Opgave V1

Bekijk dit buitenschaakspel. Het schaakbord bestaat uit 8 bij 8 tegels. Neem aan dat elke tegel vierkant is met zijden van 50 cm.



De oppervlakte van een vierkant bereken je door de lengte van een zijde met zichzelf te vermenigvuldigen.

- a** Hoe groot is de oppervlakte van elke tegel in m^2 ?

- b** Hoe groot is de oppervlakte van dit schaakbord? Geef je antwoord in m^2 .

- c** Waarom wordt de oppervlakte-eenheid 'vierkante' meter geschreven als m^2 ?

Theorie

Opgave 1

De lengte van een van de zijden van een vierkant is 7 cm.

- a** Hoe bereken je de oppervlakte van het vierkant? Bereken ook de gevraagde oppervlakte.

- b** In plaats van 7×7 schrijf je ook wel 7^2 .
Hoe spreek je dat uit?

**Opgave 2**

Bereken de volgende kwadraten zonder rekenmachine:

a 6^2

b 25^2

c $3,5^2$

d $2,2^2$

Opgave 3

Maak een lijst met kwadraten van de gehele getallen 1, 2, ..., 20 en leer die uit je hoofd.

Opgave 4

Bekijk de lijst met kwadraten in **Voorbeeld 1**.

a Hoe kun je hieruit het kwadraat van 3,8 halen?

b Hoe kun je hieruit het kwadraat van $\frac{5}{17}$ halen?



- c** Van welk positieve getal is het kwadraat 529?

- d** Laat met de tabel zien, dat $20^2 + 3^2 \neq 23^2$.
Laat dit ook zien in een tekening met vierkanten.

Opgave 5

Hoe zit het met de kwadraten van negatieve getallen?

- a** Bereken $(-3)^2$.

- b** Bereken ook -3^2 .

- c** Welke van beide voorgaande berekeningen levert het kwadraat van -3 op?

Opgave 6

Bekijk in **Voorbeeld 2** hoe je het kwadraat van een breuk berekent.

- a** Waarom zijn de haakjes nodig bij de berekening?



- b** Bereken zelf het kwadraat van $1\frac{2}{5}$.

- c** Bereken het kwadraat van $-3\frac{1}{2}$.

Verwerken

Opgave 7

Bereken:

- a** 33^2

- b** $0,9^2$

- c** $-2,7^2$

- d** $(-0,1)^2$

- e** $15^2 - 13^2$



f $(15 - 13)^2$

Opgave 8

Bereken:

a $\left(\frac{2}{5}\right)^2$

b $\left(-\frac{3}{8}\right)^2$

c $\left(-1\frac{1}{4}\right)^2$

d $-\left(2\frac{2}{5}\right)^2$

Opgave 9Laat met behulp van vierkanten zien dat $1,5^2 = 2,25$.

**Opgave 10**

- a** Van welk positief getal is het kwadraat 121?

- b** Van welk positief getal is het kwadraat 4,41?

Toepassen

Sven speelt ook het bordspel Go.

Dit is een oud Oost-Aziatisch bordspel voor twee personen. De één speelt met witte stenen en de ander met zwarte. Het speelbord bestaat uit 19 verticale lijnen en 19 horizontale lijnen, die een rooster van 18×18 vierkantjes vormen. Er zijn 361 roosterpunten waarop de stenen worden geplaatst. Het doel van het spel is gebieden van het bord te veroveren door ze te omsingelen met stenen van de eigen kleur, zwart begint.



Sven wil ook zo'n go-spel maken voor buiten. Daarvoor gebruikt hij vierkante tegeltjes van 15 bij 15 cm.

Eerst rekent hij uit hoe groot het geheel gaat worden.

Opgave 11: Het spelbord voor Go

Lees bij **Toepassen** hoe Sven een go-spel voor buiten gaat maken.

- a** Hoeveel tegeltjes heeft Sven nodig?

- b** Hoe groot is de oppervlakte van elk tegeltje in m^2 ?

- c** Bereken de oppervlakte van zijn go-bord in m^2 .

**Opgave 12: De stenen voor Go**

Sven heeft voor zijn go-spel voor buiten ook stenen nodig: witte ronde schijven en zwarte ronde schijven.

- a** Hoeveel van die schijven moet hij maken?

- b** Hoe groot is elke schijf maximaal?

2.2 Wortels

Verkennen

Opgave V1

Sven heeft maximaal een vierkant stuk tuin van 12 m^2 tot zijn beschikking om zo'n schaakbord te maken.

Omdat 9 een kwadraat is, besluit hij een schaakbord met een oppervlakte van 9 m^2 te maken.



- a** Welke afmetingen krijgt het vierkante schaakbord?

- b** Hoe lang en hoe breed moet elke tegel van zijn schaakbord dan worden?

- c** Het schaakbord zou groter kunnen. Welke afmetingen moet het hebben als het een oppervlakte van 10 m^2 zou krijgen? Welk probleem heb je dan?

Theorie

Opgave 1

De oppervlakte van een vierkant is 64 cm^2 .

- a** Hoe bereken je de zijde van het vierkant? Bereken ook die zijde.



- b** De zijde van een vierkant heeft een lengte van $\sqrt{7}$. Hoeveel bedraagt de oppervlakte?

Opgave 2

Bereken de volgende wortels:

a $\sqrt{49}$

b $\sqrt{144}$

c $\sqrt{2,25}$

d $\sqrt{\frac{4}{9}}$

e $\sqrt{0,64}$

f $\sqrt{6\frac{1}{4}}$

**Opgave 3**

Tussen welke gehele getallen ligt $\sqrt{140}$?

Opgave 4

Bereken (probeer zonder rekenmachine te werken):

a $\sqrt{64}$

b $\sqrt{100}$

c $\sqrt{144}$

d $\sqrt{225}$

e $\sqrt{2,25}$

f $\sqrt{6,25}$



g $\sqrt{0,09}$

h $\sqrt{0,36}$

Opgave 5

Bereken:

a $\sqrt{\frac{1}{9}}$

b $\sqrt{\frac{9}{16}}$

c $\sqrt{1\frac{9}{16}}$

d $\sqrt{2\frac{1}{4}}$

Opgave 6

Hoe zit het met de wortels van negatieve getallen?

a Welk antwoord zou je $\sqrt{-16}$ willen geven?



- b** Waarom kun je de wortel uit een negatief getal niet trekken?

Opgave 7

Bekijk **Voorbeeld 2**.

- a** Teken zelf zo'n vierkant op een cm-rooster en leg uit waarom de oppervlakte van dit vierkant 2 is.

- b** De lengte van de zijde van het vierkant is daarom $\sqrt{2}$. Meet eens op hoe lang de zijde van het vierkant is in mm nauwkeurig en leg uit waarom dit nooit de exacte lengte van de zijde kan zijn.

- c** Waarom kan ook 1,414213562 niet de exacte waarde van $\sqrt{2}$ zijn?

- d** Wat maakt jouw rekenmachine van $\sqrt{2}$? En wat gebeurt er als je met die benadering in beeld op de kwadraattoets drukt? Hoe komt dat, denk je?

**Opgave 8**

Schat bij de volgende wortels eerst tussen welke gehele getallen ze liggen. Bereken ze dan met je rekenmachine en rond af op vier decimalen nauwkeurig:

a $\sqrt{3}$

b $\sqrt{50}$

c $\sqrt{0,4}$

d $\sqrt{1000}$

e $\sqrt{5\frac{1}{3}}$



Verwerken

Opgave 9

Bereken de volgende wortels.

Je kunt dit verder oefenen in het [Practicum](#).

a $\sqrt{121}$

b $\sqrt{196}$

c $\sqrt{4,41}$

d $\sqrt{0,0025}$

e $\sqrt{73 - 9}$

f $\sqrt{1\frac{15}{49}}$

g $\sqrt{625} - \sqrt{361}$



h $-\sqrt{0,36}$

Opgave 10

Een vierkant heeft een oppervlakte van 20 cm^2 .

a Hoe groot is de exacte lengte van elke zijde?**b** Tussen welke opeenvolgende gehele getallen ligt de lengte van deze zijde?**c** Benader de lengte van de zijden van dit vierkant in drie decimalen nauwkeurig.**d** Waarom kan dit nooit meer dan een benadering van de werkelijke lengte zijn?**Opgave 11**

Schat bij de volgende wortels eerst tussen welke gehele getallen ze liggen. Bereken ze dan met je rekenmachine en rond af op vier decimalen nauwkeurig:

a $\sqrt{5}$

b $\sqrt{96}$



c $\sqrt{0,0014}$

d $\sqrt{1700}$

e $\sqrt{15\frac{1}{5}}$

f $12 \cdot \sqrt{5}$

Opgave 12

De oppervlakte van een vierkant is 25 cm^2 .

a Bereken de omtrek van dit vierkant.

De oppervlakte van een vierkant is 24 cm^2 .

b Bereken de omtrek van dit vierkant in twee decimalen nauwkeurig.



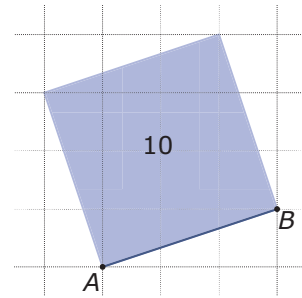
Toepassen

Applet

Op een lijnstuk kun je altijd een vierkant maken. Als je dan de oppervlakte van dit vierkant exact kunt bepalen, kun je door worteltrekken ook de lengte van het lijnstuk (de zijde van het vierkant) vaststellen.

Omdat op lijnstuk AB een vierkant van 10 eenheden past, geldt:
 $AB = \sqrt{10} \approx 3,16$.

Van lijnstukken tussen roosterpunten kun je zo dus altijd de lengte berekenen.



Opgave 13: Wortels en vierkanten

Je ziet in **Toepassen** hoe je de lengte van een lijnstuk tussen twee roosterpunten bepaalt door er een vierkant op te tekenen.

- a** Ga na dat het vierkant op AB inderdaad een oppervlakte van 10 heeft.

- b** Bereken op deze manier de lengte van AB als punt B 4 eenheden rechts en 2 eenheden boven punt A ligt.

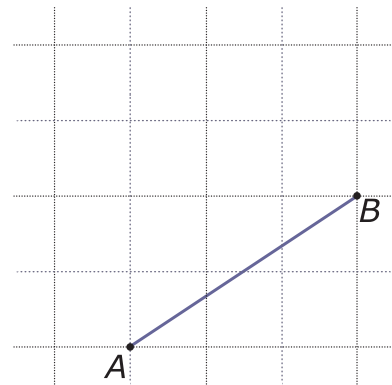
- c** Oefen dit met een medeleerling, het zal je later nog van pas komen.

**Opgave 14: Lengte van een lijnstuk berekenen**

Je ziet hier lijnstuk AB op een rooster.


Teken dit lijnstuk zelf op een cm-rooster en maak er een vierkant op.

Bereken daarmee de lengte van AB in drie decimalen nauwkeurig.

**Practicum**

Met **AlgebraKIT** kun je oefenen met **het worteltrekken zonder rekenmachine**. Je kunt telkens een nieuwe opgave oproepen. Je maakt elke opgave zelf op papier.

Met 'Toon uitwerking' zie je het verder uitklapbare antwoord.

Met  krijg je een nieuwe opgave.

AlgebraKIT

2.3 Machten

Verkennen

Opgave V1

Hier zie je Sven's Rubik's Cube in de stand waarin hij uit de verpakking kwam.

Ga er van uit dat hij helemaal is gevuld met dezelfde kleine kubusjes.



- a** Hoeveel van die kubusjes zijn er dan?

- b** Hoeveel bedragen de afmetingen van een Rubik's Cube met een inhoud van 216 cm^3 ?

- c** Waarom wordt de inhouds-eenheid 'kubieke' meter geschreven als m^3 ?

Theorie

Opgave 1

Bekijk in de **Uitleg** wat een macht is en hoe je een macht uitrekent. Bereken nu:

- a** 2^5

- b** 3^3



c 1^{12}

d $3,5^3$

e $\left(\frac{1}{3}\right)^4$

f $\left(\frac{2}{5}\right)^4$

Opgave 2

Je kunt ook van negatieve getallen machten nemen. Daarbij zijn haakjes nodig.

a Wat betekent $(-3)^4$? En hoeveel komt daar uit?

b Wat betekent -3^4 ? Wat komt er uit?

**Opgave 3**

Uit een kwadraat kun je terugrekenen met worteltrekken. Bij derdemachten bestaat ook zoiets.

Ga na dat $6^3 = 216$.

Dit betekent dat de derdemachtswortel van 216 gelijk is aan 6: $\sqrt[3]{216} = 6$.

Bereken de volgende derdemachtswortels: $\sqrt[3]{64}$, $\sqrt[3]{8}$, $\sqrt[3]{-8}$.

Opgave 4

Bereken:

a 3^4

b $100 - 2^6$

c 7^1

d $\left(\frac{1}{2}\right)^4$

e $\left(2\frac{2}{3}\right)^3$

f $(-3)^5$

**Opgave 5**

Bekijk **Voorbeeld 2**.

- a** Hoe bereken je de lengte van de zijde van een kubus als je de inhoud van die kubus weet?

- b** Ga uit van een kubus met een inhoud van 8 m^3 . Leg uit waarom $\sqrt[3]{8} = 2$.

- c** Laat zien, dat je rekenmachine ook $\sqrt[3]{8} = 2$ geeft.

- d** Wat geeft je rekenmachine als uitkomst van $\sqrt[3]{10}$? Waarom komt dit niet op een geheel getal uit?

Opgave 6

Bereken (probeer dit zoveel mogelijk uit het hoofd te doen):

- a** $\sqrt[3]{216}$

- b** $\sqrt[3]{1728}$

- c** $\sqrt[3]{3,375}$



d $\sqrt[3]{\frac{8}{27}}$

Opgave 7

Benader met je rekenmachine op twee decimalen nauwkeurig:

a $\sqrt[3]{18}$

b $\sqrt[3]{100}$

c $\sqrt[3]{49}$

d $\sqrt[3]{400}$

Verwerken**Opgave 8**

Bereken:

a 4^5

b $0,5^3$



c $\left(\frac{2}{3}\right)^4$

d $\left(1\frac{3}{5}\right)^3$

e $(-2)^6$

f $-0,2^4$

Opgave 9

Je ziet hier een kruisgetallenpuzzel. Hij staat ook op het [werkblad](#).
Vul de puzzel in.

1		2		3
	■		■	
4	5			
■		■	6	
7				■

Horizontaal		Verticaal	
1	11^4	1	5^3
4	24^2	2	26^2
6	2^6	3	2^{10}
7	92^2	5	28^2
		6	4^3

**Opgave 10**

Bereken:

a $\sqrt[3]{1000}$

b $\sqrt[3]{1000000}$

c $\sqrt[3]{10^6}$

d $\sqrt[3]{0,001}$

e $\sqrt[3]{0,000001}$

f $\sqrt[3]{0,125}$

Opgave 11Je hebt een kubus met een inhoud van 20 liter, dus 20 dm³.**a** Hoeveel bedraagt de lengte van elke ribbe van deze kubus in mm nauwkeurig?



- b** Bereken de totale oppervlakte van deze kubus in mm^2 nauwkeurig.

Toepassen

Hier zie je een Rubik's Cube van 5 bij 5 bij 5.

Je kunt de binnenkant niet zien.

Misschien zit hij helemaal vol met kleine kubusjes.

Maar waarschijnlijk bestaat alleen de buitenste (zichtbare) laag uit kubusjes.



Opgave 12: De 5-kubus

In **Toepassen** zie je een Rubik's Cube als 5-kubus.

Neem aan dat hij helemaal is opgebouwd uit kubusjes.

- a** Laat met een macht zien uit hoeveel kubusjes deze kubus dan bestaat.

- b** Stel je voor dat elk kleine kubusje ribben van 2 cm heeft. Hoe groot is dan het volume van de 5-kubus?

- c** En hoe lang zijn de ribben van elk klein kubusje als het volume 729 cm^3 is?

**Opgave 13: Alleen de buitenkant van de 5-kubus**

In **Toepassen** zie je een Rubik's Cube als 5-kubus.
Neem aan dat alleen de buitenkant is opgebouwd uit kubusjes.

- a** Uit hoeveel kubusjes deze kubus bestaat de 5-kubus dan?

- b** Van hoeveel van die kubusjes zijn drie vlakken gekleurd?


- c** Van hoeveel van die kubusjes zijn twee vlakken gekleurd?

- d** Van hoeveel van die kubusjes is één vlak gekleurd?

Practicum

Met **AlgebraKIT** kun je oefenen met **machten uitrekenen**. Je kunt telkens een nieuwe opgave oproepen. Je maakt elke opgave zelf op papier.

Met 'Toon uitwerking' zie je het verder uitklapbare antwoord.

Met  krijg je een nieuwe opgave.

AlgebraKIT

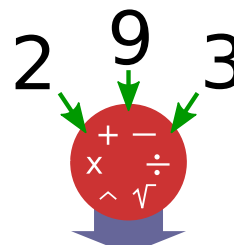
2.4 Rekenvolgorde

Verkennen

Opgave V1

Je ziet hier Sven's 18-spel. Je krijgt de getallen 2, 3 en 9.

Daar moet je op zoveel mogelijk manieren 18 mee maken door optellen, aftrekken, vermenigvuldigen, delen, machtsverheffen en/of worteltrekken. Je moet alle drie de gegeven getallen gebruiken.



- a** Speel het spel. Hoeveel manieren zijn er?

- b** Wat moet je voor rekenspelletjes weten over rekenen?

Theorie

Opgave 1

Bekijk de berekening $8 + \sqrt{9} \cdot 2^3$.

- a** In deze berekening komen vier bewerkingen voor. In welke volgorde moet je die uitvoeren?

- b** Bereken de uitkomst.

- c** Door haakjes toe te voegen, verander je de rekenvolgorde. Wat komt er bijvoorbeeld uit $(8 + \sqrt{9}) \cdot 2^3$?

**Opgave 2**

In de volgende berekeningen zijn de voorrangsregels niet goed toegepast. Verbeter ze.

a $2 \cdot 3^3 = 6^3 = 216$

b $\sqrt{36}/4 = \sqrt{9} = 3$

c $\sqrt{9} + \sqrt{16} = \sqrt{25} = 5$

d $36/4 + 2^3 = 36/4 + 8 = 36/12 = 3$

e $6^5 - 6^3 = 6^2 = 36$

f $(2 + 3)^4 = 2^4 + 3^4 = 16 + 81 = 97$

Opgave 3

Let op de voorrangsregels en bereken:

a $4 \cdot 2^5 - 400/\sqrt{16}$



b $(2^3 + 3^2) / 17 - \sqrt[3]{0,125}$

c $4^3/8 + (\sqrt{25})^2$

Opgave 4

Bereken zonder rekenmachine: $\frac{2^{1+\sqrt{25}}}{12-4}$.

Controleer je antwoord achteraf door de gehele berekening in één keer door je rekenmachine te laten uitvoeren.

Opgave 5

Bereken zonder rekenmachine: $\sqrt{2 + \frac{12}{2^2+2}}$.

Controleer je antwoord achteraf door de gehele berekening in één keer door je rekenmachine te laten uitvoeren.

Verwerken

Opgave 6

Bereken zonder de rekenmachine te gebruiken:

a $3^5/3^2 + 3^4$



b $3^4 \cdot 2^3$

c $(\sqrt{196} - 3^2)^3$

d $(2 \cdot \sqrt[3]{27})^3$

Opgave 7

Bereken eerst zonder de rekenmachine te gebruiken en controleer daarna je berekening door hem in zijn geheel in de rekenmachine in te voeren.

a $\sqrt{2 \cdot 70 + 4}$

b $\frac{12 \cdot 3}{2^3 - 4}$

c $\frac{2^{4+\sqrt{16}}}{2^5}$

d $\sqrt[3]{\frac{1}{3} - \left(\frac{1}{3}\right)^3}$

**Opgave 8**

Onderzoek of de volgende berekeningen correct zijn. Licht steeds je antwoord toe.

a $2^3 \cdot 2^4 = 2^7$

b $2^6 / 2^3 = 2^{6/3} = 2^2$

c $(2^2)^3 = 2^5$

Toepassen

Sven's 18-spel heeft als nadeel dat er niet veel mogelijkheden zijn om met drie getallen op 18 uit te komen.

Dat is anders met het bekende 24-spel.

Een flippo is een rond schijfje met op de achterkant vier getallen van 1 tot en met 9. Het is de bedoeling om daarmee het 24-spel te spelen: maak met de vier gegeven getallen door optellen, aftrekken, vermenigvuldigen, delen en/of haakjes gebruiken het getal 24. Nu ga je de spelregels uitbreiden: je mag ook worteltrekken en/of machten gebruiken. Denk wel om de rekenvolgorde! Verder probeer je alle manieren te vinden om op 24 uit te komen.

**Opgave 9: Het 24-spel met uitgebreide regels**

Lees in de nieuwe spelregels van het 24-spel.

Speel dit in de volgende situaties.

a De vier getallen zijn 3, 4, 8 en 9.

b De vier getallen zijn 1, 2, 3 en 4.



- c De vier getallen zijn 1, 4, 7 en 9.

Practicum

Met **AlgebraKIT** kun je oefenen met de **rekenvolgorde**. Je kunt telkens een nieuwe opgave oproepen. Je maakt elke opgave zelf op papier.

Met 'Toon uitwerking' zie je het verder uitklapbare antwoord.

Met  krijg je een nieuwe opgave.

AlgebraKIT

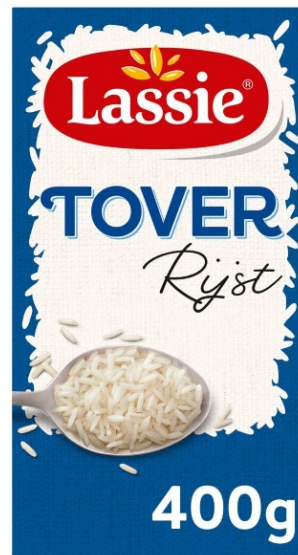
2.5 Grote en kleine getallen

Verkennen

Opgave V1

Sissah ben Dahir heeft (volgens een legende) eeuwen geleden het schaakspel uitgevonden voor een koning uit India.

Als beloning vroeg hij de koning om rijstkorrels: één korrel op het eerste vakje, 2 korrels op het tweede, 2^2 op het derde, 2^3 op het vierde en zo door tot 2^{63} korrels op het laatste vakje.



- a** Hoeveel rijstkorrels komen er op het tiende vakje?

- b** Hoeveel rijstkorrels komen er op het twintigste vakje?

Dat lijken bij b al best veel rijstkorrels te zijn. Maar is dat ook zo? In een pak rijst zit 400 gram aan korrels.

- c** Maak een schatting hoeveel rijstkorrels er in zo'n pak rijst gaan.

- d** Hoeveel pakken rijst komen er dus op het twintigste vakje?

- e** Hoeveel pakken rijst komen er dus op het éérentwintigste vakje?



- f Enig idee hoeveel rijst er op het 64e vakje zou moeten komen? En in totaal?

Theorie

Opgave 1

Bekijk **Uitleg 1**.

- a Waarom is $100.000.000.000 = 10^{11}$?

- b Schrijf 100.000 als macht van 10.

- c Schrijf 350.000 in de wetenschappelijke notatie.

- d $2^{63} \approx 9,223372037 \cdot 10^{18}$.

Rond deze benadering af op vier decimalen.

Opgave 2

Grote getallen zijn bijvoorbeeld 1 miljoen en 1 miljard.

- a Schrijf deze getallen als macht van 10.



Schrijf de volgende getallen in de wetenschappelijke notatie.

- b** Ongeveer 3 miljoen jaar geleden zijn de dinosauriërs uitgestorven.

- c** Volgens het ministerie komt ons nationaal inkomen uit op 468 miljard.

Opgave 3

Bekijk **Uitleg 2**.

- a** Schrijf 1 tienduizendste = 0,0001 als macht van 10.

- b** Schrijf 0,00314 in de wetenschappelijke notatie.

- c** Sommige eencelligen zijn slechts 2,5 miljoenste mm breed.

Opgave 4

Bekijk **Voorbeeld 1**. Je ziet hoeveel de lichtsnelheid in m/s bedraagt.
Je gaat dit omrekenen naar km/uur.

- a** Het omrekenen van m/s naar km/uur kan in twee stappen. Bereken eerst de lichtsnelheid in m/uur.



- b** Reken de lichtsnelheid in m/uur nu om naar km/uur. Geef je antwoord in de wetenschappelijke notatie.

Opgave 5

De omtrek van de Aarde is 40.000 km. Als mensen hand in hand staan met de armen gespreid zitten de middens van hun lichamen ongeveer 1,5 m van elkaar.

- a** Hoeveel mensen moeten er hand in hand staan met de armen gespreid om de Aarde te omspannen? Geef je antwoord in de wetenschappelijke notatie in één decimaal nauwkeurig.

Er zijn ongeveer 7,5 miljard mensen op Aarde.

- b** Hoeveel keer kunnen die op de beschreven manier de Aarde te omspannen? Geef je antwoord in de wetenschappelijke notatie in één decimaal nauwkeurig.

Opgave 6

Neem voor de lichtsnelheid $3,0 \cdot 10^8$ m/s. De afstand van de Aarde tot de Zon is ongeveer $1,5 \cdot 10^8$ km.

Hoe lang is het licht onderweg vanaf de Zon naar de Aarde?

**Opgave 7**

Hier zie je een foto van de huisstofmijt. Deze diertjes leven van menselijke huidschilfers, in een hoofdkussen van je bed kunnen er wel 12000 voorkomen en dan ben je echt niet onhygiënisch. Sommige mensen zijn allergisch voor hun uitwerpselen. Zo'n huisstofmijt weegt gemiddeld slechts $1,5 \cdot 10^{-3}$ gram en heeft afmetingen van ongeveer 0,3 mm breed tot 0,5 lang. Je kunt ze met het blote oog niet zien.



Hoeveel wordt je kussen zwaarder tengevolge van de huisstofmijt er in?

Verwerken**Opgave 8**

Schrijf als macht van 10:

a 1000

b 100000000

c 10 miljard

d 0,001

e $\frac{1}{100000}$



f 10 miljardste

Opgave 9

Schrijf in de wetenschappelijke notatie:

a 123 miljoen

b 614000000000

c 0,00001496

d 0,000000000000042

Opgave 10

Gebruik bij de volgende berekeningen de wetenschappelijke notatie. Geef je antwoord ook in die vorm.

a In Nederland wonen ongeveer 17,5 miljoen mensen. Het gemiddeld inkomen van een Nederlander is ongeveer € 18.000. Bereken het nationaal inkomen (het inkomen van alle Nederlanders samen).



- b** In Nederland zijn er jaarlijks ongeveer 1,5 miljoen middelbare scholieren. Zo'n scholier kost de overheid gemiddeld € 4500. Hoeveel geeft de overheid jaarlijks ongeveer uit aan middelbaar onderwijs?

Opgave 11

Bacteriën zijn micro-organismen. Een bepaald soort bacterie heeft een gewicht van $2,4 \cdot 10^{-8}$ kg.

- a** Op een plant bevinden zich 3,2 miljoen van deze bacteriën. Hoeveel wegen deze bacteriën samen? Geef je antwoord met drie significante cijfers.

- b** Hoeveel van deze bacteriën wegen samen 1 kg? Geef je antwoord met drie significante cijfers.

Opgave 12

Uit Wikipedia (13-11-2009):

Een amoebe (spreek uit als 'ameube') is een eencellig organisme dat bestaat uit protoplasma met één of meerdere kernen. Het endoplasma (binnenste laagje) is troebel en korrelig terwijl het ectoplasma (buitenste laagje) meestal helder is. Het organisme behoort tot de wortelpotigen en varieert afhankelijk van de soort tussen de 30 en 800 μm .

1 μm is $\frac{1}{1000}$ mm. Hoeveel meter is een amoebe van 800 μm ? Geef je antwoord in de wetenschappelijke notatie.



Toepassen

Applet

In deze video wordt je de wereld getoond als je erop inzoomt en uitzoomt in stappen van 10. Hij is Engelstalig. (Als je hem via YouTube bekijkt, kun je ondertiteling in het Nederlands instellen. Sla wel eerst de advertenties over.)

Opgave 13: Machten van 10

Bekijk de video 'Machten van 10' (Engelstalig).

Je ziet eerst steeds groter wordende vierkanten. De zijden ervan worden in machten van 10 gegeven.

- a** Hoe groot is de zijde van het vierkant waar de aarde precies in past? Geef je antwoord in m en in km.

- b** Hoe groot is de zijde van het vierkant waar het zonnestelsel precies in past? Geef je antwoord in m en in km.

- c** Hoe groot is de zijde van het vierkant waar de Melkweg precies in past? Geef je antwoord in m en in km.

Nadat je maximaal hebt uitgezoomd, ga je eerst weer snel inzoomen.

Na een tijdje kom je onder de 1 m en wordt het vierkantje nog kleiner.

- d** Hoe groot is de zijde van het vierkant waar de cel van een lymfociet precies in past? Geef je antwoord in m en in mm.

- e** Hoe groot is de zijde van het vierkant waar een atoomkern van koolstof (Engels: 'carbon') precies in past? Geef je antwoord in m en in km.



Opgave 14: Lichtjaren

Een lichtjaar is de afstand die het licht in een jaar aflegt. De lichtsnelheid is ongeveer $3 \cdot 10^8$ m/s. Een astronomische eenheid is de gemiddelde afstand van de Aarde tot de Zon: $1 \text{ AE} = 149,6$ miljoen kilometer. Vooral in de sterrenkunde zijn lichtjaar en AE nuttige maten.

De **dubbelster Alpha Centauri** vormt samen met de veel zwakkere Proxima Centauri een drievoudig systeem, dat zich van alle sterren het dichtst bij ons zonnestelsel bevindt. De afstand tot de Zon bedraagt 4,36 lichtjaar.

- a** Hoeveel km is 1 lichtjaar? En hoeveel AE?

- b** Hoeveel km is Alpha Centauri van onze Zon verwijderd? En van de Aarde?

- c** Stel je voor dat je in een ruimteschip met 20000 km/uur van de Aarde rechtstreeks naar de Zon zou kunnen vliegen. Hoe lang doe je daar dan over? En hoe lang doe je over de reis naar Alpha Centauri?

Practicum

Met **AlgebraKIT** kun je oefenen met de **de wetenschappelijke notatie**. Je kunt telkens een nieuwe opgave oproepen. Je maakt elke opgave zelf op papier.

Met 'Toon uitwerking' zie je het verder uitklapbare antwoord.

Met  krijg je een nieuwe opgave.

AlgebraKIT

2.6 Totaalbeeld

Samenvatten

Wanneer je een getal herhaaldelijk met zichzelf vermenigvuldigt, krijg je een macht van dit getal. Kwadraten zijn voorbeelden van machten. Wil je omgekeerd vanuit de macht van een getal het oorspronkelijke getal weer terugvinden dan moet je worteltrekken. Omdat je de bewerkingen machtsverheffen en worteltrekken in komende onderwerpen regelmatig zult tegenkomen, leer je er in dit onderwerp mee werken. Verder zul je machten van 10 gebruiken bij het weergeven van heel grote en heel kleine (dicht bij 0) getallen.

De volgende opgaven zijn bedoeld om overzicht over het onderwerp **Machten en wortels** te krijgen. Dit betreft de onderdelen 1, 2, 3, 4, en 5 van dit onderwerp. Het is nuttig om er een eigen samenvatting bij te maken.

Begrippen

- ▶ kwadraat — kwadrateren
- ▶ wortel — worteltrekken
- ▶ macht, grondtal en exponent — machtsverheffen — derdemachtswortel
- ▶ rekenvolgorde
- ▶ wetenschappelijke notatie — significante cijfers

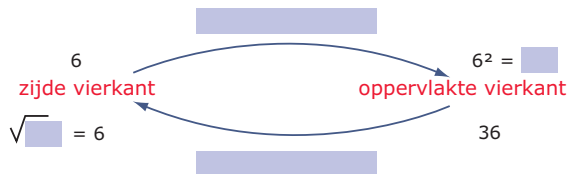
Activiteiten

- ▶ kwadrateren en werken met kwadraten;
- ▶ terugrekenen vanuit kwadraten, worteltrekken;
- ▶ werken met hogere machten dan bij kwadrateren — derdemachtswortels uitrekenen;
- ▶ de uitgebreide voorrangregels voor het rekenen ook met machtsverheffen en worteltrekken;
- ▶ hele grote getallen en getallen dicht bij 0 schrijven en de wetenschappelijke notatie en omgekeerd.

**Opgave 1**

Kwadrateren en worteltrekken hangen met elkaar samen.

- a** Maak dat duidelijk in een begrippennet zoals dit. Vul het volledig in.



- b** De meeste wortels kun je alleen benaderen. Geef een voorbeeld van zo'n wortel met de bijbehorende benadering in twee decimalen nauwkeurig.

Opgave 2

Hier zie je een macht.

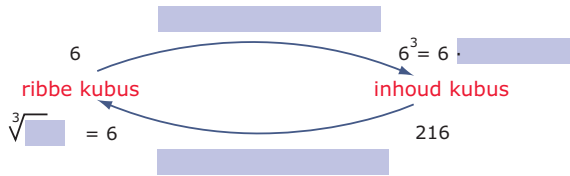
Zet de begrippen 'grondtal' en 'exponent' in de figuur.

$$\quad \rightarrow 4^3 \leftarrow \quad$$

**Opgave 3**

Derde machten en derdemachtswortels hangen met elkaar samen.

- a** Maak dat duidelijk in een begrippennet zoals dit. Vul het volledig in.



- b** De meeste derdemachtswortels kun je alleen benaderen. Geef een voorbeeld van zo'n wortel met de bijbehorende benadering in twee decimalen nauwkeurig.

Opgave 4

Je hebt nu machtsverheffen en worteltrekken aan de mogelijke bewerkingen toegevoegd. Je moet bij berekeningen wel de voorrangsregels gebruiken.

- a** Maak een overzicht van deze voorrangsregels.

- b** Geef een voorbeeld van rekenen met wortels en machten waaruit de voorrangsregels duidelijk worden.

Opgave 5

Schrijf de getallen 12000000000 en 0,0000000035 in de wetenschappelijke notatie.

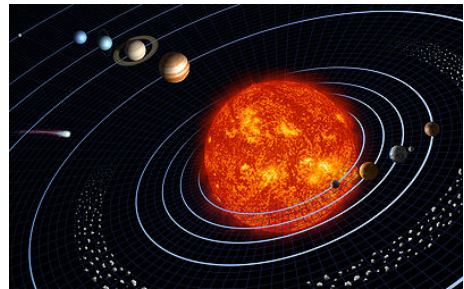


Toepassen

Opgave 6: Schaalmodel van ons zonnestelsel

Ons **Zonnestelsel** bestaat uit een ster (de Zon) en 8 planeten. Je wilt een schaalmodel maken van het zonnestelsel dat nog in een schoollokaal past. Zoek de afmetingen van deze planeten en hun onderlinge afstanden op.

Bereken hoe groot je de afmetingen van de planeten moet maken en hoe groot je de (bijna) cirkelvormige banen om de Zon moet maken. Geef een overzicht van alle afmetingen.



Het lesmateriaal in deze reader is gebaseerd op het materiaal dat ook op de Math4All website staat.

De reader is gegenereerd met de Math4All maatwerkdienst. De inhoud en de volgorde van de onderwerpen in deze reader zijn gekozen door docenten van het ConTeXt College.

Stichting Math4All

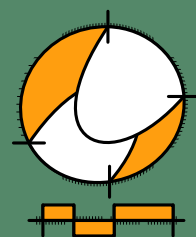
Inhoud Katern 2

3. Verbanden

4. Machten en wortels

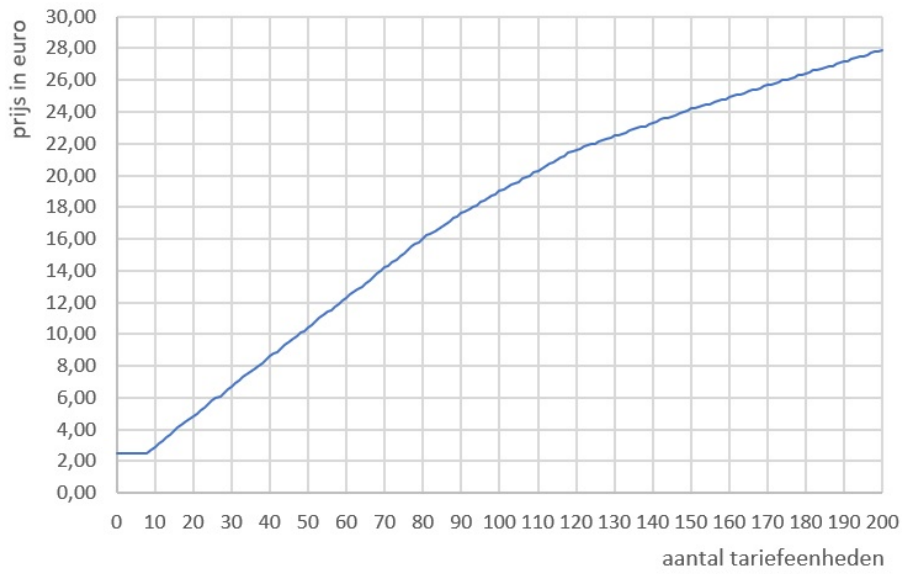


www.math4all.nl



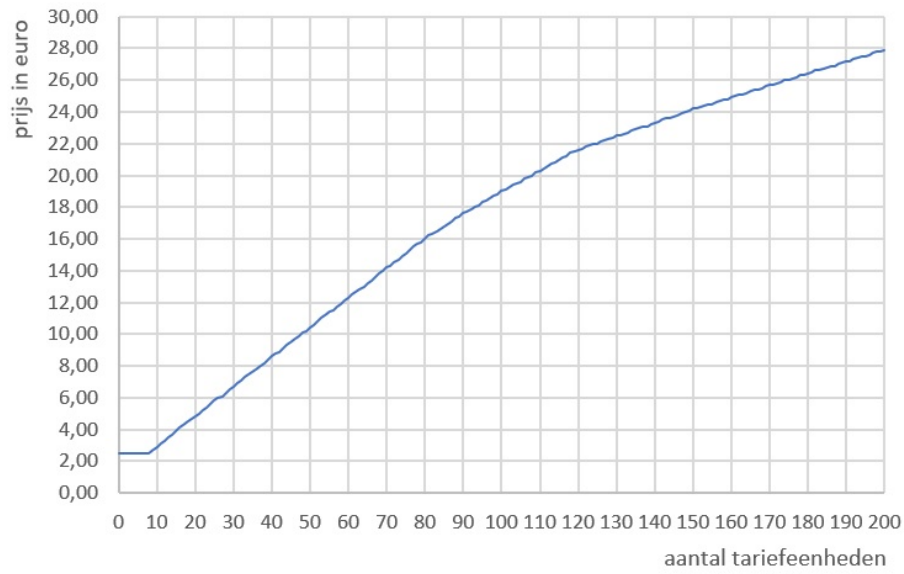
Werkblad bij Opgave 11 op pagina 31.

Tarieven NS, incl.btw



Werkblad bij Opgave 11 op pagina 41.

Tarieven NS, incl.btw



Werkblad bij Opgave 7 op pagina 92.

1		2		3
4	5			
			6	
7				

