

Wiskunde / PGA

1 HAVO / VWO / docentmateriaal

Diagrammen

ConTeXt College





© 2025

Het auteursrecht op dit lesmateriaal berust bij Stichting Math4All. Math4All is derhalve de rechthebbende zoals bedoeld in de hieronder vermelde creative commons licentie.

Het lesmateriaal is met zorg samengesteld en getest. Stichting Math4All aanvaardt geen enkele aansprakelijkheid voor onjuistheden en/of onvolledigheden in de module. Ook aanvaardt Math4All geen enkele aansprakelijkheid voor enige schade, voortkomend uit (het gebruik van) dit lesmateriaal

Voor deze module geldt een Creative Commons Naamsvermelding Niet Commercieel 3.0 Nederland Licentie. (zie <http://creativecommons.org/licenses/by/3.0>).

Dit lesmateriaal is open, gratis en vrij toegankelijk lesmateriaal afkomstig van Stichting Math4All en is speciaal ontwikkeld voor het vak wiskunde in het voortgezet onderwijs. Het lesmateriaal op de website www.math4all.nl is afgestemd op kerndoelen wiskunde, tussendoelen wiskunde en eindtermen voor de vakken wiskunde A, B en C. Dit lesmateriaal is mediumneutraal ontwikkeld en op diverse manieren te bekijken en te gebruiken. Voor informatie en vragen kunt u contact opnemen via info@math4all.nl. Ook houden we ons altijd aanbevolen voor suggesties, verbeteringen en/of aanvullingen.

Het lesmateriaal in dit katern is gebaseerd op het materiaal dat je kunt vinden op de Math4All website www.math4all.nl. In de tekst staan dan ook regelmatig verwijzingen naar die website. Waar je precies moet zijn op die website kun je zien in de kopregel van iedere pagina.

Ieder hoofdstuk bestaat uit een aantal paragrafen en wordt steeds afgesloten met een paragraaf *Totaalbeeld* waar de leerstof wordt samengevat en/of herhaald.

PGA

PGA staat voor 'probleemgestuurde aanpak'. Je begeleidt dan als docent de leerlingen die in kleine groepjes aan wiskundige problemen werken en op die manier een eigen theoretisch kader opstellen. Dit gebeurt voornamelijk op de wijze die wordt beschreven in het boek *Building Thinking Classrooms in Mathematics* van Peter Liljedahl. Dit boek is ook in het Nederlands beschikbaar. Het is verstandig om dit boek vooraf door te werken, maar je kunt ook beginnen met deze [beknopte handleiding](#).

De PGA wordt ondersteund door verwerkings- en toepassingsopgaven waarmee de leerling kan nagaan of de stof wordt beheersd. Deze opgaven worden op drie niveaus aangeboden. De niveau aanduiding staat in de marge naast de opgave.

- ★ het basale niveau, dat iedereen zou moeten behalen
- ★ ★ een iets pittiger niveau, waarin iets meer uitdaging zit en die de leerling alleen hoeft te maken als er genoeg tijd voor is
- ★ ★ ★ een bijzondere toepassing of een echt pittige opgave die een leerling alleen maakt als de rest veel te gemakkelijk was

In de bijlage staat een "[Leerdoelentabel](#)" waarin staat aangegeven door welke opgave het specifieke leerdoel wordt afgedekt en op welk niveau dit gebeurt. Als je deze tabel aan de leerlingen uitreikt, kunnen ze hun eigen vorderingen bijhouden.

Opgaven uit de samenvattende paragraaf *Totaalbeeld* worden voorafgegaan door een T.



Diagrammen

1.1	Schema's	6
1.2	Gemiddelden	14
1.3	Frequentietabellen	18
1.4	Beeld-, staaf- en lijndiagram	26
1.5	Cirkeldiagram en steelbladdiagram	37
1.6	Totaalbeeld	45

1.1 Schema's

Inleiding

Dit is een schema van de vaarroutes van Condor Ferries, een maatschappij die ferry-verbindingen met de Kanaaleilanden onderhoudt. Zo'n schema maakt in één klap duidelijk welke verbindingen er zijn. Maar je kunt er niet aan zien, hoe ze precies varen, hoe vaak ze varen en welke afstanden ze afleggen. Daarvoor is meer informatie nodig.



Figuur 1.1

Je leert in dit onderwerp

- informatie aflezen uit schema's, waaronder (gerichte of ongerichte) grafen;
- grafen herkennen en tekenen en bepalen of ze gelijk zijn door het aantal knooppunten en wegen te tellen;
- bij grafen (afstands)tabellen maken en omgekeerd.

Voorkennis

- getallen gebruiken om te tellen en te rekenen.

Voor de docent

Bij het onderdeel 'Schema's' gaat het er om schema's te gebruiken om gegevens overzichtelijk vast te leggen, met name om het gebruiken van grafen en bijbehorende (afstands)tabellen. Het begrip 'graaf' wordt in de eerste opdracht direct genoemd, het maken van een bijbehorende tabel gebeurt in de tweede opdracht en daar wordt ook het begrip 'gerichte graaf' geïntroduceerd.

Gewenste materialen:

- Maak desgewenst vooraf een kopie van het werkblad bij de eerste, de tweede en de derde opdracht.
- Schrijfmateriaal voor op de verticale werkvlakken en eventueel plakband om de informatiebladen eraan op te hangen.

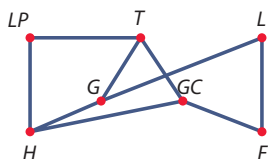
Opdracht 1.1

De zeven Canarische eilanden: Tenerife, Gran Canaria, Las Palmas, Gomera, Hierro, Fuerteventura en Lanzarote horen bij Spanje en liggen voor de kust van Marokko.

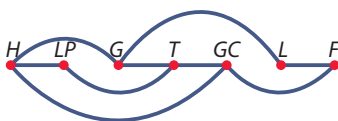
Je ziet twee figuren die de bootverbindingen tussen de Canarische eilanden weergeven. Zo'n figuur heet een 'graaf'. Hoewel ze er nogal verschillend uitzien, zijn ze gelijk. De bootverbindingen gaan in beide richtingen, want er staan geen pijlen in deze grafen.



Figuur 1.2



graaf 1



graaf 2

Figuur 1.3

Hoe kun je nagaan dat deze twee grafen gelijk zijn?

Teken zelf ook zo'n graaf, maar laat hem lijken op de kaart van de Canarische eilanden.

Stippel een route uit vanaf Tenerife waarbij je elk ander eiland precies één keer aandoet en waarbij je weer in Tenerife eindigt. Welk van beide grafen is daarbij het handigst?

— Toelichting —

Geef de opdracht mondeling en in drie stappen. Kopieer de gegevens vooraf vanaf het **Werkblad** en deel dit uit.

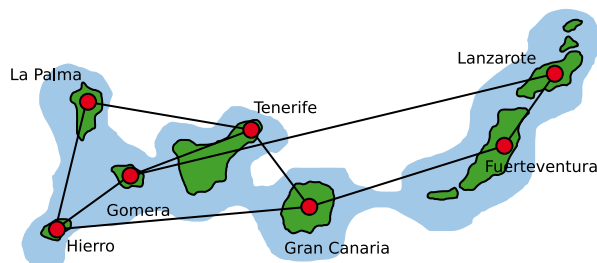
Leerlingen kunnen het eerste en het tweede deel van de opdracht vast wel uitvoeren. Daarbij is het handig om de termen 'knooppunt' en 'verbinding' mondeling te introduceren. Stel desgewenst vragen als "Welke knooppunten hebben beide grafen?", "Hoe kun je een overzicht van de verbindingen maken?" en/of "Is een tabel met verbindingen tussen de knooppunten handig?".

De route uitstippelen zal wel even puzzelen zijn. Ga na afloop na of er echte verschillende rondreizen zijn gevonden en waar de verschillen zitten.

— Uitwerking —

Ga na dat ze dezelfde knooppunten en dezelfde wegen hebben.

Een derde graaf zou er zo uit kunnen zien:



Figuur 1.4

De rondreis vanuit Tenerife zou er zo uit kunnen zien: $T \rightarrow LP \rightarrow H \rightarrow G \rightarrow L \rightarrow F \rightarrow GC \rightarrow T$.

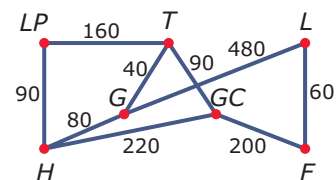
Opdracht 1.2

Je ziet hier de afstanden van rechtstreekse bootverbindingen tussen de zeven Canarische eilanden: Tenerife, Gomera, Gran Canaria, Las Palmas, Hierro, Fuerteventura en Lanzarote. Alle afstanden zijn afgerond op tientallen km.

Maak hierbij een afstandentabel (een tabel met de rechtstreekse verbindingen tussen twee punten) en onderzoek daarmee welke route van Tenerife naar Hierro het kortst is.

De maatschappij die de bootverbindingen tussen de Canarische eilanden onderhoudt, besluit om de route $T \rightarrow LP \rightarrow H \rightarrow G \rightarrow T$ alleen in die volgorde te varen. Er ontstaat dan eenrichtingsverkeer: als je van Las Palmas naar Tenerife wilt, moet je langs Hierro en Gomera, dat is 50 km langer varen.

Maak hierbij een nieuwe graaf en een nieuwe afstandentabel. Verandert er iets aan de kortste route van Hierro naar Tenerife?



Figuur 1.5

— Toelichting —

Geef de opdracht mondeling en in twee stappen. Kopieer eventueel de graaf vooraf vanaf het **Werkblad** en deel dit uit.

Hierbij gaat het enerzijds om het kunnen maken en gebruiken van een afstandentabel en anderszijds om het verschil tussen een ongerichte en een gerichte graaf. De leerlingen moeten op het idee komen van het gebruiken van pijltjes. Mogelijke hulpvragen "Hoe kun in de tabel aangeven dat er geen (rechtstreekse) verbinding is tussen twee punten?", "Hoe kun je richting aangeven in zo'n graaf?" en "Wat verandert er in de tabel?" (het gaat dan om het 'van/naar' principe).

Uitwerking

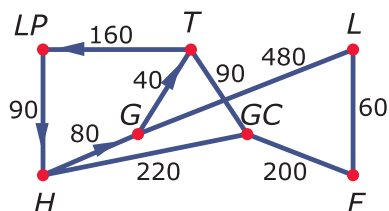
De tabel wordt zo:

	<i>T</i>	<i>G</i>	<i>GC</i>	<i>LP</i>	<i>H</i>	<i>F</i>	<i>L</i>
<i>T</i>	-	40	90	160	-	-	-
<i>G</i>	40	-	-	-	80	-	480
<i>GC</i>	90	-	-	-	220	200	-
<i>LP</i>	160	-	-	-	90	-	-
<i>H</i>	-	80	220	90	-	-	-
<i>F</i>	-	-	200	-	-	-	60
<i>L</i>	-	480	-	-	-	60	-

Tabel 1.1

Je kunt van Tenerife naar Hierro via Gomera, Gran Canaria en Las Palmas. De route via Gomera is het kortst.

De nieuwe graaf wordt:



Figuur 1.6

De nieuwe afstandentabel wordt:

	van						
naar	<i>T</i>	<i>G</i>	<i>GC</i>	<i>LP</i>	<i>H</i>	<i>F</i>	<i>L</i>
<i>T</i>	-	40	90	-	-	-	-
<i>G</i>	-	-	-	-	80	-	480
<i>GC</i>	90	-	-	-	220	200	-
<i>LP</i>	160	-	-	-	-	-	-
<i>H</i>	-	-	220	90	-	-	-
<i>F</i>	-	-	200	-	-	-	60
<i>L</i>	-	480	-	-	-	60	-

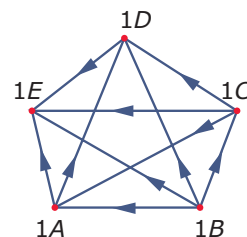
Tabel 1.2

Je kunt nu van Tenerife naar Hierro alleen nog via Gran Canaria en Las Palmas. De route via Las Palmas is het kortst.

Opdracht 1.3

Tijdens een sportdag spelen de eerste klassen (1A tot en met 1E) een volleybaltoernooi. De gymleraar heeft met deze gerichte graaf het verloop van het toernooi bijgehouden. In die graaf zie je bijvoorbeeld dat 1A van 1D heeft gewonnen.

Als je wint, krijg je een punt. Als je verliest, krijg je nul punten. Maak een puntentabel voor dit toernooi en bepaal daarmee de klas die heeft gewonnen.



Figuur 1.7

— Toelichting —

Geef de opdracht mondeling. Kopieer eventueel de gegevens vooraf vanaf het **Werkblad** en deel die uit.

Deze opdracht gaat over het interpreteren van een gerichte graaf. Het is goed om het begrip 'gerichte graaf' onder de aandacht te brengen. Mogelijke hulpvragen zijn "Hoe zie je dat 1A van 1D heeft gewonnen?" en "Hoe zet je de tabel op? Hoeveel rijen en hoeveel kolommen heb je nodig".

— Uitwerking —

Zie tabel, klas 1B heeft het hoogste aantal punten behaald, namelijk 4.

		van				
		1A	1B	1C	1D	1E
naar	1A	-	1	1	0	0
	1B	0	-	0	0	0
	1C	0	1	-	0	0
	1D	1	1	1	-	0
	1E	1	1	1	1	-

Tabel 1.3

Opdracht 1.4

Bekijk wat iedereen heeft gemaakt en heeft bedacht over het werken met schema's zoals grafen en bijbehorende tabellen.

Maak een eigen overzicht van wat je hebt geleerd.

— Toelichting —

Loop samen met de leerlingen alle bedenksels na. Bevraag leerlingen of ze elkaars gedachtenspinsels kunnen toelichten. Samen zouden jullie naar een overzicht van de theorie moeten komen. Ieder schrijft het voor zichzelf.

— Uitwerking —

Het theorieblok geeft het gewenste overzicht.

Theorie

Om te onthouden

Een **schema** is een vereenvoudigde weergave van de werkelijkheid, vaak met punten, pijlen, routes en gebieden erin. Een speciaal soort schema is de **graaf**. Een graaf bestaat uit **knooppunten** en verbindingslijnen tussen de knooppunten, de **wegen**. Dat hoeven geen echte wegen te zijn. Als de knooppunten eilanden zijn, dan kunnen de wegen bootverbindingen zijn.

Als de knooppunten landen zijn, dan kan een weg bijvoorbeeld betekenen: 'grenst aan'.

Kijk maar eens naar deze graaf.

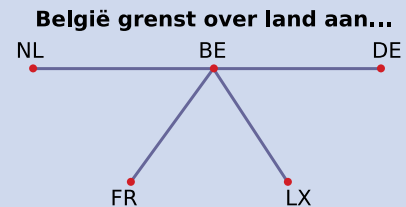
Soms horen er 'afstanden' bij de wegen. Als je de kortste afstanden tussen de knooppunten van een graaf in een tabel zet, krijg je een **afstandentabel**.

Twee grafen zijn gelijk als:

- ze dezelfde knooppunten hebben;
- in dezelfde knooppunten dezelfde wegen samenkomen.

Soms is in een graaf de richting belangrijk. Je spreekt van een **gerichte graaf**. De wegen zijn dan voorzien van pijlen.

Gerichte grafen worden veel gebruikt in organisaties om aan te geven wie welke personen aanstuurt. Zo'n graaf noem je een **organogram**.

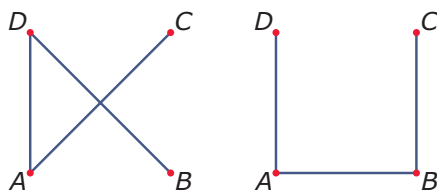


Figuur 1.8

Verwerken

★ Opgave 1.1

Bekijk de twee grafen.

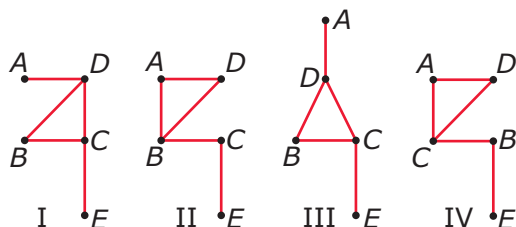


Figuur 1.9

- Hoeveel knooppunten heeft graaf 1? En graaf 2?
- Hoeveel wegen heeft graaf 1? Hoeveel wegen heeft graaf 2?
- Zijn beide grafen gelijk? Licht je antwoord toe.

★ Opgave 1.2

Welke van de grafen zijn gelijk?

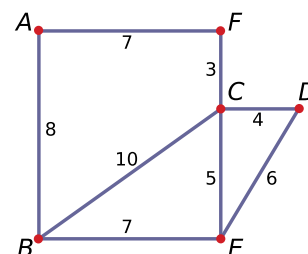


Figuur 1.10

★ Opgave 1.3

Bekijk de graaf met afstanden.

- Hoeveel knooppunten heeft deze graaf?
- Wat is de kortste route van C naar A en hoe groot is de afstand?
- Wat is de kortste route van A naar E en hoe groot is de afstand?
- Maak een afstandentabel bij deze graaf. Neem telkens de kortste weg.



Figuur 1.11

★ Opgave 1.4

Een school heeft acht brugklassen: B1A tot en met B1H. Er wordt een sportdag gehouden. Een onderdeel daarvan is het voetbaltoernooi waarin een team van zes leerlingen uit een klas, twee keer tegen het team van elke andere klas speelt: één keer 'uit' en één keer 'thuis'.

- Teken een graaf waarin alle wedstrijden voorkomen.
- Hoeveel wegen heeft deze graaf?
- Hoeveel wedstrijden zijn er?
- Wat verandert er aan de graaf als er een halve competitie wordt gespeeld?

★ Opgave 1.5

In deze tabel staan de rechtstreekse vliegverbindingen tussen een zestal steden in de Verenigde Staten.

- Is het nodig dat je weet waar de steden in de Verenigde Staten liggen om een graaf bij deze tabel te tekenen? Licht je antwoord toe.
- Teken een bijpassende graaf.
- Je vliegt van Los Angeles naar Miami. Hoeveel tussenlandingen maak je minimaal?

Vliegverbindingen v.v.
Los Angeles - Chicago
Los Angeles - Kansas City
Kansas City - New York
Kansas City - Chicago
Kansas City - Houston
New York - Miami
New York - Chicago
New York - Houston
Houston - Miami

Tabel 1.4

★★ Opgave 1.6

Eva is tijdens haar vakantie op een camping in Frankrijk. Op de camping ontmoet ze een aantal andere kampeers. Kate spreekt Engels en Frans. Jorge spreekt Spaans en Frans. Sören spreekt Deens, Duits en Engels. Helmut alleen Duits. Heidi spreekt Duits en Frans. Jef spreekt Nederlands en Frans. Eva zelf spreekt Nederlands, Duits en Engels.

- Teken een graaf met de kampeers als knooppunten. Teken tussen twee kampeers een verbinding als er een taal is die ze beiden spreken.
- Wie kan met de meeste mensen in hun eigen taal spreken?

Toepassen

★★★ Opgave 1.7: Het Koningsberger bruggenprobleem

Rond 1735 kreeg de Zwitserse wiskundige Leonhard Euler (1700—1783) het volgende vraagstuk voorgelegd: 'Is het mogelijk zo rond te wandelen tussen de verschillende stadsdelen van Koningsbergen (nu Kaliningrad in Rusland), dat je elk van de zeven bruggen over de rivier de Pregel precies één keer over gaat?' Dit is het beroemde Koningsberger bruggenprobleem. Je ziet een kaartje van Koningsbergen in Eulers tijd.



Figuur 1.12

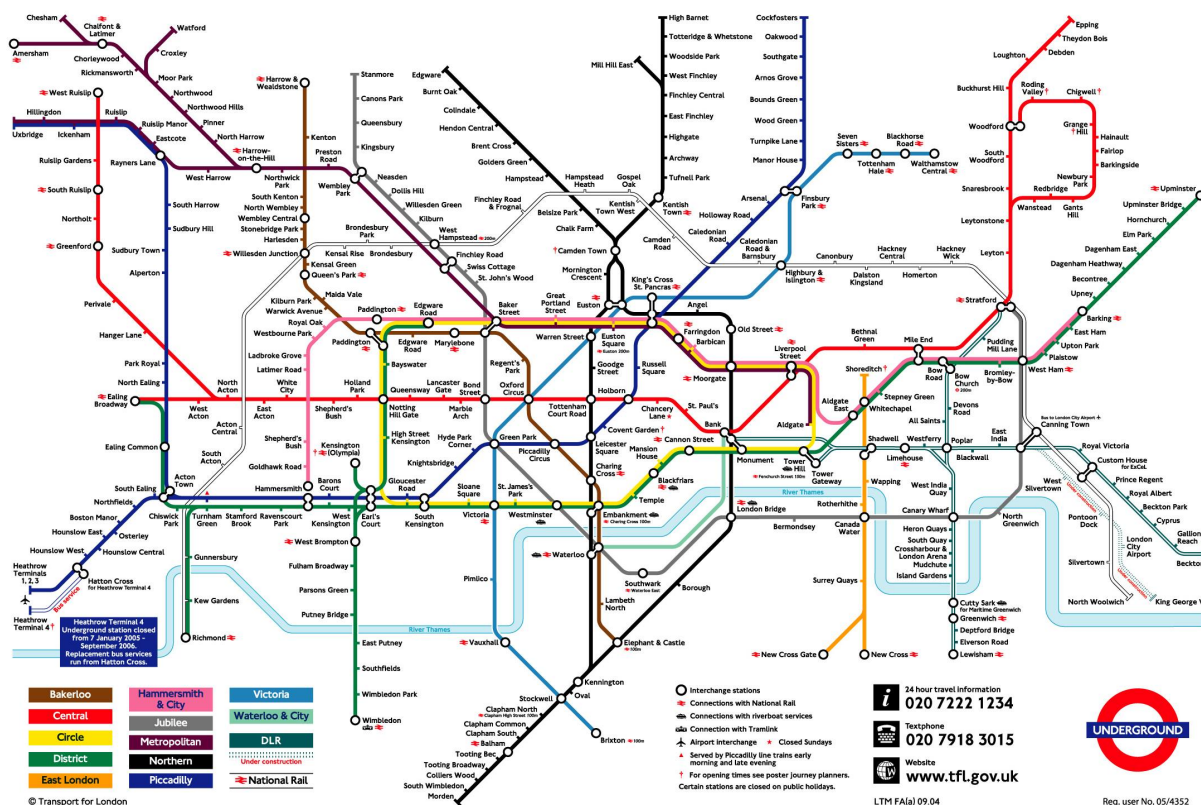
- Zoek in de figuur op het [werkblad](#) de zeven bruggen over de Pregel.

- Neem de verschillende stadsdelen die door de bruggen werden verbonden als knooppunten van een graaf. Teken deze graaf.
- Probeer nu om Eulers probleem zelf op te lossen.

★★

Opdracht 1.8: De metro van Londen

Bekijk het schema van het metronet van Londen, de Underground.



Figuur 1.13

- Wat geeft dit schema weer?
- Waarom kun je zien dat er in dit schema dertien metroverbindingen zijn?
- Hoe zie je dat er een overstap naar de trein (National Railway) mogelijk is op een bepaald station?

1.2 Gemiddelden

Inleiding

Elke leerling weet hoe belangrijk gemiddeldes zijn. Je gemiddelde cijfer voor elk vak geeft aan of je voldoende presteert of niet. Maar hoe bereken je zo'n gemiddelde? Want soms tellen bepaalde zaken zwaarder mee...

Je leert in dit onderwerp

- het gemiddelde van een serie getallen berekenen;
- het gewogen gemiddelde van een serie getallen berekenen.

Voorkennis

- getallen gebruiken om te tellen en te rekenen.

Voor de docent

Bij het onderdeel 'Gemiddelden' gaat het over het berekenen van gemiddelden, met name gewogen gemiddelden. De begrippen 'gewogen' en 'weging' zijn wellicht nieuw.

Gewenste materialen:

- Schrijfmateriaal voor op de verticale werkvlakken, dus niets bijzonders.

Opdracht 2.1

Voor wiskunde heeft Annette uit B1D de volgende cijfers gehaald: 4,9; 7,3; 7,5 en 6,0.

Bereken haar gemiddelde als alle cijfers even zwaar meetellen.

Bereken haar gewogen gemiddelde als het cijfer 7,3 twee keer en het cijfer 6,0 drie keer meetelt.

Toelichting

Geef de opdracht mondeling en in twee stappen. Schrijf de cijfers op jouw eigen whiteboard, of op je digibord.

Het gemiddelde uitrekenen (stap 1) gaat vast wel lukken. Maar wellicht is de term 'gewogen gemiddelde' nog nieuw. Stel desgewenst vragen als "Hoe bereken je een gemiddelde van vier getallen?", "Wat wordt bedoeld met "telt drie keer mee"?" en/of "Hoe houd je er rekening mee dat een cijfer vaker meetelt?".

Besprek indien dit nodig lijkt na afloop het begrip 'gewogen gemiddelde' en laat zien hoe enkele groepen dit hebben berekend.

Uitwerking

Het gemiddelde is: $\frac{4,9+7,3+7,5+6,0}{4} = 6,425$.

Het gewogen gemiddelde is: $\frac{4,9+2\cdot 7,3+7,5+3\cdot 6,0}{7} \approx 6,43$.

Afgerond op één cijfer achter de komma staat Annette dus een 6,4 gemiddeld voor wiskunde.

Opdracht 2.2

Een boer heeft twee velden met aardappelen. Beide velden zijn 2,5 hectare groot. Het ene veld levert hem 115 ton aardappelen op, het andere 103 ton. (Een ton is 1000 kg.)

Zijn buurvrouw teelt ook aardappelen. Zij heeft een veld van 3 hectare en een veld van 2 hectare. Het eerste veld levert 124 ton aardappelen op, het tweede veld 99 ton.

Welk van beide boeren heeft de hoogste gemiddelde opbrengst per hectare?

— Toelichting —

Geef de opdracht mondeling, schrijf eventueel de gegevens op of laat ze door de leerlingen opschrijven.

Mogelijke hulpvragen “Hoeveel hectare heeft de boer/boerin?”, “En hoeveel ton aardappelen in totaal?” en “Hoe bereken je hiermee het gemiddelde?”.

— Uitwerking —

De eerste boer heeft een gemiddelde opbrengst per hectare, afgerond op één cijfer achter de komma van $\frac{115+103}{2,5+2,5} = 43,6$ ton.

De tweede boer(in) heeft een gemiddelde opbrengst per hectare, afgerond op één cijfer achter de komma $= \frac{124+99}{3+2} = 44,6$ ton.

Dus de boerin boert het best.

Opdracht 2.3

Drinkwater weegt 0,998 kg per liter, zeewater weegt 1,024 kg per liter. In een tank wordt 2000 liter drinkwater gemengd met 1000 liter zeewater.

Hoeveel weegt dit mengsel in kg per liter? Geef je antwoord in drie decimalen nauwkeurig.

— Toelichting —

Geef de opdracht mondeling, schrijf eventueel de gegevens op of laat ze door de leerlingen opschrijven.

Deze opdracht wordt waarschijnlijk iets moeilijker gevonden dan de vorige.

Mogelijke hulpvragen “Hoeveel liter is het mengsel in totaal?”, “En hoeveel kg in totaal?” en “Hoe bereken je hiermee het gemiddelde?”.

— Uitwerking —

$$\frac{2000 \cdot 0,998 + 1000 \cdot 1,024}{3000} = \frac{3020}{3000} \approx 1,007 \text{ kg/liter.}$$

Opdracht 2.4

Bekijk wat iedereen heeft gemaakt en heeft bedacht over het berekenen van gemiddelden en gewogen gemiddelden.

Maak een eigen overzicht van wat je hebt geleerd.

— Toelichting —

Loop samen met de leerlingen alle bedenksels na. Bevraag leerlingen of ze elkaars gedachtenspinsels kunnen toelichten. Samen zouden jullie naar een overzicht van de theorie moeten komen. Ieder schrijft het voor zichzelf.

— Uitwerking —

Het theorieblok geeft het gewenste overzicht.



Theorie

Om te onthouden

Het **gemiddelde** van een serie getallen bereken je door alle getallen op te tellen en de uitkomst te delen door het aantal getallen.

Bij het **gewogen gemiddelde** van een serie getallen moet je ermee rekening houden hoeveel keer een getal meetelt.

Je vermenigvuldigt dan eerst elk getal met zijn **wegingsfactor** en telt al die producten bij elkaar. De uitkomst deel je door het totaal van de wegingsfactoren.

Verwerken

★ Opgave 2.1

Erik uit B1G haalde voor aardrijkskunde achtereenvolgens deze cijfers:

7	8	7	5,5	8	8,5	6	7	8	9	4
---	---	---	-----	---	-----	---	---	---	---	---

Tabel 2.1

- Bereken het gemiddelde van deze toetsen in één decimaal nauwkeurig.
- Voor het berekenen van het rapportcijfer geldt: de vijfde en de tiende toets tellen twee keer, de laatste toets telt drie keer. Bereken Eriks rapportcijfer voor aardrijkskunde in één decimaal nauwkeurig.
- Rond dat rapportcijfer af op een geheel getal.

★ Opgave 2.2

In klas 1B zitten 24 leerlingen. De klas staat gemiddeld een 6,7 voor muziek. In klas 1C zitten 28 leerlingen, en die staan gemiddeld een 6,9 voor muziek.

Bereken in één decimaal nauwkeurig het gemiddelde van de twee klassen samen. Laat duidelijk zien hoe je dat doet.

★ Opgave 2.3

Tijdens een wielervedstrijd bepaalt men van een rijder elk uur de afstand die hij heeft afgelegd. Het eerste uur legde hij 34 km af; het tweede uur 29 km en het derde uur 37 km.

Bereken zijn gemiddelde snelheid in kilometers per uur gedurende deze wedstrijd. Rond af op één cijfer achter de komma.

★★ Opgave 2.4

Een docente geschiedenis heeft van 27 leerlingen de toets nagekeken, en hun gemiddelde berekend: 6,5 precies. Later ontdekt zij in haar tas nog een toets. Die blijkt volkomen foutloos te zijn.

Bereken in één decimaal nauwkeurig het nieuwe gemiddelde van deze klas voor die geschiedenis-toets.

★★ Opgave 2.5

Witgoud is een mengsel van goud en nikkel. Het ziet eruit als zilver, maar is duurzamer. Voor een bepaalde witgouden ring wordt $1,2 \text{ cm}^3$ goud vermengd met $0,8 \text{ cm}^3$ nikkel. Goud weegt $19,2 \text{ gram per cm}^3$ en nikkel weegt $8,8 \text{ gram per cm}^3$.

Hoeveel gram per cm^3 weegt het witgoud dat ontstaat? Rond je antwoord af op één decimaal.

Toepassen

★★★ Opgave 2.6: Het harmonisch gemiddelde

Een vliegtuig vliegt van Amsterdam naar Moskou en weer terug volgens dezelfde route. Op de heenreis is de gemiddelde vliegsnelheid 1200 km per uur, op de terugreis slechts 800 km per uur in verband met de weersgesteldheid.

- Hoeveel bedraagt de gemiddelde snelheid gerekend over de gehele vlucht?
Misschien heb je het idee dat je om dit te kunnen uitrekenen moet weten hoe ver het is van Amsterdam naar Moskou. Je hebt die afstand dan waarschijnlijk opgezocht.
- Laat zien dat het antwoord niet van de gevlogen afstand afhangt.
- Je noemt zo'n gemiddelde wel het harmonisch gemiddelde van 1200 en 800. Bereken het harmonisch gemiddelde van 110 en 45.
Een auto rijdt van A naar B met een gemiddelde snelheid van 120 km/uur en terug met een snelheid van 100 km/uur.
- Hoeveel bedraagt de gemiddelde snelheid over de heen- en terugreis?

1.3 Frequentietabellen

Inleiding

Soms wil je resultaten met elkaar kunnen vergelijken. Maar dat is niet altijd eenvoudig. Hoe kun je bijvoorbeeld de cijfers voor engels vergelijken met die voor wiskunde? Of de cijfers van wiskunde in B1J vergelijken met die in B1H?

wiskunde	
RE	freq
3	1
4	0
5	3
6	8
7	10
8	5
9	2
10	0

Figuur 3.1

Je leert in dit onderwerp

- een (relatieve) frequentietabel maken;
- relatieve frequentietabellen gebruiken om gegevens te vergelijken;
- een kruistabel (tweedimensionale frequentietabel) maken en gebruiken om gegevens te vergelijken.

Voorkennis

- getallen gebruiken om te tellen en te rekenen;
- het (gewogen) gemiddelde uitrekenen van een serie getallen.

Voor de docent

Bij het onderdeel 'Frequentietabel' gaat het over het werken met frequenties, relatieve frequenties en de bijbehorende tabellen. De begrippen '(relatieve) frequentie' en 'frequentietabel/kruistabel' zijn wellicht nieuw. Belangrijk is voldoende aandacht te schenken aan het gebruiken van dergelijke tabellen bij het vergelijken van zaken.

Gewenste materialen:

- Er zijn werkbladen met informatie voor de eerste drie opdrachten.
- Schrijfmateriaal en plakmateriaal voor op de verticale werkvlakken.

Opdracht 3.1

Je ziet de rapportcijfers voor het vak science van klas B1H.

6	6	5	4	7	7	7	8	6	6	6	6	8	7	7
9	5	7	7	5	7	6	7	6	6	7	5	7	8	

Tabel 3.1

Om het gemiddelde te berekenen kun je beter een frequentietabel maken. Dat is een tabel waarin achter elk cijfer zijn 'frequentie' (dat is het aantal keer dat het voorkomt) staat. Bereken met zo'n tabel het gemiddelde van deze cijfers van klas B1H voor science.

Toelichting

Geef de opdracht mondeling. Kopieer de gegevens vooraf vanaf het **Werkblad** en deel dit uit.

De term 'frequentie' is wellicht nieuw. Ook hebben sommige leerlingen misschien nog nooit een frequentietabel gezien. Stel desgewenst vragen als "Wat is het laagste cijfer voor science en hoe vaak komt dat voor?", "En wat is het volgende rapportcijfer en hoe vaak komt dat voor?", "Hoe kun je op die manier een frequentietabel maken?" en/of "Hoe bereken je vanuit een frequentietabel het gemiddelde?".

Uitwerking

De frequentietabel wordt:

science	
cijfer	frequentie
4	1
5	4
6	9
7	11
8	3
9	1
totaal	29

Tabel 3.2

Het gemiddelde is: $\frac{4 \cdot 1 + 5 \cdot 4 + 6 \cdot 9 + 7 \cdot 11 + 8 \cdot 3 + 9 \cdot 1}{29} = 6,4827...$

Afgerond op één cijfer achter de komma dus een 6,5 gemiddeld.

Opdracht 3.2

Frequentietabellen zijn ook handig om de resultaten van twee series waarnemingen te vergelijken. Hier zie je de resultaten voor het vak science van klas B1H en klas B1J.

Resultaten science klas B1H		Resultaten science klas B1J	
cijfer	frequentie	cijfer	frequentie
4	1	4	0
5	4	5	4
6	9	6	8
7	11	7	6
8	3	8	5
9	1	9	2
totaal	29	totaal	25

Tabel 3.3

Je wilt beide groepen vergelijken. Waarom kun je dan het beste werken met percentages?

Maak tabellen met percentages en probeer conclusies te trekken als: In klas ... waren naar verhouding het meeste voldoende. Maar je kunt meer uitspraken doen!

Toelichting

Geef de opdracht mondeling. Kopieer de gegevens vooraf vanaf het **Werkblad** en deel dit uit.

De term 'relatieve frequentie' is vast nog onbekend, het is handig om die tijdens het werken aan deze opdracht te laten vallen. Stel desgewenst vragen als "Waarom kun je slecht frequenties vergelijken in dit geval?", "Hoe zet je de frequenties om naar percentages?", "Hoe kun je op die manier een relatieve frequentietabel maken?" en/of "Hoe kun je nu conclusies trekken?".

Uitwerking

Je kunt het beste met percentages werken omdat beide groepen verschillend van grootte zijn. Maak eerst relatieve frequentietabellen.

Resultaten science klas B1H			Resultaten science klas B1J		
cijfer	frequentie	relatieve frequentie (%)	cijfer	frequentie	relatieve frequentie (%)
4	1	3,4	4	0	0,0
5	4	13,8	5	4	16,0
6	9	31,0	6	8	32,0
7	11	37,9	7	6	24,0
8	3	10,3	8	5	20,0
9	1	3,4	9	2	8,0
totaal	29	100	totaal	25	100

Tabel 3.4

Hieruit kunnen conclusies worden getrokken als:

- In B1H waren naar verhouding het meeste onvoldoendes, 17,2% tegen 16,0% in B1J.
- In B1J waren naar verhouding het meeste voldoende, 84,0% tegen 82,8% in B1H.
- ...

Opdracht 3.3

Wil je de cijfers van twee vakken per leerling met elkaar vergelijken, dan kun je een tweedimensionale frequentietabel maken. Horizontaal staan dan bijvoorbeeld de cijfers voor wiskunde en verticaal de cijfers voor science. Dat heet een kruistabel. Je ziet dat er twee leerlingen zijn met een 6 voor wiskunde en een 5 voor science.

Aantal	wi						
sc	3	5	6	7	8	9	Eindtotaal
4			1				1
5	1	1	2				4
6		2	2	4	1		9
7			3	5	2	1	11
8				1	2		3
9						1	1
Eindtotaal	1	3	8	10	5	2	29

Figuur 3.2

Waarom moet het hier gaan om de leerlingen van één klas? Waarom kun je zo niet twee verschillende klassen voor een bepaald vak met elkaar vergelijken?

Hoeveel leerlingen hebben een hoger cijfer voor wiskunde dan voor science?

Hoeveel procent van de leerlingen van deze klas had voor beide vakken een 8 of hoger? Rond je antwoord af op één decimaal.

Kun je op grond van de kruistabel beweren dat wie goed is in science ook goed is in wiskunde? En omgekeerd? Licht je antwoord toe.

Toelichting

Geef de opdracht mondeling. Kopieer de gegevens vooraf vanaf het **Werkblad** en deel dit uit.

Deze opdracht wordt waarschijnlijk iets moeilijker gevonden dan de vorige, een kruistabel interpreteren wordt vaak lastig gevonden. De vraag waarom het nu moet gaan om leerlingen van één klas is nogal belangrijk!

Mogelijke hulpvragen “Hoeveel leerlingen hadden voor beide vakken een 6?”, “Hoeveel leerlingen scoorden op science hoger dan op wiskunde?” en “Hoe bereken vanuit deze tabel een percentage?”.



Uitwerking

Er moet een reden zijn om twee cijfers (zoals de 7 voor science en de 8 voor wiskunde) aan elkaar te koppelen. In dit geval is die reden dat ze door dezelfde leerling zijn behaald.

11 leerlingen hebben een hoger cijfer voor wiskunde dan voor science.

3 van de 29 leerlingen hadden voor beide vakken een 8 of hoger. Dat is $\frac{3}{29} \cdot 100 \approx 10,3\%$.

Ja, wel min of meer, hoewel het verband niet heel erg sterk is.

Opdracht 3.4

Bekijk wat iedereen heeft gemaakt en heeft bedacht over het werken met frequenties, relatieve frequenties (meestal percentages) en de bijbehorende tabellen. Let ook goed op het werken met een kruistabel en beschrijf hoe je tabellen gebruikt om zaken te vergelijken.

Maak een eigen overzicht van wat je hebt geleerd.

Toelichting

Loop samen met de leerlingen alle bedenksels na. Bevraag leerlingen of ze elkaars gedachtenspinsels kunnen toelichten. Samen zouden jullie naar een overzicht van de theorie moeten komen. Ieder schrijft het voor zichzelf.

Uitwerking

Het theorieblok geeft het gewenste overzicht.



Theorie

Om te onthouden

Je kunt getallen overzichtelijker weergeven door te tellen hoeveel ervan voorkomen. Je krijgt dan een **frequentietabel**. De getallen noem je de **waarnemingen**. Hier zie je de frequentietabel van de science-cijfers van B1A.

De **frequentie** is het aantal keren dat een bepaalde waarneming voorkomt. Een frequentietabel heet ook wel een **frequentieverdeling**.

Wil je twee series getallen vergelijken als het totale aantal waarnemingen verschillend is, dan kun je de frequenties het beste omrekenen naar **relatieve frequenties**:

$$\text{relatieve frequentie} = \frac{\text{frequentie}}{\text{totaal aantal waarnemingen}}$$

Meestal wordt de relatieve frequentie weergegeven als percentage.

Wil je twee series getallen met elkaar vergelijken, dan kun je een tweedimensionale frequentietabel maken. Horizontaal staan dan de waarnemingen van de éne groep en verticaal die van de andere. Zo'n frequentietabel heet een **kruistabel**.

science	
cijfer	frequentie
4	1
5	4
6	9
7	11
8	3
9	1
totaal	29

Tabel 3.5

Verwerken

★ Opgave 3.1

In de tabel zie je de gemiddelde cijfers en de eindcijfers van de leerlingen uit B1H voor zeven vakken.

B1H		ne		en		fa		ak		gs		wi		sc	
leerling	geslacht		RE		RE		RE		RE		RE		RE		RE
1	v	6,7	7	4,4	4	5,6	6	6,6	7	6,8	7	5,6	6	5,8	6
2	v	5,6	6	5,3	5	6,1	6	7,1	7	6,8	7	6,3	6	6,4	6
3	m	8,1	8	6,7	7	5,8	6	7,2	7	7,6	8	5,3	5	5,4	5
4	m	8,5	9	5,1	5	6,1	6	6,1	6	6,1	6	5,6	6	4,3	4
5	m	4,9	5	9,7	10	6,6	7	8,0	8	7,5	8	6,4	6	7,0	7
6	v	6,2	6	9,4	9	7,2	7	6,6	7	7,8	8	7,1	7	7,1	7
7	m	7,1	7	7,9	8	7,9	8	6,6	7	6,6	7	7,4	7	6,5	7
8	v	6,9	7	3,9	4	6,5	7	7,5	8	7,4	7	8,1	8	7,9	8
9	m	7,7	8	6,0	6	6,6	7	6,7	7	7,6	8	6,5	7	6,1	6
10	m	6,8	7	6,2	6	7,0	7	7,1	7	6,8	7	6,8	7	6,1	6
11	v	5,3	5	7,1	7	5,2	5	6,0	6	6,4	6	5,3	5	5,6	6
12	v	5,8	6	6,9	7	7,1	7	7,3	7	7,4	7	7,6	8	6,4	6
13	m	6,2	6	8,1	8	7,9	8	8,4	8	8,2	8	8,1	8	8,2	8
14	m	7,3	7	3,4	3	5,1	5	6,2	6	6,5	7	6,4	6	7,3	7
15	m	7,0	7	6,8	7	7,1	7	7,0	7	5,5	6	7,0	7	7,2	7
16	v	8,5	9	6,4	6	8,0	8	9,1	9	8,8	9	9,3	9	9,1	9
17	v	9,4	9	5,8	6	6,9	7	7,1	7	7,3	7	6,4	6	5,4	5
18	m	8,1	8	6,5	7	6,9	7	7,6	8	7,6	8	7,3	7	6,6	7
19	v	7,0	7	7,2	7	8,0	8	7,4	7	8,7	9	8,8	9	7,2	7
20	v	6,7	7	8,8	9	7,2	7	6,1	6	6,2	6	3,4	3	4,6	5
21	v	7,4	7	7,2	7	7,3	7	7,6	8	7,3	7	7,2	7	7,1	7
22	v	6,4	6	5,8	6	6,4	6	6,9	7	6,2	6	6,5	7	6,0	6
23	m	7,9	8	6,8	7	6,0	6	7,4	7	7,7	8	6,1	6	6,9	7
24	m	6,6	7	6,1	6	6,9	7	5,8	6	5,9	6	7,2	7	6,1	6
25	m	6,4	6	6,4	6	6,0	6	5,4	5	4,6	5	5,3	5	5,8	6
26	m	5,9	6	7,7	8	7,7	8	7,5	8	7,1	7	8,0	8	6,8	7
27	v	6,9	7	7,3	7	6,2	6	6,2	6	6,3	6	5,8	6	5,1	5
28	m	8,8	9	6,9	7	7,2	7	8,0	8	7,5	8	7,6	8	7,2	7
29	m	6,7	7	8,2	8	7,6	8	7,9	8	8,1	8	7,2	7	8,2	8

Figuur 3.3

- Maak een frequentietabel voor de gehele eindcijfers voor wiskunde. Gebruik de eindcijfers 3 tot en met 10.
- Bereken het gemiddelde van die gehele eindcijfers in één decimaal nauwkeurig.
- Maak een tabel met relatieve frequenties van de eindcijfers voor het vak wiskunde. Bereken het gemiddelde eindcijfer in één decimaal nauwkeurig.
- Maak ook een tabel met relatieve frequenties van de gehele eindcijfers voor het vak Frans.
- Bereken het gemiddelde eindcijfer voor Frans in één decimaal nauwkeurig.
- Vergelijk de relatieve frequentieverdelingen van wiskunde en Frans. Kun je conclusies trekken?

★ Opgave 3.2

Gebruik de eindcijfers van de leerlingen uit B1H uit de voorgaande opgave.

- Maak een kruistabel van de gehele eindcijfers van Frans en wiskunde.
- Hoeveel leerlingen hebben een hoger cijfer voor Frans dan voor wiskunde?
- Lijkt er een verband te zijn tussen de cijfers voor Frans en voor wiskunde? Licht je antwoord toe.

★ Opgave 3.3

In een klas is alle leerlingen gevraagd hoeveel ooms en tantes ze hebben. In deze kruistabel staat het resultaat.

		ooms						
		0	1	2	3	4	5	6
tantes	0	1	1	-	1	-	1	-
	1	1	3	3	2	-	-	-
	2	1	4	2	2	-	-	1
	3	-	1	-	1	-	-	-
	4	1	-	-	-	1	2	-
	5	-	1	-	-	-	-	-

Tabel 3.6

- Hoeveel leerlingen zitten er in deze klas?
- Hoeveel procent van de leerlingen heeft niet meer dan drie ooms en tantes samen?
- Bereken met een frequentietabel het gemiddelde aantal tantes van de leerlingen in deze klas. Rond af op gehele cijfers.
- Hebben deze leerlingen gemiddeld meer tantes dan ooms? Licht je antwoord toe.

★★ Opgave 3.4

In 2013 is gekeken naar de herkomst van leerlingen in de brugklas. De resultaten staan in de tabel.

	vmbo	havo	vwo
basisschool A	11	9	12
basisschool B	17	15	20
basisschool C	8	11	14
basisschool D	12	24	7

Tabel 3.7

Maak van deze tabel een relatieve frequentietabel die iets zegt over de relatieve uitstroom van de basisscholen.

Kun je iets zeggen over het niveau van de verschillende basisscholen?

Toepassen

Het berekenen van het gemiddelde van veel cijfers is een tijdrovend werkje.

Je kunt dan handig gebruik maken van een **rekenbladprogramma (spreadsheet)** zoals Excel of Open Office Calc, of Google Sheets, of ...

Heb je nog nooit met zo'n programma gewerkt? Bekijk dan eerst het [Practicum](#).

Als je al weet hoe je met cellen in spreadsheets werkt, hoe je met de inhoud van cellen kunt rekenen, hoe kopiëren gaat, en dergelijke, dan kun je meteen aan de slag.



Opgave 3.5: Werken met een spreadsheet

Wanneer je het gemiddelde van veel gegevens moet berekenen, dan doe je dit meestal niet meer met de hand. Een spreadsheet bewijst dan goede diensten. In het **Practicum** kun je zien hoe dat moet met behulp van frequentietabellen.

- a** Maak zelf een frequentietabel van de gehele eindcijfers voor wiskunde.
- b** Zoek uit hoe je van een rij gegevens het gemiddelde door Excel kunt laten berekenen.
- c** Bereken het gemiddelde voor wiskunde met behulp van de frequentietabel. Bereken dit gemiddelde ook met de niet afgeronde rapportcijfers. Verklaar het eventuele verschil.
- d** Je kunt nu **Opgave 3.1** heel goed met Excel maken. Een goede oefening...

Practicum: Werken met een rekenblad

Het is handig als je goed kunt **werken met een spreadsheet (rekenbladprogramma)** zoals MS-Excel, Open Office-Calc, of Google-sheets.

Als je nog nooit met zo'n programma hebt gewerkt, doe dan eerst dit één van deze practica. Je moet nauwkeurig uitvoeren wat daar staat, print de tekst eventueel. Werk samen met iemand anders, maar zorg wel dat je alles wat er gebeurt ook zelf alleen kunt!

- **Basistechnieken MS-Excel**
- **Basistechnieken Open Office Calc**
- **Basistechnieken Google spreadsheets**

Deze spreadsheets kunnen ook **frequentietabellen** voor je maken. Je hoeft dan niet met de hand te tellen.

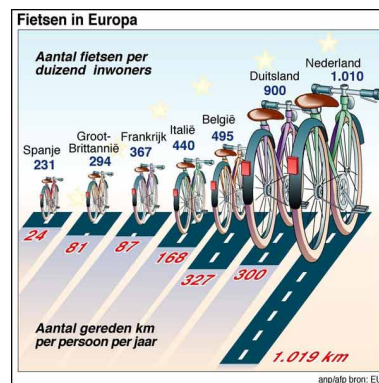
Dat leer je in het eerste deel van deze practica:

- **Frequentieverdelingen in MS-Excel**
- **Frequentieverdelingen in Open Office Calc**
- **Frequentieverdelingen in Google spreadsheets**

1.4 Beeld-, staaf- en lijndiagram

Inleiding

Informatie kun je vaak overzichtelijk weergeven in afbeeldingen. Deze figuur bijvoorbeeld geeft informatie over fietsen in enkele Europese landen. (Er waren ten tijde van deze figuur nog geen e-bikes.) Bekijk maar eens goed welke informatie de figuur te bieden heeft.



Figuur 4.1

Je leert in dit onderwerp

- informatie aflezen uit een beelddiagram;
- een staafdiagram maken en interpreteren;
- een lijndiagram maken en interpreteren;

Voorkennis

- getallen gebruiken om te tellen en te rekenen;
- het (gewogen) gemiddelde uitrekenen van een serie getallen;
- werken met (relatieve) frequentietabellen.

Voor de docent

Bij het onderdeel 'Beeld-, staaf- en lijndiagram' gaat het over het werken met beelddiagrammen, staafdiagrammen en lijndiagrammen en de voors en tegens van dergelijke visualisaties van frequentietabellen. De begrippen 'beelddiagram' en 'staaf/lijndiagram' zijn wellicht nieuw. Belangrijk is voldoende aandacht te schenken aan fouten die hierbij kunnen worden gemaakt.

Gewenste materialen:

- Er zijn werkbladen met informatie voor de eerste twee opdrachten, bij de derde opdracht wordt dezelfde info gebruikt als bij de tweede.
- Schrijfmateriaal en plakmateriaal voor op de verticale werkvlakken.

Opdracht 4.1

Figuren zoals deze zijn bedoeld om informatie overzichtelijk weer te geven. Hier zie je een 'beelddiagram' (van jaren geleden) over fietsen in zeven landen in Europa.

- Welk land had toen vermoedelijk de meeste fietsen? Welke informatie ontbreekt om dit met zekerheid te kunnen zeggen? Hoeveel kilometer fietsten we toen per persoon in Nederland per jaar ongeveer?
- Benoem zoveel mogelijk zaken die hier niet goed worden weergegeven. Maak daar dan zelf steeds een correct 'staafdiagram' van.
- Waarom kun je bij deze figuur geen gemiddelden berekenen?

Toelichting

Geef de opdracht mondeling en in drie stappen. Kopieer de gegevens vooraf vanaf het **Werkblad** en deel dit uit.

De term 'staafdiagram' is wellicht nieuw, benoem dan gewoon wat dit is. In dit geval zou je kunnen zeggen dat ze de fietsen moeten vervangen door even brede staafjes met een correcte hoogte. Stel desgewenst vragen als "Wat vinden jullie van de weergave van de aantallen fietsen per 1000 inwoners?", "En van de aantallen fietskilometers per inwoner?" en/of "Hoe kun je betere staafdiagrammen maken?".

Uitwerking

Vermoedelijk Duitsland, want daar zijn 900 fietsen per 1000 inwoners en Duitsland heeft veel meer inwoners dan Nederland. Die informatie ontbreekt echter.

In NL fietsten we toen 1019 km per jaar.

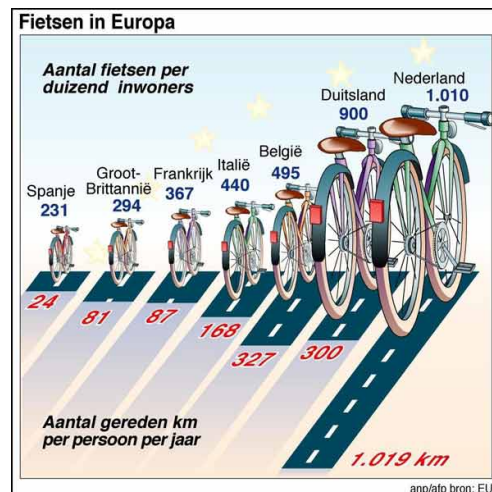
Fouten:

- In het onderste deel van de figuur zou de lengte van de weg de grootte van de waarde weer moeten geven, maar dat klopt niet.
- En hoe zit het met het bovenste deel van de figuur, kloppen de hoogtes van de fietsen wel ongeveer met de waardes die erbij staan, maar wat doe je dan met de dikte van de fiets?

Misschien vinden de leerlingen nog andere zaken.

Ze worden aangezet tot het zelf maken van staafdiagrammen die wel juist zijn.

Je kunt geen gemiddelden berekenen, omdat er landen worden vergeleken en je niet simpel van landen met verschillende aantallen inwoners een gemiddeld aantal fietskilometers per jaar kunt berekenen (omdat je niet weet hoeveel inwoners die landen hadden toen deze figuur is gemaakt).



Figuur 4.2

Opdracht 4.2

In deze tabel staan alle rapportcijfers van B1H, afgerond op één decimaal en afgerond op hele cijfers.

B1H		ne		en		fa		ak		gs		wi		sc	
leerling	geslacht		RE		RE		RE		RE		RE		RE		RE
1	v	6,7	7	4,4	4	5,6	6	6,6	7	6,8	7	5,6	6	5,8	6
2	v	5,6	6	5,3	5	6,1	6	7,1	7	6,8	7	6,3	6	6,4	6
3	m	8,1	8	6,7	7	5,8	6	7,2	7	7,6	8	5,3	5	5,4	5
4	m	8,5	9	5,1	5	6,1	6	6,1	6	6,1	6	5,6	6	4,3	4
5	m	4,9	5	9,7	10	6,6	7	8,0	8	7,5	8	6,4	6	7,0	7
6	v	6,2	6	9,4	9	7,2	7	6,6	7	7,8	8	7,1	7	7,1	7
7	m	7,1	7	7,9	8	7,9	8	6,6	7	6,6	7	7,4	7	6,5	7
8	v	6,9	7	3,9	4	6,5	7	7,5	8	7,4	7	8,1	8	7,9	8
9	m	7,7	8	6,0	6	6,6	7	6,7	7	7,6	8	6,5	7	6,1	6
10	m	6,8	7	6,2	6	7,0	7	7,1	7	6,8	7	6,8	7	6,1	6
11	v	5,3	5	7,1	7	5,2	5	6,0	6	6,4	6	5,3	5	5,6	6
12	v	5,8	6	6,9	7	7,1	7	7,3	7	7,4	7	7,6	8	6,4	6
13	m	6,2	6	8,1	8	7,9	8	8,4	8	8,2	8	8,1	8	8,2	8
14	m	7,3	7	3,4	3	5,1	5	6,2	6	6,5	7	6,4	6	7,3	7
15	m	7,0	7	6,8	7	7,1	7	7,0	7	5,5	6	7,0	7	7,2	7
16	v	8,5	9	6,4	6	8,0	8	9,1	9	8,8	9	9,3	9	9,1	9
17	v	9,4	9	5,8	6	6,9	7	7,1	7	7,3	7	6,4	6	5,4	5
18	m	8,1	8	6,5	7	6,9	7	7,6	8	7,6	8	7,3	7	6,6	7
19	v	7,0	7	7,2	7	8,0	8	7,4	7	8,7	9	8,8	9	7,2	7
20	v	6,7	7	8,8	9	7,2	7	6,1	6	6,2	6	3,4	3	4,6	5
21	v	7,4	7	7,2	7	7,3	7	7,6	8	7,3	7	7,2	7	7,1	7
22	v	6,4	6	5,8	6	6,4	6	6,9	7	6,2	6	6,5	7	6,0	6
23	m	7,9	8	6,8	7	6,0	6	7,4	7	7,7	8	6,1	6	6,9	7
24	m	6,6	7	6,1	6	6,9	7	5,8	6	5,9	6	7,2	7	6,1	6
25	m	6,4	6	6,4	6	6,0	6	5,4	5	4,6	5	5,3	5	5,8	6
26	m	5,9	6	7,7	8	7,7	8	7,5	8	7,1	7	8,0	8	6,8	7
27	v	6,9	7	7,3	7	6,2	6	6,2	6	6,3	6	5,8	6	5,1	5
28	m	8,8	9	6,9	7	7,2	7	8,0	8	7,5	8	7,6	8	7,2	7
29	m	6,7	7	8,2	8	7,6	8	7,9	8	8,1	8	7,2	7	8,2	8

Figuur 4.3

Maak tabellen met percentages en probeer conclusies te trekken als: In klas ... waren naar verhouding het meeste voldoende. Maar je kunt meer uitspraken doen!

- Waarom heeft het geen zin om een staafdiagram te maken van de eindcijfers op één decimaal voor een bepaald vak? Maak met behulp van de gegeven tabel een staafdiagram van de gehele eindcijfers voor wiskunde.
- Maak ook een staafdiagram met deze cijfers voor wiskunde en science in één figuur. Zijn er duidelijke verschillen?

— Toelichting —

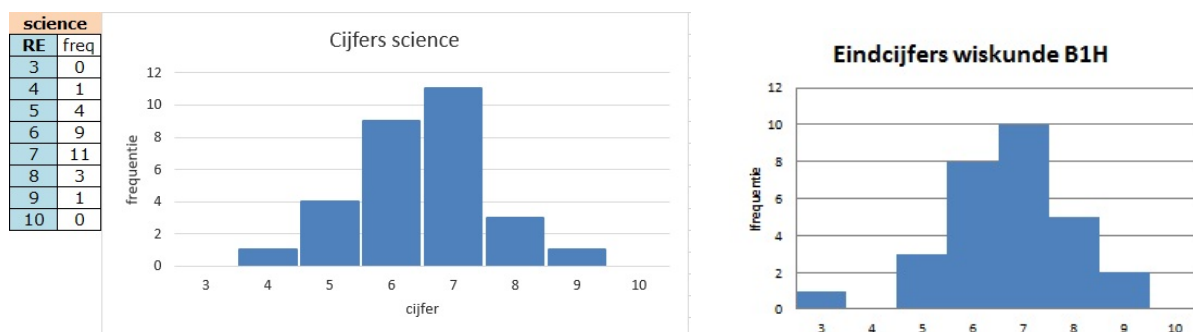
Geef de opdracht mondeling. Kopieer de gegevens vooraf vanaf het **Werkblad** en deel dit uit.

De term 'staafdiagram' zou na de vorige opdracht bekend moeten zijn, vertel eventueel nog eens hoe zo iets eruit ziet. Stel hulpvragen als "Waarom is een staafdiagram overzichtelijker dan een frequentietabel?", "Hoe zet je een frequentietabel om naar een staafdiagram? Wat zet je bij de assen?" en/of "Hoe kun je nu conclusies trekken?".

Uitwerking

Voor het maken van een staafdiagram van de eindcijfers op één decimaal zijn er te veel verschillende cijfers (die elk een frequentie van 1 hebben). Je krijgt dan een heel breedgerekt staafdiagram dat geen handig overzicht biedt.

Maak vervolgens (relatieve) frequentietabellen van de gehele eindcijfers.



Figuur 4.4

De verdelingen lijken erg op elkaar, dus er zijn geen duidelijke verschillen.

Opdracht 4.3

Gebruik de tabel met alle rapportcijfers van B1H van de vorige opdracht

Je kunt van een staafdiagram een lijndiagram maken door de middens van de bovenkanten van de staven door lijnstukken met elkaar te verbinden.

- Maak lijndiagrammen met deze cijfers voor wiskunde en science in één figuur. Zijn er duidelijke verschillen?
- Wanneer is een lijndiagram handiger dan een staafdiagram?

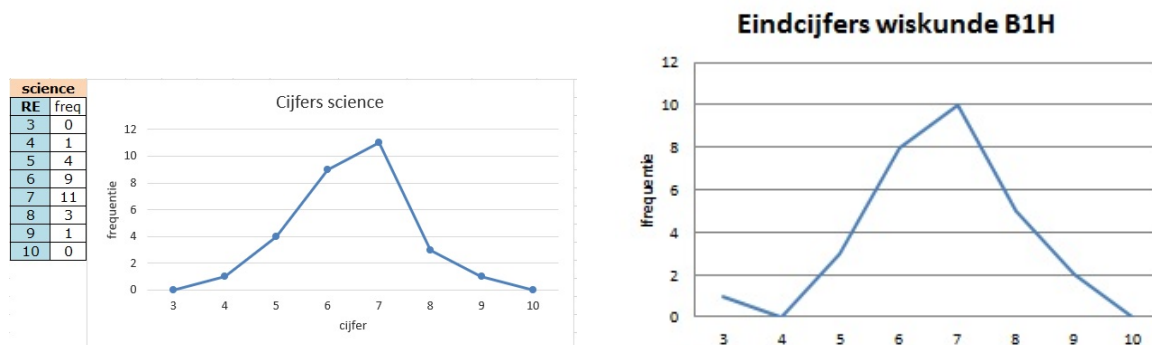
Toelichting

Geef de opdracht mondeling, hij sluit aan bij de vorige.

De term 'lijndiagram' wordt kort beschreven. Stel hulpvragen als "Waarom is een lijndiagram overzichtelijker dan een frequentietabel en (soms) dan een staafdiagram?", "Hoe zet je een frequentietabel om naar een lijndiagram? Wat zet je bij de assen?" en/of "Hoe kun je nu conclusies trekken? Gaat dat gemakkelijker dan bij een staafdiagram?".

Uitwerking

Maak vervolgens (relatieve) frequentietabellen van de gehele eindcijfers.



Figuur 4.5

Er zijn wel iets meer zichtbare verschillen, maar nog steeds geen grote.



Opdracht 4.4

Bekijk wat iedereen heeft gemaakt en heeft bedacht over het werken met beelddiagrammen, staafdiagrammen en lijndiagrammen. Let goed op of er fouten in die diagrammen voorkomen. Maak een eigen overzicht van wat je hebt geleerd.

Toelichting

Loop samen met de leerlingen alle bedenksels na. Bevraag leerlingen of ze elkaars gedachtenspelsels kunnen toelichten. Samen zouden jullie naar een overzicht van de theorie moeten komen. Ieder schrijft het voor zichzelf.

Uitwerking

Het theorieblok geeft het gewenste overzicht.

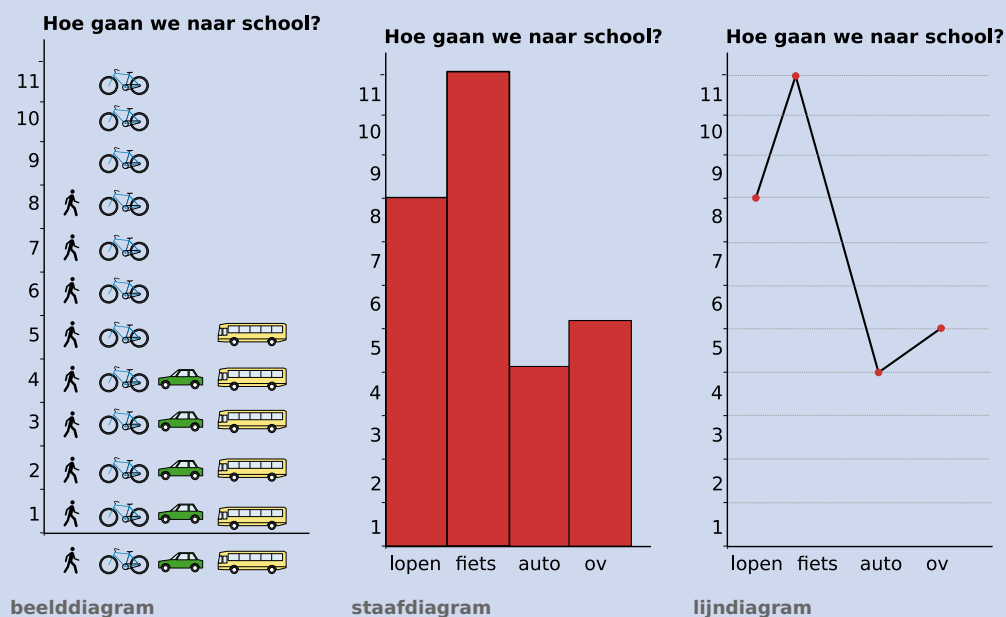
Theorie

Om te onthouden

Een **diagram** is een grafische voorstelling van gegevens. Diagrammen kunnen er heel verschillend uitzien. De belangrijkste zijn:

- **beelddiagram** (Engels: 'pictograph');
- **staafdiagram** (Engels: 'bar graph');
- **lijndiagram** (Engels: 'line graph');

Dit beelddiagram laat zien hoeveel leerlingen van een klas met een bepaald vervoermiddel naar school komen. Dit is de frequentie van dat vervoermiddel.



Figuur 4.6

In Engelstalige landen spreek je van een 'chart', of een 'graph'. Een 'diagram' in het Engels is eigenlijk wat wij een graaf noemen.

Verwerken

★ Opgave 4.1

Bekijk de eindcijfers van klas B1H voor de vakken aardrijkskunde en geschiedenis.

- Maak een staafdiagram van de cijfers voor aardrijkskunde en van de cijfers voor geschiedenis.
- Teken de lijndiagrammen van de cijfers voor deze vakken in één figuur.
- Kun je een conclusie trekken? Heeft het berekenen van gemiddelden daarbij betekenis?

ak gs		
RE	ak	gs
3	0	0
4	0	0
5	1	1
6	6	7
7	13	10
8	8	9
9	1	2
10	0	0

Figuur 4.7

★ Opgave 4.2

Je ziet de weersverwachting voor een bepaalde periode in Utrecht.

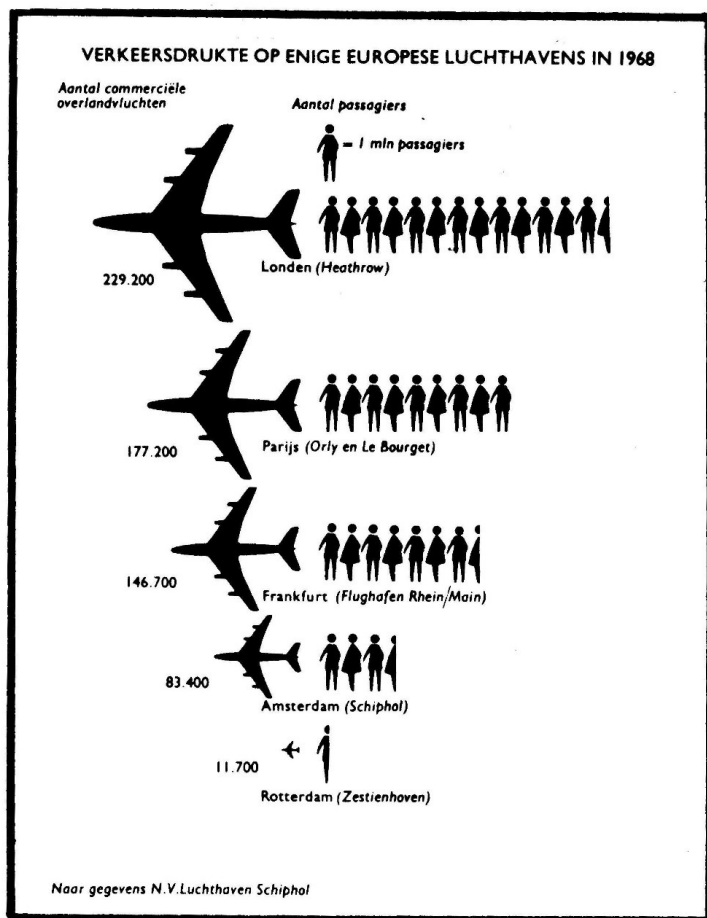
Meerdaagse verwachting Utrecht							
	Zondag 27-6	Maandag 28-6	Dinsdag 29-6	Woensdag 30-6	Donderdag 1-7	Vrijdag 2-7	Zaterdag 3-7
Maximum (°C)	26	28	26	27	30	30	31
Minimum (°C)	12	13	15	13	15	17	18
Weer							
Wind	◀ 2 Bft	◀ 2 Bft	▼ 2 Bft	➤ 2 Bft	▲ 3 Bft	▼ 2 Bft	➤ 2 Bft
Neerslag	0 mm	0,7 mm	1,8 mm	0 mm	0 mm	3,4 mm	1,7 mm
	Zondag 4-7	Maandag 5-7	Dinsdag 6-7	Woensdag 7-7	Donderdag 8-7	Vrijdag 9-7	Zaterdag 10-7
Maximum (°C)	31	22	24	26	32	33	23
Minimum (°C)	19	13	12	16	20	20	13
Weer							
Wind	➤ 4 Bft	➤ 2 Bft	➤ 3 Bft	➤ 3 Bft	◀ 3 Bft	➤ 3 Bft	▼ 2 Bft
Neerslag	3,3 mm	6 mm	0 mm	0 mm	0 mm	1,2 mm	23,3 mm

Figuur 4.8

- Teken een lijndiagram met daarin de maximum en minimum temperaturen in deze periode.
- Maak ook een lijndiagram van het aantal millimeter neerslag per dag.
- Waarom past bij dit soort gegevens een lijndiagram het beste?

★ Opgave 4.3

Dit diagram geeft een verband weer tussen het aantal passagiers en het aantal commerciële vluchten per luchthaven in 1968.

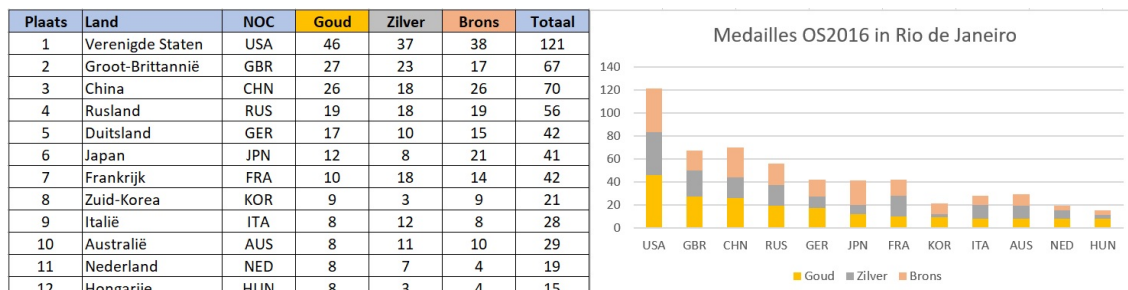


Figuur 4.9

- Hoeveel passagiers vervoerde een gemiddelde commerciële vlucht van London Heathrow in 1968?
- Maak een staafdiagram waarin je het aantal passagiers per luchthaven weergeeft.

★ Opgave 4.4

Bekijk het gestapeld staafdiagram van de medailles die zijn behaald op de Olympische Spelen van 2016 in Rio de Janeiro. Alleen de hoogstgeklasseerde landen zijn in beeld.



Figuur 4.10

- Welk land behaalde de meeste medailles?
- Waarom ligt hier een gestapeld staafdiagram het meest voor de hand?

★★ Opgave 4.5

Bekijk de gegevens van de Nederlandse provincies.

- Maak een relatieve frequentietabel van de inwoneraantallen van de provincies. Rond af op hele percentages.
- Teken een bijpassend staafdiagram.
- Waarom heeft een lijndiagram in dit geval geen toegevoegde waarde?
- Waarom heeft het geen zin om een gemiddeld inwoneraantal per provincie te berekenen?

provincie		bevolking
Groningen	GR	583.990
Friesland (Fryslân)	FR	647.672
Drenthe	DR	492.167
Overijssel	OV	1.156.431
Flevoland	FL	416.546
Gelderland	GE	2.071.972
Utrecht	UT	1.342.158
Noord-Holland	NH	2.853.359
Zuid-Holland	ZH	3.673.893
Zeeland	ZL	383.032
Noord-Brabant	NB	2.544.806
Limburg	LI	1.116.137

Figuur 4.11

Toepassen

★★ Opgave 4.6: Sportprestaties brugklassers

Bekijk de gegevens over de sportprestaties van 74 brugklassers in het Excel-bestand [Sportprestaties](#). Je kunt het ook in andere spreadsheets openen.

De prestaties op de 50 m sprint (s), het verspringen (cm) en het vergooien met een gewicht van 200 gram (m) zijn gegeven. Reken gemiddelden uit en maak diagrammen waarmee je de prestaties van de jongens (m) en de meisjes (v) kunt vergelijken. Trek daar conclusies uit. Bekijk in het [Practicum](#) hoe je diagrammen maakt in een spreadsheet.

Welk diagram past het beste bij deze gegevens, zodat je de prestaties van de jongens en de meisjes in één oogopslag kunt vergelijken?

Zou je alle prestaties van de drie sporten in één diagram kwijt kunnen? Licht je antwoord toe.

★ ★ ★

Opgave 4.7: Infographic

De volgende infographic gaat over roken wereldwijd en in de Verenigde Staten.



Figuur 4.12

- Waarom wordt informatie vaak in een infographic verpakt?
- Zoek in de infographic op hoeveel procent van de totale wereldbevolking rookt.
- Klopt dit percentage met het bruin ingekleurde deel van de sigaret dat eronder staat afgebeeld?
- Je ziet wel vaker dat beeld en informatie niet met elkaar overeenkomen. Is dat erg?



Practicum: Werken met Excel

Een **lijndiagram** en een **staafdiagram** kun je maken met elke spreadsheet.

Het is nuttig om dit zelf te leren doen. Bekijk:

- [Frequentieverdelingen in MS-Excel](#)
- [Frequentieverdelingen in Open Office Calc](#)
- [Frequentieverdelingen in Google spreadsheets](#)

Hier vind je nog een paar Excel-bestanden met gegevens om mee te werken. Je kunt ze ook in andere spreadsheets openen.

- [Gegevens NL provincies 2010](#)
- [Gegevens 154 leerlingen](#)
- [Enkele rapportcijfers van B1H](#)
- [Sportprestaties brugklassers](#)

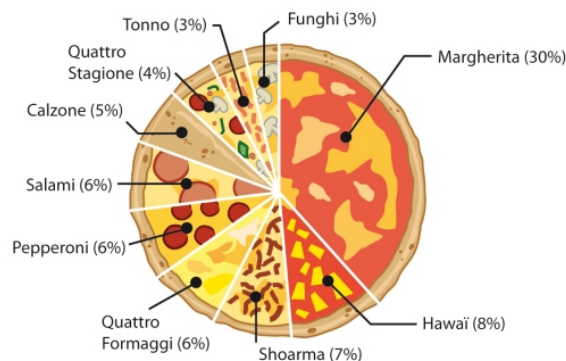
1.5 Cirkeldiagram en steelbladdiagram

Inleiding

Je hebt leren werken met beelddiagrammen, lijndiagrammen en staafdiagrammen.

Maar er bestaan ook nog andere soorten diagrammen.

Hiernaast zie je een cirkeldiagram.



Figuur 5.1

Je leert in dit onderwerp

- een (dubbel) steelbladdiagram maken en interpreteren;
- een cirkeldiagram maken en interpreteren.

Voorkennis

- het (gewogen) gemiddelde uitrekenen van een serie getallen;
- werken met (relatieve) frequentietabellen;
- lijn-, staaf- en beelddiagrammen maken en interpreteren.

Voor de docent

Bij het onderdeel 'Cirkeldiagram en steelbladdiagram' gaat het over het werken met cirkeldiagrammen en steelbladdiagrammen en de voors en tegens van dergelijke visualisaties van frequentietabellen. De begrippen 'cirkeldiagram' en 'steelbladdiagram' zijn wellicht nieuw. Belangrijk is ook om aandacht te schenken aan fouten die hierbij kunnen worden gemaakt.

Gewenste materialen:

- Er zijn werkbladen met informatie voor de eerste drie opdrachten, die kunnen vooraf worden gekopieerd.
- Schrijfmateriaal en plakmateriaal voor op de verticale werkvlakken, wellicht ook passers voor op de whiteboards.

Opdracht 5.1

Dit 'steelbladdiagram' laat zien welke cijfers er in een bepaalde klas zijn gehaald.

Om het gemiddelde cijfer te berekenen, moet je de cijfers allemaal optellen en delen door 30.

- Hoeveel cijfers waren er boven de 6,0? En welk cijfer werd het meest gehaald?
- Welk voordeel heeft een steelbladdiagram boven een staafdiagram?
- Waarom kun je bij deze figuur het gemiddelde exact berekenen en bij een staafdiagram vaak niet?

2	3								
3	9	9							
4	4	4							
5	0	0	1	5	5	9	9		
6	2	4	4	4	6	6	8	9	
7	1	3	7						
8	2	6	6	6	6	6			
9	5								

Figuur 5.2

Toelichting

Geef de opdracht mondeling en in drie stappen. Kopieer de gegevens vooraf vanaf het **Werkblad** en deel dit uit.

De term 'steelbladdiagram' is vast nieuw, benoem wat de steel en wat het blad is. Stel eventueel hulpvragen als "Hoe lees je een behaald cijfer af?", "Wat zit er in de stam en wat in een blad?".

Benoem na afloop ook het begrip 'modale cijfer', het cijfer dat het vaakst voorkomt.

Uitwerking

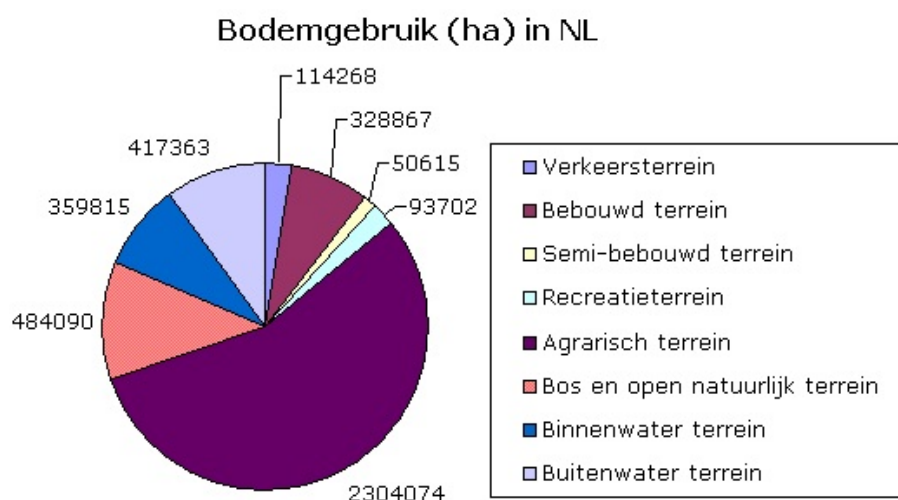
Er zijn 18 cijfers boven de 6,0 waren.

De 8,6 werd het meest gehaald, dat is het modale cijfer.

Om het gemiddelde cijfer te berekenen, moet je de cijfers allemaal optellen en delen door 30. Het zijn allemaal ook echt de cijfers die de leerlingen hebben gekregen voor de toets. Bij een staafdiagram rond je ze meestal eerst af om een bruikbare frequentietabel te kunnen maken.

Opdracht 5.2

Een andere zeer overzichtelijke figuur is het 'cirkeldiagram'. Je ziet er een van het bodemgebruik in Nederland. Je kunt er onder andere in aflezen dat in Nederland 484090 ha (hectare) van de totale bodem 'bos en open natuurlijk terrein' was.



Figuur 5.3

Laat zien hoe je berekent hoeveel procent van de Nederlandse bodem ten tijde van dit diagram tot de sector 'bos en open natuurlijk terrein' hoorde. Hierbij hoort een 'sectorhoek', hoe bereken je die?

Toelichting

Geef de opdracht mondeling. Kopieer de gegevens vooraf vanaf het **Werkblad** en deel dit uit.

De term 'cirkeldiagram' is wellicht nieuw, maar zeker is het begrip 'sectorhoek' nieuw. Stel hulpvragen als "Hoeveel bedraagt het totale grondoppervlak?", "Welke hoek is de sector hoek bij 'bos en open natuurlijk terrein'?" en/of "Hoeveel graden beslaat het hele cirkeldiagram?".

Een goede vervolgvraag is "Hoeveel bedragen het percentage en de sectorhoek bij 'Agrarisch terrein'?".

Uitwerking

Het totaal is $114268 + 328867 + 50615 + 93702 + 2304074 + 484090 + 359815 + 417363 = 4152794$ hectare.

484090 ha bos en open natuurlijk terrein is $\frac{484090}{4152794} \approx 0,117$ van het totaal, dus 11,7%.

De sectorhoek is $0,117 \times 360^\circ \approx 42^\circ$.

Opdracht 5.3

Deze tabel van het bodemgebruik in Nederland in 2003 is afkomstig van het [Centraal Bureau voor de Statistiek](#).

Hierin is $1 \text{ ha} = 1 \text{ hectare} = 1 \text{ hm}^2 = 10.000 \text{ m}^2$.

	oppervlakte (ha)
Verkeesterrein	114268
Bebouwd terrein	328867
Semi-bebouwd terrein	50615
Recreatieterrein	93702
Agrarisch terrein	2304074
Bos en open natuurlijk terrein	484090
Binnenwater	359815
Buitenwater	417363

Tabel 5.1

Maak er een cirkeldiagram bij. Benoem de verschillen met het cirkeldiagram van de vorige opdracht.

Toelichting

Geef de opdracht mondeling, hij sluit aan bij de vorige. De tabel staat op dit [Werkblad](#).

De termen 'cirkeldiagram' en 'sectorhoek' hebben de leerlingen als het goed is meegekregen uit de voorgaande opdracht. Stel hulpvragen als "Hoe kun je bijpassende sectorhoeken berekenen?", "Hoe zet je een frequentietabel om in een tabel met sectorhoeken?" en/of "Hoe verdeel je de cirkel in de juiste hoeken?".

Een bijzondere uitdaging zou zijn om te vragen naar het verschil in oppervlakte tussen het cirkeldiagram van deze opdracht en dat van de vorige. En hoe dit verschil dan tot uitdrukking zou moeten komen in de tekening als het diagram uit de voorgaande opgave een straal van 10 zou hebben. (Vermoedelijk gaat deze laatste vraag voor leerjaar 1 te ver, is het meer iets voor leerjaar 2.)

Uitwerking

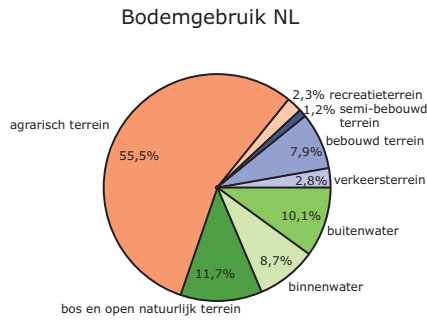
Maak eerst deze tabel.

	oppervlakte (ha)	percentage (%)	sectorhoek (°)
Verkeesterrein	114268	2,8	10
Bebouwd terrein	328867	7,9	29
Semi-bebouwd terrein	50615	1,2	4
Recreatieterrein	93702	2,3	8
Agrarisch terrein	2304074	55,5	200
Bos en open natuurlijk terrein	484090	11,7	42
Binnenwater	359815	8,7	31
Buitenwater	417363	10,1	36
Totale bodemoppervlakte	4152794	100	360

Tabel 5.2



Hierbij hoort dit cirkeldiagram.



Figuur 5.4

De sectorhoeken verschillen iets met het vorige diagram. Maar belangrijk is dat eigenlijk ook de oppervlakte van dit diagram iets zou moeten verschillen met dat van het vorige.

Opdracht 5.4

Bekijk wat iedereen heeft gemaakt en heeft bedacht over het werken met steelbladdiagrammen en cirkeldiagrammen. Kijk ook of de uitdrukking ‘modaal’ voorbij is gekomen en wat waar dat dan voor wordt gebruikt.

Maak een eigen overzicht van wat je hebt geleerd.

— Toelichting —

Loop samen met de leerlingen alle bedenksels na. Bevraag leerlingen of ze elkaars gedachtenspels kunnen toelichten. Samen zouden jullie naar een overzicht van de theorie moeten komen. Ieder schrijft het voor zichzelf.

— Uitwerking —

Het theorieblok geeft het gewenste overzicht.



Theorie

Om te onthouden

Je kunt cijfers soms weergeven in een **steelbladdiagram** (Engels: 'stem-and-leaf-plot'). De gehelen staan in de **steel**, de decimalen op een **blad** (een naar rechts stekend rijtje cijfers). De 5,1 vind je met de 5 in de steel en de 1 als derde cijfer in het blad ernaast. De 8,6 werd het meest werd gehaald. Dat noem je het **modale cijfer**.

2	3								
3	9	9							
4	4	4							
5	0	0	1	5	5	9	9		
6	2	4	4	4	6	6	8	9	
7	1	3	7						
8	2	6	6	6	6	6			
9	5								

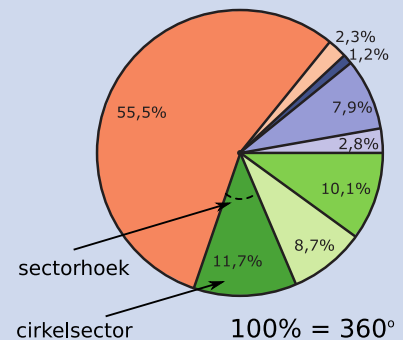
Figuur 5.5

Een ander zeer overzichtelijke figuur is het **cirkeldiagram**.

Om zo'n cirkeldiagram te kunnen maken, bepaal je de **sectorhoeken** van de verschillende **sectoren** (taartpunten):

$$\text{sectorhoek} = \frac{\text{hoeveelheid behorend bij sector}}{\text{totale hoeveelheid}} \cdot 360^\circ.$$

Zo hoort bij 11,7% een sectorhoek van: $\frac{11,7}{100} \cdot 360^\circ \approx 42^\circ$.



Figuur 5.6

★ Opgave 5.3

Bekijk de cijfers voor wiskunde van brugklas B1H in de tabel. Je wilt de prestaties van de jongens met die van de meisjes vergelijken.

B1H		ne		en		fa		ak		gs		wi		sc	
leerling	geslacht		RE		RE		RE		RE		RE		RE		RE
1	v	6,7	7	4,4	4	5,6	6	6,6	7	6,8	7	5,6	6	5,8	6
2	v	5,6	6	5,3	5	6,1	6	7,1	7	6,8	7	6,3	6	6,4	6
3	m	8,1	8	6,7	7	5,8	6	7,2	7	7,6	8	5,3	5	5,4	5
4	m	8,5	9	5,1	5	6,1	6	6,1	6	6,1	6	5,6	6	4,3	4
5	m	4,9	5	9,7	10	6,6	7	8,0	8	7,5	8	6,4	6	7,0	7
6	v	6,2	6	9,4	9	7,2	7	6,6	7	7,8	8	7,1	7	7,1	7
7	m	7,1	7	7,9	8	7,9	8	6,6	7	6,6	7	7,4	7	6,5	7
8	v	6,9	7	3,9	4	6,5	7	7,5	8	7,4	7	8,1	8	7,9	8
9	m	7,7	8	6,0	6	6,6	7	6,7	7	7,6	8	6,5	7	6,1	6
10	m	6,8	7	6,2	6	7,0	7	7,1	7	6,8	7	6,8	7	6,1	6
11	v	5,3	5	7,1	7	5,2	5	6,0	6	6,4	6	5,3	5	5,6	6
12	v	5,8	6	6,9	7	7,1	7	7,3	7	7,4	7	7,6	8	6,4	6
13	m	6,2	6	8,1	8	7,9	8	8,4	8	8,2	8	8,1	8	8,2	8
14	m	7,3	7	3,4	3	5,1	5	6,2	6	6,5	7	6,4	6	7,3	7
15	m	7,0	7	6,8	7	7,1	7	7,0	7	5,5	6	7,0	7	7,2	7
16	v	8,5	9	6,4	6	8,0	8	9,1	9	8,8	9	9,3	9	9,1	9
17	v	9,4	9	5,8	6	6,9	7	7,1	7	7,3	7	6,4	6	5,4	5
18	m	8,1	8	6,5	7	6,9	7	7,6	8	7,6	8	7,3	7	6,6	7
19	v	7,0	7	7,2	7	8,0	8	7,4	7	8,7	9	8,8	9	7,2	7
20	v	6,7	7	8,8	9	7,2	7	6,1	6	6,2	6	3,4	3	4,6	5
21	v	7,4	7	7,2	7	7,3	7	7,6	8	7,3	7	7,2	7	7,1	7
22	v	6,4	6	5,8	6	6,4	6	6,9	7	6,2	6	6,5	7	6,0	6
23	m	7,9	8	6,8	7	6,0	6	7,4	7	7,7	8	6,1	6	6,9	7
24	m	6,6	7	6,1	6	6,9	7	5,8	6	5,9	6	7,2	7	6,1	6
25	m	6,4	6	6,4	6	6,0	6	5,4	5	4,6	5	5,3	5	5,8	6
26	m	5,9	6	7,7	8	7,7	8	7,5	8	7,1	7	8,0	8	6,8	7
27	v	6,9	7	7,3	7	6,2	6	6,2	6	6,3	6	5,8	6	5,1	5
28	m	8,8	9	6,9	7	7,2	7	8,0	8	7,5	8	7,6	8	7,2	7
29	m	6,7	7	8,2	8	7,6	8	7,9	8	8,1	8	7,2	7	8,2	8

Figuur 5.9

- Maak een tweezijdig steelbladdiagram van de niet afgeronde cijfers voor wiskunde.
- Vergelijk de cijfers van de jongens met die van de meisjes. Zijn er duidelijke verschillen? Vergelijk de gemiddelden, maar kijk ook naar de spreiding van de getallen.
- Wat maakt deze vergelijking lastig?

★ Opgave 5.4

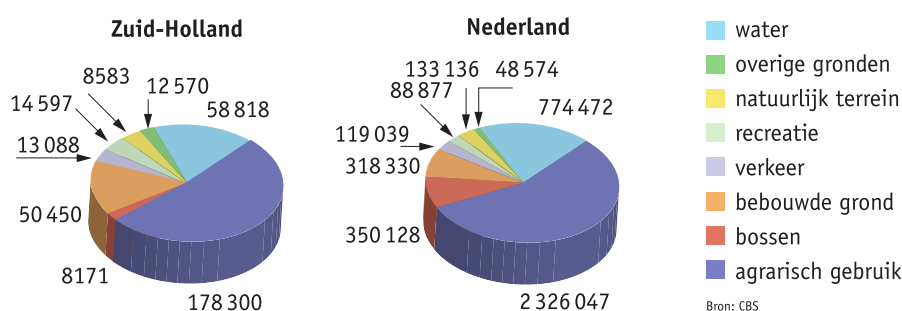
Klas B1H bestaat uit dertien meisjes en zestien jongens. De schoenmaten zijn achtereenvolgens:

- meisjes: 38, 37, 38, 36, 37, 38, 40, 37, 39, 37, 36, 37, 39
- jongens: 36, 38, 42, 40, 41, 39, 38, 37, 37, 40, 39, 41, 42, 41, 38, 39

- Maak een frequentietabel met de gegevens voor de schoenmaten van de jongens en de meisjes.
- Teken de bijbehorende cirkeldiagrammen.

★★ Opgave 5.5

Cirkeldiagrammen pas je vaak toe als je twee situaties met elkaar wilt vergelijken. Bekijk hoe het bodemgebruik van Zuid-Holland (ha) wordt vergeleken met dat van heel Nederland. De gegevens zijn uit 2006.



Figuur 5.10

- Was toen in Zuid-Holland veel van de bodem bestemd voor 'agrarisch gebruik' of juist niet, als je dat met heel Nederland vergelijkt? Licht je antwoord toe.



- b Welk soort bodemgebruik was toen in Zuid-Holland naar verhouding veel groter dan in heel Nederland? Licht je antwoord toe.
- c Bereken de sectorhoek die hoort bij 'bossen' in het cirkeldiagram van Zuid-Holland. Rond af op één decimaal.
- d Welk percentage van het bodemgebruik voor 'agrarische doeleinden' in Nederland lag toen in Zuid-Holland? Laat je berekening zien. Rond af op één decimaal.
- e Welk percentage van het bodemgebruik voor 'bebouwing' in Nederland lag toen in Zuid-Holland? Geef een berekening. Rond af op één decimaal.

Toepassen

★ ★

Opgave 5.6: Brugklascijfers met een spreadsheet

Gebruik het bestand met cijfers van B1H, zie het [Practicum](#).

- a Je wilt een steelbladdiagram van bijvoorbeeld de cijfers voor wiskunde in één decimaal nauwkeurig maken. Hoe zou je dat doen?
- b Maak zelf cirkeldiagrammen van de gehele cijfers voor de vakken wiskunde en science.
- c Met welke soort diagrammen kun je de cijfers voor wiskunde en science het gemakkelijkst met elkaar vergelijken?

★ ★ ★

Opgave 5.7: Bevolkingspiramide

[Bekijk de videoclip: bevolkingspiramide.](#)

Bron: [schooltv.nl](#)

Je kunt zo'n bevolkingspiramide opvatten als liggende staafdiagrammen, maar ook als een tweezijdig steelbladdiagram.

- a Schrijf in eigen woorden op wat een bevolkingspiramide is.
- b Zoek bevolkingspiramides van Nederland in 2000, 2020 en eventueel een voorspelling voor 2040 of 2050. Probeer een conclusie te trekken.

Practicum: Werken met een rekenblad

Een lijndiagram, een staafdiagram en een cirkeldiagram kun je maken met elke spreadsheet.

Het is nuttig om dit zelf te leren doen. Bekijk:

- [Frequentieverdelingen in MS-Excel](#)
- [Frequentieverdelingen in Open Office Calc](#)
- [Frequentieverdelingen in Google spreadsheets](#)

Hier vind je nog een paar Excel-bestanden met gegevens om mee te werken. Je kunt ze ook in andere spreadsheets openen.

- [Gegevens NL provincies 2010](#)
- [Gegevens 154 leerlingen](#)
- [Enkele rapportcijfers van B1H](#)
- [Sportprestaties brugklassers](#)

1.6 Totaalbeeld

Samenvatten

Begrippenlijst

- schema — graaf — knooppunten en wegen — gerichte graaf
- gemiddelde — gewogen gemiddelde
- (relatieve) frequentie — (relatieve) frequentietabel
- beelddiagram — staafdiagram — lijndiagram
- steelbladdiagram — cirkeldiagram — sector en sectorhoek

Activiteitenlijst

- schema's waaronder grafen bekijken en er informatie uit aflezen — werken met tabellen voor afstanden en reistijden in grafen
- gemiddelden berekenen, ook gewogen gemiddelden
- werken met frequenties, frequentietabellen en relatieve frequenties om gegevens te kunnen vergelijken — kruistabellen gebruiken
- beelddiagrammen, staafdiagrammen en lijndiagrammen maken en gebruiken
- (dubbelzijdige) steelbladdiagrammen en cirkeldiagrammen maken en gebruiken

★ Opgave 6.1

In een dierentuin zijn beschermde plaatsen voor verschillende groepen dieren: onder andere de tijgers (bij T), de vlinders (bij V), de panda's (bij P), de slangen (bij S) en de krokodillen (bij K). Tussen de plaatsen waar deze diergroepen zitten bestaan de volgende wandelpaden: van de tijgers naar de vlindertuin, de panda's en de krokodillen. Van de vlindertuin naar de slangenkuil en van de slangenkuil naar de panda's en de krokodillen.

- Teken een graaf met de ontmoetingsplaatsen als knooppunten en de wandelpaden als wegen.
- Wellicht heb je zelf een heel andere graaf gemaakt in het antwoord bij a is getekend. Wanneer zijn twee grafen gelijk?
- Is het mogelijk een wandeling langs alle ontmoetingsplaatsen te maken zonder een weg twee keer te gebruiken? Leg je antwoord uit.

★ Opgave 6.2

Dit is een kaart van de negen bewoonde eilanden van de Azoren, een Portugese eilandengroep midden in de Atlantische Oceaan. De hoofdstad is Ponta Delgada.



Figuur 6.1

Een scheepvaartmaatschappij onderzoekt of het bootverbindingen tussen de vijf plaatsen Ponta Delgada (P), Vila do Porto (V), Sao Mateus (M), Horta (H) en Sao Sebastiao (S) kan onderhouden. Je

ziet in de figuur welke verbindingen ze op het oog hebben, de geschatte vaarafstanden in km staan er bij.

- a** Hoeveel km bedraagt de kortste verbinding tussen H en V ?
b Vul deze tabel met kortste afstanden in.

	P	V	M	H	S
P					
V					
M					
H					
S					

Tabel 6.1

Omdat er veel belangstelling is voor verkeer tussen M en V wordt daar een extra bootverbinding voor bedacht. De lengte van de rechtstreekse verbinding MV wordt daardoor 320 km.

- c** Op welke routes wordt de reisafstand nu korter?

★ Opgave 6.3

Karim heeft voor het vak nederlands in de laatste periode de volgende cijfers gehaald:

- een 6,2, een 8,5 en een 8,3 voor overhoringen die één keer meetellen;
- een 6,3 en een 7,6 voor proefwerken die drie keer meetellen;
- een 8 voor een spreekbeurt die twee keer meetelt.

- a** Bereken zijn gemiddelde cijfer in die periode in één decimaal nauwkeurig.
b Karim mag één van beide proefwerken herkansen. Kan hij daarmee zijn gemiddelde zo ver omhoog krijgen dat hij als eindcijfer voor nederlands een 8 krijgt?

★ Opgave 6.4

Hier zie je de rapportcijfers voor het vak frans van B1K.

6	6	8	9	5	7	6	7	7	3	9	6	7	5	7
8	7	5	6	8	6	7	6	7	5	7	8	7	6	7

Tabel 6.2

- a** Maak hiervan een frequentietabel en een relatieve frequentietabel.
b Welk cijfer is het modale cijfer?
c Bereken het gemiddelde van de rapportcijfers van deze klas.

★ Opgave 6.5

Bekijk de rapportcijfers voor het vak frans van B1K uit de vorige opgave nog eens.

- a** Gebruik de relatieve frequentietabel van de vorige opgave om een bijpassend staafdiagram te tekenen.
b Maak ook een bijpassend lijndiagram.

★ Opgave 6.6

Dit steelbladdiagram laat zien hoeveel vogels er per dag op een bepaalde voederplaats werden gesignaleerd. Dit zijn alle dagen in één maand van het jaar.

0	1 2 3 5 6 7
1	5 7 9
2	1 1 3 4 5 5 6 6 6 6 7 7 7 8 9 9
3	0 0 5 7

Figuur 6.2

- Welke maand is dat? En wat is er voor bijzonders met het jaar waaruit deze gegevens komen?
- Hoeveel bedraagt het modale aantal vogels?
- Hoeveel dagen in deze maand kwamen er meer dan 30 vogels op deze voederplaats?

★ Opgave 6.7

Aan 3500 Nederlanders werd gevraagd met welk vervoermiddel ze op vakantie gingen. Met de eigen auto gingen er 2450, met het vliegtuig 525, met het openbaar vervoer 350 en met de fiets 175.

- Hoeveel procent van de Nederlandse vakantiegangers gaat met de fiets?
- Maak een cirkeldiagram bij deze gegevens.
Neem aan dat er 10 miljoen Nederlanders op vakantie gaan.
- Geef een schatting van het aantal dat niet met eigen vervoer (de eigen auto of de fiets) gaat.

Testen

Formatieve basale kennistoets [PDF](#) of [docx](#).

★ Opgave 6.8

Je ziet de tijden (gemeten in seconden) die op de 60 meter sprinten bij gymnastiek door klas 2F zijn gelopen.

jongens			meisjes		
9,7	9,2	9,5	9,6	10,6	9,6
9,4	9,7	9,1	9,5	9,4	9,6
8,9	9,9	10,3	9,6	11,2	11,4
9,5	10,2	9,2	9,7	9,5	9,6

Tabel 6.3

- Maak van deze gegevens een dubbelzijdig steelbladdiagram.
- Wat is de modale waarneming voor de hele klas? En bij de jongens?
- Wat is de gemiddelde tijd bij de meisjes?
- Kun je zeggen dat de jongens sneller zijn dan de meisjes?

★ Opgave 6.9

Bekijk de vijf treingrafen.



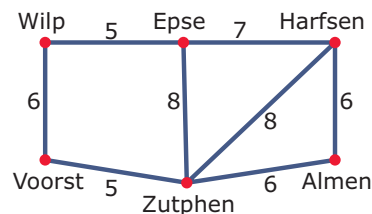
Figuur 6.3

- Maak van de vijf grafen één gecombineerde graaf.

- b Hoeveel knopen en wegen heeft de gecombineerde graaf?
- c Plan een rondreis waarin je zo veel mogelijk steden aandoet. Je mag niet twee keer in dezelfde stad komen. Vertrekpunt en eindpunt moeten dezelfde stad zijn.

★ Opgave 6.10

In de buurt van Zutphen liggen de dorpen Almen, Harfsen, Epse, Wilp en Voorst. In deze graaf zie je hoeveel kilometer ze (via de kortste weg) uit elkaar liggen.



Figuur 6.4

- a Teken een afstandentabel met de kortste afstanden bij deze graaf. Zet de plaatsen in de volgende volgorde: Zutphen, Almen, Harfsen, Epse, Wilp en Voorst.
- b Als je van Harfsen naar Wilp gaat, ga je via Epse. Hoe zie je dat in de graaf?
- c Je wilt op de fiets met begin- en eindpunt Zutphen een rondrit langs alle dorpen maken. Hoeveel kilometer moet je minimaal fietsen?
Er wordt aan de weg gewerkt: de weg tussen Epse en Harfsen wordt geheel afgesloten en de weg tussen Zutphen en Almen wordt eenrichtingsverkeer: je kunt nog wel direct van Zutphen naar Almen, maar niet meer direct van Almen naar Zutphen.
- d Voor je fietstocht moet je nu waarschijnlijk een nieuwe route kiezen. Welke route kies je?
- e Hoeveel kilometer is de nieuwe rondrit?

★ Opgave 6.11

In de frequentietabel zie je de rapportcijfers voor het vak Engels van klas B1A.

cijfer	3	4	5	6	7	8	9	10
frequentie	1	2	2	7	12	4	2	1

Tabel 6.4

- a Hoeveel leerlingen zitten er in deze klas?
- b Bereken in één decimaal nauwkeurig het gemiddelde rapportcijfer van klas B1A.

In de frequentietabel zie je de rapportcijfers voor het vak Engels van klas B1B.

cijfer	3	4	5	6	7	8	9	10
frequentie	0	0	2	6	11	5	2	1

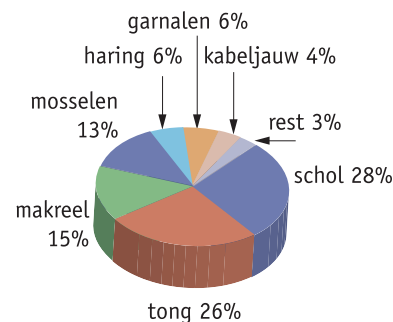
Tabel 6.5

- c Bereken in één decimaal nauwkeurig het gemiddelde rapportcijfer van klas B1B.
- d Maak lijndiagrammen van de relatieve frequenties in één figuur om de resultaten van beide klassen te kunnen vergelijken.
- e Bereken het gemiddelde voor het vak Engels gerekend over beide klassen samen vanuit de gemiddelden die je eerder per klas hebt uitgerekend. Laat je berekening zien. Rond af op één decimaal.

★ Opgave 6.12

In 1990 werd er door de Nederlandse vissersvloot voor € 400 miljoen aan vis aangevoerd. In dit cirkeldiagram vind je de verdeling over verschillende soorten.

Bereken de bijbehorende sectorhoeken en de bijbehorende waarden in miljoenen euro's. Rond af op hele cijfers.



Figuur 6.5

★ Opgave 6.13

Je ziet hoe de lengtes van een vrouwenbasketbalteam worden vergeleken met die van een mannenteam. De lengtes zijn in inches gegeven. Een inch is 2,54 cm.

Player Height															
Women's Team							Stem	Men's Team							
				9	8	5	6								
7	6	5	5	4	4	3	7	2	4	4	6	7	7	8	9
							8	0	1	2	3	4	4	5	

Key:

Women's: 5|6| = 65-inch-tall woman

Men's: |7|2 = 72-inch-tall man

Figuur 6.6

- Uit hoeveel spelers bestaat het vrouwenteam?
- Hoeveel centimeter is de langste vrouw van het vrouwenteam?
- Hoeveel centimeter is de langste man van het mannenteam?
- Waarom kun je geen modale lengtes vaststellen in deze teams?
- Bepaal de gemiddelde lengte van de vrouwen en die van de mannen in centimeters.
- Kun je concluderen dat de mannen meer lengte in het team hebben?

Toepassen

★ ★

Opgave 6.14: Wereldkaart bevolkingsdichtheid

Onder de bevolkingsdichtheid versta je het aantal mensen per km^2 in een bepaald land of een bepaald gebied. Deze wereldkaart geeft informatie over de bevolkingsdichtheid.



Figuur 6.7

Hoe geeft deze kaart informatie over de bevolkingsdichtheid? Noem een paar in het oog springende voorbeelden van heel dichtbevolkte en heel dunbevolkte landen.

Hier zie je een infographic over het gebruik van Facebook, met name in Nederland. De gegevens zijn van maart 2011.



- PAGINA 51**

Leerdoelentabel

In het ☐ achter de opgave kun je aangeven hoe je de opgave hebt gemaakt:

✓ goed gemaakt — **S** wel begrepen maar een slordige fout gemaakt — **H** hulp nodig gehad — **G** samen met groepje goed gemaakt — **X** fout gemaakt en niet goed begrepen — **N** niet bekeken

1	Schema's	★	★★	★★★
	Informatie aflezen uit schema's, waaronder (gerichte of ongerichte) grafen.	1.1 ☐ 1.2 ☐ 1.3 ☐ 1.4 ☐ 1.5 ☐ T 6.9 ☐ T 6.10 ☐	1.8 ☐	1.7 ☐
	Grafen herkennen en tekenen en bepalen of ze gelijk zijn door het aantal knooppunten en wegen te tellen.	1.1 ☐ 1.2 ☐ 1.4 ☐ 1.5 ☐ T 6.9 ☐ T 6.10 ☐	1.6 ☐	1.7 ☐
	Bij grafen (afstands)tabellen maken en omgekeerd.	1.3 ☐ 1.5 ☐ T 6.10 ☐		
2	Gemiddelden	★	★★	★★★
	Het gemiddelde van (een serie) getallen berekenen.	2.1 ☐ 2.3 ☐ T 6.8 ☐ T 6.11 ☐		2.6 ☐
	Het gewogen gemiddelde van (een serie) getallen berekenen.	2.1 ☐ 2.2 ☐ 2.3 ☐ T 6.11 ☐	2.4 ☐ 2.5 ☐	2.6 ☐
3	Frequentietabellen	★	★★	★★★
	Een (relatieve) frequentietabel maken.	3.1 ☐ 3.3 ☐ T 6.11 ☐	3.4 ☐ 3.5 ☐	
	Relatieve frequentietabellen gebruiken om gegevens te vergelijken.	3.1 ☐ 3.3 ☐ T 6.11 ☐	3.4 ☐ 3.5 ☐	
	Een kruistabel (tweedimensionale frequentietabel) maken en gebruiken om gegevens te vergelijken.	3.2 ☐ 3.3 ☐	3.4 ☐	
4	Beeld-, staaf- en lijndiagram	★	★★	★★★
	Informatie aflezen uit een beelddiagram.	4.3 ☐	T 6.14 ☐	4.7 ☐ T 6.15 ☐
	Een staafdiagram maken en interpreteren.	4.1 ☐ 4.3 ☐ 4.4 ☐	4.5 ☐ 4.6 ☐	4.7 ☐ 5.7 ☐ T 6.15 ☐
	Een lijndiagram maken en interpreteren.	4.1 ☐ 4.2 ☐ T 6.11 ☐	4.5 ☐ 4.6 ☐	4.7 ☐
5	Cirkeldiagram en steelbladdiagram	★	★★	★★★
	Een (dubbel) steelbladdiagram maken en interpreteren.	5.1 ☐ 5.2 ☐ 5.3 ☐ T 6.8 ☐ T 6.13 ☐	5.6 ☐	5.7 ☐
	Een cirkeldiagram maken en interpreteren.	5.4 ☐ T 6.12 ☐	5.5 ☐ 5.6 ☐	T 6.15 ☐

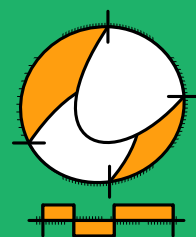
Het lesmateriaal in deze reader is gebaseerd op het materiaal dat ook op de Math4All website staat.

De reader is gegenereerd met de Math4All maatwerkdienst. De inhoud en de volgorde van de onderwerpen in deze reader zijn gekozen door docenten van het ConTeXt College.

Stichting Math4All



www.math4all.nl



Werkblad bij Opgave 1.7 op pagina 12.

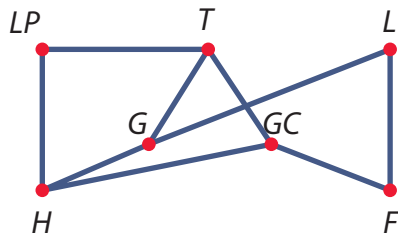


Informatieblad bij Opdracht 1.1

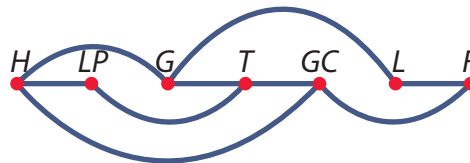
De zeven Canarische eilanden: Tenerife, Gran Canaria, Las Palmas, Gomera, Hierro, Fuerteventura en Lanzarote horen bij Spanje en liggen voor de kust van Marokko.



Je ziet twee figuren die de bootverbindingen tussen de Canarische eilanden weergeven. Zo'n figuur heet een 'graaf'. Hoewel ze er nogal verschillend uitzien, zijn ze gelijk. De bootverbindingen gaan in beide richtingen, want er staan geen pijlen in deze grafen.

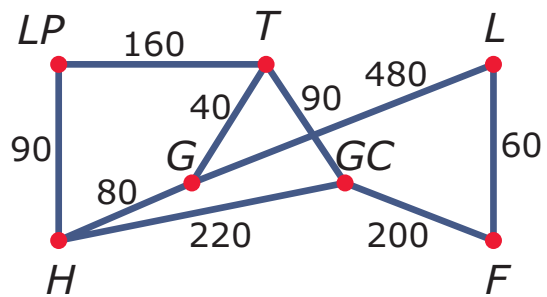


graaf 1



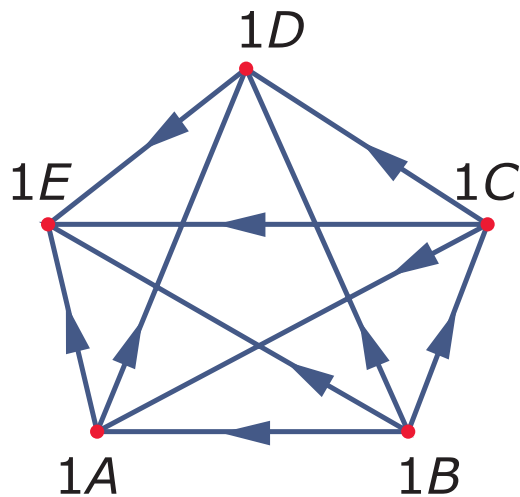
graaf 2

Informatieblad bij Opdracht 1.2



Informatieblad bij Opdracht 1.3

Tijdens een sportdag spelen de eerste klassen (1A tot en met 1E) een volleybaltoernooi. De gymleraar heeft met deze gerichte graaf het verloop van het toernooi bijgehouden. In die graaf zie je bijvoorbeeld dat 1A van 1D heeft gewonnen.



Informatieblad bij Opdracht 3.1

Je ziet de rapportcijfers voor het vak science van klas B1H.

6	6	5	4	7	7	7	8	6	6	6	6	8	7	7
9	5	7	7	5	7	6	7	6	6	7	5	7	8	

Informatieblad bij Opdracht 3.2

Frequentietabellen zijn ook handig om de resultaten van twee series waarnemingen te vergelijken. Hier zie je de resultaten voor het vak science van klas B1H en klas B1J.

Resultaten science klas B1H	
cijfer	frequentie
4	1
5	4
6	9
7	11
8	3
9	1
totaal	29

Resultaten science klas B1J	
cijfer	frequentie
4	0
5	4
6	8
7	6
8	5
9	2
totaal	25

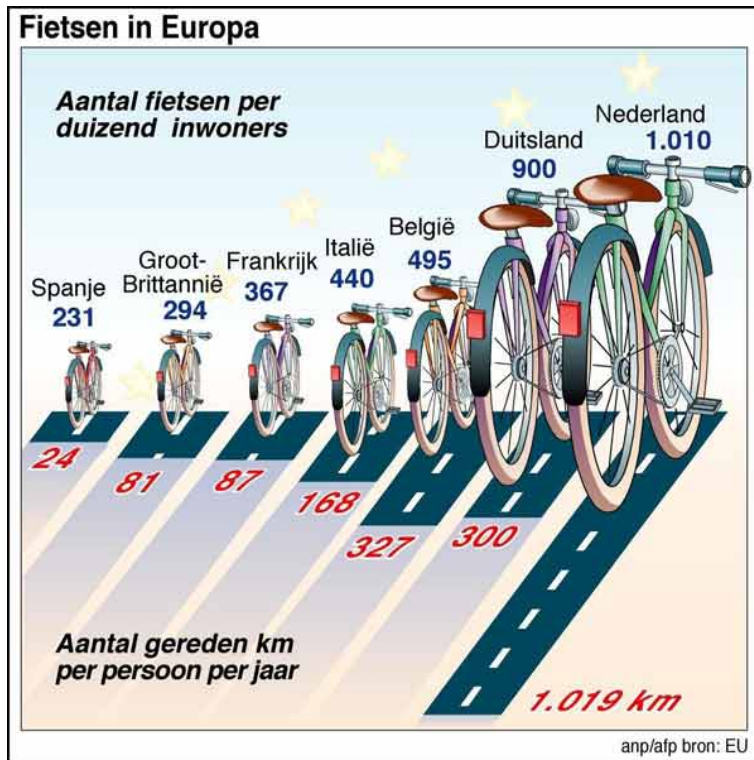
Informatieblad bij Opdracht 3.3

Wil je de cijfers van twee vakken per leerling met elkaar vergelijken, dan kun je een tweedimensionale frequentietabel maken. Horizontaal staan dan bijvoorbeeld de cijfers voor wiskunde en verticaal de cijfers voor science. Dat heet een kruistabel. Je ziet dat er twee leerlingen zijn met een 6 voor wiskunde en een 5 voor science.

Aantal	wi						
sc	3	5	6	7	8	9	Eindtotaal
4			1				1
5	1	1	2				4
6		2	2	4	1		9
7			3	5	2	1	11
8				1	2		3
9						1	1
Eindtotaal	1	3	8	10	5	2	29

Informatieblad bij Opdracht 4.1

Figuren zoals deze zijn bedoeld om informatie overzichtelijk weer te geven. Hier zie je een 'beeldiagram' (van jaren geleden) over fietsen in zeven landen in Europa.



Informatieblad bij Opdracht 4.2

In deze tabel staan alle rapportcijfers van B1H, afgerond op één decimaal en afgerond op hele cijfers.

B1H		ne		en		fa		ak		gs		wi		sc	
leerling	geslacht		RE		RE		RE		RE		RE		RE		RE
1	v	6,7	7	4,4	4	5,6	6	6,6	7	6,8	7	5,6	6	5,8	6
2	v	5,6	6	5,3	5	6,1	6	7,1	7	6,8	7	6,3	6	6,4	6
3	m	8,1	8	6,7	7	5,8	6	7,2	7	7,6	8	5,3	5	5,4	5
4	m	8,5	9	5,1	5	6,1	6	6,1	6	6,1	6	5,6	6	4,3	4
5	m	4,9	5	9,7	10	6,6	7	8,0	8	7,5	8	6,4	6	7,0	7
6	v	6,2	6	9,4	9	7,2	7	6,6	7	7,8	8	7,1	7	7,1	7
7	m	7,1	7	7,9	8	7,9	8	6,6	7	6,6	7	7,4	7	6,5	7
8	v	6,9	7	3,9	4	6,5	7	7,5	8	7,4	7	8,1	8	7,9	8
9	m	7,7	8	6,0	6	6,6	7	6,7	7	7,6	8	6,5	7	6,1	6
10	m	6,8	7	6,2	6	7,0	7	7,1	7	6,8	7	6,8	7	6,1	6
11	v	5,3	5	7,1	7	5,2	5	6,0	6	6,4	6	5,3	5	5,6	6
12	v	5,8	6	6,9	7	7,1	7	7,3	7	7,4	7	7,6	8	6,4	6
13	m	6,2	6	8,1	8	7,9	8	8,4	8	8,2	8	8,1	8	8,2	8
14	m	7,3	7	3,4	3	5,1	5	6,2	6	6,5	7	6,4	6	7,3	7
15	m	7,0	7	6,8	7	7,1	7	7,0	7	5,5	6	7,0	7	7,2	7
16	v	8,5	9	6,4	6	8,0	8	9,1	9	8,8	9	9,3	9	9,1	9
17	v	9,4	9	5,8	6	6,9	7	7,1	7	7,3	7	6,4	6	5,4	5
18	m	8,1	8	6,5	7	6,9	7	7,6	8	7,6	8	7,3	7	6,6	7
19	v	7,0	7	7,2	7	8,0	8	7,4	7	8,7	9	8,8	9	7,2	7
20	v	6,7	7	8,8	9	7,2	7	6,1	6	6,2	6	3,4	3	4,6	5
21	v	7,4	7	7,2	7	7,3	7	7,6	8	7,3	7	7,2	7	7,1	7
22	v	6,4	6	5,8	6	6,4	6	6,9	7	6,2	6	6,5	7	6,0	6
23	m	7,9	8	6,8	7	6,0	6	7,4	7	7,7	8	6,1	6	6,9	7
24	m	6,6	7	6,1	6	6,9	7	5,8	6	5,9	6	7,2	7	6,1	6
25	m	6,4	6	6,4	6	6,0	6	5,4	5	4,6	5	5,3	5	5,8	6
26	m	5,9	6	7,7	8	7,7	8	7,5	8	7,1	7	8,0	8	6,8	7
27	v	6,9	7	7,3	7	6,2	6	6,2	6	6,3	6	5,8	6	5,1	5
28	m	8,8	9	6,9	7	7,2	7	8,0	8	7,5	8	7,6	8	7,2	7
29	m	6,7	7	8,2	8	7,6	8	7,9	8	8,1	8	7,2	7	8,2	8

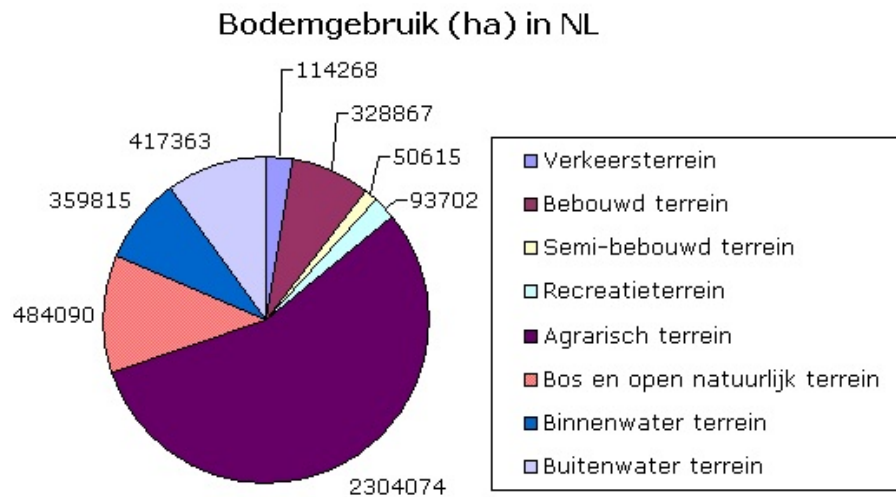
Informatieblad bij Opdracht 5.1

Dit 'steelbladdiagram' laat zien welke cijfers er in een bepaalde klas zijn gehaald.

2	3								
3	9	9							
4	4	4							
5	0	0	1	5	5	9	9		
6	2	4	4	4	6	6	8	9	
7	1	3	7						
8	2	6	6	6	6	6			
9	5								

Informatieblad bij Opdracht 5.2

Een andere zeer overzichtelijke figuur is het 'cirkeldiagram'. Je ziet er een van het bodemgebruik in Nederland. Je kunt er onder andere in aflezen dat in Nederland 484090 ha (hectare) van de totale bodem 'bos en open natuurlijk terrein' was.



Informatieblad bij Opdracht 5.3

Deze tabel van het bodemgebruik in Nederland in 2003 is afkomstig van het **Centraal Bureau voor de Statistiek**.

Hierin is $1 \text{ ha} = 1 \text{ hectare} = 1 \text{ hm}^2 = 10.000 \text{ m}^2$.

	oppervlakte (ha)
Verkeersterrein	114268
Bebouwd terrein	328867
Semi-bebouwd terrein	50615
Recreatieterrein	93702
Agrarisch terrein	2304074
Bos en open natuurlijk terrein	484090
Binnenwater	359815
Buitenwater	417363

