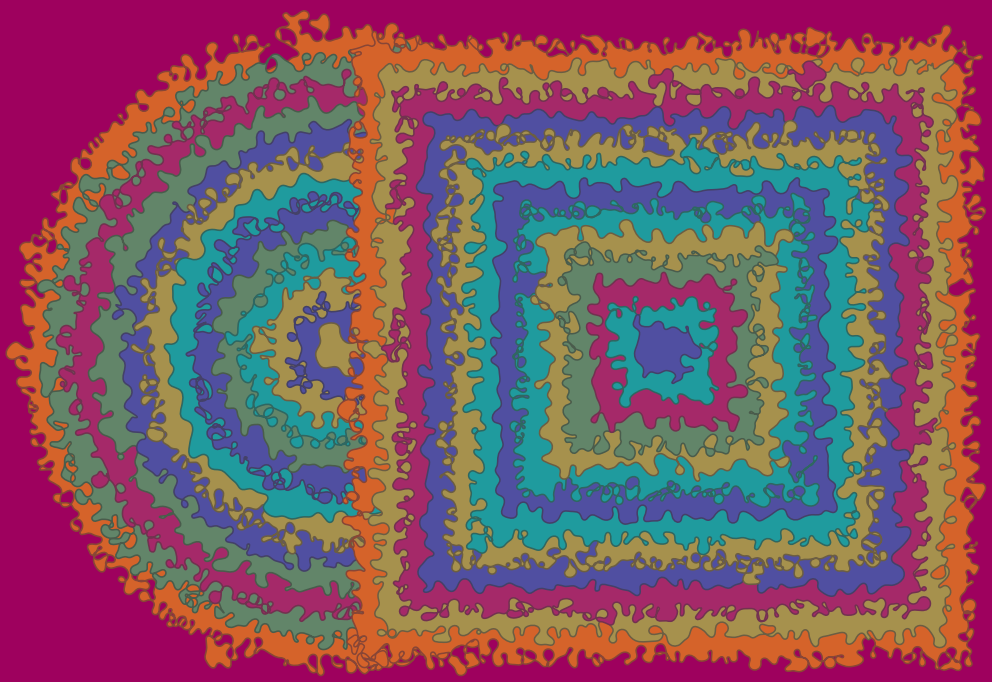
Wiskunde

2 VMBO

Katern 1 / Werkboek / Opgaven

ConTeXt College



© 2025

Het auteursrecht op dit lesmateriaal berust bij Stichting Math4All. Math4All is derhalve de rechthebbende zoals bedoeld in de hieronder vermelde creative commons licentie.

Het lesmateriaal is met zorg samengesteld en getest. Stichting Math4All aanvaardt geen enkele aansprakelijkheid voor onjuistheden en/of onvolledigheden in de module. Ook aanvaardt Math4All geen enkele aansprakelijkheid voor enige schade, voortkomend uit (het gebruik van) dit lesmateriaal

Voor deze module geldt een Creative Commons Naamsvermelding Niet Commercieel 3.0 Nederland Licentie. (zie http://creativecommons.org/licenses/by/3.0).

Dit lesmateriaal is open, gratis en vrij toegankelijk lesmateriaal afkomstig van Stichting Math4All en is speciaal ontwikkeld voor het vak wiskunde in het voortgezet onderwijs. Het lesmateriaal op de website www.math4all.nl is afgestemd op kerndoelen wiskunde, tussendoelen wiskunde en eindtermen voor de vakken wiskunde A, B en C. Dit lesmateriaal is mediumneutraal ontwikkeld en op diverse manieren te bekijken en te gebruiken. Voor informatie en vragen kunt u contact opnemen via `info@math4all.nl`. Ook houden we ons altijd aanbevolen voor suggesties, verbeteringen en/of aanvullingen.

Inhoud

1 Kijkmeetkunde 1

1.1 Kijklijnen 4
1.2 Kijkhoeken 19
1.3 Aanzichten 28
1.4 Vergroten 39
1.5 Bouwtekeningen 49
1.6 Totaalbeeld 55

2 Symmetrie 59

2.1 Lijnsymmetrie 62
2.2 Puntsymmetrie 70
2.3 Draaisymmetrie 79
2.4 Driehoeken 89
2.5 Vierhoeken 100
2.6 Totaalbeeld 111

Begrippen

- de begrippen kijklijn en standpunt;
- het begrip kijkhoek;
- voor-, zij- en bovenaanzicht van een ruimtelijke figuur;
- vergrotingsfactor;
- bouwtekening.

Activiteiten

- kijklijnen gebruiken om het gebied af te bakenen dat je kunt zien;
- de grootte van kijkhoeken bepalen;
- aanzichten tekenen en vanuit gegeven aanzichten een figuur herkennen;
- vlakke en ruimtelijke figuren vergroten en werken met een vergrotingsfactor
  — oppervlakte en inhoud berekenen bij vergroting of verkleining
- bouwtekeningen lezen en maken.

Vogels kijken en vogelhuisjes maken

Domein

Meten en tekenen

Hoofdstuk

Kijkmeetkunde

Inhoud

1.1 Kijklijnen 4
1.2 Kijkhoeken 19
1.3 Aanzichten 28
1.4 Vergroten 39
1.5 Bouwtekeningen 49
1.6 Totaalbeeld 55

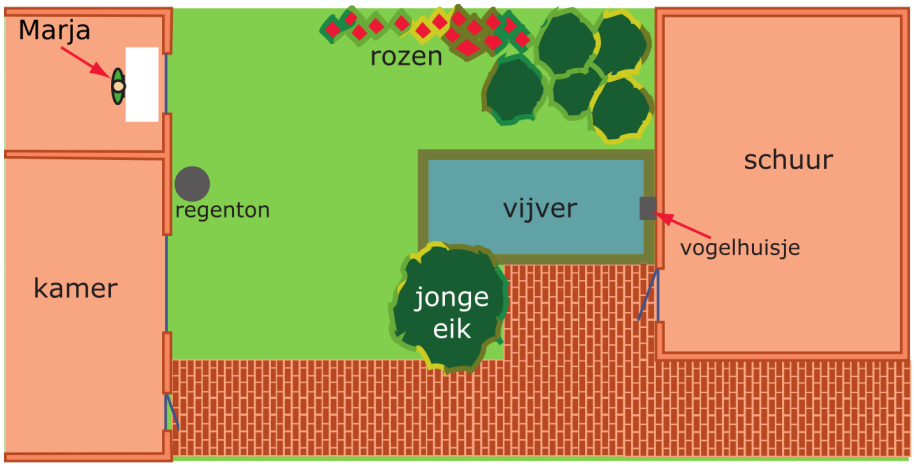
1

1.1 Kijklijnen

Verkennen

Opgave V1

Marja zit aan haar bureau in haar kamertje. Ze kijkt naar buiten, de tuin in.
Deze figuur staat ook op het **werkblad**.



a Kan ze de regenton zien?

b Kan ze de vijver zien?

c Aan de muur van het schuurtje hangt een vogelhuisje. Kan Marja dit zien?

d Als Marja in de kamer is, heeft ze meer zicht op de tuin. Op welke plaatsen in de kamer kan ze de regenton zien?

Theorie

Opgave 1

Bekijk de figuur in de **Uitleg**. Hij staat ook op het **werkblad**

a Welke twee kijklijnen in de figuur geven het zicht op het beeldscherm aan?

b Teken de kijklijnen die het zicht op het toetsenbord aangeven?

c Waarom zijn in werkelijkheid twee kijklijnen niet genoeg om het zicht op het beeldscherm weer te geven?

Opgave 2

Gebruik de figuur van **Voorbeeld 1** die op het **werkblad** staat.

a Teken zelf het gebied achter de muur dat A kan zien.

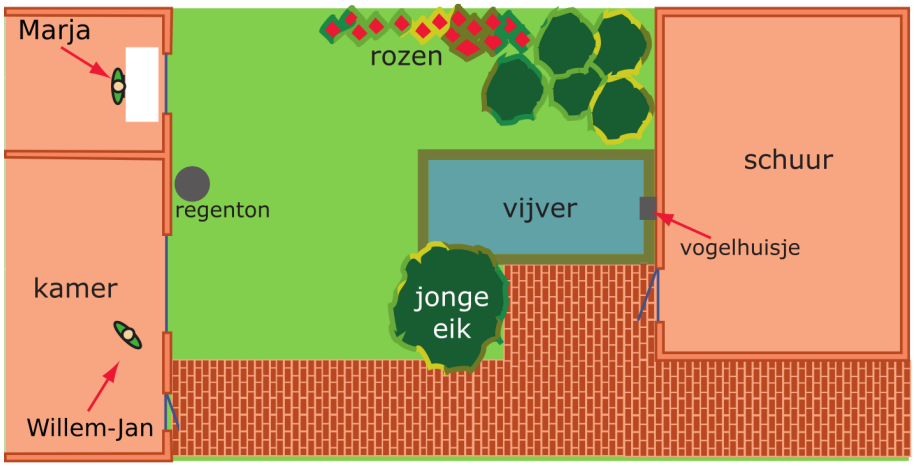
b Laat in je figuur zien hoeveel ganzen B kan zien.

c En hoeveel ganzen kunnen ze beiden zien?

d Geef door kleuren of arceren aan welk gebied beiden kunnen zien.

Opgave 3

Hier zie je de tuin bij het huis waar Marja woont nog een keer. Haar broer Willem-Jan staat in de kamer. De figuur staat ook op het **werkblad**.



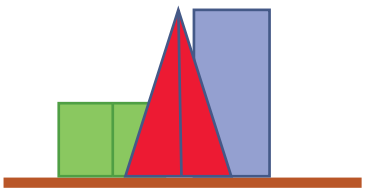
a Geef het gebied aan dat Marja vanuit de kamer van de tuin kan zien.

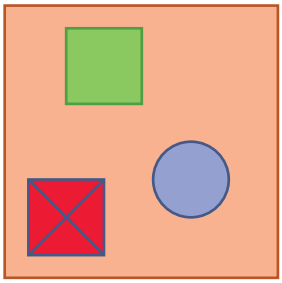
b Geef het gebied aan dat Willem-Jan vanuit de kamer van de tuin kan zien.

c Geef ook het gebied aan dat ze beiden kunnen zien van de tuin.

Opgave 4

Je ziet hier de situatie van **Voorbeeld 2** nog eens, maar nu vanuit een andere positie bekeken.





a Welke kijklijn kun je trekken? Omschrijf hem.

b Kun je precies bepalen waar de kijker heeft gestaan?

Opgave 5

Op het **werkblad** zie je een bovenaanzicht van het Museumplein in Amsterdam, gemaakt met Google Maps.

a Er zijn luchtfoto's gemaakt van dit plein. Hier zie je er eentje. Vanuit welke richting is deze foto genomen? Geef die richting op het bovenaanzicht aan.

b Deze foto is genomen vanaf het Museumplein zelf. Bepaal met behulp van twee kijklijnen de positie van de fotograaf.

Verwerken

Opgave 6

Je ziet hier de plattegrond van een basisschool. Veel lokalen hebben naast een (ondoorzichtige) deur ook ramen die uitkijken op de hal. Verder is de plaats waar de leerkracht aan zijn bureau zit met een rode punt aangegeven. De figuur staat ook op het **werkblad**.

a Welke twee leerkrachten zien het grootste deel van de hal van deze school als ze aan hun bureau zitten?

b Geef het deel dat de leerkracht van groep 4 van de hal ziet in de figuur aan.

c Doe hetzelfde met het deel van de hal dat de leerkracht van groep 5 ziet.

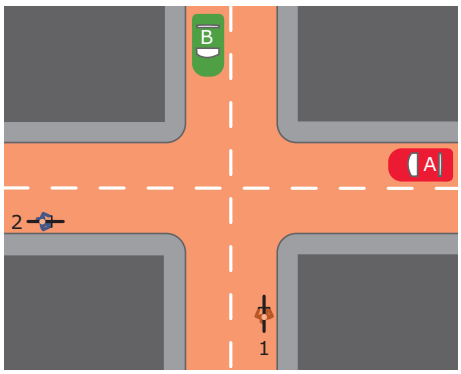
d Welk deel overzien ze allebei?

e Welk deel van de hal ziet minstens één van beiden?

f De leerkrachten van groep 2 en groep 6 kunnen ook in de hal kijken. Geef aan welk deel zij wel kunnen zien, maar de leerkrachten van groep 4 en 5 niet.

Opgave 7

Je ziet hier een verkeerssituatie met twee fietsers en twee auto's en een voetganger. De donkergrijze gebieden zijn hoge gebouwen.



a Kan de bestuurder van auto A fietser 1 zien? En kan de bestuurder van auto A auto B zien?

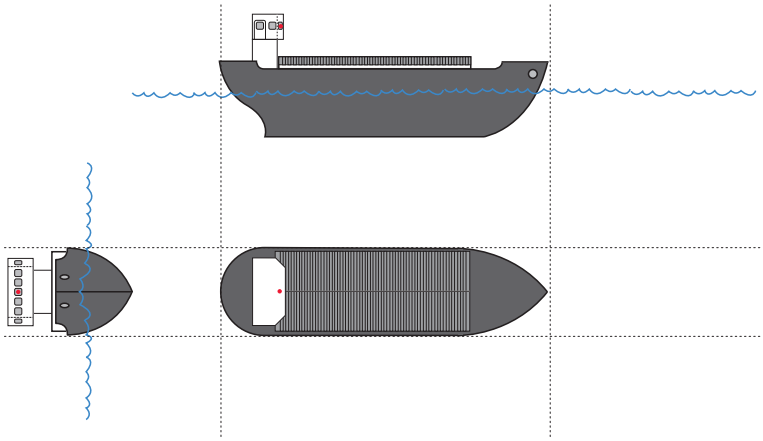
b Geef in de tekening op het **werkblad** aan welk gebied de bestuurder van A kan overzien.

c Kan de bestuurder van auto B fietser 2 zien?

d Leg uit waarom verkeer van rechts voorrang heeft.

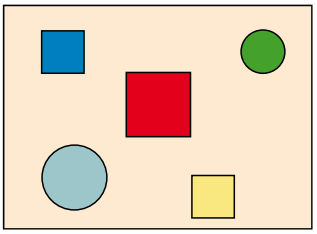
Opgave 8

Een stuurman bestuurt vanuit de kajuit een binnenschip. Het schip zie je hieronder van drie kanten getekend. De plaats van de stuurman is met een punt aangegeven.



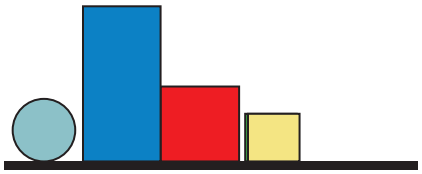
Geef in deze figuren op het **werkblad** aan welk gebied om het schip de schipper niet kan zien.

Opgave 9



Je kijkt hier bovenop een tafel met daarop een blauwe balk, een rode en gele kubus en een lichtblauwe en groene bol. De figuur is ook op het **werkblad** te vinden.

Iemand kijkt van de zijkant naar dezelfde tafel. Met behulp van kijklijnen kun je de positie van de kijker bepalen. Teken op het werkblad twee kijklijnen en bepaal daarmee de positie van de kijker.



Toepassen

Marja maakt natuurlijk ook foto's van vogels en van plaatsen waar ze is geweest.
Niet altijd weet ze dan nog precies waarvandaan de foto is gemaakt.
Maar gelukkig heb je Google Maps...

Dit is een foto die Marja heeft gemaakt van de binnenstad van Deventer. Maar waar vandaan precies?

Opgave 10: Google Maps gebruiken

Bekijk Marja's foto in **Toepassen** van de binnenstad van Deventer.
Gebruik Google Maps.

a Hoe heet die grote toren die zo duidelijk in beeld komt?

b Bepaal waar vandaan deze foto is genomen. Geef de positie van de fotograaf zo nauwkeurig mogelijk aan.

Opgave 11: Dode hoek spiegel

De bestuurder van een auto gebruikt spiegels om opzij en achter zich te kunnen kijken. Met behulp van die spiegels kun je echter niet alles zien. Zeker bij vrachtauto's is de ‘dode hoek’ van de spiegel een probleem. Dit waarschuwingsplakkaat laat dat zien. Alleen geeft het niet goed weer wat nou precies de dode hoek van een vrachtauto met aan elke kant precies één buitenspiegel is en in welk gebied je dus gevaar loopt.

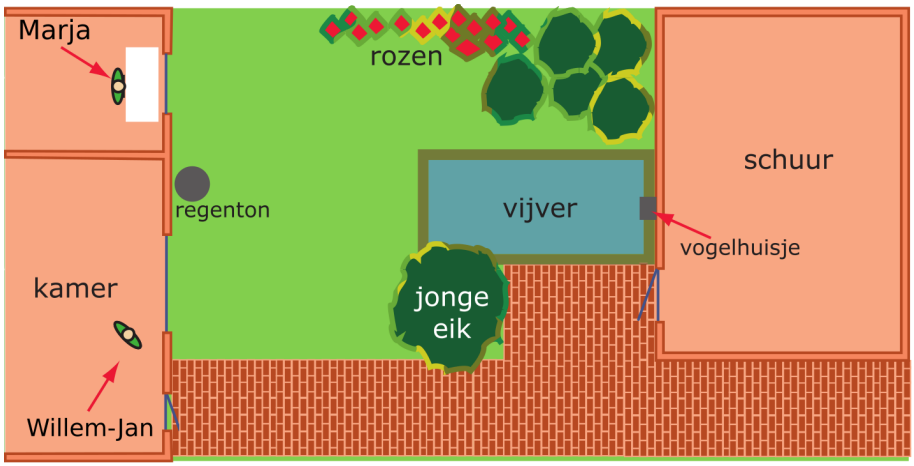
Probeer dit zelf met behulp van tekeningen te laten zien.
Zoek eerst informatie over vrachtauto's (bijvoorbeeld op internet).

1.2 Kijkhoeken

Verkennen

Opgave V1

Marja zit aan haar bureau in haar kamertje. Ze kijkt naar buiten, de tuin in. Deze figuur staat ook op het **werkblad**.



a Teken de kijklijnen waarmee je aangeeft welk deel van de tuin ze kan zien.

b Hoe groot is de hoek die beide kijklijnen met elkaar maken?

Marja leunt over haar bureau naar voren om haar gezicht dichter bij het raam te brengen.

c Wordt de hoek bedoeld in b nu kleiner of groter?

Marja heeft een kat die vaak in de tuin is. Katten houden niet van water.

d Vanaf welke plaats kan deze kat het vogelhuisje het beste zien? Waarom?

Theorie

Opgave 1

Bekijk op het **werkblad** de tuin bij het huis waar Marja woont nog een keer. Haar broer Willem-Jan staat in de kamer.

a Meet Willem-Jan's kijkhoek als hij de tuin in kijkt.

b Is zijn kijkhoek groter of kleiner dan die van Marja als ze gewoon aan haar bureau zit?

c Welke zaken bepalen de grootte van de kijkhoek?

Opgave 2

Een standaard 15-inch beeldscherm is een rechthoek met een breedte van ongeveer $30{,}5$ cm. De breedte-hoogte-verhouding is $4:3$ en het beeldscherm staat op een voet.
Je werkt met zo'n beeldscherm op je bureau, je ogen zitten 50 cm boven de rand van je bureau en 60 cm van het beeldscherm af. De bovenrand van het beeldscherm is 40 cm boven je bureau, het beeldscherm maakt er een hoek van $80°$ mee.

a Maak op schaal $1:10$ een tekening van deze situatie, gezien vanaf de zijkant.

b Meet je kijkhoek naar het beeldscherm.

Opgave 3

Werk met de applet van **Voorbeeld 1**.

a Beweeg het oog over een denkbeeldige lijn loodrecht door het midden van de opening. Wat gebeurt er met de kijkhoek als het oog verder van de opening af komt?

b Wanneer is de kijkhoek $180°$?

c Je kunt het oog ook bewegen over een lijn evenwijdig met de opening. Hoe verandert de kijkhoek dan?

Opgave 4

Werk nog eens met de applet uit de vorige opgave.

a Zet het oog midden voor de opening zo, dat de kijkhoek $30°$ is.

b Je gaat het oog bewegen. Hoe moet je bewegen om steeds dezelfde kijkhoek van $30°$ te houden?

Opgave 5

Op het **werkblad** zie je de figuur van **Voorbeeld 2**.

a Meet de ingetekende kijkhoek na.

b Je zit op de voorste rij op de linker stoel. Hoeveel bedraagt nu je kijkhoek?

c Hoeveel bedraagt je kijkhoek als je op de voorste rij in het midden zit?

d Is dat een gunstige plek? Licht je antwoord toe.

e Welke plek vind je het gunstigst?

Opgave 6

Gebruik het **werkblad** van de vorige opgave nog een keer.

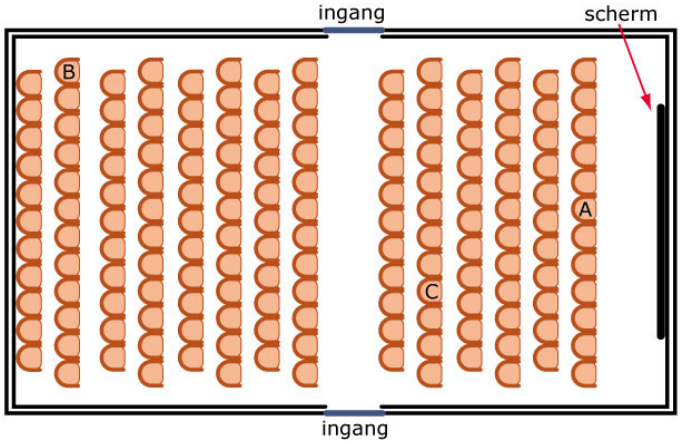
a Zoek een stoel helemaal aan de rechterkant van een rij en een stoel in het midden van een rij met dezelfde kijkhoek.

b Waarom zit je toch liever midden voor het podium?

Verwerken

Opgave 7

Dit is de plattegrond van een bioscoopzaal. De figuur staat ook op het **werkblad**.



a Waarom zit je niet graag op plaats A?

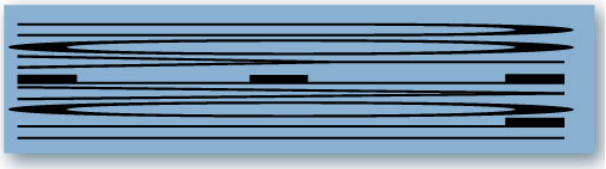
b Onder welke kijkhoeken zie je vanuit de plaatsen B en C het scherm?

c Waar zou je het liefst zitten? Motiveer je antwoord.

d Waarom is de grootste kijkhoek niet altijd gunstig?

Opgave 8

Tegenwoordig communiceren scholieren met elkaar via mobiele apparatuur, vroeger stuurde je een briefje. Bekijk dit briefje van Marianne aan Yannick.



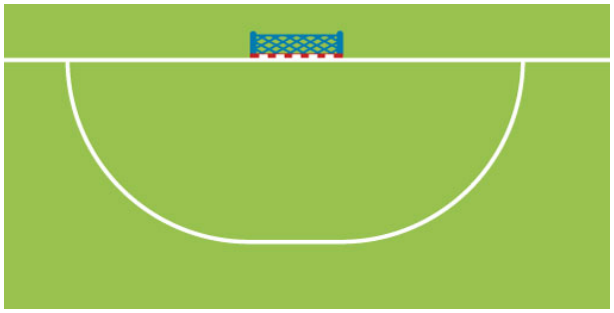
a Waarom kun je niet goed lezen wat er staat?

b Hoe kun je het briefje ontcijferen? Wat heeft dit met kijkhoeken te maken?

c Deze manier van uitrekken van teksten wordt ook wel gebruikt om via het wegdek informatie (bijvoorbeeld over toegestane snelheid) aan automobilisten door te geven. Waarom is dat? Teken er een voorbeeld van.

Opgave 9

Een handbalveld heeft doelen van $3{,}00$ m breedte. Het doelgebied wordt begrensd door een kromme lijn waarvan elk punt op precies 6 m afstand van het doel ligt. Je mag alleen van buiten het doelgebied een doelpoging wagen. (In de tekening zie je alleen de achterlijn, het doel en de grenslijn van het doelgebied. Er zijn meer lijnen op een handbalveld.) De figuur staat ook op het **werkblad**.



a Welke vorm heeft die grenslijn van het doelgebied?

b Een speler komt midden voor het doel vrij voor de keeper. Hoe groot is de kijkhoek van die speler?

c Waarom springen handballers bij een doelpoging vanaf de rand van het doelgebied richting het doel?

d Een andere speler krijgt een vrije schotkans vanaf de grens van het doelgebied maar in de buurt van de achterlijn. Waarom is dit een moeilijke plek om te scoren?

e Ook deze speler springt het doelgebied binnen (zonder het aan te raken). Hoe springt hij? Licht je antwoord toe.

Toepassen

Marja vraagt zich af hoeveel een mens eigenlijk kan zien.

Uit de **Wikipedia** haalt ze:
Het **blikveld** is de ruimte om je heen die bekeken kan worden door alleen de ogen, maar niet het hoofd te bewegen.

- Het monoculaire blikveld is de ruimte die je kunt zien met één oog.
- Het binoculaire blikveld is de ruimte die je kunt zien met twee ogen.

Het blikveld verschilt van het **gezichtsveld**: bij het laatste blijven ook de ogen op dezelfde positie.

Bij het blikveld en bij het gezichtsveld horen verschillende kijkhoeken, zowel in het horizontale vlak als in het verticale vlak.
Deze kijkhoeken kun je bij jezelf meten; hoe?

Bij dieren is er vaak geen sprake van een binoculair gezichtsveld, omdat ze de ogen niet voorin maar opzij van het hoofd (de kop) hebben. Ze kunnen daarom slecht ‘diepte’ zien.

Opgave 10: Blikveld

Lees in **Toepassen** wat het verschil is tussen je gezichtsveld en je blikveld.

Het menselijke gezichtsveld met twee ogen is ongeveer 140 graden horizontaal en 80 graden verticaal.

a Verzin een manier om dit jouw gezichtsveld na te meten. Voer die meting dan ook uit.

b Bepaal ook het gezichtsveld per oog.

c Een konijn heeft de ogen niet voor in het hoofd, maar aan de zijkanten van het hoofd. Maak met een schets duidelijk wat dit voor het gezichtsveld betekent.

d Leg uit waarom een konijn geen diepte kan zien en een mens wel.

e Maak een schatting van je blikveld, zowel horizontaal als verticaal. Maak met twee tekeningen het verschil tussen je gezichtsveld en je blikveld duidelijk.

Opgave 11: Borden boven de snelweg

Boven de snelweg hangen regelmatig blauwe borden om aan te geven welke baan naar welke plaats(en) leidt. De onderrand van zo'n bord bevindt zich op 5 m hoogte boven het wegdek en zo'n bord kan zelf ook nog wel een hoogte van $1{,}50$ m hebben.
Wanneer een automobilist onder zo'n bord door rijdt, verandert zijn kijkhoek voortdurend.

a Laat dit met een tekening zien. Ga er vanuit dat de ogen van de automobilist steeds $1{,}50$ m boven het wegdek zitten.

b Teken ook de plaats waar zijn kijkhoek zo groot mogelijk is.

1.3 Aanzichten

Verkennen

Opgave V1

Je ziet hier een nestkast voor een koolmees.
De invliegopening heeft een diameter van 32 mm.

a Welke vorm heeft deze nestkast?

b Schat de afmetingen van deze nestkast en teken de voorkant ervan.

c Teken deze kast ook gezien vanaf de zijkant.

d Hoe ziet het dak van de nestkast er uit? Welke afmetingen heeft dit dak?

Theorie

Opgave 1

Bekijk het vogelhuisje en zijn drieaanzicht in de **Uitleg**.
Het grondvlak en de linker en de rechterzijkant zijn vierkanten van 20 cm bij 20 cm. De grootste hoogte van deze nestkast is 35 cm. Het gat heeft een diameter van 5 cm.

a Teken zelf het drieaanzicht op schaal $1 : 5$.

b Welke aanzichten ontbreken in het drieaanzicht?

Opgave 2

Hier zie je een andere nestkast. Het voorvlak (met het aanvlieggat) is een rechthoek van 20 cm bij 30 cm. Het achtervlak is een rechthoek van 20 cm bij 35 cm. Het grondvlak is een vierkant. Het schuine bovenvlak is aan de voorkant 2 cm langer dan nodig om het hokje dicht te maken.

a Teken een vooraanzicht, een zijaanzicht en een bovenaanzicht op schaal $1 : 5$.

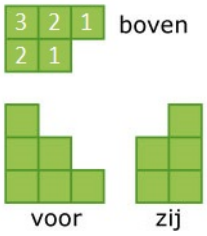
b Maak een uitslag van dit vogelhok.

c Hoeveel cm^2 heb je nodig om het te maken?

d Hoeveel ruimte heeft een vogelpaartje dat er zijn nest in maakt?

Opgave 3

Maak een blokkenbouwsel met deze drie aanzichten.
Waar kun je nog een extra blok neerleggen zonder deze drie aanzichten te veranderen (en je niet op de getallen let)?



Opgave 4

Hier zie je het bovenaanzicht van een kubusstapel. De getallen geven aan hoeveel kubussen er op elkaar liggen.

3	4	3	2
2	1	2	4

Teken een bijpassend vooraanzicht en een bijpassend zijaanzicht.

Opgave 5

Bekijk **Voorbeeld 2**.

Teken een uitslag van de boomkruiperkast. Maak daarbij gebruik van het drieaanzicht op het **werkblad**.

Opgave 6

Een vierzijdige piramide $ABCD.T$ heeft een rechthoekig grondvlak van 4 cm bij 3 cm. Recht boven het snijpunt S van de diagonalen van dit grondvlak zit de top T. Gegeven is dat $TS = 6$ cm.

a Teken een drieaanzicht van deze piramide.

b Teken een uitslag van deze piramide. Welke metingen zijn hiervoor nodig?

Opgave 7

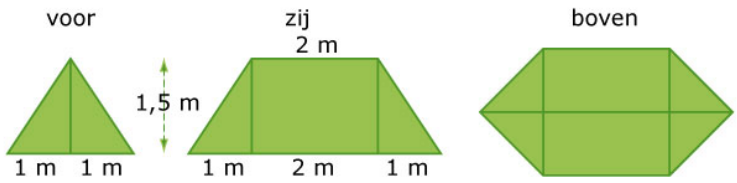
Hier zie je het vooraanzicht en een zijaanzicht van een huis.

Een deur is 1 m breed en 2 m hoog. Bepaal de afmetingen van het schuine dak van dit huis.

Verwerken

Opgave 8

Hier zie je aanzichten van een eenvoudige tent. De tent heeft ook een grondzeil dat de hele bodem bedekt.



a Maak een tekening van deze tent.

b Teken een uitslag van de tent.

c Bereken hoeveel m^2 tentdoek er voor deze tent nodig is.

Opgave 9

Dit is de nestkast van een torenvalk. Het met zink beklede bovenblad is een vierkant van 30 cm bij 30 cm. De achterwand is een rechthoek van 25 bij 40 cm en het grondvlak is een rechthoek van 25 bij 20 cm. Van de voorkant van de nestkast is de onderste helft dicht gemaakt met een rechthoek van 25 bij 15 cm.

a Teken een drieaanzicht van deze nestkast.

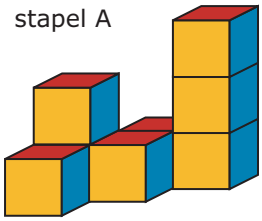
b Hoeveel cm^2 hout is er voor deze nestkast nodig? (Het met zink beklede bovenblad is ook van hout.)

c Bereken de inhoud van deze nestkast.

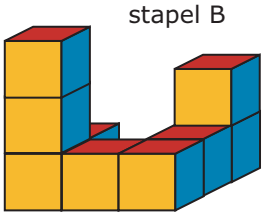
Opgave 10

Teken van deze kubusstapels telkens een vooraanzicht, een zijaanzicht en een bovenaanzicht. Geef bij elke stapel ook aan hoeveel kubussen er liggen.

stapel A

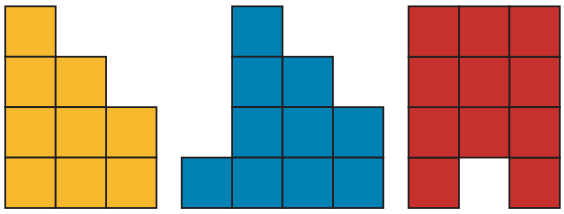


stapel B



Opgave 11

Hier zie je drie aanzichten van een stapel kubussen. Hoeveel kubussen heb je minimaal nodig om deze stapel te maken? En hoeveel kun je er maximaal gebruiken?



Toepassen

Marja wil nog een vogelhuisje maken.
Ze zoekt naar originele vormen en ze komt onder andere deze mussenflat tegen. Het zijn eigenlijk twee kubussen op elkaar. Ze gaat de mussenflat zelf nabouwen.

De voorkanten - met de cirkelvormige openingen in het midden - worden vierkanten van 20 bij 20 cm.
Ze gebruikt hout van $1{,}5$ cm dikte.
De binnenruimtes wil ze elk 20 bij 20 bij 20 cm maken.
De ronde openingen krijgen een diameter van 4 cm.

Opgave 12: Mussenflat

Bekijk Marja's nieuwe project in **Toepassen**.

a Maak met behulp van de gegevens eerst een vooraanzicht van dit vogelhuisje.

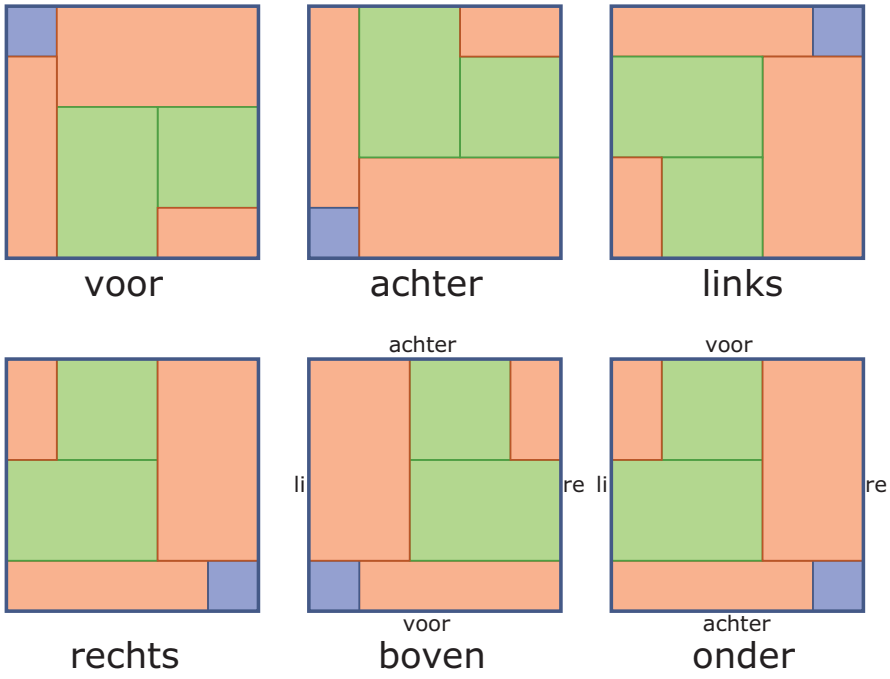
b Gebruik je vooraanzicht om de breedte en de totale hoogte van de mussenflat op te meten.

c Teken een zijaanzicht van de mussenflat. Bedenk eerst hoe breed dat zijaanzicht moet worden.

d In de foto kun je zien uit welke rechthoekige (soms vierkante) plankjes deze mussenflat bestaat.
Maak een complete beschrijving van alle benodigde plankjes.

Opgave 13: Inpakprobleem van Conway

De Engelse wiskundige J.H. Conway bedacht het volgende inpakprobleem:
In een kist in de vorm van een kubus van 5 bij 5 bij 5 eenheden passen precies 17 houten blokken. Die rechthoekige blokken zijn van drie verschillende soorten A (oranje), B (groen) en C (paars). Deze zes aanzichten van de kubus laten zien hoe de blokken in de kist passen.
Hoeveel blokken van elke soort zijn er?



1.4 Vergroten

Verkennen

Opgave V1

Op het **werkblad** vind je een bouwplaat van een voederhokje afkomstig van Speelbos Gilze. Het moet er ongeveer zo uit komen te zien. De glazen pot die er inzit bevat pindakaas, lekker voor de vogels en nog gezond ook.

a De bouwtekening is op schaal $1 : 2$. Hoeveel keer zo groot worden alle afmetingen dus ten opzichte van die op de bouwplaat?

b Bepaal de afmetingen van de twee delen van de rechthoekige bodem.

c Hoeveel cm^2 is de totale oppervlakte aan hout die voor dit voederhokje nodig is op de tekening? En in werkelijkheid?

d Hoeveel keer zo groot is de werkelijke totale oppervlakte ten opzichte van de oppervlakte op de tekening?

Theorie

Opgave 1

Bekijk de mezenkast uit de **Uitleg** nog een keer.
Ga er van uit dat de wanden geen dikte hebben, zodat je daar bij je bouwplaat geen rekening mee hoeft te houden.

a Teken een bouwplaat (bijvoorbeeld een uitslag) van het vogelhokje.

b Bereken de totale oppervlakte van de mezenkast op jouw bouwplaat.

c Laat zien, dat de werkelijke mezenkast een oppervlakte heeft die 4 keer zo groot is.

d Laat ook zien, dat de werkelijke mezenkast een inhoud heeft die 8 keer zo groot is als die op jouw bouwplaat.

Opgave 2

Hier zie je een andere nestkast. Het voorvlak (met het aanvliegat) is een rechthoek van 20 cm bij 30 cm. Het achtervlak is een rechthoek van 20 cm bij 35 cm. Het grondvlak is een vierkant. Het schuine bovenvlak is aan de voorkant iets langer dan nodig om het hokje dicht te maken.
Je hebt er een uitslag van gemaakt op schaal $1 : 5$.

a Hoe groot zijn de lengte, de breedte, de hoogte van de voorkant en de hoogte van de achterkant in jouw uitslag?

b Hoeveel bedraagt de vergrotingsfactor van het werkelijke vogelhok ten opzichte van jouw uitslag?

c Hoeveel keer zo groot is de werkelijke oppervlakte in vergelijking met die van jouw uitslag?

d Hoeveel keer zo groot is de werkelijke inhoud in vergelijking met die van jouw uitslag?

Opgave 3

Bekijk het schaalmodel van een kist in **Voorbeeld 1** nog eens.

a Bereken de oppervlakte van dit schaalmodel zelf na.

De inhoud van het model is $511{,}56$ cm^3, want de wanden van de echte houten kist zijn 10 mm dik.

b Laat zien dat dit klopt.

c Bereken de inhoud van de werkelijke kist.

Opgave 4

Er wordt een tweede kist gemaakt van dit zelfde schaalmodel. De schaal daarvan is $1 : 5$.

a Is die kist groter of kleiner dan de eerste? Hoeveel bedraagt de lengtevergrotingsfactor van deze kist ten opzichte van de eerste?

b Bereken de oppervlakte van de tweede kist vanuit die van de eerste kist.

c Bereken de inhoud van de tweede kist vanuit die van de eerste kist.

Opgave 5

Bekijk het schaalmodel van de Smart ForTwo in **Voorbeeld 2**.

a Bereken de glasoppervlakte van het schaalmodel in mm^2 nauwkeurig.

b Bereken de cilinderinhoud van het schaalmodel in mm^3 nauwkeurig.

c Bereken hoeveel mm^3 benzine er in de tank van het schaalmodel past.

Verwerken

Opgave 6

Een voetbalveld is getekend op schaal $1 : 1000$. In de tekening is het 12 cm lang en $7{,}5$ cm breed.

a Hoe groot is dit voetbalveld in werkelijkheid?

b Met welk getal moet je de afmetingen van dit veld vermenigvuldigen om de werkelijke afmetingen te krijgen?

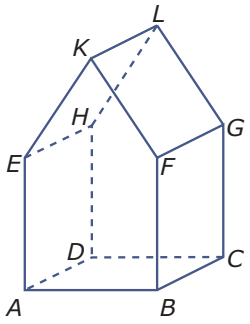
c Hoe groot is de oppervlakte van het voetbalveld op de tekening?

d Met welk getal moet je de oppervlakte van dit veld vermenigvuldigen om de werkelijke oppervlakte te krijgen?

e Hoeveel m^2 is de oppervlakte van het voetbalveld in werkelijkheid?

Opgave 7

In de figuur zie je een prisma in de vorm van een vogelhuisje. Gegeven zijn de volgende lengtes (in cm): $AB = 8$ cm, $BF = 8$ cm, $BC = 10$ cm en $KF = 10$ cm. Het totale vogelhuisje is 14 cm hoog.



a Teken een uitslag van dit vogelhuisje op schaal $1 : 2$ op een cm-rooster.

b Bereken de oppervlakte en de inhoud van het schaalmodel van dit vogelhuisje.

c Laat zien, hoe je met de vergrotingsfactor de oppervlakte en de inhoud van het werkelijke vogelhuisje berekent.

Opgave 8

Van een balk is een uitslag getekend op schaal $1 : 20$. De drie verschillende afmetingen van de uitslag zijn: lengte 8 cm, breedte 6 cm en hoogte 11 cm.

a Bereken de afmetingen van de werkelijke balk.

b Hoeveel keer zo groot is de oppervlakte van de werkelijke balk ten opzichte van het schaalmodel?

c Hoeveel keer zo groot is de inhoud van de werkelijke balk ten opzichte van het schaalmodel?

Opgave 9

Hier zie je een Tesla-S, één van de eerste elektrische auto's, maar dan een versie voor kinderen. Neem aan dat dit een schaalmodel van de Tesla-S is.
De afmetingen van een echte Tesla-S zijn: lengte 498 cm, breedte 195 cm en hoogte 144 cm. Neem aan dat het schaalmodel 65 cm breed is.

a Bereken de schaal waarop dit model is gemaakt.

b Bereken de lengte en de hoogte van het schaalmodel in mm nauwkeurig.

c De bagageruimte van de Tesla-S is 150 L. Hoeveel L bagageruimte zou het schaalmodel moeten hebben?

Toepassen

Als echte vogelliefhebber weet Marja van vogels ook best veel af. Ze leest er ook over.
Zo heeft ze een tijdje geleden een uil gespot. En dus is ze gegevens over uilen gaan opzoeken. Ze wil weten wat voor soort uil ze heeft gezien en wat er over bekend is.

steenuil

Via Wikipedia vind ze een lijst met soorten uilen. Hier zie je er twee.
De vogel die zij heeft gezien is de steenuil. Die wordt zo'n 25 cm lang en heeft een spanwijdte van 55 cm. Het mannetje weegt zo'n 180 gram en het vrouwtje zo'n 200 gram.
Daarnaast zie je de grootste uil die in Europa voorkomt: de oehoe. Die kan wel zo'n 75 cm lang worden.

oehoe

Opgave 10: Soorten uilen

Bekijk de gegevens van de twee soorten uilen in **Toepassen**.
Uilen lijken nogal op elkaar, ze hebben ongeveer dezelfde vorm.

a Hoeveel keer zo groot zullen de afmetingen van de oehoe zijn ten opzichte van de steenuil?

b Hoeveel zal de spanwijdte van de oehoe dus ongeveer zijn?

c De oppervlakte van het verenkleed van de steenuil wordt geschat op 1100 cm^2.
Hoeveel zal dat van de oehoe ongeveer bedragen?

d Maak ook een schatting van het gewicht van een oehoe.

1.5 Bouwtekeningen

Verkennen

Opgave V1

Je ziet hier een nestkast voor een koolmees. De invliegopening heeft een diameter van 32 mm. Je wilt deze nestkast bouwen.

a Hoe kan Marja er bouwtekeningen voor maken?

b Waarschijnlijk is drie aanzichten tekenen niet genoeg voor een bouwtekening. Waarom niet?

c Is een uitslag een geschikte bouwtekening in dit geval?

d Waarom is een uitslag niet altijd een geschikte bouwtekening?

Theorie

Opgave 1

Bekijk de bouwtekening van de steenuilenkast in de **Uitleg**.

a In welke eenheid zijn alle afmetingen gegeven?

b Hoe kun je in de bouwtekening zien dat deze nestkast kan worden open geklapt?

c Hoe kun je zien dat deze nestkast een ingang heeft die bestaat uit twee schotten met gaten met een stuk open ruimte er tussen?

d Teken zelf één zo'n schot op schaal $1 : 2$.

e De twee delen van het schuine dak zijn nergens getekend. Welke vorm en afmetingen hebben die dakdelen?

f Waarom is hier het maken van een uitslag niet goed mogelijk?

Opgave 2

Bekijk het begin van de bouwtekening van het vogelhuisje in **Voorbeeld 1**.

a Wat ontbreekt nog in de bouwtekening?

b Maak de bouwtekening compleet.

c Hoeveel cm^2 hout heb je nodig voor dit vogelhuisje?

d Hoeveel cm^3 wordt de inhoud van dit vogelhuisje?

Verwerken

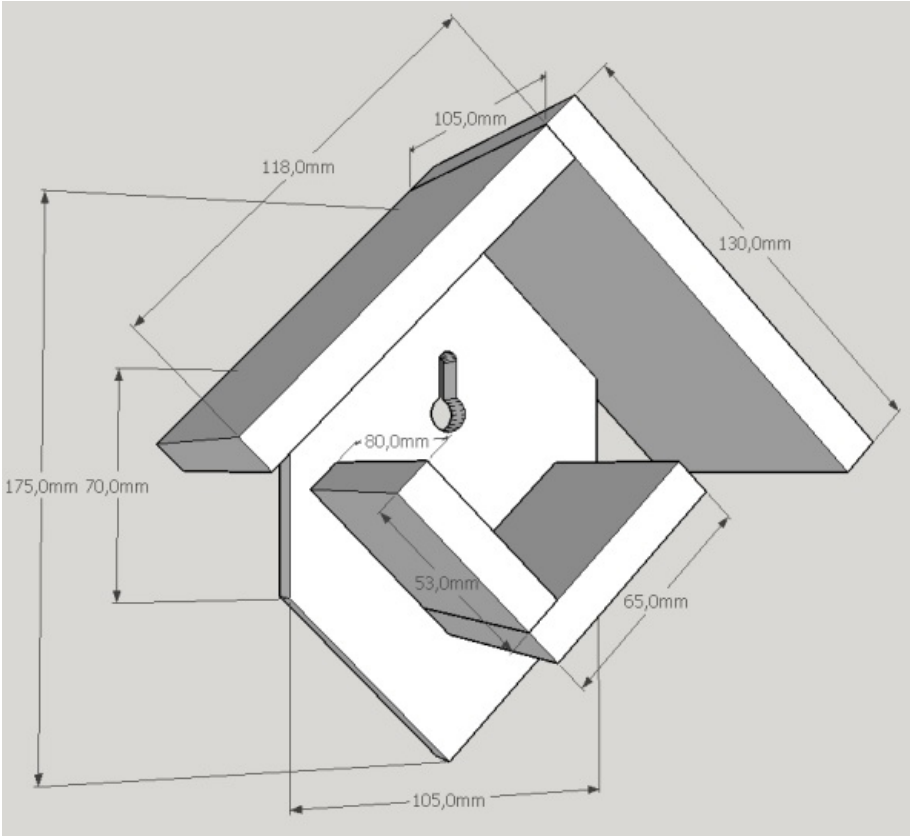
Opgave 3

Hier zie je een andere nestkast. Het voorvlak (met het aanvliegat) is een rechthoek van 20 cm bij 30 cm. Het achtervlak is een rechthoek van 20 cm bij 35 cm. Het grondvlak is een vierkant. Het schuine bovenvlak is aan de voorkant 2 cm langer dan nodig om het hokje dicht te maken. De invliegopening heeft een diameter van 6 cm.

Maak een geschikte bouwtekening.

Opgave 4

Deze tekening van een voederhuisje is afkomstig van de website van de Techniekclub Munnekeburen.

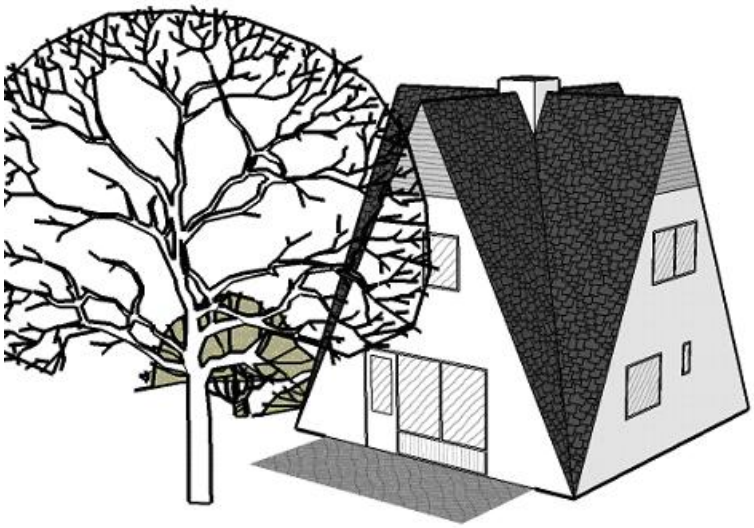


Bereken hoeveel cm^2 hout (dikte 1,2 cm) ervoor nodig is.

Toepassen

Marja wil later verder gaan in de bouwkunde.
In het **project Heideheuvel** kan ze vast kennis maken met zaken die daarmee te maken hebben. In dit project wordt vanuit een aantal bouwtekeningen een model van een vakantiehuisje gebouwd. Je krijgt dan een kleine indruk van wat er komt kijken bij het ontwikkelen van een vakantiepark...

Werkbladen (pdf): **werkblad 1**, **werkblad 2**, **werkblad 3**, **werkblad 4** en **begroting** (Excel-bestand).



Opgave 5: Heideheuvel

Het werken met kijklijnen, bouwtekeningen, oppervlakteberekeningen, en dergelijke wordt toegepast in het project ‘Heideheuvel’, zie hierboven.

Voer dit project uit. In de videoclip zie je een korte rondwandeling door het vakantiehuisje.

1.6 Totaalbeeld

Samenvatten

Als je om je heen kijkt zie je van alles, altijd in 3D. Soms staan er zaken vlak voor je neus, sommige dingen zijn verder weg, die lijken dan kleiner. Ook staan objecten soms (deels) achter elkaar zodat je niet alles kunt zien. Ook zie je wel eens voorwerpen maar van één kant en van bepaalde dingen bestaat alleen nog maar een bouwtekening.

De volgende opgaven zijn bedoeld om overzicht over het onderwerp ‘Kijkmeetkunde’ te krijgen. Dit betreft de onderdelen 1, 2, 3, 4 en 5 van dit onderwerp. Het is nuttig om er een eigen samenvatting bij te maken. De opgaven hieronder zijn bedoeld om je daarbij te helpen.

Begrippen

- de begrippen kijklijn en standpunt;
- het begrip kijkhoek;
- voor-, zij- en bovenaanzicht van een ruimtelijke figuur;
- vergrotingsfactor;
- bouwtekening.

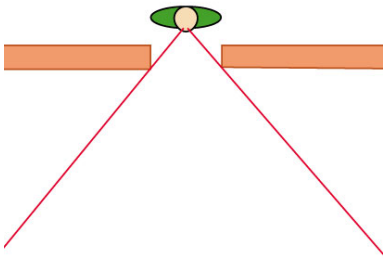
Activiteiten

- kijklijnen gebruiken om het gebied af te bakenen dat je kunt zien;
- de grootte van kijkhoeken bepalen;
- aanzichten tekenen en vanuit gegeven aanzichten een figuur herkennen;
- vlakke en ruimtelijke figuren vergroten en werken met een vergrotingsfactor
  — oppervlakte en inhoud berekenen bij vergroting of verkleining
- bouwtekeningen lezen en maken.

Opgave 1

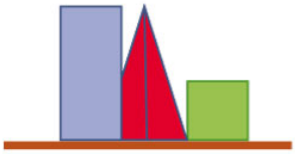
Bekijk de tekening op het **werkblad**.

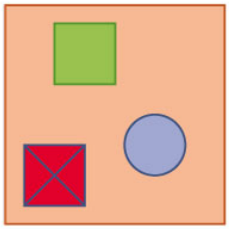
Zet op de juiste plaats de woorden ‘kijklijn’ (twee keer), ‘kijkhoek’ en ‘kijkgebied’ in de tekening.



Opgave 2

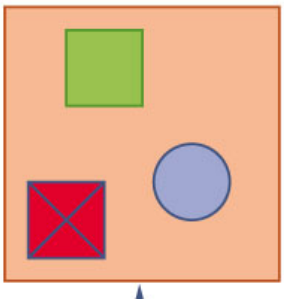
Deze figuur staat ook op het **werkblad**. Links zie je een piramide, een kubus en een cilinder. Rechts zie je een bovenaanzicht van deze drie lichamen.





Van welke plek op de plattegrond zie je de kubus, de piramide en de cilinder zoals op de linker tekening?

Opgave 3



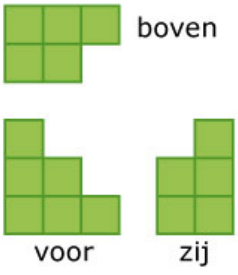
Je ziet hier een bovenaanzicht van een piramide, een kubus en een cilinder. Piramide en de cilinder zijn twee keer zo hoog dan de kubus, de diameter van de cilinder en de ribben van het grondvlak van de piramide zijn even groot als de ribben van de kubus.

Met het pijltje wordt de richting van het vooraanzicht aangegeven. Teken dit vooraanzicht en het rechter zijaanzicht.

Opgave 4

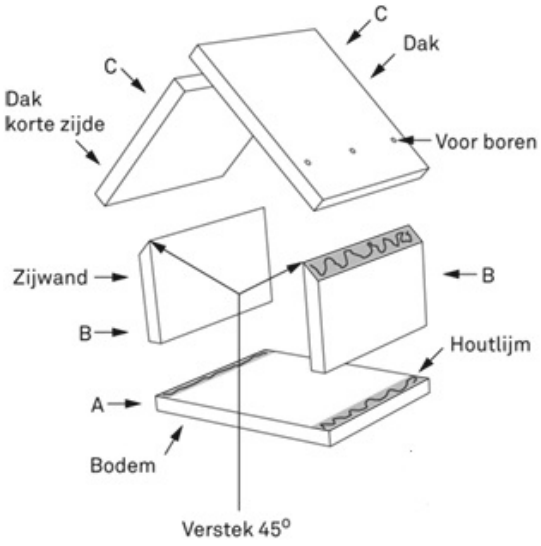
Dit is een drieaanzicht van een stapel kubussen.

Hoeveel kubussen liggen hier minimaal? En maximaal?



Opgave 5

Hier zie je een bouwtekening van een eenvoudig vogelhuisje.



a Leg uit wat het verschil is tussen een bouwtekening en een uitslag. Kun je van dit vogelhuisje een uitslag maken?

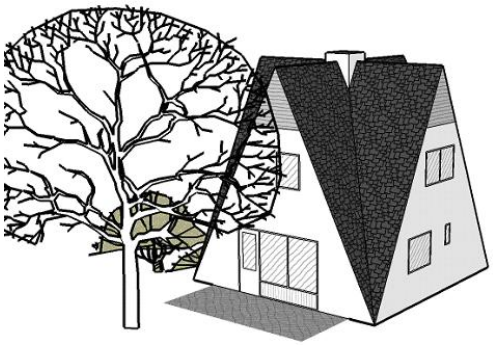
Van deze bouwtekening worden de bodem en de twee zijwanden uit één plank hout gezaagd.
Op een tekening op schaal $1:3$ is deze plank een rechthoek met en breedte van 4 cm en een lengte van $4+6+4$ cm.
De twee dakdelen vormen een plank met een breedte van 4 cm en een lengte van $5+6$ cm.

b Bereken de totale oppervlakte aan hout met behulp van de vergrotingsfactor.

c Hoeveel keer zo groot is de inhoud van het werkelijke vogelhuisje ten opzichte van dat van de tekening op schaal?

Toepassen

Hier zie je een vakantiewoning van het vakantiepark ‘Heideheuvel’.
Wellicht ben je al begonnen met dit project en werk je aan de afronding ervan.
Het projectboekje en alle bouwplaten vind je bij Toepassen in het vorige onderdeel.



Opgave 6: Project Heideheuvel afronden

Hopelijk ben je al begonnen met het project ‘Heideheuvel’.

Maak dit project af en lever het eindresultaat in.

Begrippen

- spiegellijn, symmetrieas — lijnsymmetrisch — origineel, beeld
- centrum van puntsymmetrie — puntsymmetrisch
- centrum van draaisymmetrie — draaisymmetrisch — kleinste draaihoek
- rechthoekige, gelijkbenige, gelijkzijdige driehoek
- vierkant, rechthoek, ruit, parallellogram, vlieger

Activiteiten

- de begrippen lijnsymmetrie, symmetrieas, spiegeling in een lijn, origineel en beeld, middelloodlijn — lijnsymmetrische figuren herkennen en tekenen;
- de begrippen puntsymmetrie en symmetriecentrum — puntsymmetrische figuren herkennen en tekenen;
- de begrippen draaisymmetrie, draaicentrum en kleinste draaihoek — draaisymmetrische figuren herkennen en tekenen;
- de namen van de verschillende soorten driehoeken en hun eigenschappen gebruiken;
- de namen van de verschillende soorten vierhoeken en hun eigenschappen gebruiken.

Een logo ontwerpen

Domein

Meten en tekenen

Hoofdstuk

Symmetrie

Inhoud

2.1 Lijnsymmetrie 62
2.2 Puntsymmetrie 70
2.3 Draaisymmetrie 79
2.4 Driehoeken 89
2.5 Vierhoeken 100
2.6 Totaalbeeld 111

2

2.1 Lijnsymmetrie

Verkennen

Opgave V1

Hier zie je het logo van McDonalds. Met de figuur op het **werkblad** kun je het zelf maken.

a Vouw het werkblad dubbel langs de rechterzijde van de halve letter M.
Knip vervolgens die halve letter uit en vouw hem weer open.

b Verdeelt de vouwlijn het logo in twee gelijke delen?

c Als je op de vouwlijn een spiegeltje zet en je kijkt in dit spiegeltje, wat zie je dan?

d Noem de hoofdletters die je op dezelfde manier kunt maken.
Ga uit van het standaard lettertype Arial, zie hieronder.

A B C D E F G H I J
K L M N O P Q R S
T U V W X Y Z

Theorie

Opgave 1

Bekijk de vier logo's (beeldmerken).

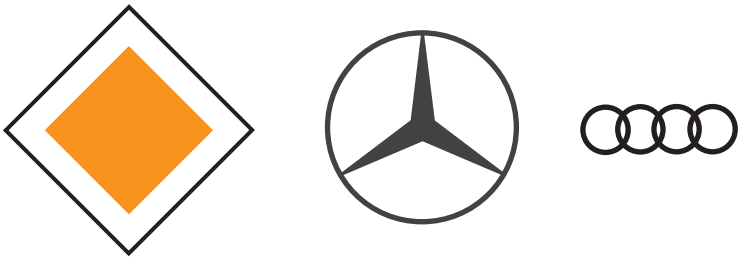
a Drie van de vier logo's zijn lijnsymmetrisch. Teken de symmetrieassen op het **werkblad**.

b Wat moet je doen om het eerste logo ook lijnsymmetrisch te maken?

c Hoe kun je je antwoorden controleren met een spiegeltje?

Opgave 2

Sommige afbeeldingen hebben meerdere symmetrieassen.



Teken op het **werkblad** de symmetrieassen.

Opgave 3

In een assenstelsel staan de punten $A(3,-2)$, $B(5,0)$ en $C(1,4)$. Je gaat nu ΔABC spiegelen. Het beeld van ABC noem je $\Delta A'B'C'$. Schrijf steeds de coördinaten van A', B' en C' op.

a Spiegel ΔABC in de y-as.

b Spiegel ΔABC in de lijn die door de punten $(2,0)$ en $(2,5)$ loopt.

c Spiegel ΔABC in de x-as.

Opgave 4

Teken in een assenstelsel de punten $A(1,2)$, $B(3,2)$, $C(4,4)$, $D(1,5)$, $E(1,-2)$, $F(4,-1)$, $G(3,1)$ en $H(1,1)$. Vierhoek $ABCD$ heeft als spiegelbeeld vierhoek $HEFG$.

a Waarom is de volgorde van de letters van het spiegelbeeld vierhoek $HEFG$ en niet vierhoek $EFGH$?

b Teken de symmetrieas. Door welke twee punten gaat de symmetrieas?

Opgave 5

Op het **werkblad** zie je de logo's uit **Voorbeeld 1** nog eens.

a Teken in elk logo de eventuele symmetrieassen.

b Zoek zelf nog een paar lijnsymmetrische logo's op internet. Gebruik zoektermen als ‘logo’, ‘beeldmerk’.

Opgave 6

Teken zelf op blanco papier zo'n driehoek en symmetrieas en teken het spiegelbeeld van die driehoek.

Opgave 7

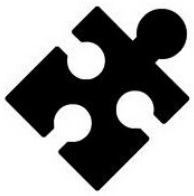
In een assenstelsel staan de punten $A(3,-2)$, $B(5,0)$ en $C(1,3)$. Je gaat nu ΔABC spiegelen in de lijn door $O(0,0)$ en $(5,5)$.

Teken ΔABC en de beeldfiguur $\Delta A'B'C'$ en schrijf de coördinaten van die beeldpunten op.

Verwerken

Opgave 8

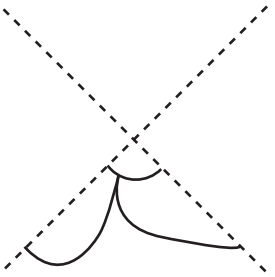
Je ziet een aantal logo's. Ze staan ook op het **werkblad**.



Teken in elk logo de eventuele symmetrieassen.

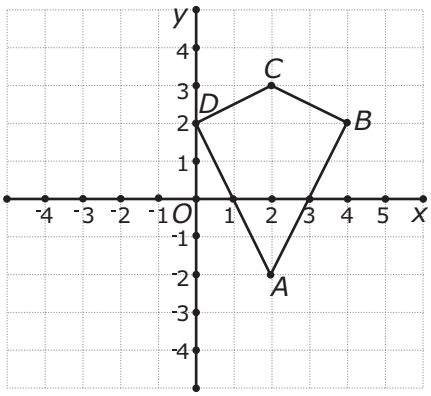
Opgave 9

Je ziet een deel van een symmetrische figuur. Beide symmetrieassen zijn getekend. Maak de figuur compleet op het **werkblad**.



Opgave 10

Je ziet in het assenstelsel vierhoek $ABCD$. De figuur staat ook op het **werkblad**.



a Vierhoek $ABCD$ wordt gespiegeld in de y-as. Teken het spiegelbeeld $A'B'C'D'$ en schrijf de coördinaten van de beeldpunten op.

b Vierhoek $ABCD$ wordt gespiegeld in de x-as. Teken het spiegelbeeld $A''B''C''D''$ en schrijf de coördinaten van de beeldpunten op.

Opgave 11

Gegeven zijn de roosterpunten $A(-2,2)$, $B(4,4)$, $C(-3,5)$, $A'(2,0)$ en $B'(0,6)$. Verder is $\Delta A'B'C'$ het spiegelbeeld van ΔABC bij spiegelen in lijn m.

a Teken beide driehoeken en de spiegellijn m.

b Schrijf de coördinaten van C' op.

Toepassen

Ayse vraagt zich af hoe symmetrisch gezichten van mensen zijn.

Ze vindt deze drie ‘foto's’ van hetzelfde gezicht gemaakt door Julian Wolkenstein.

Hoe zijn deze afbeeldingen gemaakt?
Kun je dat zelf ook?

Opgave 12: Drie keer eenzelfde gezicht

Bekijk de drie ‘foto's’ van hetzelfde gezicht gemaakt door Julian Wolkenstein.

a Hoe zijn ze gemaakt?

b Waarom zijn ze zo verschillend?

c Maak dergelijke foto's van jezelf.

Opgave 13: Symmetrie in de natuur

Vaak zijn bloemen, vlinders en andere levende organismen die in de natuur voorkomen, mooi symmetrisch. De twee foto's laten dat zien.

Probeer zelf voorbeelden te vinden van natuurlijke, symmetrische organismen. Teken ze of zoek ze op en geef de symmetrieas(sen) aan.

2.2 Puntsymmetrie

Verkennen

Opgave V1

Dit is het logo van de NS (Nederlandse Spoorwegen).
Herken je de N, de S en het spoor zelf?

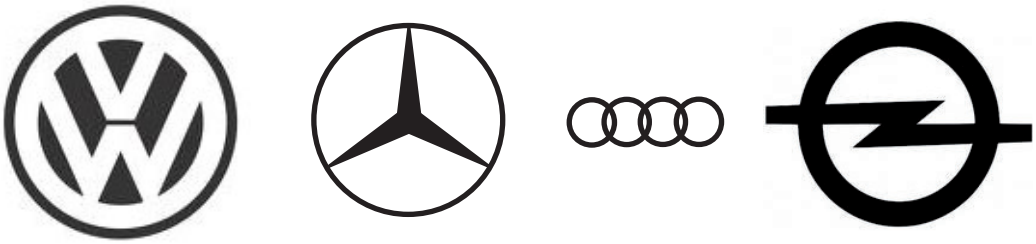
a Is de linkerhelft van het logo het spiegelbeeld van de rechterhelft?

b Op het **werkblad** zie je de linkerhelft van het logo.
Hoe maak je er de rechterkant nu bij?

Theorie

Opgave 1

Hier zie je vier logo's van automerken. Ze staan ook op het **werkblad**.



a Twee van de vier logo's zijn puntsymmetrisch. Teken in elk van deze logo's het symmetriecentrum C.

b Drie van de vier logo's zijn ook lijnsymmetrisch. Teken de symmetrieassen. Wat valt je op als de symmetrieassen elkaar snijden?

c Kan een logo precies één symmetrieas hebben en ook puntsymmetrisch zijn?

d Kan een logo puntsymmetrisch zijn en geen symmetrieassen hebben?

Opgave 2

Welke figuur is puntsymmetrisch en heeft oneindig veel symmetrieassen?

Opgave 3

Teken in een assenstelsel de punten $A(3,-2)$, $B(5,0)$ en $C(1,4)$. Je gaat nu ΔABC spiegelen. Het beeld van ΔABC noem je $\Delta A'B'C'$. Schrijf steeds de coördinaten van A', B' en C' op.

a Spiegel ΔABC in de oorsprong O van het assenstelsel.

b Spiegel ΔABC in punt $P(3,2)$.

c Spiegel ΔABC in punt B.

Opgave 4

Teken in een assenstelsel de punten $A(1,2)$, $B(3,2)$, $C(4,4)$, $D(1,5)$, $E(1,-2)$, $F(1,1)$, $G(-1,1)$ en $H(-2,-1)$. Vierhoek $ABCD$ heeft als spiegelbeeld vierhoek $FGHE$.

a Waarom wordt het spiegelbeeld vierhoek $FGHE$ genoemd en niet vierhoek $EFGH$? Leg de volgorde van de hoofdletters uit.

b Teken het symmetriecentrum. Welk punt is dit?

c Als je vierhoek $ABCD$ spiegelt in $P(2,3)$, krijg je een vierhoek $KLMN$. Schrijf de coördinaten van de hoekpunten van $KLMN$ op.

Opgave 5

Op het **werkblad** zie je de logo's uit **Voorbeeld 1** nog eens.

a Teken in elk logo het symmetriecentrum.

b Zoek zelf nog een paar puntsymmetrische logo's op internet. Gebruik zoektermen als ‘logo’, ‘beeldmerk’.

Opgave 6

Bekijk **Voorbeeld 2**.

Teken zelf op blanco papier een driehoek en een symmetriecentrum en teken het spiegelbeeld van die driehoek.

Opgave 7

In een assenstelsel staan de punten $A(3,-2)$, $B(5,0)$ en $C(1,3)$. Je gaat nu ΔABC spiegelen in punt $P(3,1)$.

Teken ΔABC en de beeldfiguur $\Delta A'B'C'$ en schrijf de coördinaten van de beeldpunten op.

Verwerken

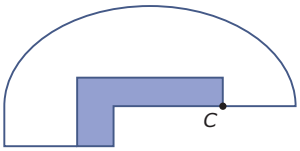
Opgave 8

Je ziet een aantal logo's. Ze staan ook op het **werkblad**.

Teken in de puntsymmetrische logo's het centrum van symmetrie.

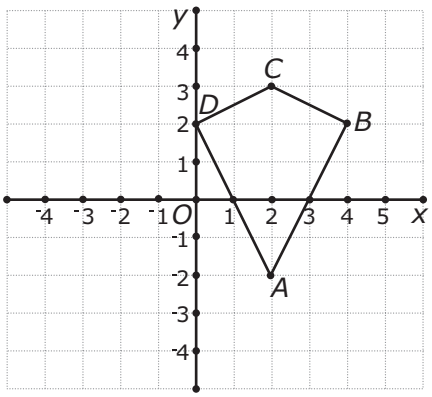
Opgave 9

Je ziet de helft van een puntsymmetrische figuur. C is het symmetriecentrum. Maak de figuur op het **werkblad** compleet.



Opgave 10

Je ziet in het assenstelsel vierhoek $ABCD$. De figuur staat ook op het **werkblad**.



a Vierhoek $ABCD$ wordt gespiegeld in de oorsprong van het assenstelsel. Teken het spiegelbeeld $A'B'C'D'$ en schrijf de coördinaten van de beeldpunten op.

b Vierhoek $ABCD$ wordt gespiegeld in punt $P(3,3)$. Teken het spiegelbeeld $A''B''C''D''$ en schrijf de coördinaten van de beeldpunten op.

Opgave 11

Teken in een assenstelsel de punten $A(-3,2)$, $B(4,0)$ en $C(2,5)$. Je gaat nu ΔABC spiegelen. Het beeld van ΔABC noem je $\Delta A'B'C'$. Schrijf de coördinaten van A', B' en C' op.

a Spiegel ΔABC in de oorsprong O van het assenstelsel.

b Spiegel ΔABC in punt $P(0,2)$.

c Spiegel ΔABC in punt B.

Opgave 12

Gegeven zijn de roosterpunten $A(-2,2)$, $B(4,4)$, $C(-3,5)$, $A'(2,0)$ en $B'(-4,-2)$. Verder is $\Delta A'B'C'$ het spiegelbeeld van ΔABC bij spiegelen in punt P.

a Teken beide driehoeken en punt P.

b Schrijf de coördinaten van C' op.

Toepassen

Ayse wil uiteindelijk zelf een logo gaan ontwerpen.
Ze merkt op dat daar vaak ook letters in voorkomen.
Daarom gaat ze kijken naar symmetrie in letters.

Maar er zijn nogal wat verschillende lettertypes. Hier zie je een paar voorbeelden van de vorm die de letter A kan hebben.
En dus gaat Ayse lettertypes met elkaar vergelijken.

Opgave 13: Symmetrische letters, Calibri

Je ziet de hoofdletters van het West-Europese alfabet, lettertype Calibri.

A B C D E F G H I J

K L M N O P Q R S

T U V W X Y Z

Welke letters zijn puntsymmetrisch? Welke letters zijn lijnsymmetrisch? Zet het aantal symmetrieassen erbij.

De letters staan ook op het **werkblad**.

Opgave 14: Symmetrische letters, Times New Roman

Je ziet de hoofdletters van het West-Europese alfabet, lettertype Times New Roman.

A B C D E F G H I J

K L M N O P Q R S

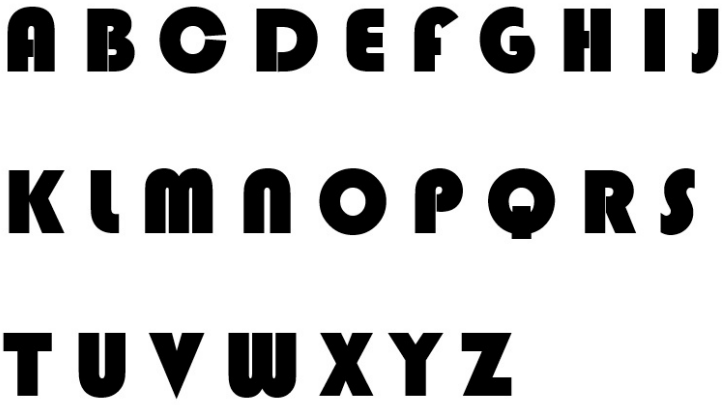
T U V W X Y Z

Welke letters zijn puntsymmetrisch? Welke letters zijn lijnsymmetrisch? Zet het aantal symmetrieassen erbij.

De letters staan ook op het **werkblad**.

Opgave 15: Symmetrische letters, Bauhaus

Je ziet de hoofdletters van het West-Europese alfabet, lettertype Bauhaus.



Welke letters zijn puntsymmetrisch? Welke letters zijn lijnsymmetrisch? Zet het aantal symmetrieassen erbij.

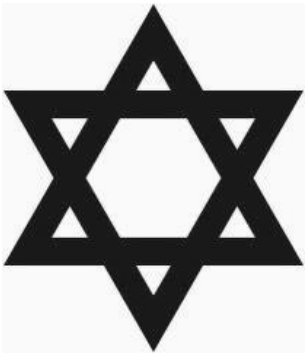
De letters staan ook op het **werkblad**.

2.3 Draaisymmetrie

Verkennen

Opgave V1

Je ziet hier twee sterren.



a Welke van beide sterren is puntsymmetrisch?

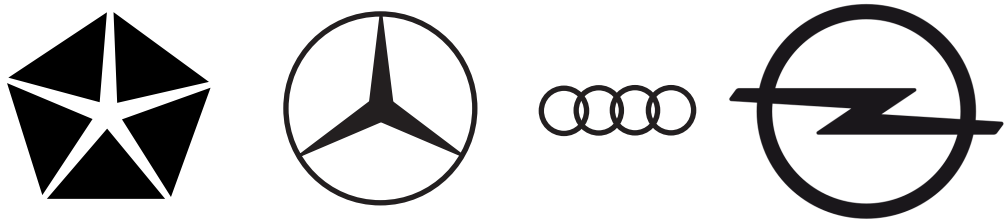
b Welke van beide sterren is lijnsymmetrisch?

c Zijn beide sterren nog op een andere manier symmetrisch?

Theorie

Opgave 1

Je ziet vier logo's. Ze staan ook op het **werkblad**.



a Al deze logo's zijn draaisymmetrisch. Teken in elk van deze logo's het draaisymmetriecentrum C.

b Drie van de vier logo's zijn lijnsymmetrisch. Hoeveel symmetrieassen hebben ze?

c Welke kleinste draaihoek hoort bij elk logo?

d Welke van deze logo's zijn draaisymmetrisch én puntsymmetrisch?

Opgave 2

Bij welke (kleinste) draaihoeken is een draaisymmetrische figuur ook puntsymmetrisch?

Opgave 3

Teken in een assenstelsel de punten $A(1,1)$, $B(5,1)$ en $C(2,4)$. Je gaat nu ΔABC draaien.
Het beeld van ΔABC noem je $\Delta A_1B_1C_1$.
Schrijf steeds de coördinaten van A_1, B_1 en C_1 op.

a Draai ΔABC om de oorsprong O over $90°$ (dus tegen de wijzers van de klok in).

b Draai ΔABC om de oorsprong O over $-90°$ (dus met de wijzers van de klok mee).

c Draai ΔABC om punt B over $180°$.

Opgave 4

Teken in een assenstelsel de punten $A(1,1)$, $B(3,1)$, $C(4,3)$, $D(1,4)$, $E(-1,4)$, $F(2,4)$, $G(2,6)$ en $H(0,7)$. Vierhoek $ABCD$ heeft als spiegelbeeld vierhoek $FGHE$ bij draaiing om punt P.

a Geef de coördinaten van P en de draaihoek die bij deze draaiing past.

b Spiegel vierhoek $FGHE$ in punt P. Noem de beeldfiguur $KLMN$.

c Bij welke draaiing is $KLMN$ het beeld van $ABCD$?

Opgave 5

Op het **werkblad** zie je de logo's uit **Voorbeeld 1** nog eens.

a Zet in de draaisymmetrische logo's het centrum van symmetrie en de kleinste draaihoek.

b Zoek zelf nog een paar draaisymmetrische logo's op internet. Geef het draaicentrum en de kleinste draaihoek van elk gevonden logo.

Opgave 6

Teken zelf op blanco papier zo'n driehoek en symmetriecentrum als in **Voorbeeld 2** en draai de driehoek over $120°$.

Opgave 7

Teken in een assenstelsel de punten $A(3,-2)$, $B(5,0)$ en $C(1,3)$. Je gaat nu ΔABC draaien om punt $F(3,1)$ over $90°$ (dus tegen de wijzers van de klok in).

Teken ΔABC en de beeldfiguur $\Delta A_1B_1C_1$ en schrijf de coördinaten van die beeldpunten op.

Verwerken

Opgave 8

Je ziet een doornenkroon, een mooie draaisymmetrische zeester. Ga ervan uit dat hij ook echt perfect draaisymmetrisch is.

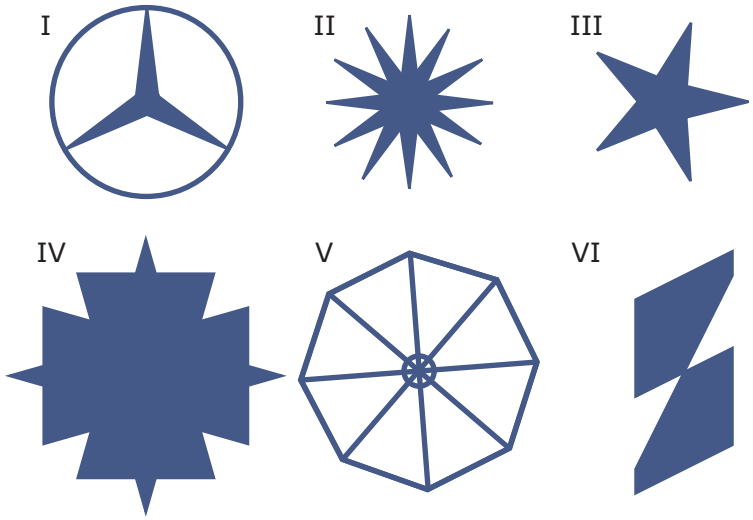
a Hoe groot is de kleinste draaihoek?

b Is deze zeester ook puntsymmetrisch?

c Is deze zeester ook lijnsymmetrisch? Zo ja, hoeveel symmetrieassen heeft hij dan?

Opgave 9

Bekijk de draaisymmetrische figuren.



a Geef van elke figuur de kleinste draaihoek.

b Welke van deze figuren zijn ook puntsymmetrisch?

c Welke van deze figuren zijn ook lijnsymmetrisch? Geef in dat geval het aantal symmetrie-assen.

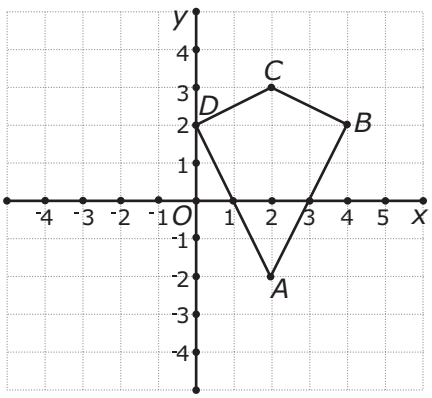
Opgave 10

Je ziet drie figuren. Door deze figuren aan te vullen kunnen ze draaisymmetrisch worden. Het centrum van draaiing is aangegeven met een rode stip, de kleinste draaihoek staat erbij. Maak de figuren compleet op het **werkblad**.

90° 120° 45°

Opgave 11

Bekijk het assenstelsel met daarin vierhoek $ABCD$.



a Vierhoek $ABCD$ wordt gedraaid over $90°$ om de oorsprong O van het assenstelsel. Teken de beeldfiguur $A'B'C'D'$ op het **werkblad** en schrijf de coördinaten van de hoekpunten daarvan op.

b Vierhoek $ABCD$ wordt gedraaid over $-90°$ om de oorsprong O van het assenstelsel. Teken de beeldfiguur $A''B''C''D''$ en schrijf de coördinaten van de hoekpunten daarvan op.

Toepassen

Applet

Ayse wil in haar logo misschien ook wel van die mooie symmetrische sterren opnemen.

Ze begint met het tekenen van een **vijfpuntige ster**.
Als ze die goed kan krijgen, lukken andere sterren vast ook wel.
Zo'n ster heeft vijf punten zijn die evenver van het draaicentrum afliggen.

De kleinste draaihoek is $\frac{360°}{5} = 72°$. Voor de constructie van de vijfpuntige ster maakt ze van die kleinste draaihoek gebruik.

Bekijk maar eens hoe Ayse die ster tekent.

Opgave 12: Sterren tekenen

Bekijk in **Toepassen** hoe je een symmetrische vijfpuntige ster tekent.

a Teken zelf zo'n vijfpuntige ster.

b Stel je wilt een symmetrische zespuntige ster tekenen. Hoe groot is de kleinste draaihoek?

c Teken zo'n symmetrische zespuntige ster.

d Wat is er lastig aan een zevenpuntige ster?

Opgave 13: IJskristallen

IJskristallen zijn heldere kristallen met regelmatige vormen. Soms kun je de vormen van deze kristallen goed zien als het sneeuwt.

IJskristallen nemen mooie zeshoekige draaisymmetrische vormen aan.

a Welke kleinste draaihoek hebben dergelijke ijskristallen?

b Is een dergelijk ijskristal ook puntsymmetrisch?

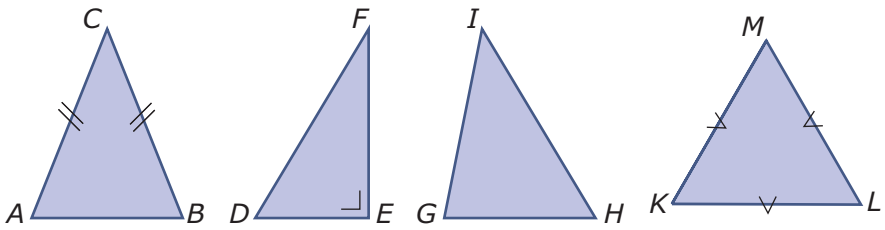
c Is een ijskristal ook lijnsymmetrisch? Zo ja, hoeveel symmetrieassen heeft hij dan?

2.4 Driehoeken

Verkennen

Opgave V1

Je ziet hier vier driehoeken met de gebruikelijke tekens voor gelijke zijden en een rechte hoek.



a Welke van deze driehoeken zijn lijnsymmetrisch? Met hoeveel symmetrieassen?

b Welke van deze driehoeken zijn puntsymmetrisch?

c Welke van deze driehoeken zijn draaisymmetrisch? Hoe groot is dan de kleinste draaihoek?

d Bekijk ΔABC. Welke gelijke hoeken heeft deze driehoek?

e Bekijk ΔKLM. Welke gelijke hoeken heeft deze driehoek? Hoe groot zijn die hoeken dus?

Theorie

Opgave 1

Bekijk de drie soorten bijzondere driehoeken in de **Uitleg**.

a Teken een rechthoekige driehoek ABC met $AB = 6$ cm, $AC = 7$ cm en $\angle B = 90°$.

b Controleer door opmeten dat $\angle A \approx 31°$ is.

c Hoeveel zijn $\angle A$ en $\angle C$ samen? Hoe groot moet dus $\angle C$ zijn?

Opgave 2

Bekijk de drie soorten bijzondere driehoeken in de **Uitleg**.

a Teken de gelijkbenige driehoek KLM met $KM = 4$ cm en $\angle K = \angle L = 70°$.

b Hoe groot is $\angle M$?

c Teken de symmetrieas van driehoek KLM.

Opgave 3

Bekijk de drie soorten bijzondere driehoeken in de **Uitleg**.

a Teken een gelijkzijdige driehoek PQR met zijden van 6 cm met daarin de symmetrieassen.

b Hoe groot zijn de hoeken van een gelijkzijdige driehoek?

Opgave 4

a Van een rechthoekige ΔABC is $\angle A$ de rechte hoek en $\angle C = 70°$.
Leg uit hoe je de grootte van $\angle B$ kunt uitrekenen.

b Van een rechthoekige ΔABC is $\angle A$ de rechte hoek, $AC = 3$ cm en $AB = 6$ cm.
Hoe groot is de oppervlakte van de driehoek?

Opgave 5

Teken een rechthoekige driehoek ABC met een hypotenusa (langste zijde) van $BC = 6{,}5$ cm en een rechthoekszijde van $AB = 6$ cm.

Opgave 6

Bekijk de gelijkbenige driehoek in **Voorbeeld 2**.

a Maak $\angle C = 70°$. Leg uit hoe je nu de grootte van $\angle B$ kunt uitrekenen.

b Maak $\angle B = 62°$. Leg uit hoe je nu de grootte van $\angle C$ kunt uitrekenen.

Opgave 7

Teken een gelijkbenige driehoek met twee benen van 6 cm en twee basishoeken van $70°$.

Opgave 8

Bekijk de gelijkzijdige driehoek in **Voorbeeld 3** nog eens.

a Als A een roosterpunt is, hoe kun je er dan voor zorgen dat de zijden van de gelijkzijdige driehoek allemaal een geheel getal worden? Is C dan ook een roosterpunt?

S is het snijpunt van de drie symmetrieassen.

b Welke hoeken maken de symmetrieassen in S met elkaar?

c Wat voor soort driehoek is ΔABS?

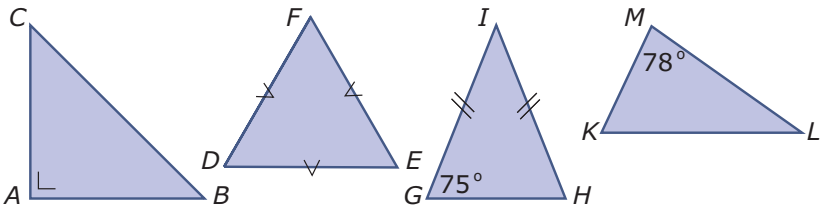
Opgave 9

Teken een gelijkzijdige driehoek ABC met zijden van 6 cm en noem de middens van de zijden K, L en M. Wat voor driehoek is ΔKLM? Licht je antwoord toe.

Verwerken

Opgave 10

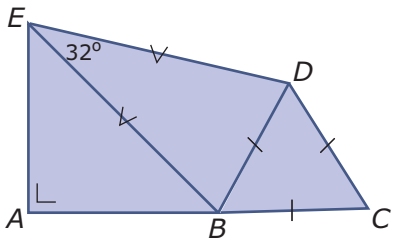
Je ziet vier driehoeken. In de driehoeken is aangegeven welke lijnstukken gelijk zijn.



Bereken de hoeken van deze driehoeken.

Opgave 11

Deze figuur bestaat uit drie driehoeken. In de figuur is aangegeven welke lijnstukken gelijk zijn.



a Welke driehoek is gelijkbenig? Er zijn meerdere antwoorden mogelijk.

A. ΔABE
B. ΔBDE
C. ΔBCD

b Welke driehoek is rechthoekig?

A. ΔABE
B. ΔBDE
C. ΔBCD

c Welke driehoek is gelijkzijdig?

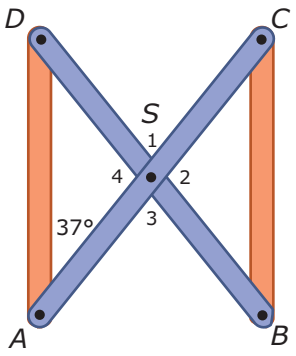
A. ΔABE
B. ΔBDE
C. ΔBCD

d $\angle ABC$ lijkt een gestrekte hoek. Is dat ook zo?

Opgave 12

Deze boekenkast heeft voor de stevigheid twee even lange stangen aan de achterkant die in het midden aan elkaar vastzitten, $\angle A = 37°$.

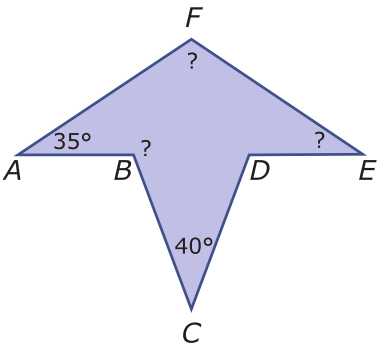
Bereken de twee verschillende hoeken die beide stangen met elkaar maken.



Opgave 13

Deze figuur is lijnsymmetrisch. Hij bestaat uit twee driehoeken.

Bereken de hoeken waar een vraagteken in staat.



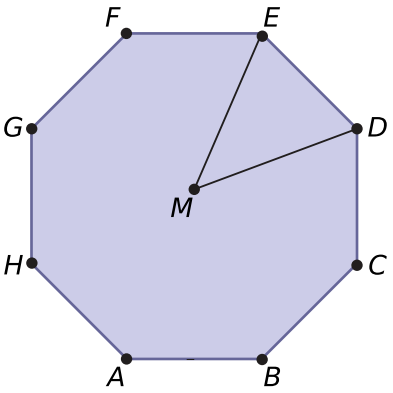
Opgave 14

In elke driehoek ABC met $AC = BC$ is de lijn die door het midden M van AB gaat en daar loodrecht op staat de bissectrice van $\angle C$.

Beredeneer waarom dit zo is.

Opgave 15

Van een regelmatige achthoek $ABCDEFGH$ zijn alle hoeken en alle zijden gelijk. Vanuit het centrum M kun je lijnen trekken naar de hoekpunten. Zo verdeel je de achthoek in acht driehoeken.



a Wat voor soort driehoek is ΔDEM?

b $\angle DME$ is $45°$. Hoe groot is dan $\angle MDE$?

Toepassen

Applet

Ayse ziet in logo's vaak driehoeken, vierhoeken, vijfhoeken, zeshoeken, etc., met alle zijden en alle hoeken gelijk.

Dat noem je **regelmatige veelhoeken**.
Een gelijkzijdige driehoek is een regelmatige driehoek.
Maar er bestaan bijvoorbeeld ook regelmatige vijfhoeken.

En Ayse bedenkt dat ze die op dezelfde manier kan tekenen als de symmetrische sterren die ze eerder maakte.

Bekijk in de applet hoe Ayse een regelmatige vijfhoek tekent.

Opgave 16: Regelmatige vijfhoek en regelmatige driehoek

Bekijk het tekenen van een regelmatige vijfhoek in **Toepassen**.

a Teken zelf zo'n regelmatige vijfhoek.

b Je ziet dat zo'n vijfhoek uit vijf driehoeken bestaat die allemaal het middelpunt van de figuur als hoekpunt hebben. Zijn dat gelijkzijdige driehoeken?

c Teken ook een regelmatige driehoek.

d Waarom weet je nu zeker dat de driehoek die je hebt getekend gelijkzijdig is?

e Waarom kun je op deze manier geen gelijkbenige driehoek (niet gelijkzijdig) tekenen?

Opgave 17: Regelmatige vierhoek

Bekijk het tekenen van een regelmatige vijfhoek in **Toepassen**.

a Teken een regelmatige vierhoek.

b Hoe heet elke regelmatige vierhoek?

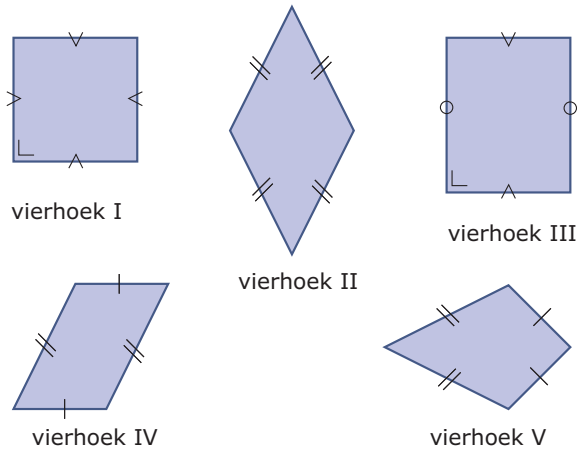
c Zijn alle vierhoeken met vier gelijke zijden regelmatige vierhoeken? Probeer uit te leggen waarom.

2.5 Vierhoeken

Verkennen

Opgave V1

Je ziet hier vijf vierhoeken met de gebruikelijke tekens voor gelijke zijden en rechte hoeken.



a Welke van deze vierhoeken zijn lijnsymmetrisch? Teken op het **werkblad** de symmetrieassen.

b Welke van deze vierhoeken zijn puntsymmetrisch? Teken telkens het symmetriecentrum in de vierhoek.

c Welke van deze vierhoeken zijn draaisymmetrisch? En wat is dan de kleinste draaihoek?

d Bekijk vierhoek II. Welke gelijke hoeken heeft deze vierhoek? Geef ze aan op het werkblad.

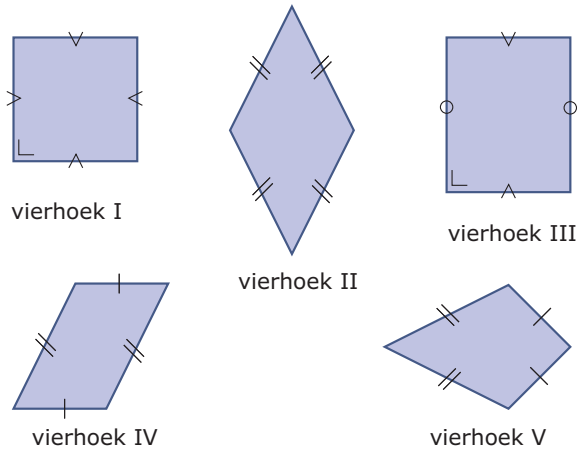
e Bekijk vierhoek IV. Welke gelijke hoeken heeft deze vierhoek? Geef ze aan op het werkblad.

f Bekijk vierhoek V. Welke gelijke hoeken heeft deze driehoek? Geef ze aan op het werkblad.

Theorie

Opgave 1

Je ziet vijf vierhoeken.



a Schrijf bij elke vierhoek de juiste naam.

b “Elke rechthoek is ook een parallellogram.” Klopt het omgekeerde ook?

c “Elke ruit is ook een parallellogram.” Klopt deze uitspraak? En klopt het omgekeerde?

d Bestaat er een rechthoekige ruit?

Opgave 2

Gebruik de applet van de **Uitleg**.

Maak elk van de vijf genoemde soorten vierhoeken en bekijk de symmetrie-eigenschappen ervan. Maak een overzicht van de symmetrische eigenschappen per vierhoek.

Opgave 3

Bekijk de rechthoek in de applet in **Voorbeeld 1**.

a Waarom kun je alleen de punten A en B helemaal vrij bewegen?

b Maak de rechthoek zo, dat $AS = 2$ roostereenheden.
Hoe lang zijn BS, CS en DS dan?

c Hoe maak je in de applet van rechthoek $ABCD$ een vierkant?

Opgave 4

Hoeveel gegevens heb je nodig om een rechthoek te tekenen? Geef een voorbeeld.

Opgave 5

Bekijk de vlieger in de applet in **Voorbeeld 2**.

a Waarom kun je alleen A en B vrij bewegen?

b Maak de vlieger zo, dat $AC = 5$ en $BD = 4$ roostereenheden.
Hoe lang zijn dan BS en DS als S het snijpunt van de diagonalen is?

c Hoe maak je in de applet van vlieger $ABCD$ een ruit? Kan deze vlieger ook een vierkant worden?

Opgave 6

a Hoeveel gegevens heb je nodig om een vlieger te tekenen? Geef een voorbeeld.

b Hoeveel gegevens heb je nodig om een ruit te tekenen? Geef een voorbeeld.

Opgave 7

Bekijk het parallellogram in de applet in **Voorbeeld 3**.

a Je kunt nu de punten A, B en C onafhankelijk van elkaar verplaatsen. Waarom kan dat met punt D niet?

b Ga met de applet alle genoemde eigenschappen van het parallellogram na. Verplaats de hoekpunten en controleer dat ze telkens opgaan.

c Welke andere vierhoeken kun je met de applet maken? Met andere woorden: welke andere vierhoeken zijn een parallellogram?

Opgave 8

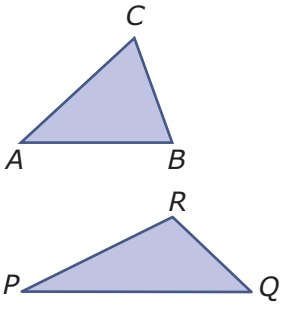
a Hoeveel gegevens heb je nodig om een parallellogram te tekenen? Geef een voorbeeld.

b Kun je ook een vierhoek tekenen met één paar evenwijdige zijden en één paar zijden die niet evenwijdig zijn?

Verwerken

Opgave 9

Je ziet twee driehoeken. ΔABC is een gelijkbenige driehoek met benen van 4 cm en een tophoek van $38°$ en voor ΔPQR geldt dat $\angle P = 20°$, $\angle Q = 50°$ en $PR = 4$ cm.

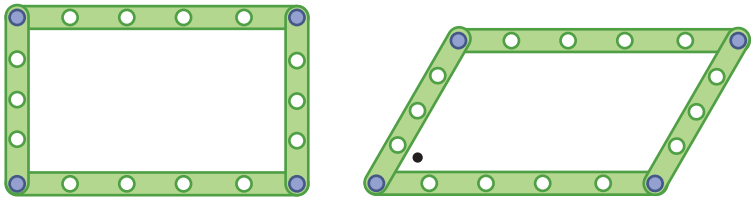


a Teken ΔABC en spiegel hem in lijnstuk BC.
Bereken de hoeken van de figuur die nu ontstaat.

b Teken ΔPQR en spiegel hem in lijnstuk PQ. Geef de naam van de vierhoek die nu ontstaat en bereken de hoeken ervan.

Opgave 10

Je ziet hoe je een rechthoek van metalen strips kunt vervormen.



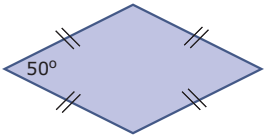
a Hoe heet de rechter figuur?

b Je kunt het vervormen van de rechthoek voorkomen door één strip toe te voegen. Licht toe hoe die strip moet worden geplaatst.

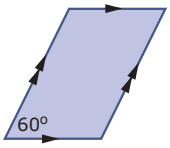
c Als je de rechthoek zo vervormt dat de hoek met de stip $58°$ is, hoe groot zijn dan de andere hoeken van de figuur die zo ontstaat?

Opgave 11

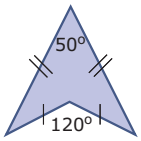
Je ziet drie vierhoeken. In de vierhoeken is aangegeven welke lijnstukken gelijk of evenwijdig zijn.



vierhoek I



vierhoek II

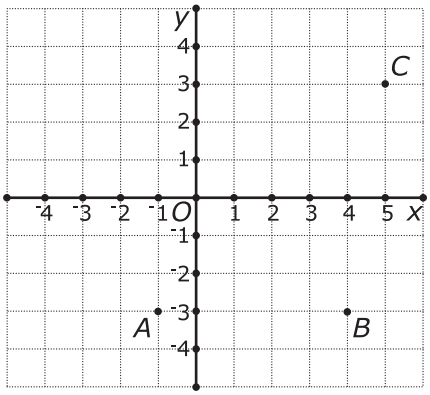


vierhoek III

Geef elke vierhoek de juiste naam en bereken alle hoeken die niet zijn gegeven.

Opgave 12

Je ziet een assenstelsel met de punten $A(-1,-3)$, $B(4,-3)$ en $C(5,3)$.



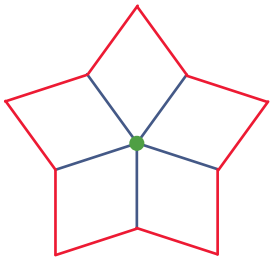
a A, B en C zijn hoekpunten van parallellogram $ABCD$. Geef de coördinaten van punt D.

b A, B en C zijn hoekpunten van vlieger $ABCE$. Geef de coördinaten van punt E.

c Welke andere bijzondere vierhoeken $ABCP$ kun je met deze punten maken? Licht je antwoord toe.

Opgave 13

Als je vijf gelijke ruiten tegen elkaar legt met alle vijf precies één punt gemeenschappelijk, dan kun je de rode ster hiernaast krijgen.



a Hoe groot moet je de hoeken bij het gemeenschappelijke punt van die ruiten maken?

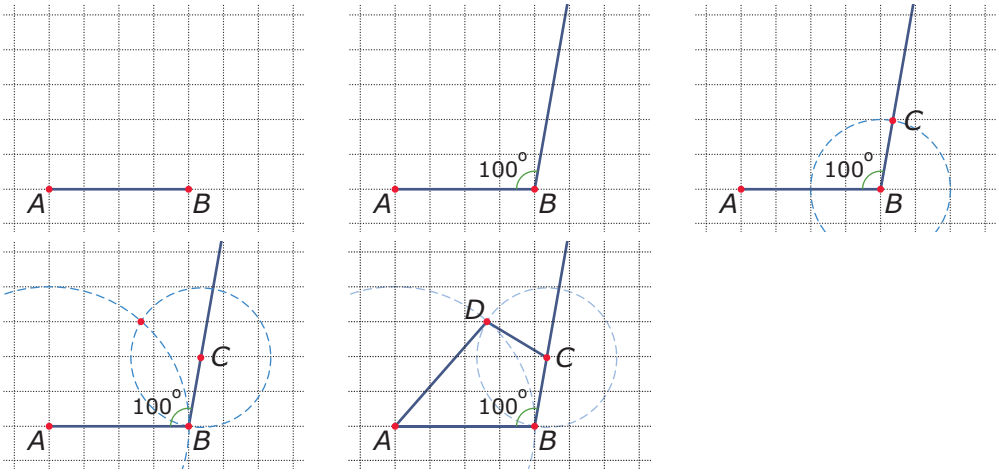
b Hoe groot zijn de andere hoeken van die ruit?

Toepassen

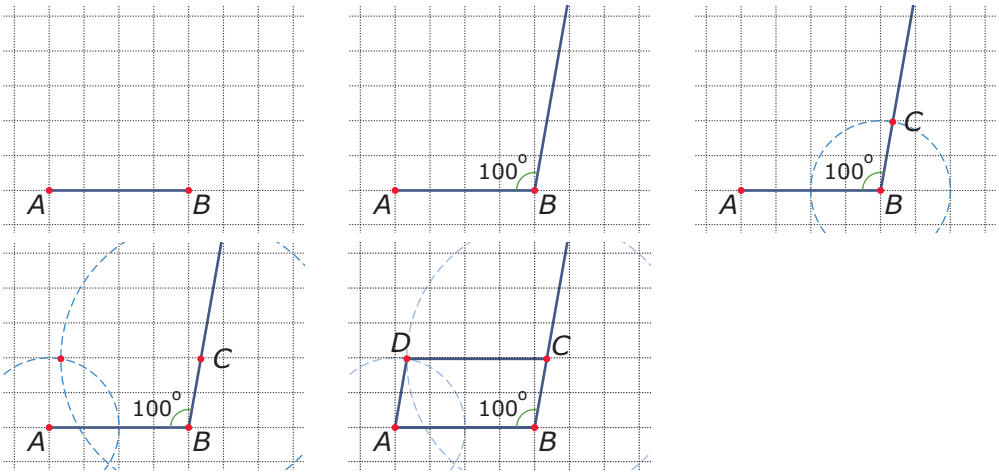
Applet

Ayse wil natuurlijk ook **vierhoeken tekenen**. Maar als je de vier zijden weet, ligt de vorm van een vierhoek nog niet vast. Je moet ook hoeken weten.

Bekijk de constructie van een vlieger $ABCD$ met: $AB = 4$, $BC = 2$ en $\angle B = 100°$.



Bekijk ook de constructie van een parallellogram $ABCD$ met: $AB = 4$, $BC = 2$ en $\angle B = 100°$.



Opgave 14: Constructie vlieger

Je wilt een vlieger tekenen met zijden van 4 cm en 3 cm.

a Waarom heb je aan deze gegevens niet genoeg?

b Teken vlieger $ABCD$ met $AB = 4$ cm en $BC = CD = 3$ cm. Neem $\angle A = 40°$.

Opgave 15: Constructie parallellogram

Teken parallellogram $EFGH$ met $EF = 5$ cm, $EH = 3$ cm en $\angle F = 40°$.

Opgave 16: Constructie ruit

Teken ruit $KLMN$ met $KL = 3$ cm en $\angle M = 40°$.

2.6 Totaalbeeld

Samenvatten

Veel figuren hebben een mooie regelmatige vorm, vaak zijn ze symmetrisch. Dat betekent bijvoorbeeld dat de figuur in twee delen is te verdelen die elkaars spiegelbeeld zijn. Of dat de figuur is te verdelen in stukken die op elkaar passen na draaiing. In dat geval zijn de eigenschappen van zo'n gedeelte ook op andere plaatsen in de figuur terug te vinden. De figuur heeft dan op verschillende plaatsen dezelfde hoeken, of even lange lijnstukken, en dergelijke. Met behulp van symmetrie kun je daarom eigenschappen van driehoeken en vierhoeken afleiden.

De volgende opgaven zijn bedoeld om overzicht over het onderwerp **Symmetrie** te krijgen. Dit betreft de onderdelen 1, 2, 3, 4 en 5 van dit onderwerp. Het is nuttig om er een eigen samenvatting bij te maken.

Begrippen

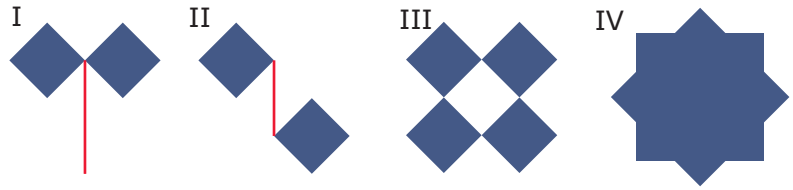
- spiegellijn, symmetrieas — lijnsymmetrisch — origineel, beeld
- centrum van puntsymmetrie — puntsymmetrisch
- centrum van draaisymmetrie — draaisymmetrisch — kleinste draaihoek
- rechthoekige, gelijkbenige, gelijkzijdige driehoek
- vierkant, rechthoek, ruit, parallellogram, vlieger

Activiteiten

- de begrippen lijnsymmetrie, symmetrieas, spiegeling in een lijn, origineel en beeld, middelloodlijn — lijnsymmetrische figuren herkennen en tekenen;
- de begrippen puntsymmetrie en symmetriecentrum — puntsymmetrische figuren herkennen en tekenen;
- de begrippen draaisymmetrie, draaicentrum en kleinste draaihoek — draaisymmetrische figuren herkennen en tekenen;
- de namen van de verschillende soorten driehoeken en hun eigenschappen gebruiken;
- de namen van de verschillende soorten vierhoeken en hun eigenschappen gebruiken.

Opgave 1

De verschillende soorten symmetrie herken je het best in voorbeeldfiguren. Bekijk de vier figuren hieronder.

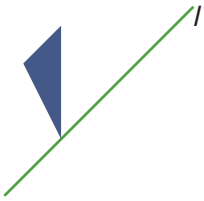


Schrijf van elke figuur de soort symmetrie, het aantal symmetrieassen en/of de kleinste draaihoek op.

Opgave 2

Laat met behulp van figuren zoals die hieronder zien hoe je een symmetrische figuur tekent.

lijnsymmetrisch
in lijn *l*



puntsymmetrisch
punt *C* is centrum

draaisymmetrisch
over 90°
punt *C* is centrum

Maak zelf van deze figuren en teken de complete symmetrische figuur. Laat hulplijnen staan.

Opgave 3

Vul dit overzicht voor bijzondere driehoeken in. Ga er van uit dat de rechthoekige driehoek dan niet ook gelijkbenig is en dat de gelijkbenige driehoek dan niet ook gelijkzijdig is. Maak eventueel voor jezelf van elke soort driehoek een schets.

naam	aantal symmetrieassen	draaisymmetrie kleinste draaihoek	aantal gelijke zijden	aantal gelijke hoeken
rechthoekige driehoek				
gelijkbenige driehoek				
gelijkzijdige driehoek				

Opgave 4

Vul dit overzicht voor bijzondere vierhoeken in. Ga er van uit dat de rechthoek dan niet ook vierkant is enzovoorts. Maak eventueel voor jezelf van elke soort vierhoek een schets.

naam	aantal symmetrie assen	draaisymmetrie kleinste draaihoek	aantal gelijke zijden	aantal gelijke hoeken	evenwijdige zijden	even lange diagonalen	diagonalen delen elkaar doormidden
vierkant							
rechthoek							
ruit							
parallellogram							
vlieger							

Toepassen

Opgave 5: Logo's van automerken

Hier en op het **werkblad** zie je vier logo's van automerken. Misschien ken je ze wel.

a Teken in elk van deze logo's de symmetrieassen en/of het centrum van symmetrie. Geef ook de soort symmetrie aan en eventueel de kleinste draaihoek.

b Zoek zelf nog meer logo's van automerken en beschrijf de symmetrie ervan.

Opgave 6: Een eigen logo ontwerpen

Het wordt nu tijd om zelf aan de slag te gaan met het ontwerpen van een logo.

a Zoek in je eigen omgeving een bedrijf(je) waarvoor je een (nieuw) logo zou willen ontwerpen.

b Denk goed na over wat je voor het gekozen bedrijf in het logo wilt uitbeelden.

c Ontwerp het logo. Maak in ieder geval gebruik van symmetrie en een passend lettertype als er een bijschrift nodig is.

Het lesmateriaal in deze reader is gebaseerd op het materiaal dat ook op de Math4All website staat.

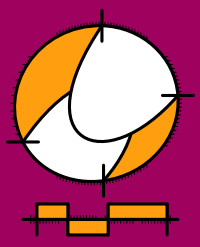
De reader is gegenereerd met de Math4All maatwerkdienst. De inhoud en de volgorde van de onderwerpen in deze reader zijn gekozen door docenten van het ConTeXt College.

Stichting Math4All

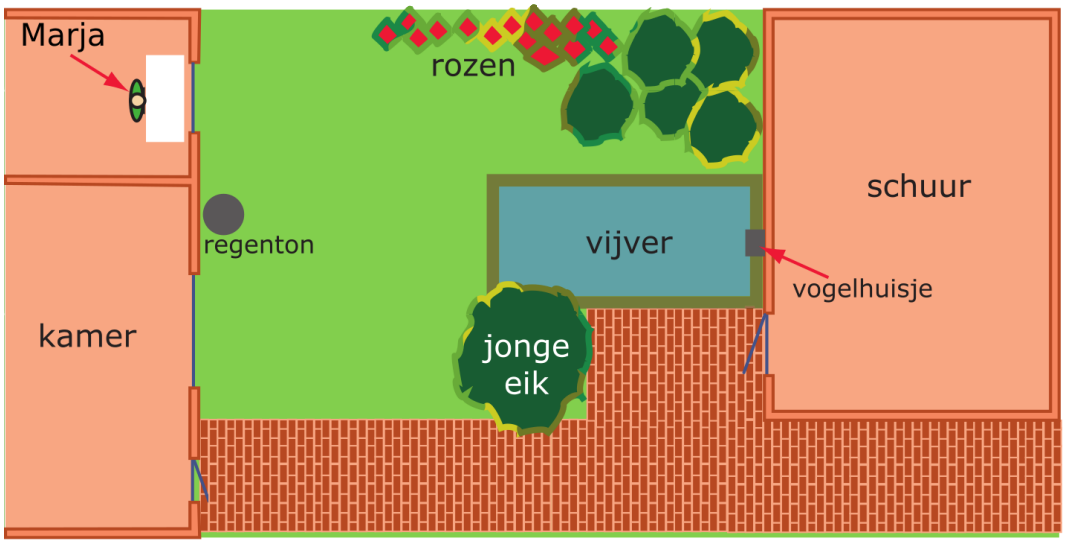
Inhoud Katern 1

1. **Kijkmeetkunde**
2. **Symmetrie**

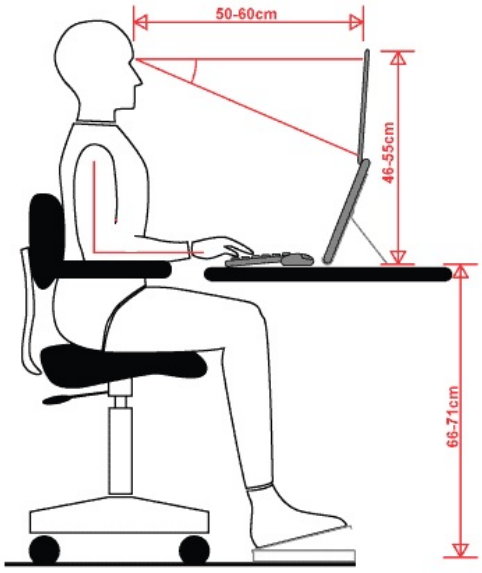
www.math4all.nl



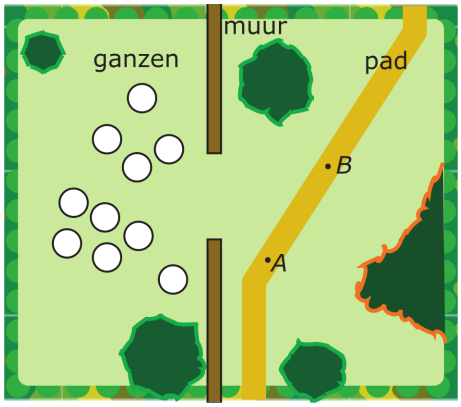
Werkblad bij Opgave 1 op pagina 4



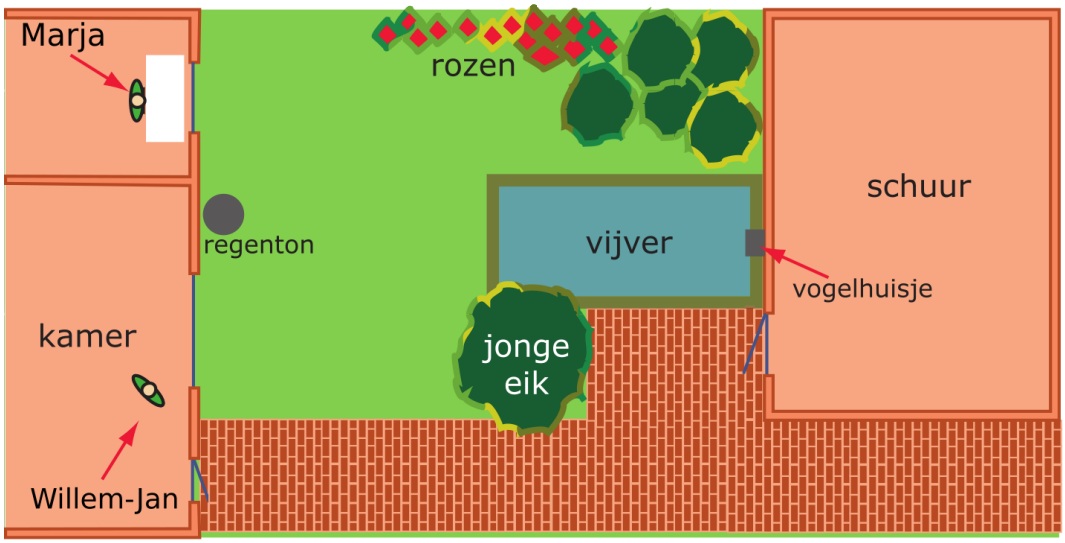
Werkblad bij Opgave 1 op pagina 5



Werkblad bij Opgave 2 op pagina 5.



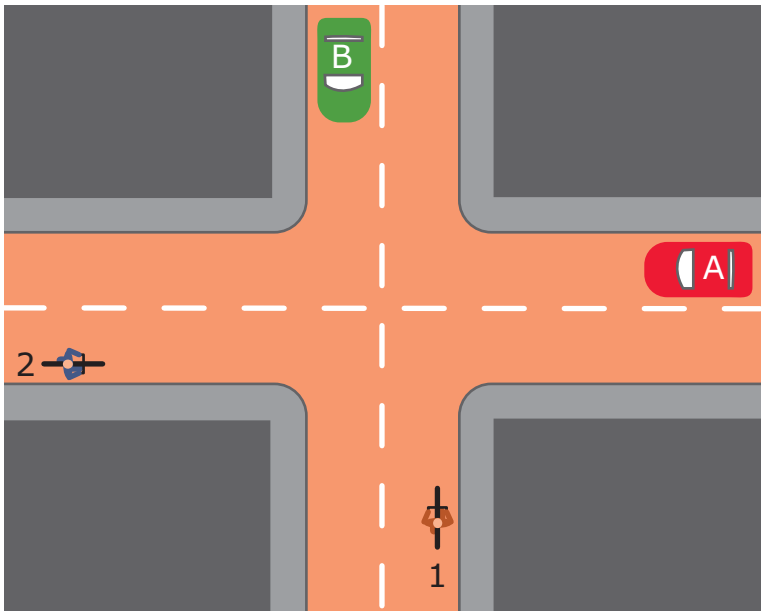
Werkblad bij Opgave 3 op pagina 7.



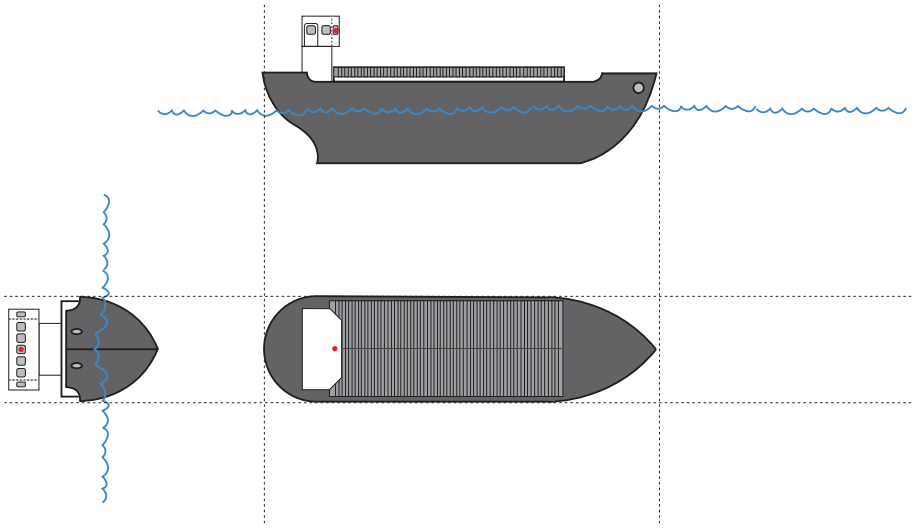
Werkblad bij Opgave 5 op pagina 9.

Werkblad bij Opgave 6 op pagina 10

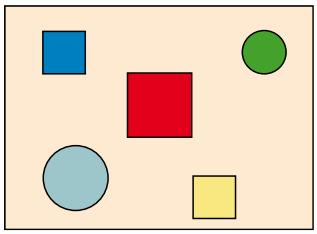
Werkblad bij Opgave 7 op pagina 13.



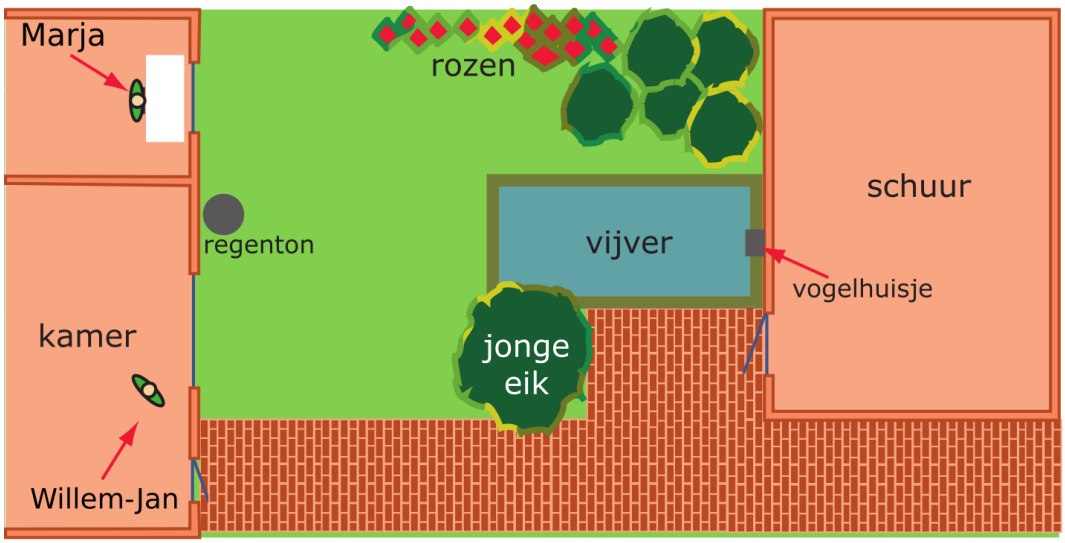
Werkblad bij Opgave 8 op pagina 15.



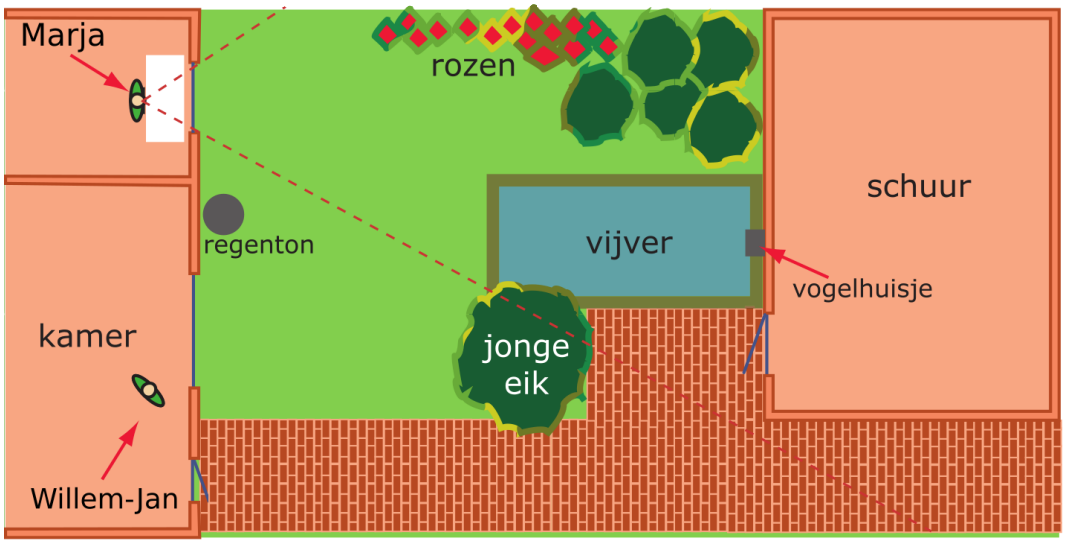
Werkblad bij Opgave 9 op pagina 16



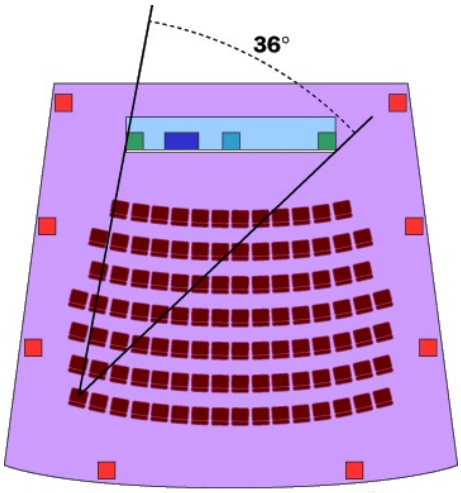
Werkblad bij Opgave 1 op pagina 19.



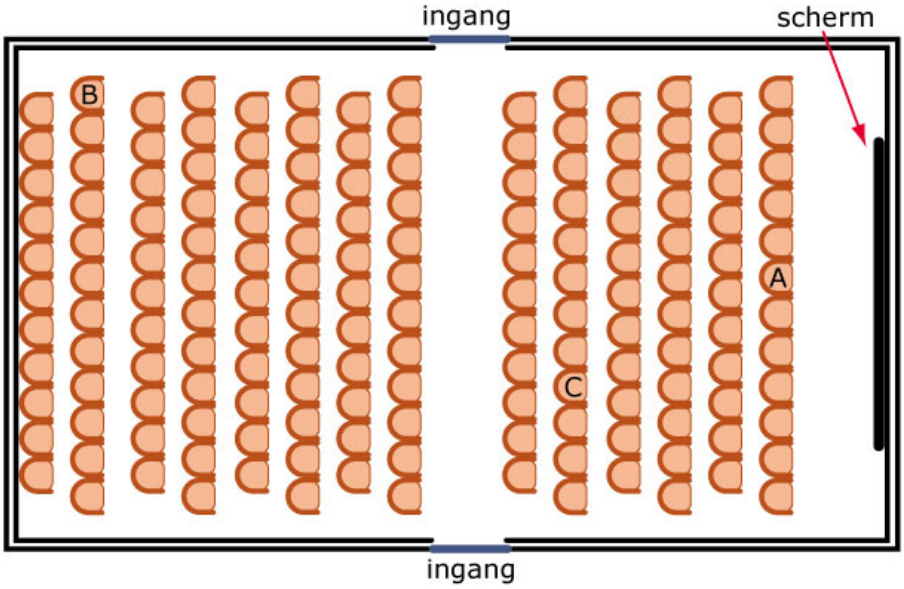
Werkblad bij Opgave 1 op pagina 20



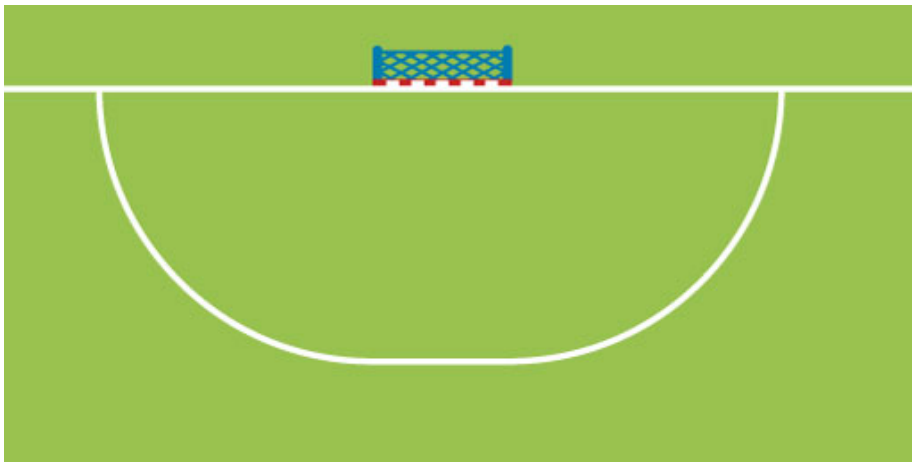
Werkblad bij Opgave 5 op pagina 22.



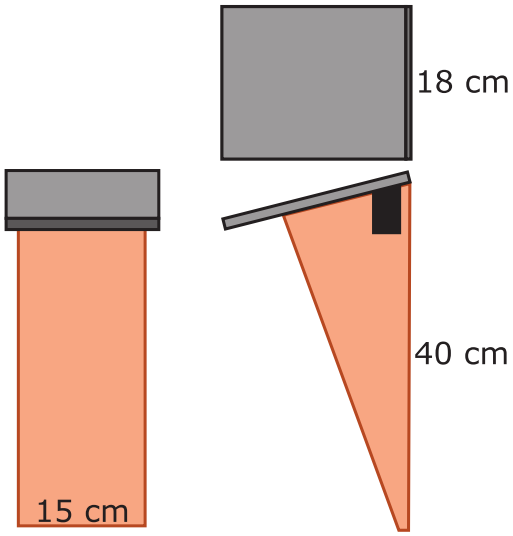
Werkblad bij Opgave 7 op pagina 23.



Werkblad bij Opgave 9 op pagina 25.

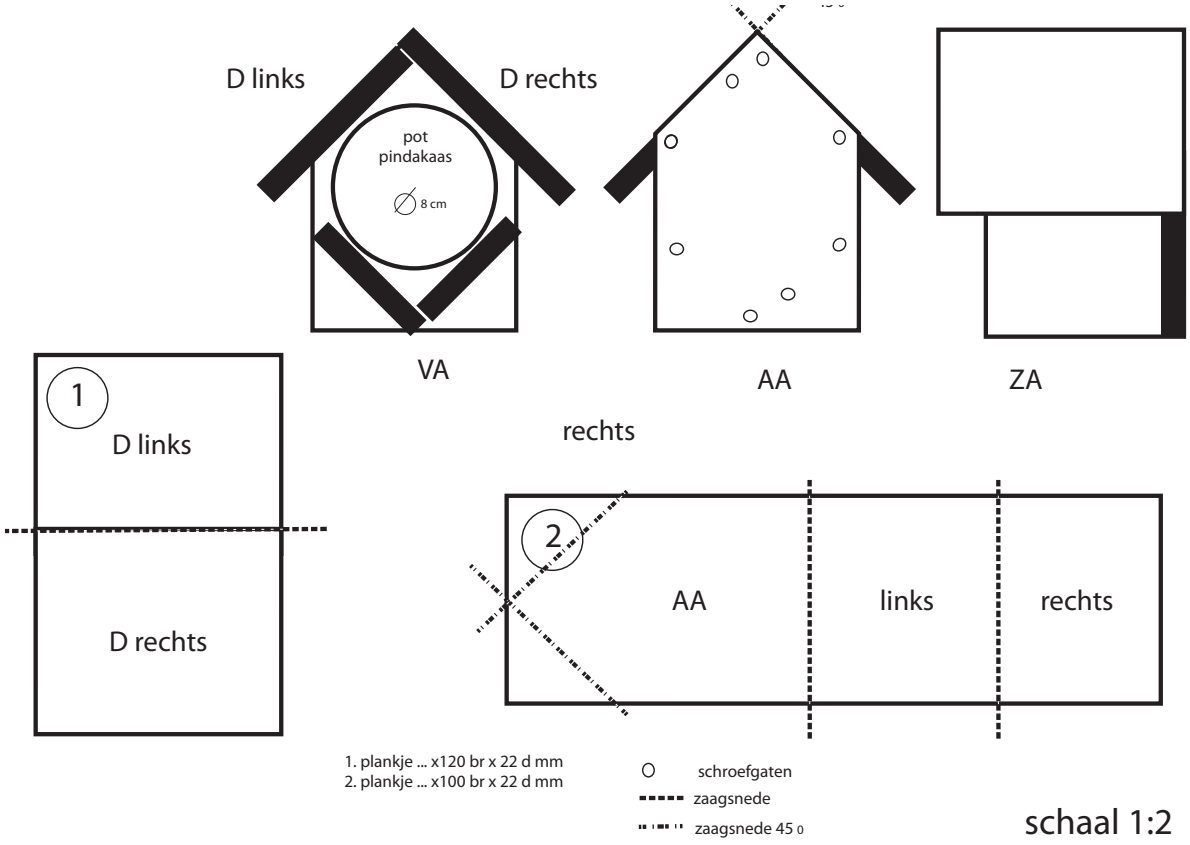


Werkblad bij Opgave 5 op pagina 31.

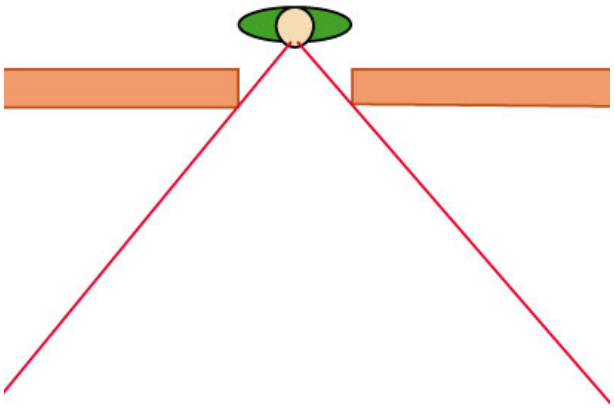


Getekend op schaal 1 : 10.

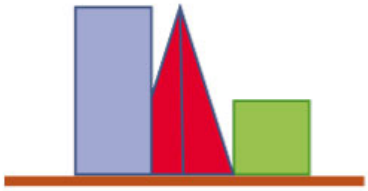
Werkblad bij Opgave 1 op pagina 39

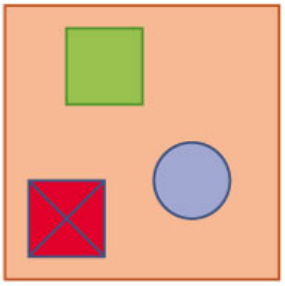


Werkblad bij Opgave 1 op pagina 55.



Werkblad bij Opgave 2 op pagina 56.





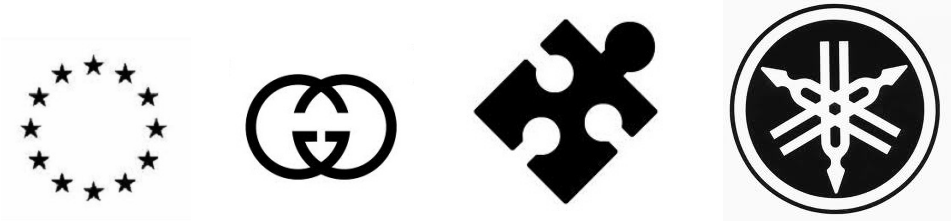
Werkblad bij Opgave 1 op pagina 62.

Werkblad bij Opgave 1 op pagina 63.

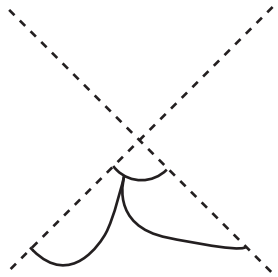
Werkblad bij Opgave 2 op pagina 64.

Werkblad bij Opgave 5 op pagina 65.

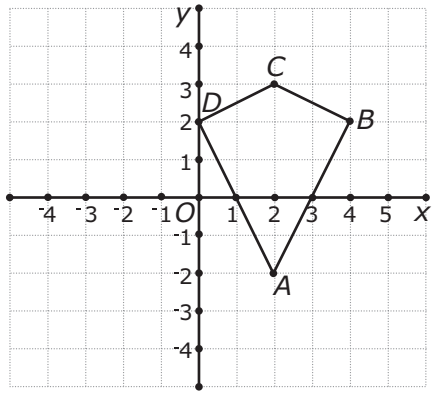
Werkblad bij Opgave 8 op pagina 66.



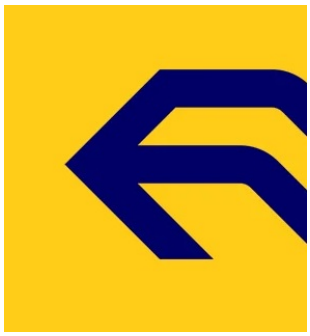
Werkblad bij Opgave 9 op pagina 67.



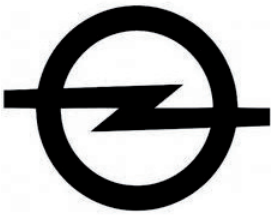
Werkblad bij Opgave 10 op pagina 67.



Werkblad bij Opgave 1 op pagina 70.



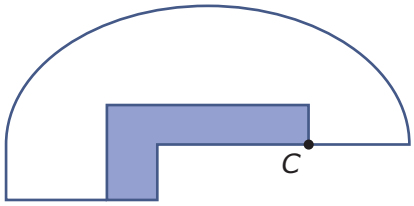
Werkblad bij Opgave 1 op pagina 70.



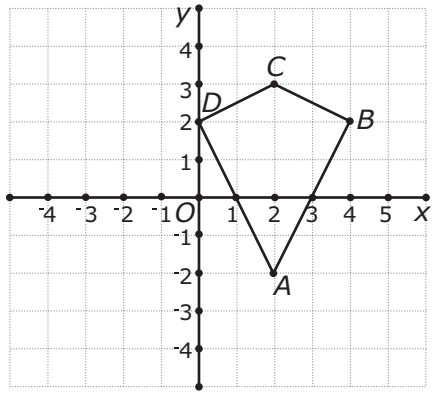
Werkblad bij Opgave 5 op pagina 73.

Werkblad bij Opgave 8 op pagina 74.

Werkblad bij Opgave 9 op pagina 75.



Werkblad bij Opgave 8 op pagina 74.



Werkblad bij Opgave 13 op pagina 77.

A B C D E F G H I J

K L M N O P Q R S

T U V W X Y Z

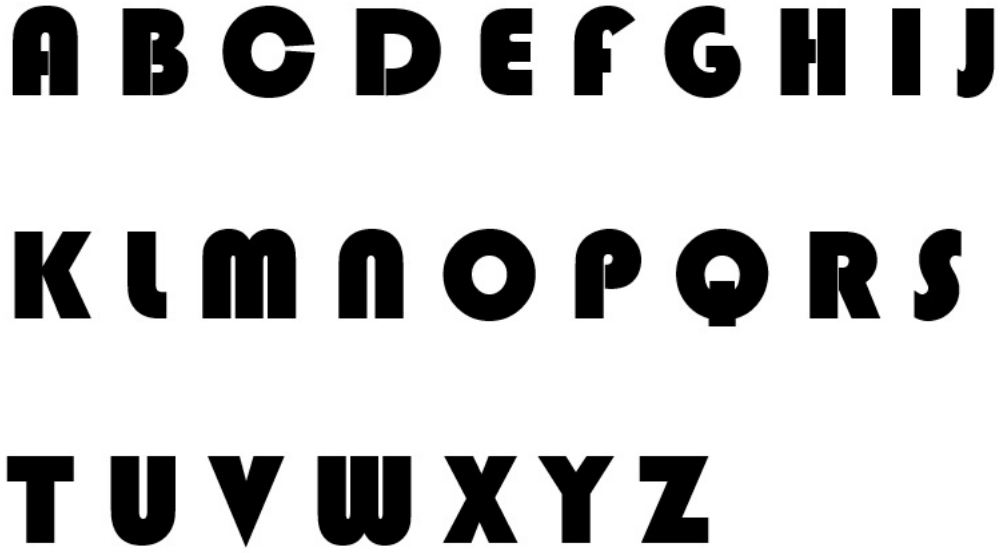
Werkblad bij Opgave 14 op pagina 77.

A B C D E F G H I J

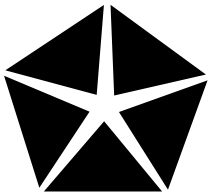
K L M N O P Q R S

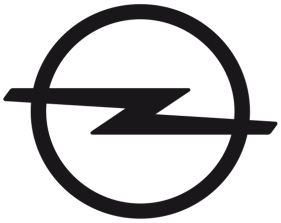
T U V W X Y Z

Werkblad bij Opgave 15 op pagina 78.



Werkblad bij Opgave 1 op pagina 80.





Werkblad bij Opgave 5 op pagina 83.

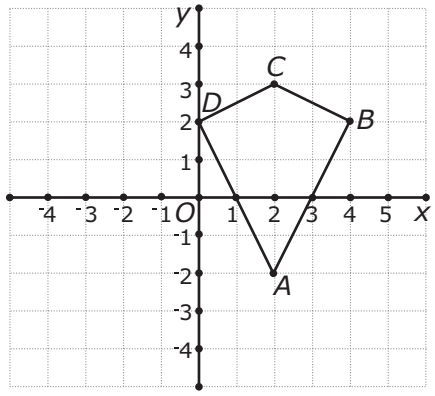
Werkblad bij Opgave 10 op pagina 86.

90°

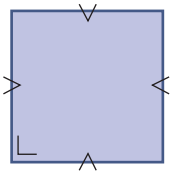
120°

45°

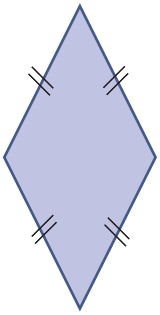
Werkblad bij Opgave 11 op pagina 86.



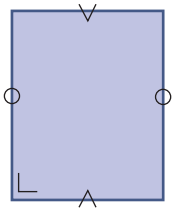
Werkblad bij Opgave 1 op pagina 100.



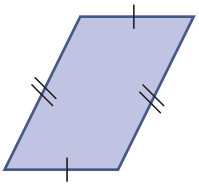
vierhoek I



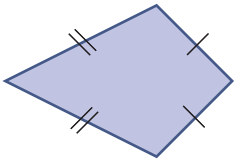
vierhoek II

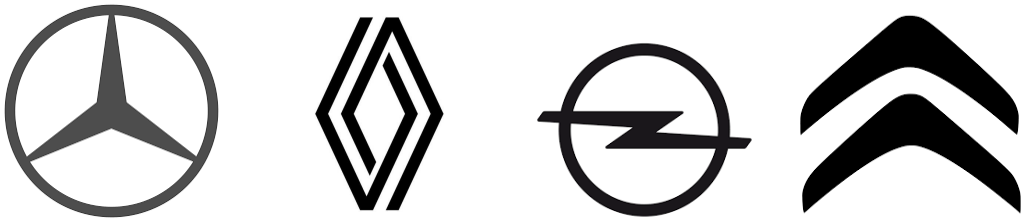


vierhoek III



vierhoek IV



vierhoek V

Werkblad bij Opgave 5 op pagina 115.