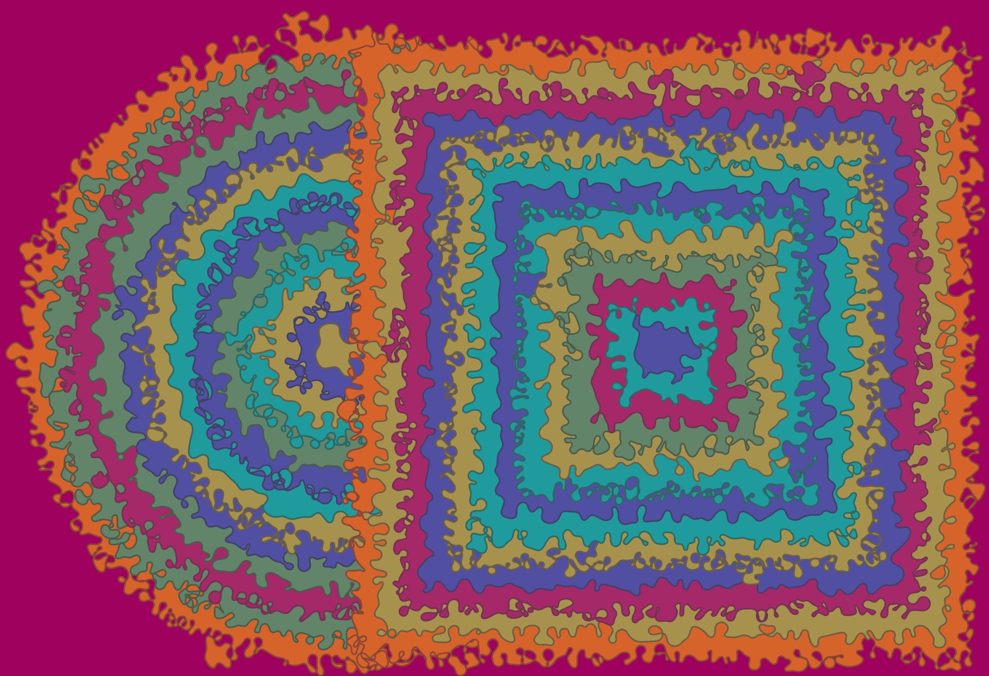
Wiskunde

2 VMBO

Katern 1 / Theorie

ConTeXt College



Inhoud

Voorwoord 3

1 Kijkmeetkunde 3

1.1 Kijklijnen 6

1.2 Kijkhoeken 9

1.3 Aanzichten 11

1.4 Vergroten 14

1.5 Bouwtekeningen 16

2 Symmetrie 19

2.1 Lijnsymmetrie 22

2.2 Puntsymmetrie 26

2.3 Draaisymmetrie 29

2.4 Driehoeken 34

2.5 Vierhoeken 37

Register 41

Voorwoord

Het lesmateriaal in dit katern is gebaseerd op het materiaal dat je kunt vinden op de Math4All website `www.math4all.nl`. In de tekst staan dan ook regelmatig verwijzingen naar die website. Waar je precies moet zijn op die website kun je zien in de kopregel van iedere pagina.

Ieder hoofdstuk bestaat uit een aantal paragrafen en wordt steeds afgesloten met een paragraaf *Totaalbeeld* waar de leerstof wordt samengevat en/of herhaald. Iedere paragraaf is ingedeeld in vaste rubrieken die houvast geven bij de bestudering van het lesmateriaal.

- Verkennen
- Uitleg
- Theorie en Voorbeelden
- Verwerken
- Toepassen

Indien er in het lesmateriaal wordt verwezen naar werkbladen dan kun je deze terugvinden op de website en achterin je katern.

Begrippen

- de begrippen kijklijn en standpunt;
- het begrip kijkhoek;
- voor-, zij- en bovenaanzicht van een ruimtelijke figuur;
- vergrotingsfactor;
- bouwtekening.

Activiteiten

- kijklijnen gebruiken om het gebied af te bakenen dat je kunt zien;
- de grootte van kijkhoeken bepalen;
- aanzichten tekenen en vanuit gegeven aanzichten een figuur herkennen;
- vlakke en ruimtelijke figuren vergroten en werken met een vergrotingsfactor — oppervlakte en inhoud berekenen bij vergroting of verkleining
- bouwtekeningen lezen.

Vogels kijken en vogelhuisjes maken

Domein

Meten en tekenen

Hoofdstuk

Kijkmeetkunde

Inhoud

1.1 Kijklijnen 6

1.2 Kijkhoeken 9

1.3 Aanzichten 11

1.4 Vergroten 14

1.5 Bouwtekeningen 16

1

1.1 Kijklijnen

Inleiding

Marja zit vaak haar huiswerk te maken achter een bureautje met uitzicht naar buiten. Ze geniet dan vooral - behalve van het huiswerk :) - van de vogels die ze in de tuin ziet rondhangen. Ze heeft goed zicht op het vogelhuisje dat ze zelf heeft gebouwd en opgehangen.

Je leert in dit onderwerp

- met behulp van kijklijnen het gebied afbakenen dat je kunt zien vanuit een bepaald standpunt;
- met behulp van kijklijnen het standpunt bepalen.

Voorkennis

- enkele namen van ruimtelijke vormen, zoals de kubus, de balk, de piramide, de cilinder, de kegel en de bol;
- ruimtelijke figuren tekenen.

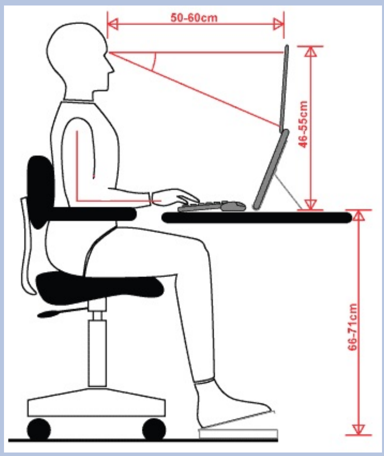
Opgave V1

Uitleg

Je ziet hier iemand die met een computer werkt. De getekende lijnen geven het gebied aan waarbinnen hij het beeldscherm ziet. Eigenlijk zijn het lijnstukken, maar in principe kun je ze vanuit het oog aan één kant doortrekken. Dit noem je ‘halve lijnen’. Die hebben wel een beginpunt, maar geen eindpunt.

Hier spreek je van kijklijnen.

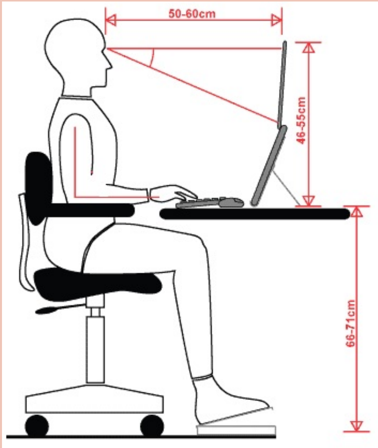
Ze vormen de buitengrens van het gebied dat je kunt of mag zien.



Opgave 1

Theorie

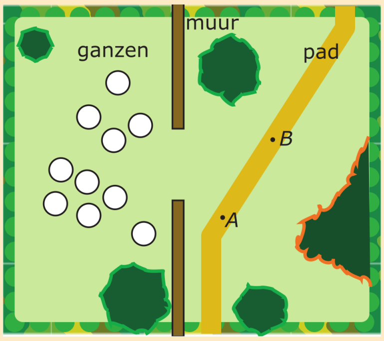
Een **kijklijn** of een **zichtlijn** is een lijn waarlangs je kunt kijken. Omdat een kijklijn wel een beginpunt, maar geen eindpunt heeft, noem je een kijklijn een **halve lijn**. Twee kijklijnen samen vormen de buitengrens van het gebied dat je kunt of wilt of mag zien.
Deze kijklijnen begrenzen het gebied waarbinnen je het beeldscherm ziet.



Voorbeeld 1

Hier zie je een tuin met daarin een muur waarachter ganzen (de witte cirkeltjes) lopen.
In de muur zit een opening. A en B kijken naar de ganzen.

Hoeveel ganzen kan A zien?

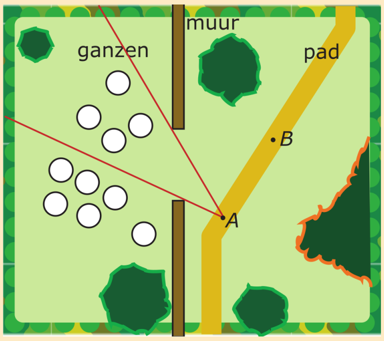


Antwoord

Je tekent vanuit A kijklijnen langs de randen van de opening.

Je telt het aantal ganzen tussen beide kijklijnen of je kleurt het gebied ertussen.

A kan 4 ganzen zien.

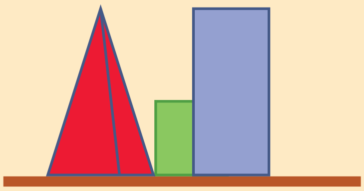


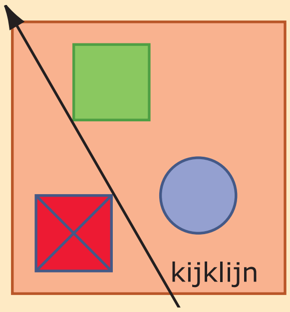
Opgave 2 Opgave 3

Voorbeeld 2

In de linker figuur zie je een piramide, een kubus en een cilinder op een tafel. Met kijklijnen op een plattegrond kun je bepalen uit welke richting je hebt gekeken.

In dit geval zie je dat een hoekpunt van de piramide en een hoekpunt van de kubus recht achter elkaar liggen. Door die twee punten kun je op de plattegrond een kijklijn trekken.





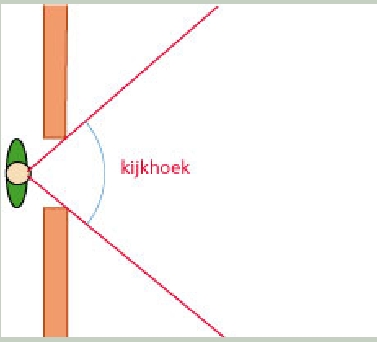
Je weet nu dat je uit die richting hebt gekeken.

Opgave 4 Opgave 5

1.2 Kijkhoeken

Inleiding

Marja zit vaak haar huiswerk te maken achter een bureautje met uitzicht naar buiten. Ze merkt op dat ze meer kan zien van de tuin als ze haar hoofd dichter naar het raam doet. Dat heeft te maken met de hoek tussen de kijklijnen die het gebied dat ze kan zien afbakenen.



Je leert in dit onderwerp

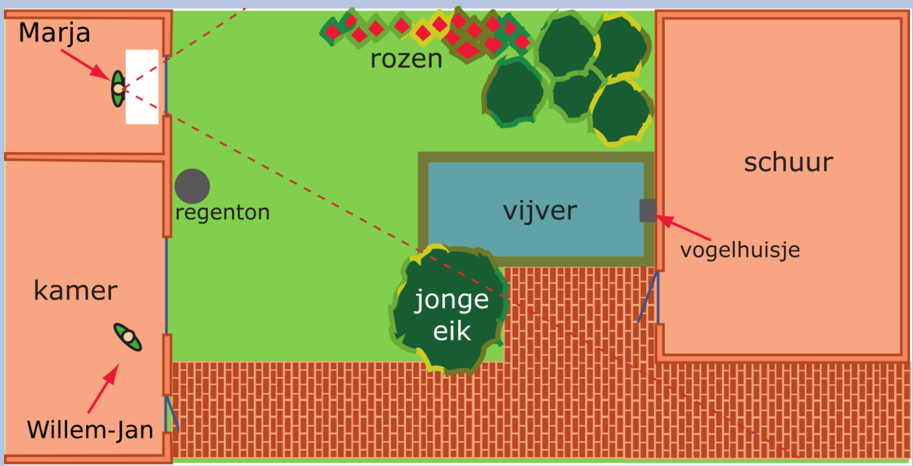
- van een met kijklijnen afgebakend gebied de kijkhoek bepalen;
- de gunstigste kijkhoek bepalen.

Voorkennis

- hoeken meten en tekenen;
- met behulp van kijklijnen het gebied afbakenen dat je kunt zien vanuit een bepaald standpunt;
- met behulp van kijklijnen het standpunt bepalen.

Opgave V1

Uitleg

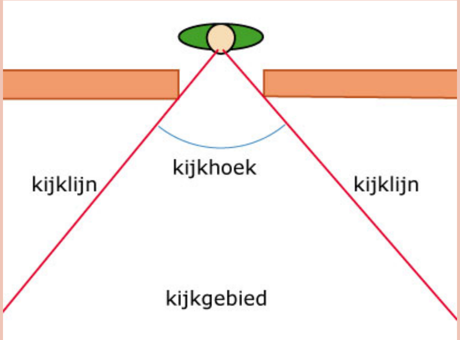


Hier zie je hoe het gebied dat Marja door haar raam kan zien is afgebakend door twee kijklijnen.
Die kijklijnen maken een hoek van ongeveer 60°.
Dat heet de kijkhoek van het gebied dat ze kan overzien.

Opgave 1 Opgave 2

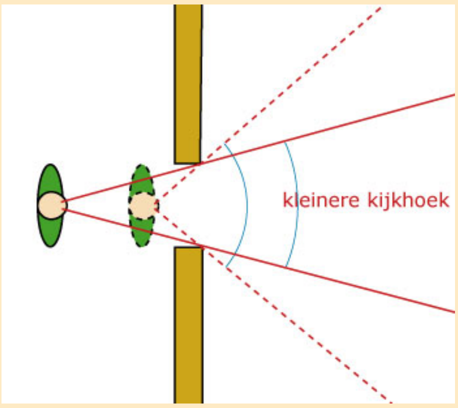
Theorie

De twee kijklijnen die het gebied dat je kunt zien begrenzen, vormen samen een **kijkhoek**.
Hier zie je (van boven gezien) hoe iemand door een opening in een muur kijkt. De getekende kijkhoek is ongeveer 80°.



Voorbeeld 1

De grootte van de kijkhoek is niet steeds gelijk. Bijvoorbeeld wordt de kijkhoek kleiner als je verder van de opening af gaat staan.

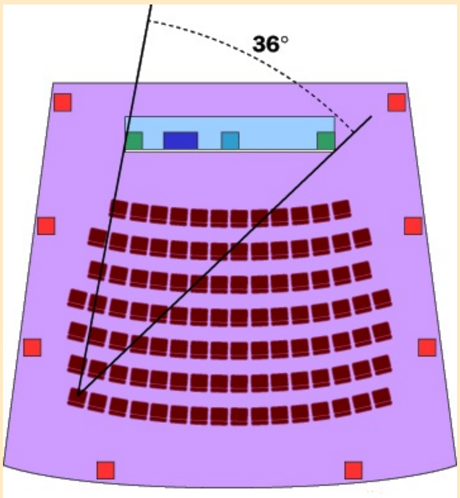


Applet

Opgave 3 Opgave 4

Voorbeeld 2

De kijkhoek naar het podium wordt groter als je voorin de zaal gaat zitten.
Is dat altijd een voordeel?



Opgave 5 Opgave 5

1.3 Aanzichten

Inleiding

Dit is Marja's zelf gemaakte vogelhokje.
Het is een nestkast voor koolmezen. Die komen veel voor in Nederlandse tuinen.

Ze bekijkt het nog eens goed van alle kanten. Ze wil er tekeningen van maken om het weer te kunnen nabouwen. Bovendien kan ze dan vast oefenen voor als ze later wil verderleren in de richting van de bouwkunde.

Je leert in dit onderwerp

- aanzichten van ruimtelijke figuren tekenen;
- in aanzichten van ruimtelijke figuren op de juiste plaats lengtes meten.

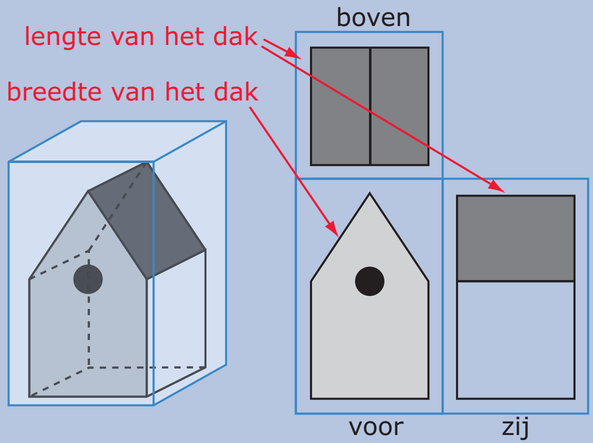
Voorkennis

- enkele namen van ruimtelijke vormen, zoals de kubus, de balk, de piramide, de cilinder, de kegel en de bol;
- ruimtelijke figuren tekenen en uitslagen van ruimtelijke figuren maken.

Opgave V1

Uitleg

Je ziet een vogelhuisje in een glazen balk. Daarnaast het drieaanzicht.



In het bovenaanzicht kun je de lengte van het dak opmeten. De breedte van het dak wordt niet op ware grootte weergegeven in het bovenaanzicht.

Om de breedte van het dak te kunnen opmeten heb je het vooraanzicht nodig.

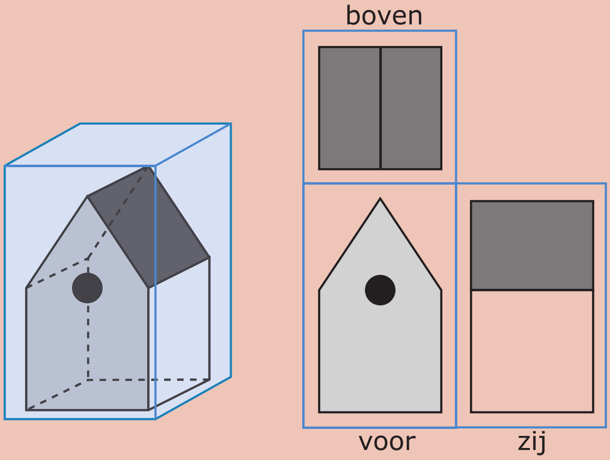
Als je een ribbe van een ruimtelijk figuur wilt opmeten in een aanzicht, moet je dus goed kijken in welk aanzicht dat kan.

Opgave 1 Opgave 2

Theorie

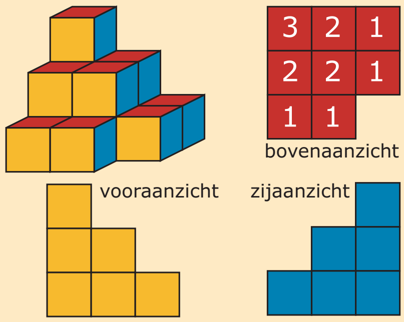
Je ziet hier het **vooraanzicht**, het **bovenaanzicht** en het (rechter)**zijaanzicht** van een vogelhokje. Als je deze drie **aanzichten** in één figuur zet, op zo'n manier als hiernaast, spreek je van een **drieaanzicht** van de figuur.

In het **drieaanzicht** van het vogelhuisje kun je de afmetingen van het dak opmeten. Dat kan niet in elk aanzicht: in sommige aanzichten zijn deze afmetingen niet te zien of zijn ze niet op ware grootte getekend.



Voorbeeld 1

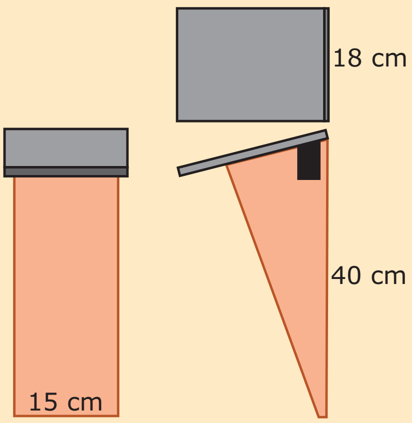
Hier zie je drie aanzichten van een stapel kubussen. Om volledig te zijn zie je in het bovenaanzicht hoeveel kubussen er op elkaar liggen.
Eigenlijk zijn dan het vooraanzicht en het zijaanzicht overbodig geworden...
Maar als je niet in één van de aanzichten aangeeft hoeveel kubussen er boven elkaar of achter elkaar of naast elkaar liggen, heb je aan de aanzichten alleen niet genoeg om de kubusstapel te bouwen. Er zijn dan meerdere mogelijkheden.



Opgave 3 Opgave 4

Voorbeeld 2

Je ziet een nestkast bestemd voor de boomkruiper. Het drieaanzicht staat ernaast, getekend op schaal 1 : 10.



In welke aanzichten kun je de afmetingen van het deksel van deze nestkast vinden of opmeten?

Antwoord

De breedte van het deksel kun je vinden in het bovenaanzicht of het vooraanzicht: 18 cm.

De lengte van het deksel kun je opmeten in het zijaanzicht.

Houd bij het opmeten wel rekening met de schaal waarop de figuur is getekend.

Opgave 5 Opgave 6 Opgave 7

1.4 Vergroten

Inleiding

Op de website van ‘Speelbos Gilze’ vind Marja een bouwtekening van een voederhokje.
Hij is getekend op schaal 1 : 2 en enkele afmetingen staan ook op de figuur. Hiermee kan ze zelf wel zo'n voederhokje bouwen, even alle afmetingen vergroten. En wat gebeurt er dan met de oppervlakte?

Je leert in dit onderwerp

- een ruimtelijk voorwerp maken vanuit een tekening op schaal en omgekeerd;
- afmetingen (lengte, oppervlakte, inhoud) berekenen als een voorwerp wordt vergroot of verkleind.

Voorkennis

- enkele namen van ruimtelijke vormen, zoals de kubus, de balk, de piramide, de cilinder, de kegel en de bol;
- ruimtelijke figuren tekenen en uitslagen van ruimtelijke figuren maken;
- aanzichten van ruimtelijke figuren tekenen en gebruiken om afmetingen na te meten;
- oppervlakte en inhoud van kubus en balk berekenen.

Opgave V1

Uitleg

Deze mezenkast heeft de vorm van een balk van 10 bij 12 bij 13 cm.
Je maakt het vanuit een bouwplaatje op schaal 1 : 2.
De werkelijke afmetingen zijn dan 2 keer zo groot dan die van je bouwplaat.
Dat getal 2 heet de vergrotingsfactor.

Wil je de oppervlakte van de mezenkast berekenen vanuit je bouwplaat, moet je alle lengtes en breedtes met 2 vermenigvuldigen. De oppervlakte wordt daarom $2 \times 2 = 4$ keer zo groot.
Wil je de inhoud van de mezenkast berekenen vanuit je bouwplaat, moet je de lengte, de breedte en de hoogte met 2 vermenigvuldigen. De inhoud wordt daarom $2 \times 2 \times 2 = 8$ keer zo groot.

Opgave 1 Opgave 2

Theorie

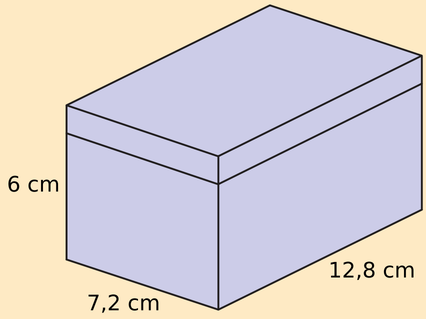
Bij het bouwen werk je vaak vanuit tekeningen op schaal.
Als je werkt vanuit een bouwplaat op schaal $1:5$, dan zijn alle werkelijke afmetingen 5 keer zo groot als die op de tekening. Je werkt dan met een **vergrotingsfactor** van 5.

Bij een vergrotingsfactor van 5 wordt de oppervlakte $5 \times 5 = 25$ keer zo groot.

Bij een vergrotingsfactor van 5 wordt de inhoud (het volume) $5 \times 5 \times 5 = 125$ keer zo groot.

Voorbeeld 1

Hier zie je een model van een houten kist op schaal $1:10$.
Van de werkelijke kist zijn alle afmetingen dus 10 keer zo groot.
Van dit schaalmodel is de oppervlakte $424{,}32$ cm^2.
Hoe zit het nu met de oppervlakte van de werkelijke kist?



Antwoord

De vergrotingsfactor is 10.
De oppervlakte is daarom $10 \times 10 = 100$ keer zo groot.
De oppervlakte van de werkelijke kist is dus $424{,}32 \cdot 100 = 42432$ cm^2.

Opgave 3 Opgave 4

Voorbeeld 2

Dit model van een Smart ForTwo heeft een schaal van $1:18$.
De afmetingen van een echte Smart ForTwo van deze versie zijn: lengte 250 cm, breedte 152 cm en hoogte 155 cm.
De cilinderinhoud van de motor is 698 cc (1 cc $= 1$ cm^3) en er past 33 L benzine in de tank. De totale glasoppervlakte is ongeveer $3{,}2$ m^2.

Bereken de lengte, de breedte en de hoogte van het schaalmodel in cm nauwkeurig.

Antwoord

De vergrotingsfactor is 18.

De afmetingen van het schaalmodel zijn daarom $\frac{1}{18}$ deel van de werkelijke afmetingen.

Dus ongeveer $\frac{1}{18} \cdot 250 \approx 14$ cm, $\frac{1}{18} \cdot 152 \approx 8$ cm en $\frac{1}{18} \cdot 155 \approx 9$ cm.

Opgave 5

1.5 Bouwtekeningen

Inleiding

Dit is Marja's zelf gemaakte vogelhokje.
Om het te bouwen heeft ze ooit een bouwtekening opgezocht. Maar die is ze kwijt. Ze bedenkt dat ze die nu zelf wel kan maken...

Je leert in dit onderwerp

- een bouwtekening van een eenvoudig ruimtelijk voorwerp maken;
- een bouwtekening van een ruimtelijk voorwerp lezen en gebruiken om het te maken.

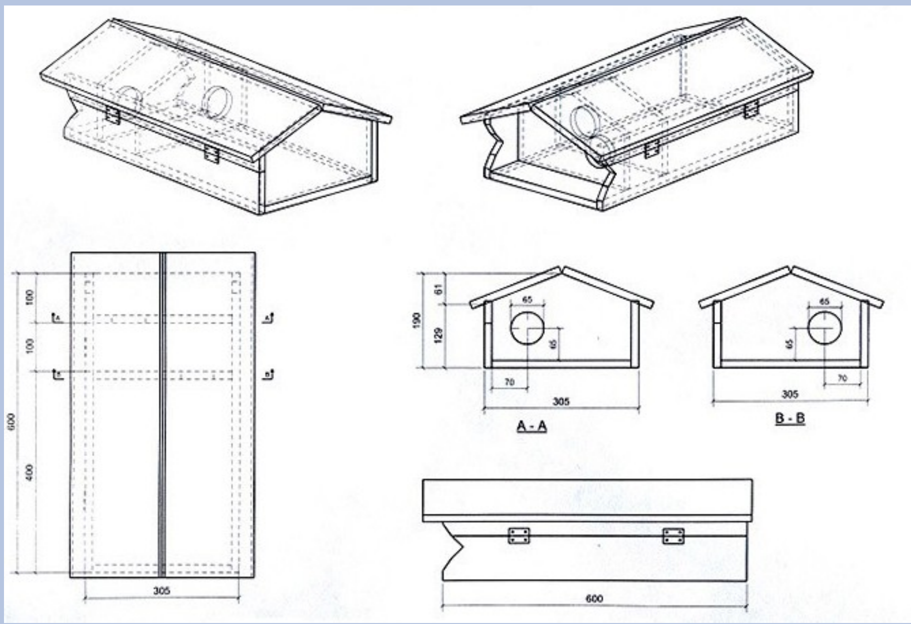
Voorkennis

- enkele namen van ruimtelijke vormen, zoals de kubus, de balk, de piramide, de cilinder, de kegel en de bol;
- ruimtelijke figuren tekenen en uitslagen van ruimtelijke figuren maken;
- aanzichten van ruimtelijke figuren tekenen en gebruiken om afmetingen na te meten.

Opgave V1

Uitleg

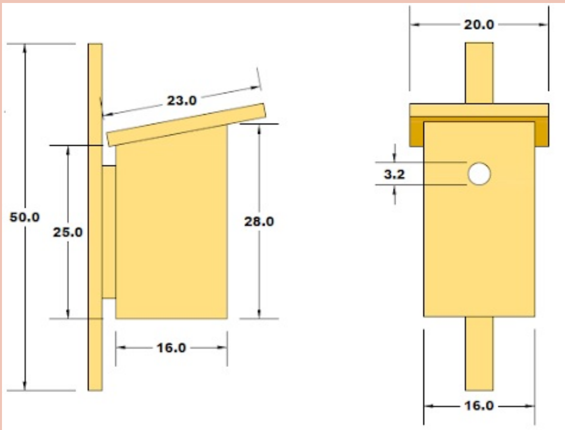
Om een vogelhuisje zelf te kunnen tekenen heb je een bouwtekening nodig.
Hier zie je een bouwtekening van een nestkast voor steenuilen. Het is meer dan een uitslag of een drieaanzicht van de figuur.



Opgave 1

Theorie

Bouwtekeningen zijn tekeningen die worden gebruikt om iets te kunnen bouwen. Dat kan een kastje, een toestel, een huis, een vliegtuig of wat dan ook zijn... Vaak zijn bouwtekeningen aanzichten en plattegronden met veel details of opengewerkte tekeningen. Hier zie je een **bouwtekening** van een nestkast voor mezen.



Voorbeeld 1

Je ziet hier een nestkast voor een koolmees. De invliegopening heeft een diameter van 32 mm. Je wilt deze nestkast bouwen.

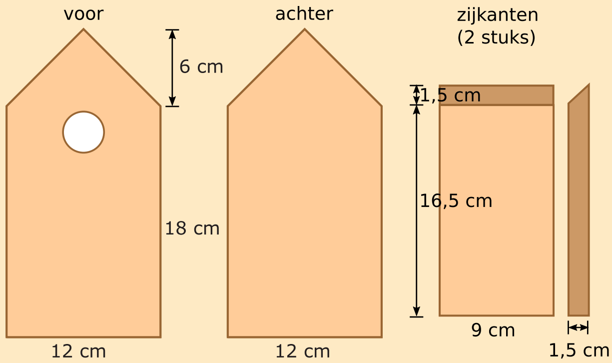
Maak een geschikte bouwtekening.

Antwoord

Schat eerst de geschikte afmetingen met behulp van de diameter van de invliegopening.

Kies als houtdikte bijvoorbeeld $1,5$ cm.

Hier zie je het grootste deel van de bouwtekening.



Opgave 2

Begrippen

- spiegellijn, symmetrieas — lijnsymmetrisch — origineel, beeld
- centrum van puntsymmetrie — puntsymmetrisch
- centrum van draaisymmetrie — draaisymmetrisch — kleinste draaihoek
- rechthoekige, gelijkbenige, gelijkzijdige driehoek
- vierkant, rechthoek, ruit, parallellogram, vlieger

Activiteiten

- de begrippen lijnsymmetrie, symmetrieas, spiegeling in een lijn, origineel en beeld, middelloodlijn — lijnsymmetrische figuren herkennen en tekenen;
- de begrippen puntsymmetrie en symmetriecentrum — puntsymmetrische figuren herkennen en tekenen;
- de begrippen draaisymmetrie, draaicentrum en kleinste draaihoek — draaisymmetrische figuren herkennen en tekenen;
- de namen van de verschillende soorten driehoeken en hun eigenschappen gebruiken;
- de namen van de verschillende soorten vierhoeken en hun eigenschappen gebruiken.

Een logo ontwerpen

Domein

Meten en tekenen

Hoofdstuk

Symmetrie

Inhoud

2.1 Lijnsymmetrie 22
2.2 Puntsymmetrie 26
2.3 Draaisymmetrie 29
2.4 Driehoeken 34
2.5 Vierhoeken 37

2

2.1 Lijnsymmetrie

Inleiding

Ayse zit in de trein en ziet uit het raam dit beeldmerk.
Je kent het vast wel. Bij haar begint meteen de maag te knorren.

Ze merkt dus dat dit simpele plaatje haar meteen doet denken aan het bedrijf dat er achter zit. Ze vraagt zich af hoe het komt dat dergelijke logo's zo goed worden herkent. Natuurlijk komt het doordat je ze regelmatig ziet. Maar toch waarschijnlijk ook door hun eenvoud en hun strakke vormgeving. Alleen de letter M op een bord werkt niet zo, het moet echt *deze* letter M zijn.

Je leert in dit onderwerp

- in een figuur lijnsymmetrie herkennen en de symmetrieas tekenen;
- een lijnsymmetrische figuur tekenen door lijnspiegelen.

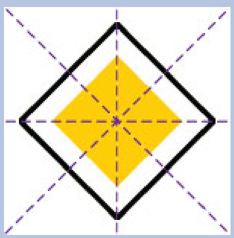
Voorkennis

- de namen en enkele basiseigenschappen van vlakke en ruimtelijke figuren;
- de begrippen loodrecht, afstand, lengte, oppervlakte, inhoud/volume en werken met eenheden;
- werken met een coördinatenstelsel.

Opgave V1

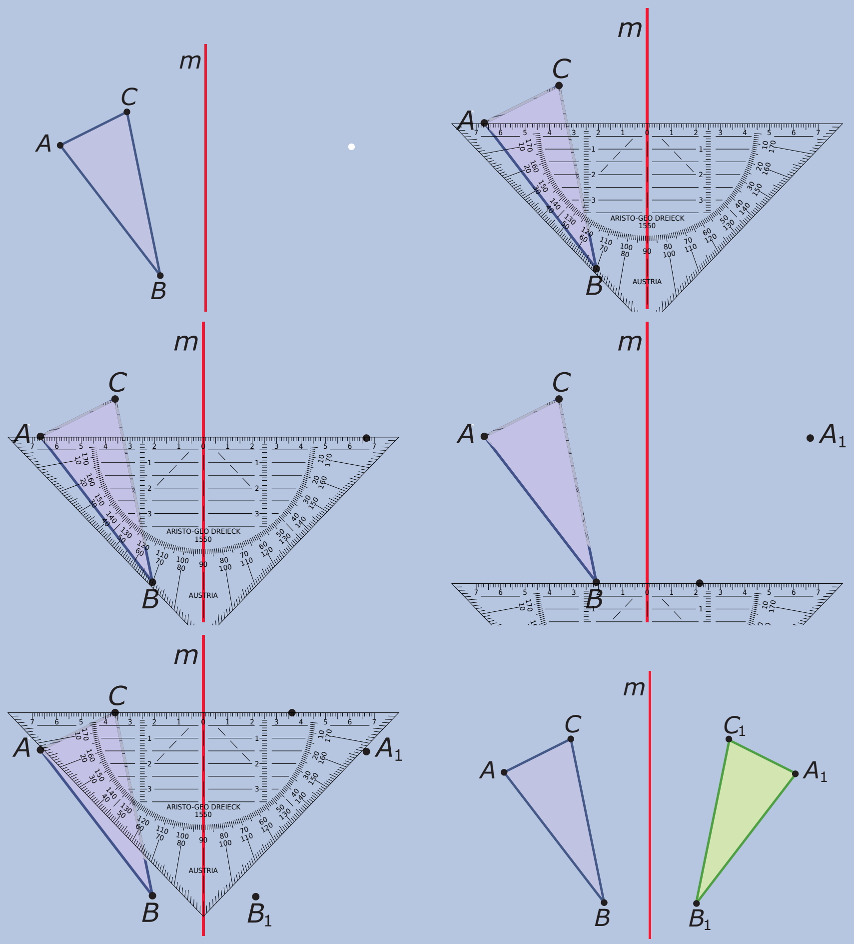
Uitleg 1

Het linker verkeersbord wordt door lijn m in twee stukken verdeeld die elkaars spiegelbeeld zijn. Lijn m is de symmetrieas (of spiegellijn) van de figuur. Een figuur met één of meer symmetrieassen heet lijnsymmetrisch. Zet je een spiegeltje op de spiegellijn dan zie je een deel op papier en een deel in de spiegel; de twee helften vormen samen de figuur. Het middelste verkeersbord heeft zelfs vier symmetrieassen. Het rechter verkeersbord is niet lijnsymmetrisch.




Uitleg 2

Bekijk hoe je een lijnsymmetrische figuur maakt.



ΔABC wordt gespiegeld in lijn m. ΔABC noem je het origineel.

$\Delta A_1B_1C_1$ is het (spiegel)beeld van ΔABC.

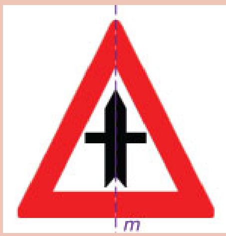
Beeldpunt A_1 wordt zo getekend dat het even ver van de spiegellijn m af ligt als punt A. Lijn m is de symmetrieas van lijnstuk AA_1.

Lijn m snijdt AA_1 loodrecht middendoor en heet daarom de middelloodlijn van AA_1. Lijn m is ook de middelloodlijn van BB_1 en CC_1.

Opgave 1 Opgave 2 Opgave 3 Opgave 4

Theorie

Een figuur die door een lijn in twee stukken wordt verdeeld die elkaars **spiegelbeeld** zijn, noem je **lijnsymmetrisch**. Zet je een spiegeltje op de spiegellijn dan zie je een deel op papier en een deel in de spiegel; de twee helften vormen samen de figuur. Lijn m is de **symmetrieas** of de **spiegellijn** van de figuur. Een figuur kan één of meer symmetrieassen hebben.

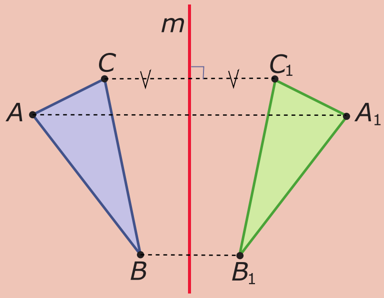


Je kunt ook zelf een lijnsymmetrische figuur tekenen.
Je moet dan de symmetrieas weten en de helft van de figuur kennen. De andere helft maak je er dan bij door **lijnspiegelen**.

ΔABC wordt gespiegeld in lijn m. ΔABC noem je het **origineel**.

$\Delta A_1B_1C_1$ is het **beeld** van ΔABC.

Beeldpunt A_1 ligt even ver van de spiegellijn m af ligt als punt A. Symmetrieas m snijdt AA_1 loodrecht middendoor en heet daarom de **middelloodlijn** van AA_1. Lijn m is ook de middelloodlijn van BB_1 en CC_1.



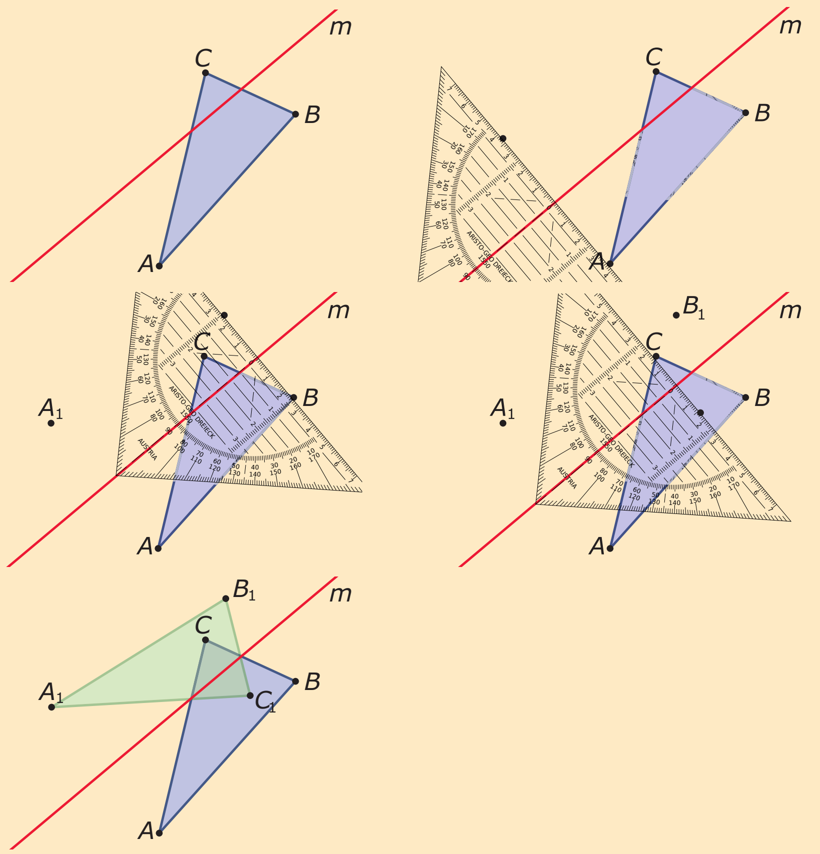
Voorbeeld 1

Je ziet hier een achttal logo's (beeldmerken) van bekende bedrijven en instellingen. Ze zijn vaak lijnsymmetrisch, vaak met meerdere symmetrieassen.

Opgave 5

Voorbeeld 2

Bekijk hoe ΔABC met behulp van de geodriehoek wordt gespiegeld in de schuine symmetrieas m.



Opgave 6 Opgave 7

2.2 Puntsymmetrie

Inleiding

Ayse raakt geïnteresseerd in logo's en hoe je die maakt.
Ze wil daarom eerst eens kijken naar logo's en hun vormgeving.
Veel logo's zijn symmetrisch of hebben delen die symmetrisch zijn.
Op het station ziet ze het NS-logo. De linker- en de rechterkant zijn hetzelfde, maar het is niet lijnsymmetrisch. Wat is er dan wel aan de hand?

Je leert in dit onderwerp

- in een figuur puntsymmetrie herkennen en het centrum van puntsymmetrie bepalen;
- een puntsymmetrische figuur tekenen door spiegelen ten opzichte van een punt.

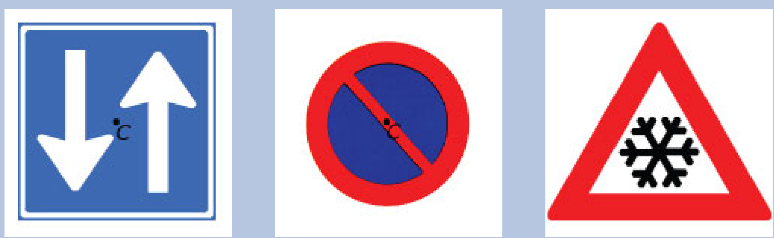
Voorkennis

- de namen en enkele basiseigenschappen van vlakke en ruimtelijke figuren;
- de begrippen loodrecht, afstand, lengte, oppervlakte, inhoud/volume en werken met eenheden;
- werken met een coördinatenstelsel;
- lijnsymmetrie herkennen, een symmetrieas tekenen en een figuur spiegelen in een lijn.

Opgave V1

Uitleg 1

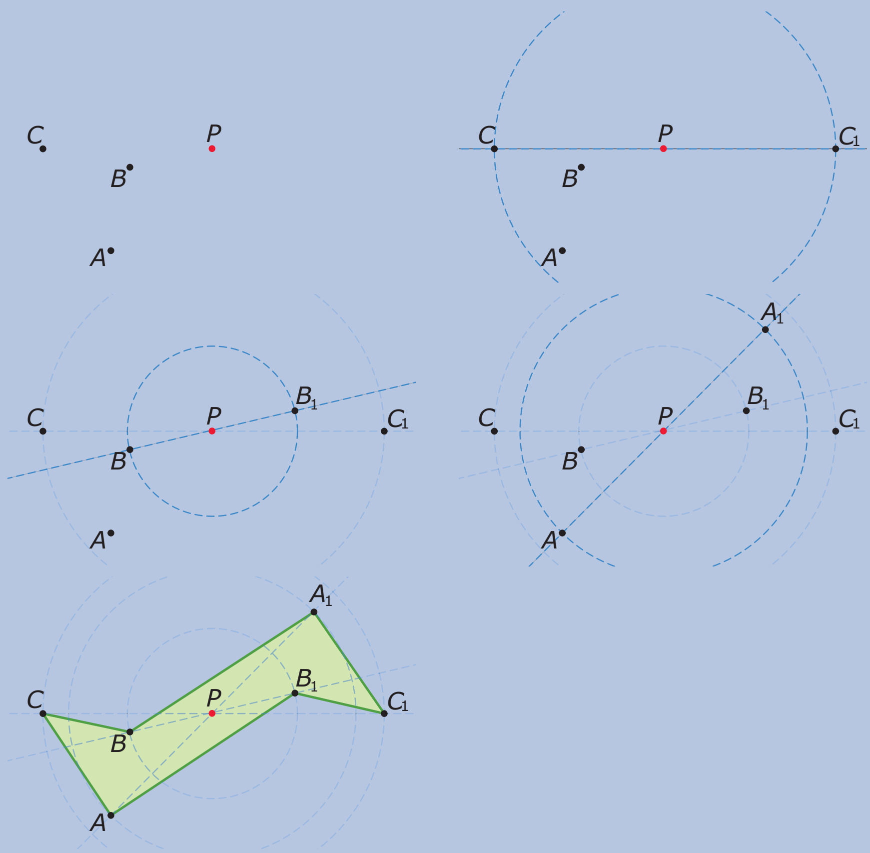
Het linker verkeersbord is niet lijnsymmetrisch. Toch is er wel iets bijzonders mee: als je het 'op zijn kop zet' zie je hetzelfde verkeersbord. Zo'n figuur noem je puntsymmetrisch. Een puntsymmetrische figuur blijft gelijk als je hem een halve slag draait om het symmetriecentrum C. Ook het middelste verkeersbord ziet er hetzelfde uit als je het een halve slag draait. Elk punt op de figuur kun je spiegelen in C en komt dan op de tegenoverliggende plaats op de figuur uit. Het rechter verkeersbord is niet puntsymmetrisch. Op zijn kop ziet de figuur er heel anders uit.



Uitleg 2

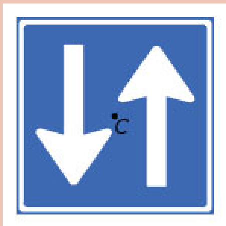
Bekijk hoe je een puntsymmetrische figuur maakt. De punten A, B en C worden gespiegeld in punt P.

A_1 is het spiegelbeeld van A, B_1 is het beeld van B en C_1 is het beeld van C. Het beeldpunt A_1 wordt zo getekend dat het even ver van het centrum P af ligt als het originele punt A. Punt P is het midden van lijnstuk AA_1.



Opgave 1 Opgave 2 Opgave 3 Opgave 4

Theorie



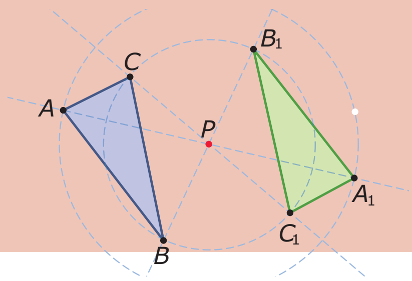
Een figuur heet **puntsymmetrisch** als hij hetzelfde blijft als je hem op de kop zet. Zo' n figuur heeft een **symmetriecentrum** C. Elk punt van de figuur heeft een spiegelbeeld precies aan de andere kant van het centrum C.

Je kunt ook zelf een puntsymmetrische figuur tekenen.
Je moet dan het centrum van symmetrie weten en de helft van de figuur kennen. De andere helft maak je er dan bij door **puntspiegelen**.

ΔABC wordt gespiegeld in punt P. ΔABC noem je het **origineel**.

$\Delta A_1B_1C_1$ is het **beeld** van ΔABC.

Beeldpunt A_1 ligt even ver van het centrum P af ligt als punt A.



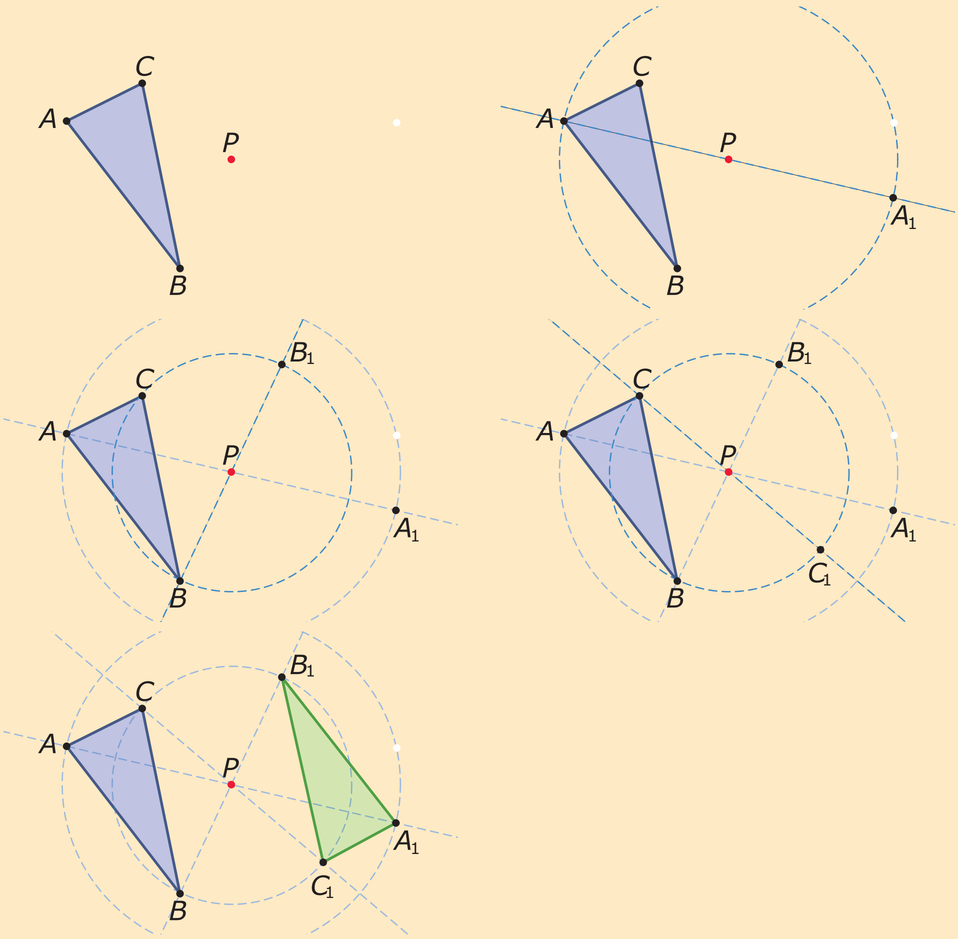
Voorbeeld 1

Je ziet hier een achttal logo's (beeldmerken) van bekende bedrijven en instellingen. Ze zijn vaak puntsymmetrisch. Wat is het centrum van symmetrie?

Opgave 5

Voorbeeld 2

Bekijk hoe ΔABC wordt gespiegeld in punt P. De gelijke afstanden worden met een passer gemaakt, dat kan eventueel ook met de geodriehoek.



Opgave 6 Opgave 7

2.3 Draaisymmetrie

Inleiding

Ayse ziet ook op veel logo's sterren voorkomen.
Die zijn symmetrisch, maar over wat voor soort symmetrie heb je het dan?
Zijn ze lijnsymmetrisch, of puntsymmetrisch of is er nog wat anders aan de hand?
Deze vijfpuntige ster kun je bijvoorbeeld om een middelpunt draaien.
En hoe kun je dat gebruiken om zo'n ster te tekenen?

Je leert in dit onderwerp

- draaisymmetrie herkennen en het draaicentrum van een figuur aanwijzen en de kleinste draaihoek bepalen;
- een figuur draaien over een gegeven hoek ten opzichte van een punt.

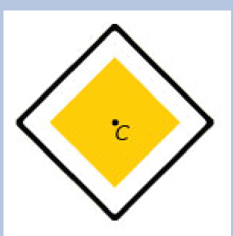
Voorkennis

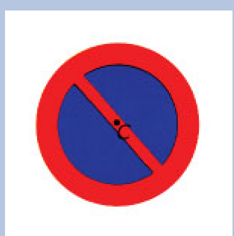
- de namen en enkele basiseigenschappen van vlakke en ruimtelijke figuren;
- de begrippen loodrecht, afstand, lengte, oppervlakte, inhoud/volume en werken met eenheden;
- werken met een coördinatenstelsel;
- lijnsymmetrie en puntsymmetrie herkennen, een symmetrieas of symmetriepunt tekenen en een figuur spiegelen in een lijn of een punt.

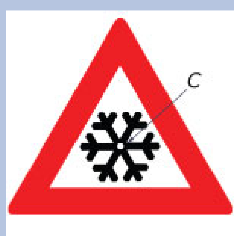
Opgave V1

Uitleg 1

Ook met deze verkeersborden is iets speciaals. Je kunt ze draaien en dan zie je toch weer hetzelfde bord. Soms hoef je maar een klein aantal graden te draaien. Zo'n figuur heet draaisymmetrisch. Een draaisymmetrische figuur blijft gelijk als je hem een bepaald aantal graden draait om draaicentrum C.
Het linker verkeersbord kun je over $90°$, $180°$ en $270°$ draaien. Dat zijn veelvouden van $90°$, dus $90°$ is de kleinste draaihoek.
Het middelste verkeersbord heeft een kleinste draaihoek van $180°$.
Bij het rechter verkeersbord is de kleinste draaihoek $120°$. Je draait steeds een derde slag door en ziet dan drie keer hetzelfde bord tot het weer in de beginstand staat.
Het linker en het middelste verkeersbord zijn naast draaisymmetrisch ook puntsymmetrisch.

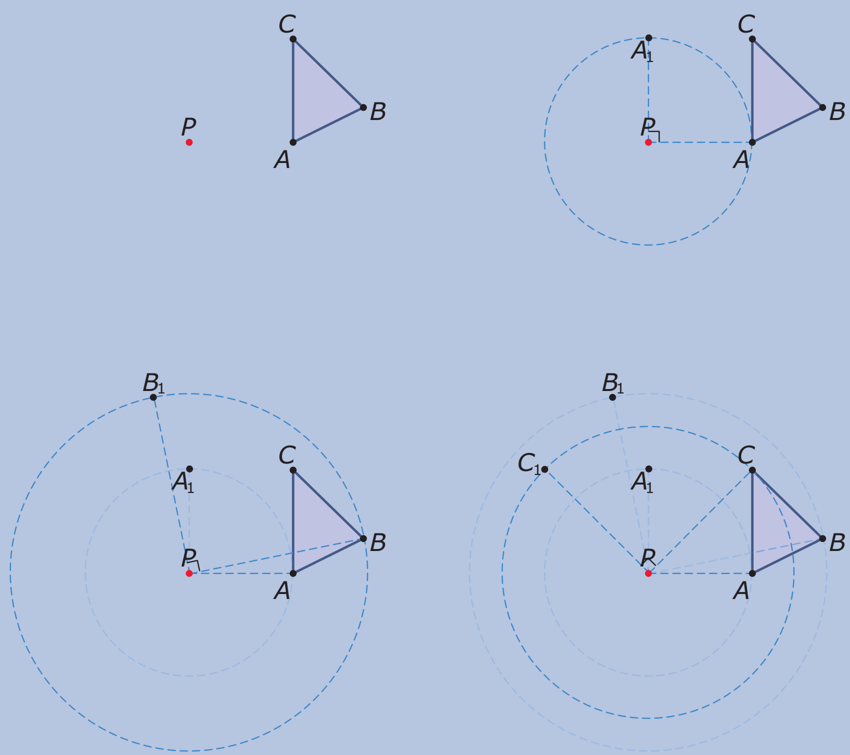




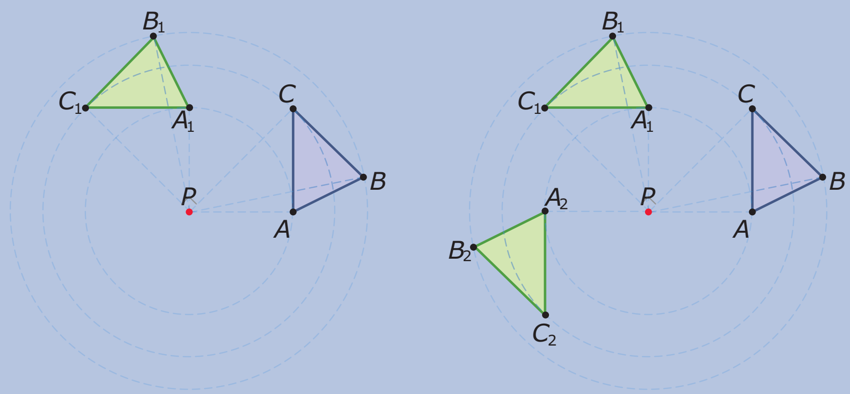


Uitleg 2

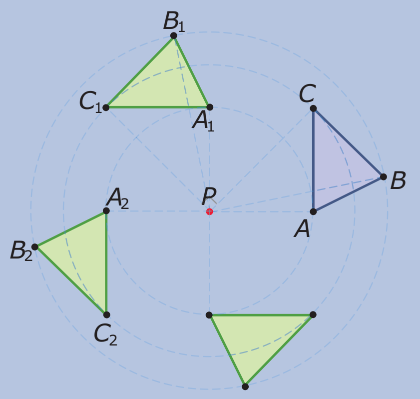
Je ziet hoe een draaisymmetrische figuur wordt gemaakt door driehoek ABC om punt P over $90°$ (tegen de wijzers van de klok in) te draaien.



A_1 is het beeldpunt van A, B_1 is het beeld van B en C_1 is het beeld van C. Elk beeldpunt wordt zo getekend dat het even ver van het centrum P af ligt als zijn origineel. De hoek tussen bijvoorbeeld PA en PA_1 is $90°$.



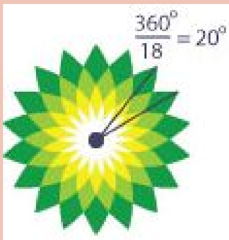
Om de figuur echt draaisymmetrisch te maken moet je $\Delta A_1B_1C_1$ ook weer $90°$ draaien en vervolgens het beeld van deze driehoek nog een keer $90°$ draaien (tegen de klok in).



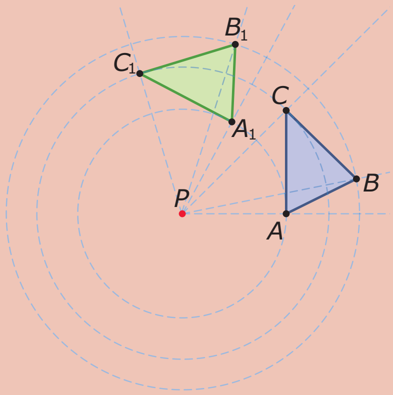
Opgave 1 Opgave 2 Opgave 3 Opgave 4

Theorie

Een figuur noem je **draaisymmetrisch** als hij gelijk blijft als je hem een bepaald aantal graden draait om een **draaicentrum** C. Deze figuur kun je over $20°$, $40°$, $60°$, ... draaien. Dat zijn veelvouden van $20°$, dus $20°$ is de **kleinste draaihoek**.



Je kunt ook zelf een figuur draaien om een draaipunt over een gegeven aantal graden.
Je ziet hier het resultaat van zo'n draaiing.



ΔABC wordt gedraaid om punt P over $60°$. ΔABC noem je het **origineel**.

$\Delta A_1B_1C_1$ is het **beeld** van ΔABC.

Beeldpunt A_1 ligt even ver van het centrum P af ligt als punt A.

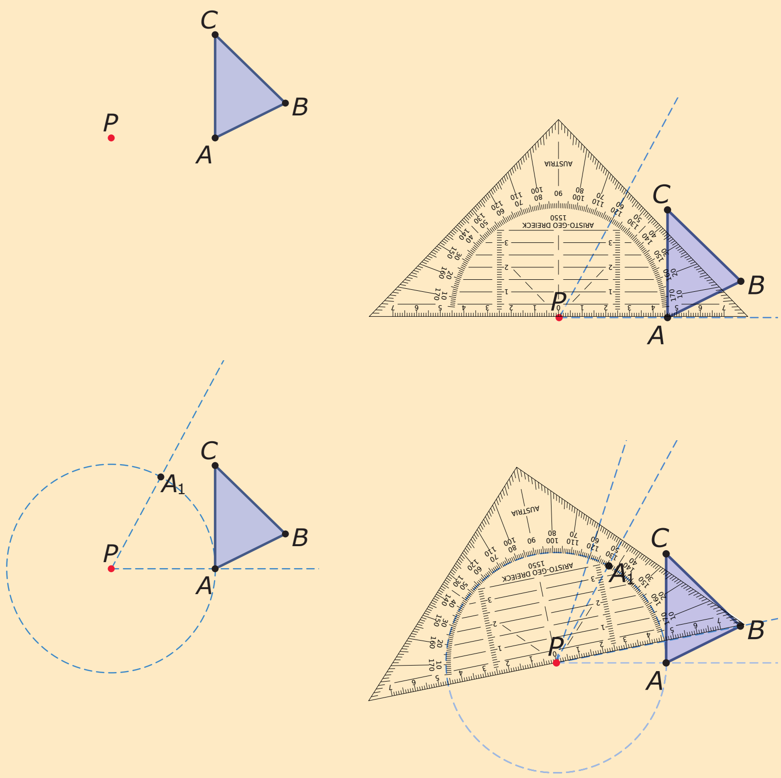
Voorbeeld 1

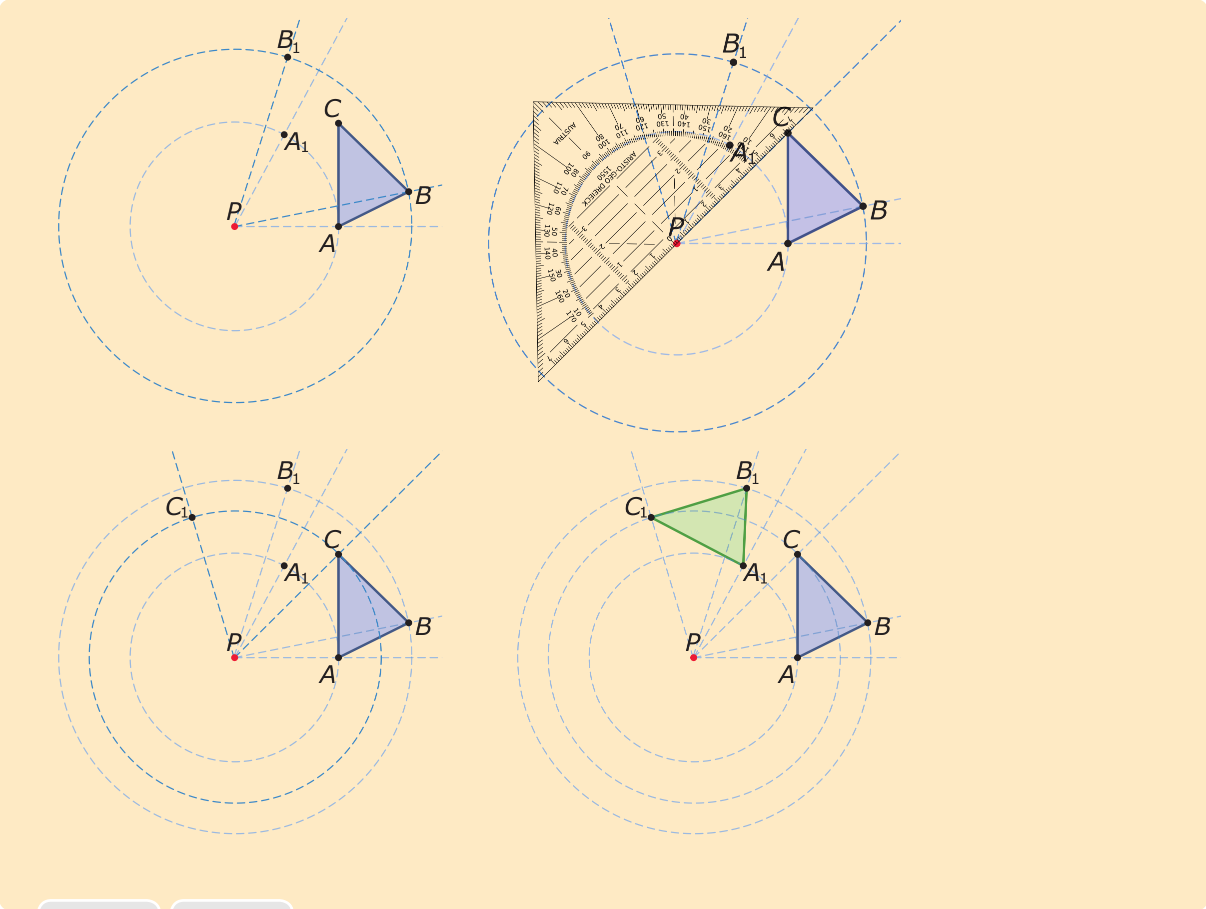
Je ziet hier een achttal logo's (beeldmerken) van bekende bedrijven en instellingen. Ze zijn vaak draaisymmetrisch. Wat is het centrum van symmetrie en hoeveel bedraagt de kleinste draaihoek?

Opgave 5

Voorbeeld 2

Bekijk hoe ΔABC wordt gedraaid om punt P over $60°$ (dus tegen de klok in). De hoeken maak je op papier met een geodriehoek. De gelijke afstanden worden met een passer gemaakt, dat kan eventueel ook met de geodriehoek.





Opgave 6 Opgave 7

2.4 Driehoeken

Inleiding

Een sterk logo is bijna altijd erg eenvoudig en toch bijzonder.
En wat is er nu eenvoudiger dan een driehoek?
Ayse vindt deze twee logo's met daarin een gele driehoek.
Het zijn symmetrische driehoeken, maar de bovenste driehoek heeft maar één symmetrieas en de onderste heeft er drie. Waarin zit het verschil? En welke soorten driehoeken kun je eigenlijk onderscheiden?

Je leert in dit onderwerp

- symmetrie in driehoeken herkennen;
- de eigenschappen van bijzondere driehoeken benoemen en gebruiken.

Voorkennis

- de namen en enkele basiseigenschappen van vlakke en ruimtelijke figuren, de hoekensom van een driehoek;
- de begrippen loodrecht, afstand, lengte, oppervlakte, inhoud/volume en werken met eenheden;
- werken met een coördinatenstelsel;
- lijnsymmetrie, puntsymmetrie en draaisymmetrie herkennen, een symmetrieas of symmetriecentrum tekenen en een figuur spiegelen in een lijn of een punt of draaien om een punt over een bepaalde draaihoek.

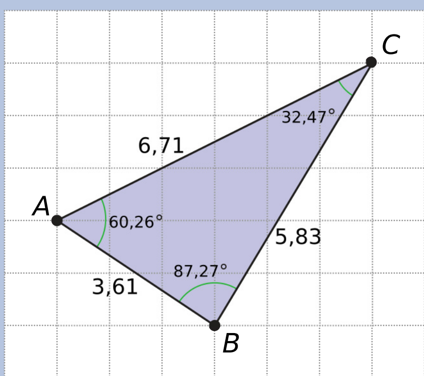
Opgave V1

Uitleg

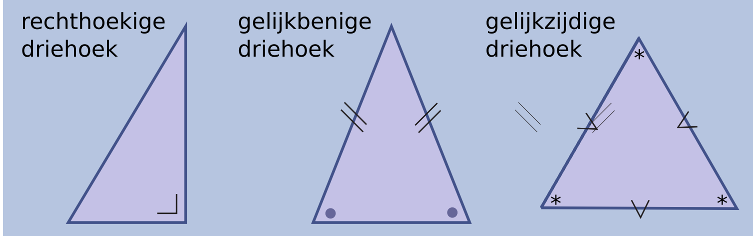
Applet

Een driehoek is een veelhoek met drie hoekpunten en drie zijden. Voor driehoek ABC schrijf je ook wel: ΔABC. De hoeken zijn samen 180°. Soms zijn twee of drie zijden gelijk. De driehoeken zijn dan symmetrisch. Dan zijn ook bepaalde hoeken gelijk omdat de éne helft het spiegelbeeld van de andere helft is. Bijvoorbeeld:

- de gelijkbenige driehoek heeft twee gelijke zijden en dus één symmetrieas en twee gelijke hoeken;
- de gelijkzijdige driehoek heeft drie gelijke zijden en dus drie symmetrieassen en drie gelijke hoeken;
- de rechthoekige driehoek heeft één rechte hoek.

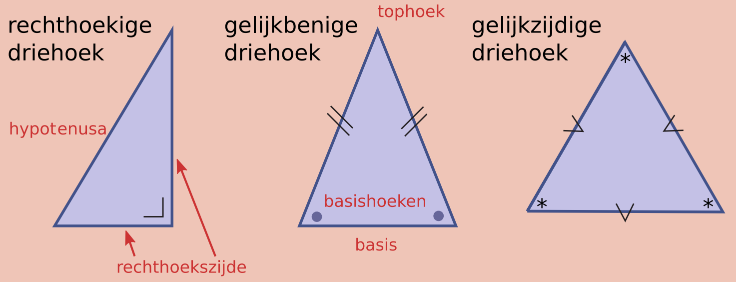


Bekijk de driehoeken. Gelijke zijden hebben een gelijke markering, gelijke hoeken ook.



Opgave 1 Opgave 2 Opgave 3

Theorie



Een **rechthoekige driehoek** heeft twee zijden die de rechte hoek vormen; je noemt ze **rechthoekszijden**. De langste zijde heet de **hypotenusa**. Elke rechthoekige driehoek is de helft van een rechthoek. De kenmerkende eigenschappen zijn:

- Er is precies één rechte hoek.
- De twee scherpe hoeken zijn samen 90°.

Een **gelijkbenige driehoek** heeft twee zijden die even lang zijn. De hoek tussen deze benen heet de **tophoek**. De andere zijde heet de **basis**. Elke gelijkbenige driehoek heeft een symmetrieas. De kenmerkende eigenschappen zijn:

- De twee benen zijn even lang.
- De twee hoeken op de basis zijn even groot, ze heten de **basishoeken**.
- De symmetrieas deelt de basis in twee gelijke delen en staat er loodrecht op.

Bij een **gelijkzijdige driehoek** zijn alle drie de zijden even lang. De kenmerkende eigenschappen zijn:

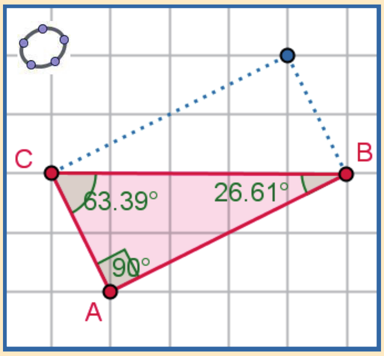
- De drie hoeken zijn even groot, elk 60°.
- Er zijn drie symmetrieassen.
- Elke symmetrieas deelt een zijde in twee gelijke delen en staat er loodrecht op.

Voorbeeld 1

Applet

Bekijk de rechthoekige ΔABC.
A, B en C zijn roosterpunten.

Hoeveel graden zijn de twee scherpe hoeken van een rechthoekige driehoek samen?



Antwoord

Omdat de hoeken van een driehoek opgeteld altijd 180° zijn en de rechte hoek altijd 90° is, weet je zeker dat de twee scherpe hoeken samen ook 90° zijn.

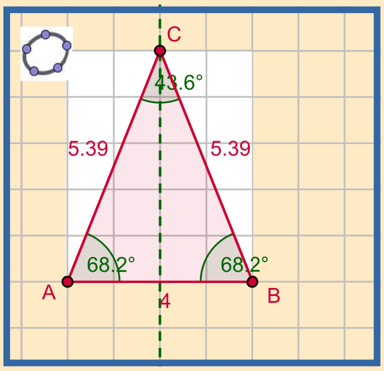
Opgave 4 Opgave 5

Voorbeeld 2

Applet

Bekijk de gelijkbenige ΔABC.
A, B en C zijn roosterpunten.

De basishoeken van een gelijkbenige driehoek zijn altijd gelijk. Hoeveel graden zijn de basishoeken A en B als de tophoek $\angle C = 40°$?



Antwoord

De hoeken van een driehoek zijn samen altijd $180°$. Als de tophoek $40°$ is, zijn de twee basishoeken samen $180° - 40° = 140°$.

Per basishoek is dat $\frac{140°}{2} = 70°$.

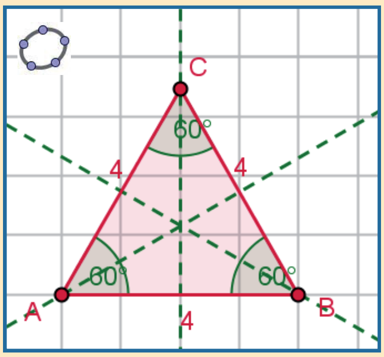
Opgave 6 Opgave 7

Voorbeeld 3

Applet

Bekijk de gelijkzijdige ΔABC.

Hoeveel symmetrieassen heeft de gelijkzijdige driehoek?



Antwoord

Een gelijkzijdige driehoek heeft altijd exact drie symmetrieassen. Een symmetrieas loopt door een hoekpunt en deelt de overliggende zijde in twee gelijke delen.

Opgave 8 Opgave 9

2.5 Vierhoeken

Inleiding

Hier zie je Ayse's eerst poging tot een ontwerp voor een logo voor de firma Ruit.
Dit is een bekend glazenwassersbedrijf in haar buurt.
Kennelijk wilde Ayse het logo zo simpel mogelijk houden.
Herken je de ruit in de figuur?

Een ruit is een symmetrische vierhoek. Maar daar zijn er nogal wat van. En die zijn nog behoorlijk verschillend. Ken je ze allemaal?

Je leert in dit onderwerp

- symmetrie in vierhoeken herkennen;
- de eigenschappen van bijzondere vierhoeken benoemen en gebruiken.

Voorkennis

- de namen van enkele vlakke figuren en de basiseigenschappen van driehoeken, de hoekensom van een driehoek;
- de begrippen loodrecht, evenwijdig, afstand, lengte, oppervlakte, inhoud/volume en werken met eenheden;
- werken met een coördinatenstelsel;
- lijnsymmetrie, puntsymmetrie en draaisymmetrie herkennen, een symmetrieas of symmetriecentrum tekenen en een figuur spiegelen in een lijn of een punt of draaien om een punt over een bepaalde draaihoek.

Opgave V1

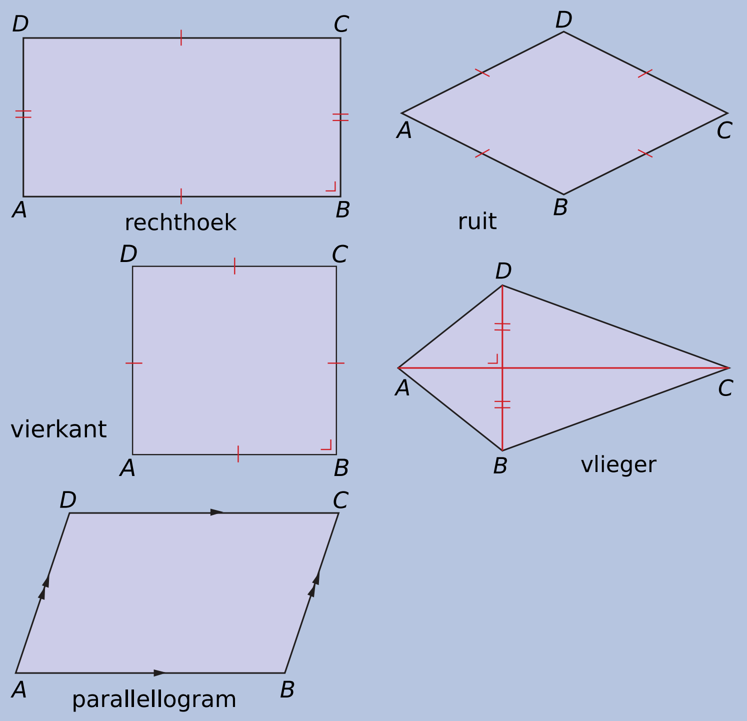
Applet

Uitleg

Een vierhoek heeft vier hoekpunten en vier zijden. Omdat elke vierhoek in twee driehoeken te verdelen is, zijn de hoeken van een vierhoek altijd samen $360°$.

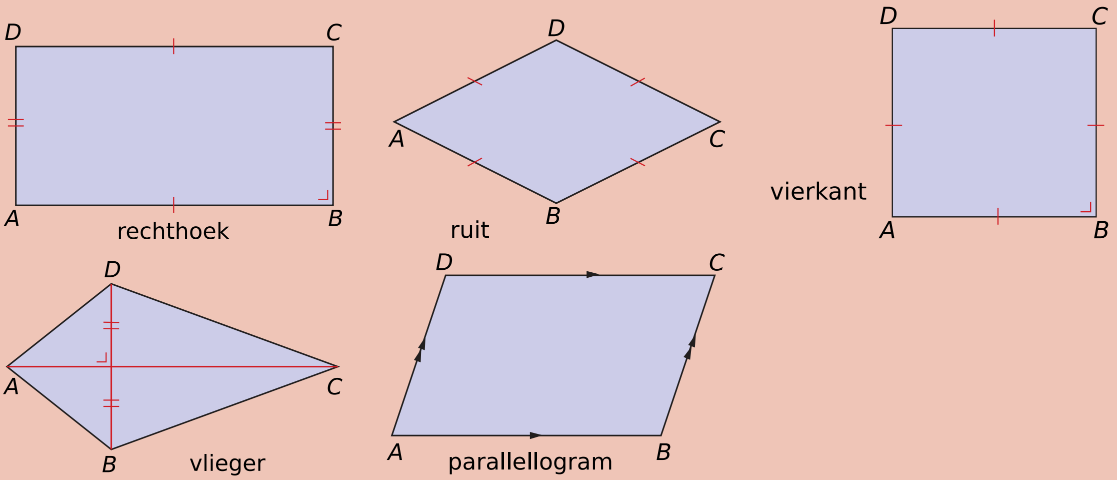
Je kunt bijzondere vierhoeken maken:

- de rechthoek met vier rechte hoeken en twee symmetrieassen;
- de ruit met vier gelijke zijden en twee symmetrieassen;
- het vierkant met vier rechte hoeken en vier gelijke zijden en vier symmetrieassen;
- de vlieger met één symmetrieas;
- het parallellogram met twee paren evenwijdige zijden;



Opgave 1 Opgave 2

Theorie



Een **vierhoek** is een veelhoek met vier **hoekpunten** en vier **zijden**. Omdat elke vierhoek in twee driehoeken te verdelen is, zijn de hoeken van een vierhoek altijd samen $360°$.

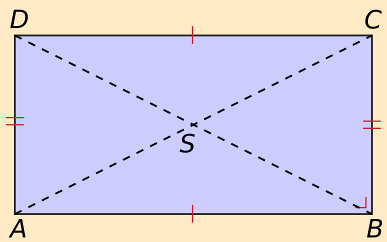
Bijzondere vierhoeken zijn:

- de **rechthoek** met vier rechte hoeken;
- de **ruit** met vier gelijke zijden;
- het **vierkant** met vier rechte hoeken en vier gelijke zijden;
- de **vlieger** met één symmetrieas;
- het **parallellogram** met twee paren evenwijdige zijden;

Voorbeeld 1

Applet

Je ziet rechthoek $ABCD$. Er zijn twee diagonalen, namelijk AC en BD die elkaar snijden in S.



De kenmerkende eigenschappen zijn:

- Vier rechte hoeken.
- De vierhoek is puntsymmetrisch met centrum S en lijnsymmetrisch ten opzichte van lijnen door het midden van en loodrecht op de zijden.
- De zijden tegenover elkaar zijn gelijk en evenwijdig.
- De diagonalen delen elkaar doormidden en zijn even lang.

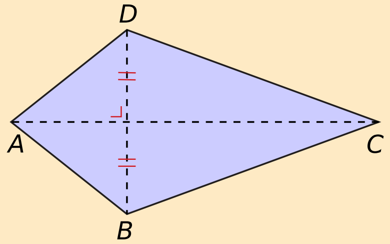
Maak je alle vier de zijden gelijk, dan krijg je een vierkant. Een vierkant is ook lijnsymmetrisch ten opzichte van de diagonalen.

Opgave 3 Opgave 4

Voorbeeld 2

Applet

Je ziet vlieger $ABCD$. Er is één symmetrieas. Dit betekent dat AB en AD even lang zijn, net als BC en CD.



De kenmerkende eigenschappen zijn:

- De vlieger is lijnsymmetrisch ten opzichte van lijn AC.
- De twee hoeken bij B en D zijn even groot.
- De diagonalen snijden elkaar loodrecht.
- Diagonaal BD deelt diagonaal AC doormidden.

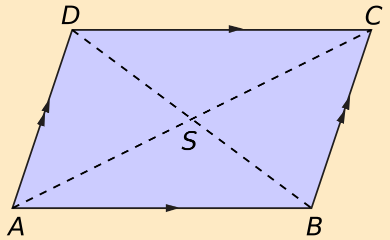
Als alle vier de zijden gelijk zijn, dan heb je een ruit. Er zijn dan (minstens) twee symmetrieassen. Een ruit is ook puntsymmetrisch en draaisymmetrisch met een kleinste draaihoek van $180°$.

Opgave 5 Opgave 6

Voorbeeld 3

Applet

Je ziet parallellogram $ABCD$. Er zijn twee paren evenwijdige zijden.



De kenmerkende eigenschappen zijn:

- Het snijpunt S van de twee diagonalen is het symmetriepunt.
- De diagonalen delen elkaar doormidden.
- De zijden tegenover elkaar zijn evenwijdig en even lang.
- De hoeken tegenover elkaar zijn even groot.

Als er maar één paar evenwijdige zijden is, spreek je van een trapezium. De genoemde eigenschappen gaan dan niet meer op.

Opgave 7 Opgave 8

Register

a
aanzicht **12**

b
basis **35**
basishoek **35**
beeld **24**, **27**, **31**
bouwtekening **17**
bovenaanzicht **12**

c
centrum van draaiing **31**
centrum van symmetrie **27**

d
draaisymmetrisch **31**
drieaanzicht **12**

g
gelijkbenige driehoek **35**
gelijkzijdige driehoek **35**

h
halve lijn **7**
hoekpunt **39**
hypotenusa **35**

k
kijkhoek **10**
kijklijn **7**
kleinste draaihoek **31**

l
lijnsymmetrisch **23**

m
middelloodlijn **24**

o
origineel **24**, **27**, **31**

p
parallellogram **39**
puntsymmetrisch **27**

r
rechthoek **39**
rechthoekige driehoek **35**
rechthoekszijde **35**
ruit **39**

s
spiegelbeeld **23**
spiegelen in een lijn **23**
spiegelen in een punt **27**
spiegellijn **23**
symmetrieas **23**

t
tophoek **35**

v
vergrotingsfactor **15**
vierhoek **39**
vierkant **39**
vlieger **39**
vooraanzicht **12**

z
zichtlijn **7**
zijaanzicht **12**
zijde **39**

Het lesmateriaal in deze reader is gebaseerd op het materiaal dat ook op de Math4All website staat.

De reader is gegenereerd met de Math4All maatwerkdienst. De inhoud en de volgorde van de onderwerpen in deze reader zijn gekozen door docenten van het ConTeXt College.

Stichting Math4All

Inhoud Katern 1

1. Kijkmeetkunde
2. Symmetrie

www.math4all.nl