

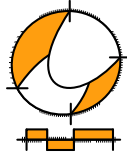
Wiskunde / PGA

1 HAVO / VWO / docentmateriaal

Hoeken

ConTeXt College





© 2024

Het auteursrecht op dit lesmateriaal berust bij Stichting Math4All. Math4All is derhalve de rechthebbende zoals bedoeld in de hieronder vermelde creative commons licentie.

Het lesmateriaal is met zorg samengesteld en getest. Stichting Math4All aanvaardt geen enkele aansprakelijkheid voor onjuistheden en/of onvolledigheden in de module. Ook aanvaardt Math4All geen enkele aansprakelijkheid voor enige schade, voortkomend uit (het gebruik van) dit lesmateriaal

Voor deze module geldt een Creative Commons Naamsvermelding Niet Commercieel 3.0 Nederland Licentie. (zie <http://creativecommons.org/licenses/by/3.0>).

Dit lesmateriaal is open, gratis en vrij toegankelijk lesmateriaal afkomstig van Stichting Math4All en is speciaal ontwikkeld voor het vak wiskunde in het voortgezet onderwijs. Het lesmateriaal op de website www.math4all.nl is afgestemd op kerndoelen wiskunde, tussendoelen wiskunde en eindtermen voor de vakken wiskunde A, B en C. Dit lesmateriaal is mediumneutraal ontwikkeld en op diverse manieren te bekijken en te gebruiken. Voor informatie en vragen kunt u contact opnemen via info@math4all.nl. Ook houden we ons altijd aanbevolen voor suggesties, verbeteringen en/of aanvullingen.

Voorwoord

Het lesmateriaal in dit katern is gebaseerd op het materiaal dat je kunt vinden op de Math4All website www.math4all.nl. In de tekst staan dan ook regelmatig verwijzingen naar die website. Waar je precies moet zijn op die website kun je zien in de kopregel van iedere pagina.

Ieder hoofdstuk bestaat uit een aantal paragrafen en wordt steeds afgesloten met een paragraaf *Totaalbeeld* waar de leerstof wordt samengevat en/of herhaald.

PGA

PGA staat voor 'probleemgestuurde aanpak'. Je begeleidt dan als docent de leerlingen die in kleine groepjes aan wiskundige problemen werken en op die manier een eigen theoretisch kader opstellen. Dit gebeurt voornamelijk op de wijze die wordt beschreven in het boek *Building Thinking Classrooms in Mathematics* van Peter Liljedahl. Dit boek is ook in het Nederlands beschikbaar. Het is verstandig om dit boek vooraf door te werken, maar je kunt ook beginnen met deze **beknopte handleiding**.

De PGA wordt ondersteund door verwerkings- en toepassingsopgaven waarmee de leerling kan nagaan of de stof wordt beheersd. Deze opgaven worden op drie niveaus aangeboden. De niveau aanduiding staat in de marge naast de opgave.

- ★ het basale niveau, dat iedereen zou moeten behalen
- ★ ★ een iets pittiger niveau, waarin iets meer uitdaging zit en die de leerling alleen hoeft te maken als er genoeg tijd voor is
- ★ ★ ★ een bijzondere toepassing of een echt pittige opgave die een leerling alleen maakt als de rest veel te gemakkelijk was

In de bijlage staat een "**Leerdoelentabel**" waarin staat aangegeven door welke opgave het specifieke leerdoel wordt afgedekt en op welk niveau dit gebeurt. Als je deze tabel aan de leerlingen uitreikt, kunnen ze hun eigen vorderingen bijhouden.

Opgaven uit de samenvattende paragraaf *Totaalbeeld* worden voorafgegaan door een T.

1

Hoeken

- 1.1 Hoeken 6
- 1.2 Hoeken meten 12
- 1.3 Hoeken tekenen 20
- 1.4 Gelijke hoeken 25
- 1.5 Hoeken berekenen 31
- 1.6 Totaalbeeld 37

1.1 Hoeken

Inleiding

Waarschijnlijk ben je op weg naar school regelmatig een hoek om gegaan. Je hebt op je route hoeken gemaakt. Maar wat is een hoek precies? En wat is een scherpe hoek? En wanneer is de hoek groot, of juist klein?



Figuur 1.1

Je leert in dit onderwerp

- de begrippen hoek, hoekpunt en benen van een hoek en hoeken noteren;
- aangeven of een hoek groter of kleiner is dan een andere hoek;
- aangeven of een hoek recht, stomp, scherp, gestrekt, of overstrekt is.

Voorkennis

- de begrippen evenwijdig en loodrecht en het teken voor loodrecht;
- de namen van vlakke figuren.

Voor de docent

Bij het onderdeel 'Hoeken' gaat het erom dat leerlingen de begrippen 'hoek', 'benen' en 'hoekpunten' en de verschillende soorten hoeken leren kennen. Ook moeten de leerlingen kunnen nagaan of een hoek groter/kleiner is dan een andere hoek. Je geeft de opdrachten mondeling.

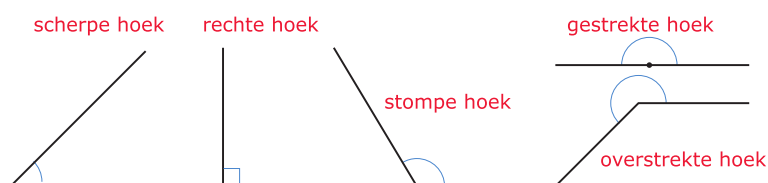
Gewenste materialen:

- Schrijfmateriaal voor op de verticale uitwisbare werkvlakken.
- Werkbladen bij de eerste en de tweede opgave om uit te delen.

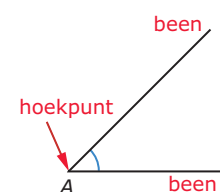
Opdracht 1.1

Iedere hoek heeft een hoekpunt en twee benen. Bij het hoekpunt zet je een hoofdletter. In de hoek zet je een boogje. De naam van de hoek is: hoek A. In plaats van hoek A schrijf je ook wel $\angle A$.

Er zijn verschillende soorten hoeken:



Figuur 1.3



Figuur 1.2

Je krijgt nu een **werkblad** met daarop de plattegrond van een appartement in een flatgebouw. De meeste ruimtes hebben rechte hoeken, maar soms komen ook andere soorten hoeken voor. Geef alle rechte hoeken aan met het rechtehoekteken en benoem in elke ruimte de andere hoeken.

Toelichting

Geef de opdracht mondeling, teken de verschillende soorten hoeken zelf op je eigen werkplek. Deel het **informatieblad** uit.

Mogelijke hulpvragen: “Welke ruimtes zie je allemaal?”, “Welke daarvan zijn gewone rechthoeken?”, “Waar zitten niet-rechte hoeken?”, “Kun je een gestrekte hoek vinden?” en “Kun je een overstreckte hoek vinden?”.

Uitwerking

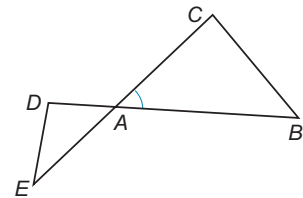
De rechte hoeken worden allemaal aangegeven. Verder:

- entree: stompe hoek links naast de voordeur en tussen kamerdeur en badkamerdeur en (eventueel) een gestrekte hoek tussen de muren naar hobbyruimte en berging
- hobbyruimte: stompe hoek linksonder, scherper hoek rechtsonder
- woonkamer/keuken: stompe hoek rechts naast toegangsdeur vanuit entree, twee scherpe hoeken naast het raam, een overstreckte hoek tegen de slaapkamer aan
- de andere ruimtes hebben alleen rechte hoeken

Opdracht 1.2

Bekijk de figuur. Nu moet je hoeken soms met drie letters aangeven: de hoek met het boogje is $\angle BAC$, het hoekpunt is de middelste letter A en de benen zijn AB en AC . Hoe verder de benen van een hoek uit elkaar liggen, hoe groter de hoek.

Schrijf alle hoeken in deze figuur op volgorde op, gebruik de tekens $<$ en eventueel $=$.



Figuur 1.4

Toelichting

Geef de opdracht mondeling en deel het **werkblad** uit.

Mogelijke hulpvragen zijn: “Hoe kun je hoeken vergelijken?”, “Welke hoek(en) is (zijn) zeker stomp?”, “Heb je de hoeken kunnen uitknippen?” en “Hoe vergelijk je die uitgeknipte hoeken?”.

Uitwerking

$$\angle AED < \angle EAD = \angle BAC = \angle ABC < \angle BCA < \angle ADE$$

Knip desgewenst de hoeken uit en leg ze op elkaar om ze te kunnen vergelijken.

Opdracht 1.3

Bekijk wat iedereen heeft gemaakt en heeft bedacht over ‘hoeken’, met ‘benen’ en ‘hoekpunten’ en de verschillende soorten hoeken.

Maak een eigen overzicht.

Toelichting

Loop samen met de leerlingen de overzichten na en kom zo tot een bruikbaar totaaloverzicht. Ieder schrijft het voor zichzelf op.

Uitwerking

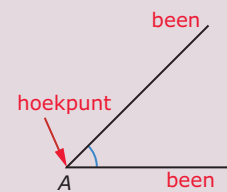
Het theorieblok geeft het gewenste overzicht.

Theorie

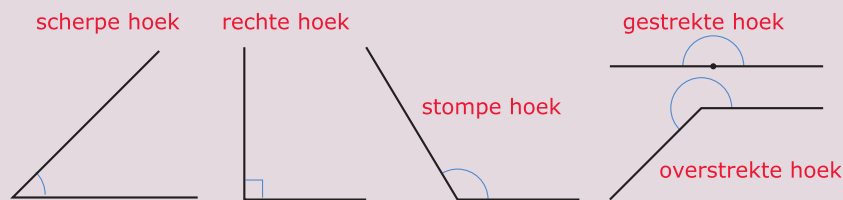
Om te onthouden

Iedere **hoek** heeft een **hoekpunt** en twee **benen**. Bij het hoekpunt zet je een hoofdletter. In de hoek zet je een boogje. De naam van de hoek is: hoek A. In plaats van hoek A schrijf je ook wel $\angle A$.

Er zijn verschillende soorten hoeken:



Figuur 1.5



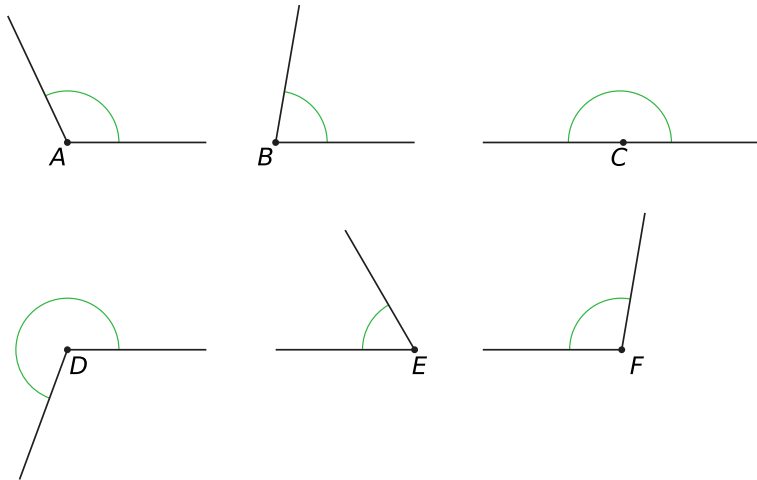
Figuur 1.6

- Als beide benen loodrecht op elkaar staan, spreek je van een **rechte hoek**. In de tekening plaats je bij de rechte hoek het loodrechtteken.
- Een hoek die kleiner is dan een rechte hoek heet een **scherpe hoek**.
- Als beide benen in elkaars verlengde liggen, spreek je van een **gestrekte hoek**.
- Een hoek die kleiner is dan een gestrekte hoek maar groter dan een rechte hoek is een **stompe hoek**.
- Een hoek die groter is dan een gestrekte hoek heet een **overstreckte hoek**.

Verwerken

★ Opgave 1.1

Bekijk de zes hoeken.



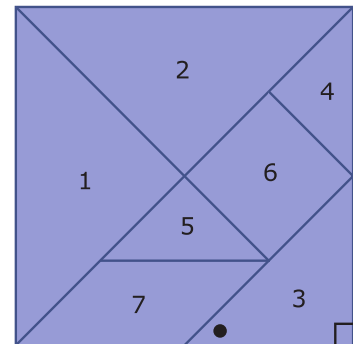
Figuur 1.7

- Zet de hoeken met behulp van het kleinerdanteken $<$ op volgorde van klein naar groot.
- Welke hoeken zijn scherp?
- Welke hoeken zijn stomp?
- Welke hoek is gestrekt?
- Welke hoek is overstrekt?

★ Opgave 1.2

Hier en op het [werkblad](#) zie je een vierkant dat bestaat uit verschillende figuren. In figuur 3 zie je een rondje en een loodrechtteken.

- Zet in iedere hoek die ook recht is het loodrechtteken.
- Zet een rondje in de scherpe hoeken.
- Zet een kruisje in de stompe hoeken.

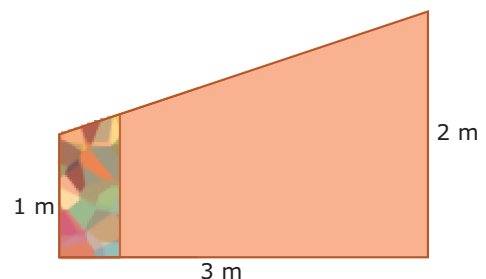


Figuur 1.8

★ Opgave 1.3

Een muur op een zolderkamer moet behangen worden. De muur is 3 meter lang en de banen behang zijn 50 centimeter breed. Op één rol zit 8 meter behang. De eerste baan behang zit er al op.

- Welke hoek is de grootste hoek van deze muur?
 - links onder
 - links boven
 - rechts onder
 - rechts boven

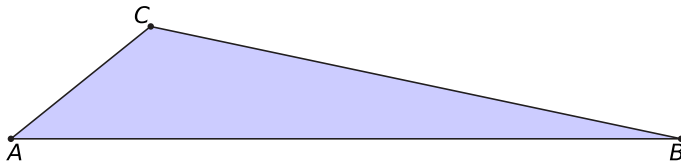


Figuur 1.9

- De rol behang is scheef afgesneden. Je hoeft geen rekening te houden met het patroon. Wanneer je een nieuwe baan afsnijdt, past het scheef afgesneden stuk dan precies op het volgende stuk muur?
- Hoeveel rollen behang zijn er nodig voor deze muur, als je geen rekening hoeft te houden met het patroon?

★ **Opgave 1.4**

Bekijk de driehoek.



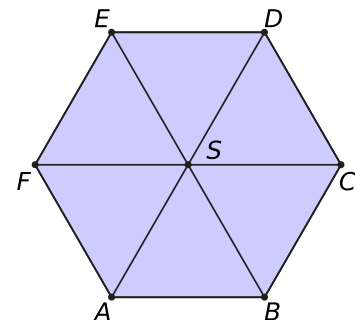
Figuur 1.10

- a Noteer de benen van $\angle C$.
- b Zet de drie hoeken van deze driehoek in de juiste volgorde van klein naar groot.
 - A. $\angle A < \angle B < \angle C$
 - B. $\angle B < \angle C < \angle A$
 - C. $\angle C < \angle A < \angle B$
- c Hoe noem je $\angle A$?
 - A. scherp
 - B. recht
 - C. stomp
- d Hoe noem je $\angle B$?
 - A. scherp
 - B. recht
 - C. stomp
- e Hoe noem je $\angle C$?
 - A. scherp
 - B. recht
 - C. stomp

★ **Opgave 1.5**

Je ziet een zeshoek waarin drie diagonalen zijn getekend. Het snijpunt van de diagonalen is S.

- a Noteer de benen van $\angle EFA$.
- b Wat is het hoekpunt en wat zijn de benen van $\angle BSD$?
- c Wat voor hoek is $\angle CSF$?
- d Hoeveel scherpe hoeken zie je in de figuur?

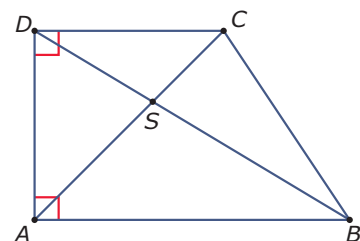


Figuur 1.11

★ **Opgave 1.6**

Je ziet een rechthoekig trapezium met daarin twee diagonalen.

- a Waarom moet elke hoek in deze figuur met drie letters worden aangeven?
- b Geef de twee rechte hoeken met drie letters aan.
- c Is $\angle ASB$ scherp, stomp of recht?
 - A. stomp
 - B. scherp
 - C. recht



Figuur 1.12

Toepassen

Bekijk de applet.

De wijzers van een klok maken voortdurend een hoek met elkaar.

Om drie uur maken de minutenwijzer en de urenwijzer een rechte hoek met elkaar.

Is dat om kwart over zes ook zo? Of vormen ze dan een stompe hoek? Stel in de applet die tijdstippen maar eens in.

Om zes uur maken deze wijzers een gestrekte hoek met elkaar.

En hoe zit dat met half twaalf?

Als je nauwkeurig afspreekt wat je onder de hoek tussen de minutenwijzer en de urenwijzer verstaat, dan zijn overstrekte hoeken ook mogelijk. Hoe zit dat?



Figuur 1.13

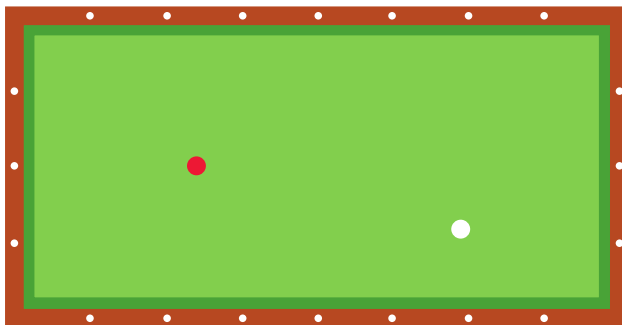
★★ Opgave 1.7: De wijzers van een klok

De wijzers van een klok vormen een hoek. Daarmee wordt meestal de kleinste hoek bedoeld die ze met elkaar maken.

- Waarom is het belangrijk om af te spreken dat de hoek tussen de wijzers van een klok de kleinste hoek is?
- Maken de wijzers om 4:00 uur een scherpe of een stompe hoek met elkaar?
- En wat voor hoek maken ze als het 4:30 uur is?
- Op welk tijdstip maken de wijzers een gestrekte hoek met elkaar. Geef een voorbeeld.
- Op welke twee gehele uren maken de wijzers van de klok een rechte hoek met elkaar?

★★ Opgave 1.8: Biljart

Als een biljartbal tegen de donkergroene rand van het biljart stuit, maakt hij een bepaalde hoek. De speler die aan de beurt is om te stoten speelt met de witte bal rechtsonder op het biljart.



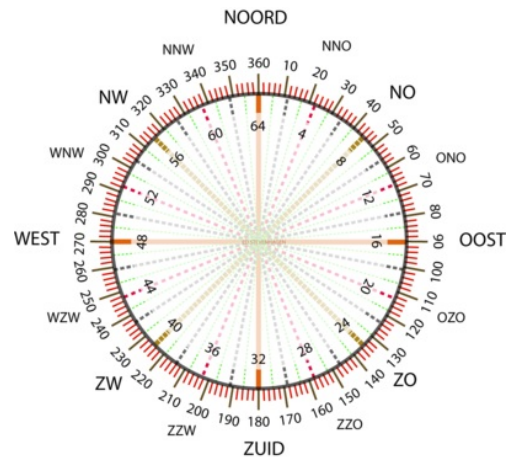
Figuur 1.14

Teken de baan die deze witte bal moet afleggen om als eerste de rode bal te raken via één band. Schrijf in de hoek die de bal bij deze band maakt of hij scherp is of stomp. Gebruik de figuur op het [werkblad](#).

1.2 Hoeken meten

Inleiding

Hier zie je in één figuur welke waarden je aan hoeken kunt geven. Een compleet rondje is verdeeld in 360 gelijke punten, die graden heten. Dat gebruik je om de grootte van een hoek te bepalen. Waarschijnlijk heb je zelf maar de helft van zo'n figuur, op je geodriehoek.



Figuur 2.1

Je leert in dit onderwerp

- het vlak verdelen in 360 graden en schatten hoeveel graden een hoek is;
- berekenen hoeveel graden een rechte en een gestrekte hoek zijn en aangeven tussen welke aantallen graden een scherpe, een stompe en een overstreckte hoek liggen;
- hoeken opmeten met de geodriehoek en uitdrukken in graden.

Voorkennis

- de begrippen hoek, hoekpunt, benen en aangeven of een hoek groter of kleiner is dan een andere hoek;
- aangeven of een hoek recht, stomp, scherp, gestrekt, of overstrekt is;
- de namen van vlakke figuren.

Voor de docent

Bij het onderdeel 'Hoeken' gaat het erom dat leerlingen leren de grootte van hoeken te meten met de geodriehoek en in graden nauwkeurig. Ook moeten de leerlingen de grootte van de verschillende soorten hoeken weten. Je geeft de opdrachten mondeling.

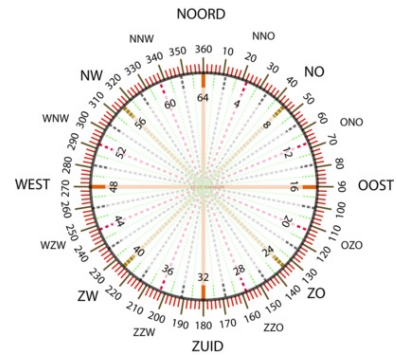
Gewenste materialen:

- Schrijfmateriaal voor op de verticale uitwissbare werkvlakken.
- Een werkblad bij de eerste opdracht om te tonen aan de leerlingen, een eigen kompasroos (mits voldoende groot) is nog mooier.
- Werkbladen bij de tweede en de derde opdracht om uit te delen.

Opdracht 2.1

Ooit is de kompasroos bedacht, waarbij alle richtingen hoeken kregen vanaf 0° tot en met 360° .

Bekijk nu je eigen geodriehoek. Daarop staat een gradenboog, een halve kompasroos. Benoem de verschillen met de kompasroos op het **informatieblad** en schrijf bij alle verschillende soorten hoeken op hoeveel graden erbij horen.



— Toelichting —

Geef de opdracht mondeling, gebruik het **informatieblad** om de kompasroos te tonen.

Mogelijke hulpvragen: “Welke drie verschillen zie je met je geodriehoek?” (draairichting, startpunt en dat het de helft is) en “Heb je de soorten hoeken al op een rijtje?”. Goed om nog even de overstreckte hoek en eventueel de volle hoek te benoemen.

Figuur 2.2

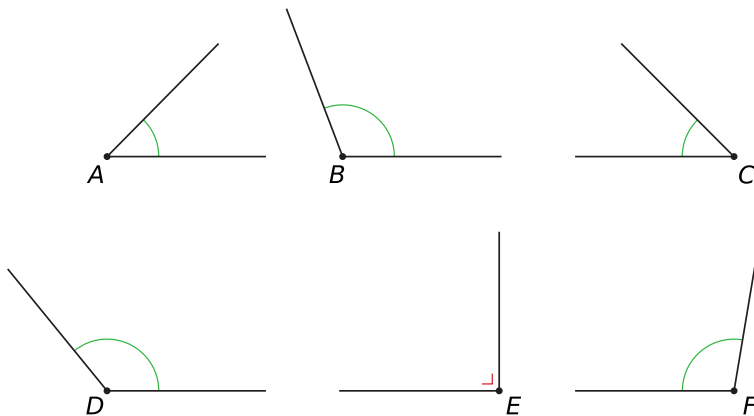
— Uitwerking —

De geodriehoek lees je linksom af en de kompasroos rechtsom. Verder loopt de geodriehoek vanaf 0° tot en met 180° , het is dus maar een halve kompasroos. Ook het startpunt is niet het Noorden, maar de rechte onderkant (als je de langste zijde onder hebt).

- scherpe hoek: vanaf 0° tot 90°
- rechte hoek: 90°
- stompe hoek: tussen 90° en 180°
- gestrekte hoek: 180°
- overstreckte hoek: tussen 180° en 360°
- volle hoek: 360° (eventueel)

Opdracht 2.2

Meet de grootte deze zes hoeken. Geef je antwoord in graden nauwkeurig, maak eerst een schatting.



Figuur 2.3

— Toelichting —

Geef de opdracht mondeling en deel het **werkblad** uit.

Mogelijke hulpvragen zijn: “Hoe kun je hoeken schatten?”, “Hoe leg je de geodriehoek op je hoek?”, “Waar komen de langste zijde en de 0 op de geodriehoek?”, “Vanaf waar begin je de graden te tellen?” en wellicht “Moet je (één van de) benen verlengen?”.

**Uitwerking**

Eerst de schattingen, dan de metingen (in graden nauwkeurig):

$$\angle A \approx 45^\circ \text{ en } \angle A = 45^\circ$$

$$\angle B \approx 100^\circ \text{ en } \angle B = 110^\circ$$

$$\angle C \approx 45^\circ \text{ en } \angle C = 45^\circ$$

$$\angle D \approx 130^\circ \text{ en } \angle D = 129^\circ$$

$$\angle E = 90^\circ$$

$$\angle F \approx 100^\circ \text{ en } \angle F = 99^\circ$$

Opdracht 2.3

Meet de hoeken van de driehoek ABC op het [werkblad](#).

Toelichting

Geef de opdracht mondeling en deel het [werkblad](#) uit.

Dit zou na de voorgaande opdracht niet al te moeilijk meer hoeven te zijn, verwijst eventueel terug naar die opdracht.

Misschien een leuke vervolgvraag: "Valt je iets op als je kijkt naar het totaal aantal graden van de drie hoeken en kun je dat uitleggen?"

Uitwerking

$$\angle A \approx 54^\circ, \angle B \approx 64^\circ \text{ en } \angle C \approx 62^\circ.$$

Opdracht 2.4

Bekijk wat iedereen heeft gemaakt en heeft bedacht over 'hoeken meten' met de geodriehoek.

Maak een eigen overzicht.

Toelichting

Loop samen met de leerlingen de overzichten na en kom zo tot een bruikbaar totaaloverzicht. Ieder schrijft het voor zichzelf op.

Uitwerking

Het theorieblok geeft het gewenste overzicht.

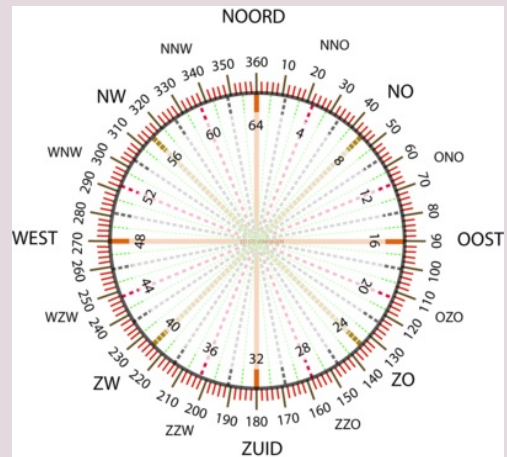
Theorie

Om te onthouden

Je kunt de grootte van een hoek precies meten, bijvoorbeeld met een doorzichtige kompasroos of met je geodriehoek.

Een kompasroos is verdeeld in 360 gelijke delen die **graden** heten. Je ziet de schaalverdeling op de cirkel lopen van 0 tot 360 graden. De 0 is niet neergezet, want hij staat op dezelfde plaats als de 360. Je schrijft 1 graad als 1° .

Op je geodriehoek staat een halve kompasroos, de **gradenboog**.

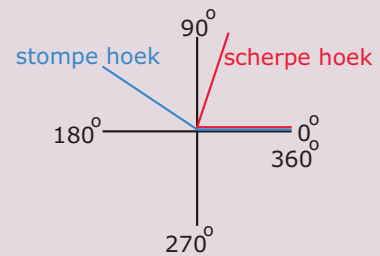


Figuur 2.4

Als je helemaal ronddraait, leg je 360° af: een **volle hoek** is 360° .

Dit betekent:

- een **rechte hoek** is een kwart van zo'n volle hoek, dus 90° ;
- een **gestrekte hoek** is de helft van een volle hoek, dus 180° ;
- een **scherpe hoek** ligt tussen de 0° en de 90° in;
- een **stompe hoek** ligt tussen 90° en 180° in.

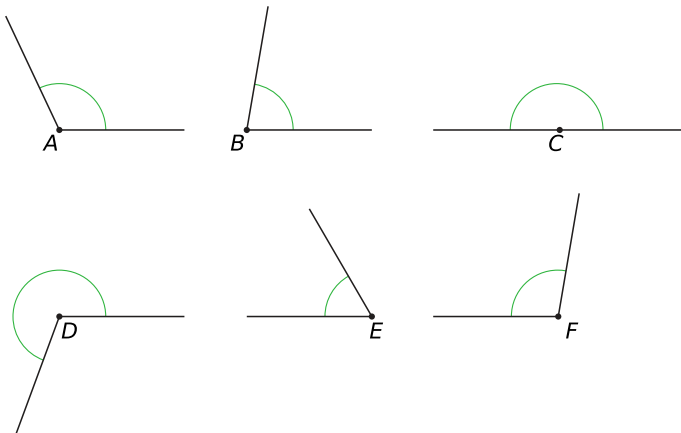


Figuur 2.5

Verwerken

★ Opgave 2.1

Je ziet zes verschillende hoeken. De hoeken staan ook op het [werkblad](#).

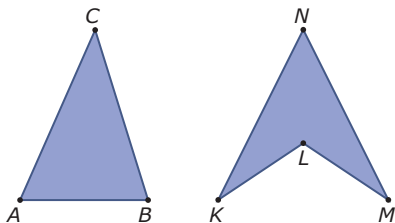


Figuur 2.6

Meet elke hoek in graden nauwkeurig.

★ Opgave 2.2

Je ziet een driehoek en een pijlpuntvlieger. De figuren staan ook op het [werkblad](#).



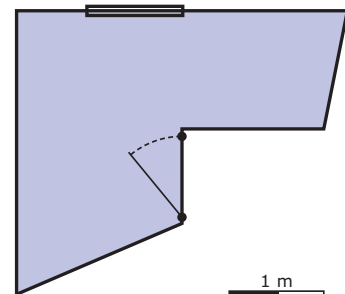
Figuur 2.7

- Meet de hoeken van de driehoek in graden nauwkeurig.
- Hoeveel graden zijn de hoeken van deze driehoek samen?
- Meet de hoeken van de pijlpuntvlieger in graden nauwkeurig.
- Hoeveel graden zijn de hoeken van deze pijlpuntvlieger samen?

★ Opgave 2.3

Je ziet een plattegrond van de kamer van Marieke. De plattegrond staat ook op een [werkblad](#). Marieke krijgt nieuwe vloerbedekking. De vloerbedekking bestaat uit vloertegels van 50 cm bij 50 cm. Om ze in de juiste vorm te snijden, meet ze de hoeken van haar kamer die niet recht zijn.

- Meet alle niet-rechte hoeken van Mariekes kamer.
- Teken de vloertegels op de plattegrond. Begin in de rechte hoek linksboven.
- Hoeveel hele tegels heeft ze nodig en hoeveel moeten er worden bijgesneden?

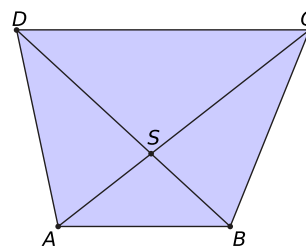


Figuur 2.8

★ **Opgave 2.4**

Bekijk de vierhoek $ABCD$ met daarin twee diagonalen.

- a Meet $\angle BSC$. Gebruik de figuur op het [werkblad](#).
- b Welke hoek is even groot als $\angle BSC$?
- c Meet $\angle ABC$, $\angle BCD$, $\angle CDA$ en $\angle DAB$.
Hoeveel graden zijn de hoeken van de vierhoek samen?



Figuur 2.9

★ **Opgave 2.5**

De Toren van Pisa staat scheef.

Het gebouw naast de Toren van Pisa maakt een hoek van 90° met de grond. Welke hoek maakt de Toren van Pisa met de grond? Meet dit met behulp van de foto.



Figuur 2.10

★ **Opgave 2.6**

Bij het speerwerpen moet de speer onder een bepaalde hoek omhoog worden geworpen. Als de hoek te klein is, valt de speer te snel op de grond, maar als de hoek te groot is, dan komt hij minder ver.



Figuur 2.11

Hoe groot is de hoek waarmee de speer op de foto wordt geworpen?

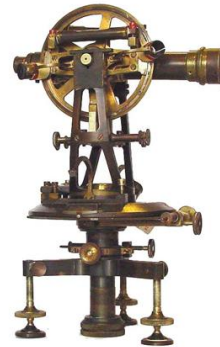
Toepassen

In de praktijk bestaan er diverse instrumenten om hoeken te meten.

Rechts zie je bijvoorbeeld een theodoliet, een instrument dat vroeger door landmeters werd gebruikt. Bekijk [Wikipedia over landmeetkunde](#).

Met het kijkertje kun je naar een punt kijken en dan zien welke verticale en welke horizontale hoek een lijn door de kijker naar dat punt met de 0-lijn van de kijker maakt.

Maar ook tegenwoordig worden nog allerlei hoekmeetinstrumenten gebruikt. Een fysiotherapeut gebruikt een hoekmeter om hoeken tussen lichaamsdelen te meten.



Figuur 2.12

★★ Opgave 2.7: Hoekmeter

Er bestaan allerlei instrumenten om hoeken te meten. Ze worden vooral gebruikt in de bouw en door landmeters. Zie hierboven.

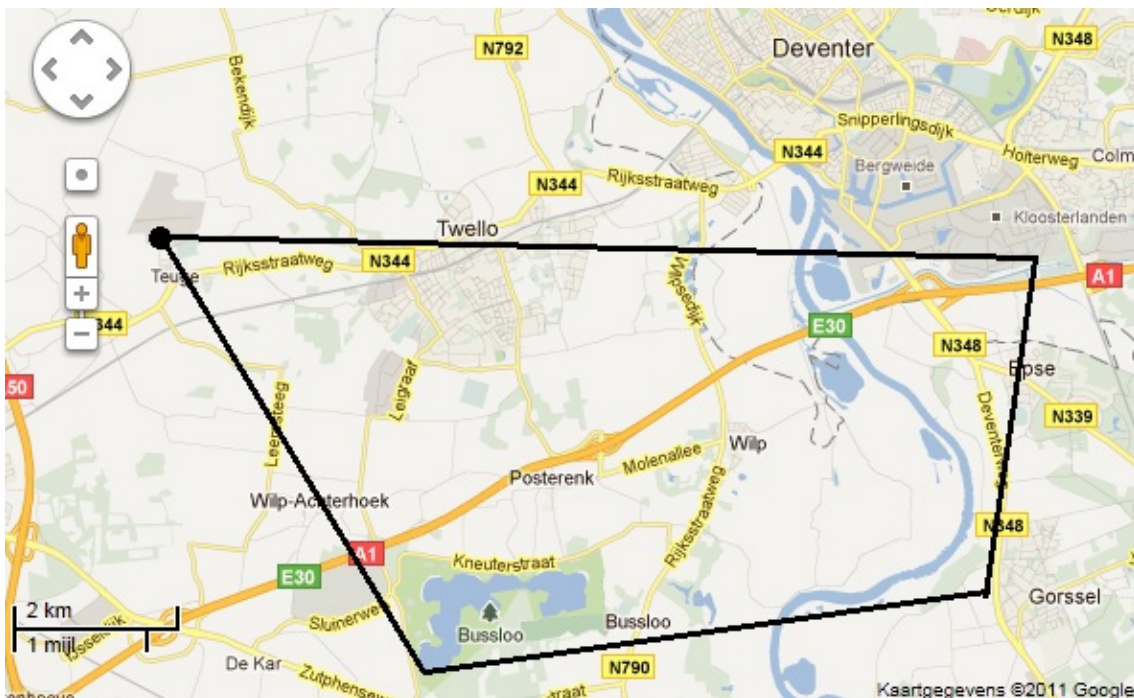
Maak een overzicht van minstens drie verschillende hoekmeters en de beroepen waarbij ze gebruikt worden. Beschrijf ook hoe ze worden gebruikt.

★★★ Opgave 2.8: Vliegerij

Je ziet hier op het [werkblad](#) een kaart van een deel van Nederland.

Elke cm op deze kaart is 5 km. Je kunt vliegveld Teuge zien liggen. Een vliegtuig vliegt een bepaalde afstand met een bepaalde koers. De afstand geef je in km en de koers in graden.

Die koers is steeds een hoek met het Noorden, net als op de kompasroos met de wijzers van de klok mee gemeten. Als je aangeeft dat een vliegtuig vliegt volgens $(40^\circ|20)$ dan bedoel je dat het 20 km vliegt met een koers van 40° ten opzichte van het Noorden. $(40^\circ|20)$ heet de koersvector.



Figuur 2.13

Je ziet hier een vlucht getekend. Die vlucht kan worden beschreven door vier koersvectoren.

- Schrijf elk van die vier koersvectoren op.
- Bedenk zelf zo'n rondvlucht vanaf Teuge en laat een medeleerling de koersvectoren bepalen.



Practicum

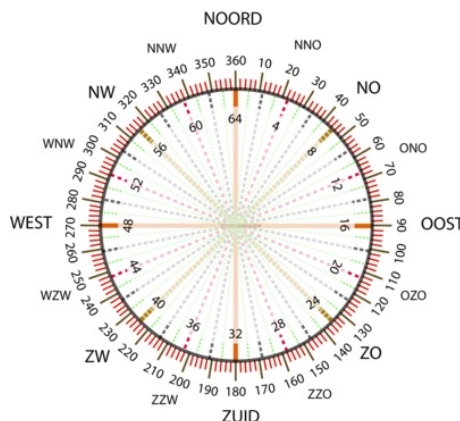
Met deze applet kun je het **hoeken meten met de geodriehoek** oefenen.

[Bekijk de applet.](#)

1.3 Hoeken tekenen

Inleiding

Zo'n windroos is bedoeld om bijvoorbeeld in de luchtvaart de koers van een vliegtuig ten opzichte van het Noorden te bepalen. Je kunt er koershoeken mee uitzetten.



Figuur 3.1

Je leert in dit onderwerp

- een hoek tekenen met een geodriehoek als het aantal graden gegeven is;
- een vlakke figuur met gegeven lengtes en hoeken tekenen.

Voorkennis

- de begrippen hoek, hoekpunt, benen, graden, grootte van een hoek;
- aangeven of een hoek recht, stomp, scherp, gestrekt, of overstrekt is en hoeveel graden daarbij hoort;
- hoeken meten;
- de namen van vlakke figuren.

Voor de docent

Bij het onderdeel 'Hoeken' gaat het erom dat leerlingen leren hoeken te tekenen met de geodriehoek als het aantal graden gegeven is. Ook moeten de leerlingen figuren waarvan hoeken en lengtes van zijden gegeven zijn kunnen tekenen. Je geeft de opdrachten mondeling.

Gewenste materialen:

- Schrijfmateriaal voor op de verticale uitwisbare werkvlakken, denk vooral aan geodriehoeken die op dergelijk werkvlakken kunnen worden gebruikt.

Opdracht 3.1

Nu je hoeken hebt leren meten, kun je ze vast ook wel zelf tekenen als het aantal graden gegeven is. Je krijgt steeds setjes van drie (of vier) hoeken. Teken die op je verticale werkplekken om de beurt en naast elkaar en dan de volgende serie weer eronder, enzovoorts. Zorg dat alle blijft staan (na eventuele eigen verbeteringen).

1. Teken de hoeken: $\angle A = 60^\circ$, $\angle B = 24^\circ$ en $\angle C = 87^\circ$.
2. Teken de hoeken: $\angle A = 160^\circ$, $\angle B = 124^\circ$ en $\angle C = 97^\circ$.
3. Teken de hoeken: $\angle A = 170^\circ$, $\angle B = 190^\circ$ en $\angle C = 234^\circ$.
4. Teken de hoeken: $\angle A = 270^\circ$, $\angle B = 294^\circ$ en $\angle C = 316^\circ$.
5. Teken de hoeken: $\angle A = 32^\circ$, $\angle B = 132^\circ$, $\angle C = 232^\circ$ en $\angle D = 332^\circ$.

Vervolgens schuiven jullie allemaal één werkplek naar links en ga je nameten of de getekende hoeken correct zijn. Eventueel geven jullie verbeteringen duidelijk aan.

— **Toelichting** —

Geef de opdracht mondeling en in vijf series van steeds drie hoeken.

Mogelijke hulpvragen: “Hoe begin je met een hoek?”, “Hoe leg je dan je geodriehoek erop?”, “Waar markeer je nu het juiste aantal graden?” en “Hoe maak je nu de hoek af?”. Ga na afloop nog wel even na of er nog ergens afwijkende hoeken voorkomen en bespreek wat er dan fout is gegaan, of waarom juist deze goed is.

— **Uitwerking** —

De antwoorden worden door een ander groepje gecontroleerd.

Opdracht 3.2

Nu je hoeken kunt tekenen, kun je ook meetkundige figuren tekenen waarvan hoeken en lengtes van lijnstukken gegeven zijn. Je krijgt weer een serie figuren om te tekenen, verdeel eerst je verticale werkvlak in vier gelijke delen.

1. Teken driehoek ABC met $AB = 30$ cm, $\angle A = 45^\circ$ en $\angle B = 70^\circ$.
2. Teken driehoek ABC met $AB = 30$ cm, $\angle A = 45^\circ$ en $\angle B = 120^\circ$.
3. Teken driehoek ABC met $AC = 30$ cm, $\angle A = 45^\circ$ en $\angle C = 120^\circ$.
4. Teken vierhoek $KLMN$ met $\angle K = \angle M = 52^\circ$, $\angle L = \angle N = 128^\circ$, $KN = 15$ cm en $KL = 13,5$ cm.

Vervolgens schuiven jullie allemaal één werkplek naar links en ga je nameten of de getekende figuren correct zijn. Eventueel geven jullie verbeteringen duidelijk aan.

— **Toelichting** —

Geef de opdracht mondeling en in vier stappen.

Mogelijke hulpvragen zijn: “Hoe begin je met de figuur?” en “Hoe teken je de gegeven hoeken, hoe moet je telkens je geodriehoek leggen?”.

— **Uitwerking** —

De antwoorden worden door een ander groepje gecontroleerd.

Opdracht 3.3

Bekijk wat iedereen heeft gemaakt en heeft bedacht over ‘hoeken tekenen’ met de geodriehoek en vervolgens figuren tekenen waarvan lengtes van zijden en hoeken gegeven zijn.

Maak een eigen overzicht.

— **Toelichting** —

Loop samen met de leerlingen de overzichten na en kom zo tot een bruikbaar totaaloverzicht. Ieder schrijft het voor zichzelf op.

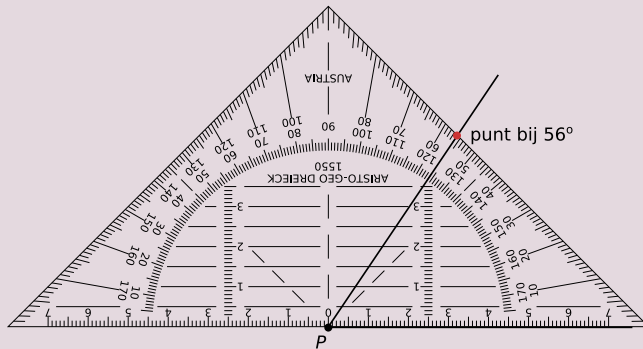
— **Uitwerking** —

Het theorieblok geeft het gewenste overzicht.

Theorie

Om te onthouden

Met behulp van de **gradenboog** van je geodriehoek kun je hoeken tekenen. Je legt dan de 0 van de geodriehoek op het gewenste hoekpunt en de langste zijde langs een been van de hoek. Bij het juiste aantal graden zet je een streepje of een punt om het tweede been te kunnen tekenen.



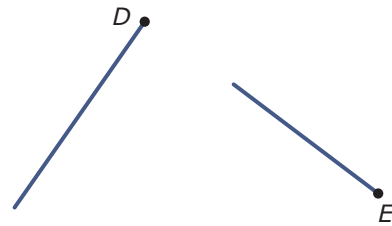
Figuur 3.2

En nu je lijnstukken met gegeven lengtes en hoeken met gegeven aantal graden kunt tekenen, kun je ook figuren tekenen waarvan lengtes en hoeken zijn gegeven. Dat zijn **meetkundige constructies**.

Verwerken

★ Opgave 3.1

Maak de hoeken af als $\angle D = 31^\circ$ en $\angle E = 76^\circ$. Gebruik het **werkblad**.



Figuur 3.3

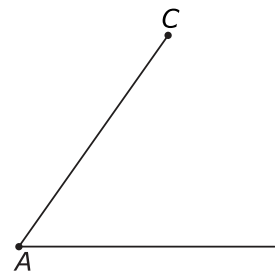
★ Opgave 3.2

Teken de vier hoeken: $\angle A = 65^\circ$, $\angle B = 170^\circ$, $\angle C = 111^\circ$ en $\angle D = 14^\circ$.

★ Opgave 3.3

Van driehoek ABC is het begin getekend. $\angle C = 62^\circ$.

- Maak de driehoek af. Gebruik het **werkblad**.
- Meet de grootte van $\angle A$ en $\angle B$ in graden nauwkeurig.
- Hoeveel graden zijn de hoeken van de driehoek samen?



Figuur 3.4

★ Opgave 3.4

Gegeven is dat vierhoek $PQRS$ een parallellogram is met $PQ = 5$ cm, $PS = 3$ cm en $\angle P = 52^\circ$.

- Teken het parallellogram $PQRS$.
- Teken de diagonalen van het parallellogram en noem het snijpunt M .
- Hoeveel graden is $\angle PMS$?

★ Opgave 3.5

- Teken $\triangle KLM$ met $\angle K = 60^\circ$, $\angle M = 40^\circ$ en $KM = 4$ cm. Meet vervolgens de grootte van $\angle L$.
- Teken $\triangle DEF$ met $\angle E = 117^\circ$, $DE = 4$ cm en $EF = 3$ cm. Meet beide andere hoeken van de driehoek.

Toepassen

★★ Opgave 3.6: R2D2 in beweging

Een robot beweegt op een groot vlak. Hij begint vanuit punt S (het startpunt) in een bepaalde richting vooruit te bewegen. Je kunt zijn bewegingsrichting veranderen met een afstandsbediening. Daarmee kun je een hoek instellen. Stel je bijvoorbeeld 10° in, dan draait de bewegingsrichting tegen de wijzers van de klok in met 10° .

- Laat de robot eerst 5 cm vooruit bewegen, dan 4 cm onder een hoek van 10° , dan 3 cm onder een hoek van 20° , daarna 2 cm onder een hoek van 30° en ten slotte 1 cm onder een hoek van 40° . Teken de baan van de robot.
- Laat de robot nu rechtstreeks naar het startpunt teruglopen. Hoeveel centimeter moet de robot afleggen?
- Laat de robot eerst 4 cm vooruit lopen, dan 4 cm onder een hoek van 10° , daarna 4 cm onder een hoek van 20° , enzovoort. De afstand blijft dus steeds hetzelfde en de hoek wordt telkens 10° groter. Komt de robot weer bij het startpunt S uit?



Figuur 3.5



- d Wat gebeurt er als je de robot eerst 4 cm vooruit laat lopen, dan 5 cm onder een hoek van 10° , daarna 6 cm onder een hoek van 20° , enzovoort? De afstand wordt dus steeds 1 cm groter en de hoek wordt steeds 10° groter.



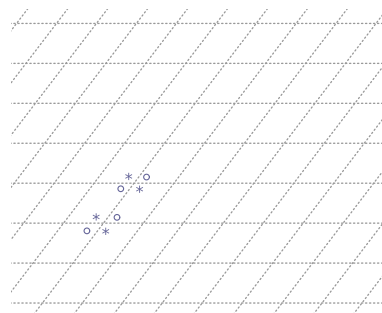
Opgave 3.7: Vijfpuntige ster

Teken een vijfpuntige ster waarvan alle zijden 6 cm lang zijn, alle punten hoeken van 46° hebben en alle andere hoeken 242° graden zijn.

1.4 Gelijke hoeken

Inleiding

Hoeken kunnen even groot zijn, ook al zijn hun benen dat niet. Ze hebben dan hetzelfde aantal graden. Maar hoe herken je in een figuur of hoeken gelijk zijn? Een belangrijk gegeven is de evenwijdigheid van bepaalde lijnen.



Figuur 4.1

Je leert in dit onderwerp

- een deellijn van een hoek tekenen;
- gelijke (even grote) hoeken herkennen met behulp van X-, F- en/of Z-hoeken.

Voorkennis

- de begrippen hoek, hoekpunt, benen, graden, grootte van een hoek;
- aangeven of een hoek recht, stomp, scherp, gestrekt, of overstrekt is en hoeveel graden daarbij hoort;
- hoeken meten en een hoek tekenen als het aantal graden is gegeven;
- de namen van vlakke figuren en ze tekenen als er hoeken en lengtes zijn gegeven.

Voor de docent

Bij het onderdeel 'Gelijke hoeken' gaat het erom dat leerlingen leren gelijke hoeken te herkennen. Daarmee gaan ze dan de grootte van een hoek afleiden uit die van al bekende hoeken. Ook gaan ze 'deellijnen (bissectrices)' tekenen en ervaren dat in elke driehoek de bissectrices van de hoeken door één punt gaan. Indien de groep dat toelaat kun je ook een eerste kennismaking met het begrip 'bewijs' bewerkstelligen in de derde opdracht. Je geeft de opdrachten mondeling.

Gewenste materialen:

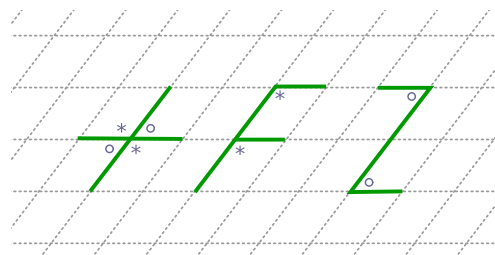
- Schrijfmateriaal voor op de verticale uitwisbare werkvlakken, ook geodriehoeken.
- Twee informatiebladen bij de eerste opdracht, de eerste is alleen voor jezelf om X-, F- en Z-hoeken te laten zien, de tweede is om uit te delen.

Opdracht 4.1

Soms zijn hoeken gelijk, maar waar herken je dat aan? In de figuur zie je dat bij snijdende lijnen en bij evenwijdige lijnen die worden gesneden door een derde lijn gelijke hoeken ontstaan:

- bij snijdende lijnen zijn de overstaande hoeken gelijk, je kunt van X-hoeken spreken;
- bij evenwijdige lijnen zijn F-hoeken en Z-hoeken gelijk.

Je krijgt op het [werkblad](#) een figuur te zien waarop evenwijdige lijnen voorkomen en één hoek is gegeven. Beredeneer de grootte van alle andere hoeken en laat zien hoe jullie dat hebben gedaan.



Figuur 4.2

Toelichting

Geef de opdracht mondeling en toon dit **informatieblad** erbij. Deel het niet uit. Vervolgens krijgen de leerlingen dit **werkblad** en moeten ze alle andere hoeken beredeneren.

Mogelijke hulpvragen: “Herken je X-, F-, of Z-hoeken waar de gegeven hoek deel van uitmaakt?”, “Hoe zit het met twee hoeken die samen een gestrekte hoek vormen?” en “Hoe maak je nu de antwoorden af?”.

Bespreek na afloop nog even hoe de beschrijving van hun redenering er het best uit kan zien.

Uitwerking

Kijk goed welke hoeken gelijk zijn, omdat het overstaande hoeken (X-hoeken), F-hoeken of Z-hoeken zijn. Bekijk ook goed welke hoeken samen 180° of 90° zijn.

$$\begin{aligned} \angle A_2 &= \angle A_4 = 180^\circ - \angle A_1 = 180^\circ - 34^\circ = 146^\circ. \\ \angle A_3 &= \angle A_1 = 34^\circ \text{ (X-hoeken)}. \\ \angle B_2 &= \angle B_5 = 90^\circ - \angle A_1 = 90^\circ - 34^\circ = 56^\circ. \\ \angle B_4 &= \angle B_1 = 34^\circ \text{ (Z-hoeken en X-hoeken vanaf } \angle A_1 \text{)}. \\ \angle B_6 &= \angle B_3 = 90^\circ \text{ (Z-hoeken)}. \end{aligned}$$

Er zijn trouwens vast andere manieren denkbaar.

Opdracht 4.2

Een ‘deellijn’ van een hoek, ook wel ‘bissectrice’ genoemd, is een lijn die een hoek in twee gelijke delen verdeelt. Omdat jullie de grootte van hoeken kunnen meten, kunnen jullie ook deellijnen tekenen: je hoeft de hoek maar in twee gelijke delen te verdelen!

Gegeven is $\triangle ABC$ met $AB = 40$ cm, $\angle A = 50^\circ$ en $\angle B = 70^\circ$.

Teken deze driehoek met alle bissectrices van de hoeken erin. Valt er iets op?

Toelichting

Geef de opdracht mondeling, leg even uit waar het woord ‘bissectrice’ vandaan komt.

Mogelijke hulpvragen zijn: “Hoe begin je met de figuur?”, “Hoe teken je de gegeven hoeken en zo de driehoek?”, “Hoe deel je $\angle A$ in twee gelijke delen? En hoe teken je dus de bissectrice van $\angle A$?” en “Hoe doe je dat bij $\angle C$?”.

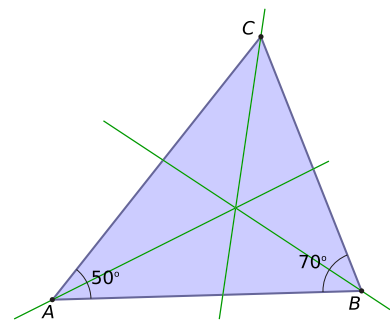
Misschien leuk om het na afloop nog even te hebben over het feit dat elk punt van een bissectrice gelijke afstanden heeft tot de benen van de hoek. En dat daarom de drie bissectrices wel een snijpunt moeten hebben dat evenver van alle drie de zijden ligt. Laat dit zien door de ingeschreven cirkel te (laten) tekenen.

Uitwerking

Teken eerst lijnstuk AB met daarop de hoeken $\angle A$ en $\angle B$. Je kunt dan driehoek ABC afmaken.

Vervolgens teken je de deellijnen door de hoeken in tweeën te delen. Daarvoor moet je de grootte van $\angle C$ zelf opmeten.

Als het goed is gaan de bissectrices door één punt, het middelpunt van de ingeschreven cirkel.

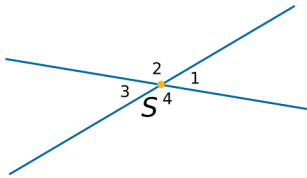


Figuur 4.3

Opdracht 4.3

In de wiskunde wil je meestal een bewijs hebben dat zaken waar zijn. Een mooi voorbeeld is het feit dat X-hoeken (die heten officieel ‘overstaande hoeken’) altijd gelijk zijn. Je gaat dit bewijs zelf leveren.

Teken twee snijdende lijnen, met snijpunt S . Noem de hoeken er omheen $\angle S_1$, $\angle S_2$, $\angle S_3$ en $\angle S_4$, zie figuur.



Figuur 4.4

Hoe groot zijn $\angle S_1$ en $\angle S_2$ samen?

Hoe groot zijn $\angle S_2$ en $\angle S_3$ samen?

Hoe kun hiermee je beredeneren dat $\angle S_1 = \angle S_3$?

Toelichting

Deze opdracht is bedoeld als kennismaking met het begrip 'bewijs'. Doe dit alleen met een klas waar dat binnenkomt.

Geef de opdracht mondeling en laat de leerlingen zelf de figuur tekenen.

Er worden in de opdracht al hulpvragen gesteld, je kunt er ook voor kiezen om dit niet te doen, maar ze eerst zelf te laten piekeren en later zo'n vraag als hulpvraag te verspreiden (indien nodig). Bespreek in ieder geval ook het begrip 'bewijs' in de wiskunde.

Bekijk wel na afloop samen wat de groepjes hebben opgeschreven, juist in de meetkunde bestaan leuke manieren om zaken compact weer te geven. Zie bijvoorbeeld de weergave van **Oliver Byrne: 'The first six books of the Elements of Euclid'**.

Uitwerking

$\angle S_1 + \angle S_2 = 180^\circ$ (samen een gestrekte hoek).

$\angle S_2 + \angle S_3 = 180^\circ$ (samen een gestrekte hoek).

$\angle S_2 = \angle S_2$ (dat is twee keer dezelfde hoek).

Dus $\angle S_1 = \angle S_3 = 180^\circ - \angle S_2$.

Opdracht 4.4

Bekijk wat iedereen heeft gemaakt en heeft bedacht over 'gelijke hoeken' herkennen en daarmee de grootte van een hoek afleiden uit die van een hoek waarvan de grootte bekend is. Verder komen 'deellijnen (bissectrices)' voorbij en leer je die tekenen.

Maak een eigen overzicht.

Toelichting

Loop samen met de leerlingen de overzichten na en kom zo tot een bruikbaar totaaloverzicht. Ieder schrijft het voor zichzelf op.

Uitwerking

Het theorieblok geeft het gewenste overzicht.

Theorie

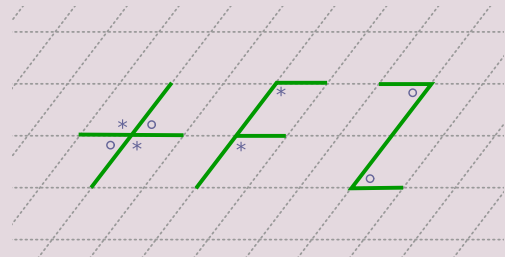
Om te onthouden

Gelijke hoeken hebben dezelfde grootte, dus hetzelfde aantal graden.

Vooraf bij snijdende lijnen en bij evenwijdige lijnen die worden gesneden door een derde lijn kom je ze veel tegen:

- Bij snijdende lijnen zijn de **overstaande hoeken** of **X-hoeken** gelijk.
- Bij evenwijdige lijnen zijn de **F-hoeken** en de **Z-hoeken** gelijk.

De lijn die een hoek in twee gelijke hoeken verdeelt, heet de **deellijn** of **bissectrice** van die hoek. Een deellijn van een hoek teken je door het aantal graden van de hoek door twee te delen. Soms moet je dat aantal graden eerst nog meten.

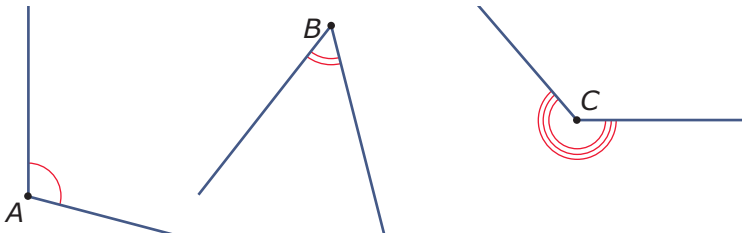


Figuur 4.5

Verwerken

★ Opgave 4.1

Teken in elke hoek op het **werkblad** de deellijn.



Figuur 4.6

★ Opgave 4.2

Teken de hoeken en teken er een deellijn in.

- a $\angle A = 104^\circ$
- b $\angle B = 36^\circ$
- c $\angle C = 75^\circ$
- d $\angle D = 260^\circ$

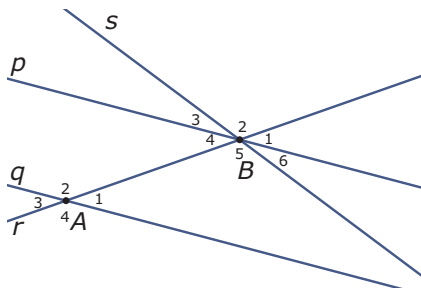
★ Opgave 4.3

Teken $\triangle ABC$ met $\angle A = 50^\circ$, $AB = 6$ cm en $AC = 4$ cm.

- a Laat zien dat de bissectrices van de hoeken van deze driehoek door één punt S gaan.
- b Om punt S zitten zes hoeken. Geef met gelijke tekenjes aan welke van die hoeken gelijk zijn.

★ Opgave 4.4

Bereken in de figuur alle hoeken. Gegeven is dat de lijnen p en q evenwijdig zijn, dat $\angle A_1 = 40^\circ$ en dat $\angle B_6 = 30^\circ$.



Figuur 4.7

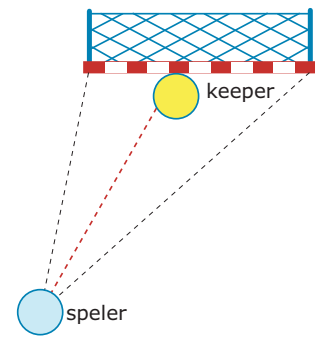
★ Opgave 4.5

Gegeven is een parallellogram $ABCD$ met $AB = 6$ cm en $AD = 4$ cm. Verder is $\angle BAD = 50^\circ$.

- a Teken dit parallellogram.
- b Leg uit hoe je de andere hoeken van dit parallellogram kunt berekenen.

Toepassen

Als bij een handbalwedstrijd de keeper een speler op zich af ziet komen om te scoren, kan hij het beste uitlopen langs de deellijn van de hoek waaronder de speler het doel ziet. Hier zie je een bovenaanzicht van de situatie.



Figuur 4.8

★★ Opgave 4.6: Doelman

Het uitlopen van de doelman op een doorgebroken speler die op doel wil schieten is een mooi voorbeeld van het toepassen van een deellijn.

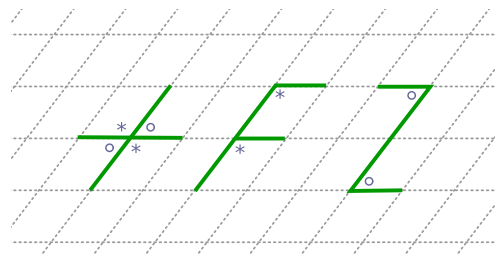
Bij een voetbalwedstrijd heeft een speler vanaf de punt van het strafschopgebied een vrije schietkans op doel. De keeper komt uit zijn doel om het scoren te bemoeilijken.

Hoe moet hij uitlopen? In de Wikipedia: voetbalveld vind je de afmetingen van een voetbalveld.

1.5 Hoeken berekenen

Inleiding

De grootte van een hoek kun je bepalen door opmeten. Maar dat is niet altijd nauwkeurig genoeg. Je hebt gezien hoe je hoeken kunt berekenen door te herkennen dat ze gelijk zijn aan andere hoeken, of samen 90° of 180° zijn. Daar ga je nu verder mee werken.



Figuur 5.1

Je leert in dit onderwerp

- hoeken berekenen door te werken met X-, F- en/of Z-hoeken, rechte hoeken en gestrekte hoeken;
- de som van de hoeken van een driehoek gebruiken.

Voorkennis

- de begrippen hoek, hoekpunt, benen, graden, grootte van een hoek;
- aangeven of een hoek recht, stomp, scherp, gestrekt, of overstrekt is en hoeveel graden daarbij hoort;
- hoeken meten en een hoek tekenen als het aantal graden is gegeven;
- X-, F- en/of Z-hoeken gebruiken om hoeken te berekenen;
- de bissectrice (deellijn) van een hoek tekenen;
- de namen van vlakke figuren en ze tekenen als er hoeken en lengtes zijn gegeven.

Voor de docent

Bij het onderdeel 'Hoeken berekenen' gaat het erom dat leerlingen leren hoeken te berekenen met behulp van de kennis uit het voorgaande onderdeel. Hier wordt daar aan toegevoegd de stelling dat de som van de hoeken van een driehoek 180° is. Het bewijs daarvan leveren de leerlingen zelf in de eerste opdracht. Je geeft de opdrachten mondeling.

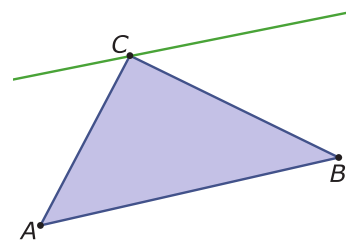
Gewenste materialen:

- Schrijfmateriaal voor op de verticale uitwissbare werkvlakken, ook geodriehoeken.
- Een werkblad bij de tweede opdracht om uit te delen.

Opdracht 5.1

Teken een driehoek ABC met door hoekpunt C een lijn evenwijdig aan AB .

Geef gelijke hoeken in de figuur aan en laat daarmee zien dat de som van de drie hoeken van een driehoek altijd op hetzelfde getal moet uitkomen.



Figuur 5.2

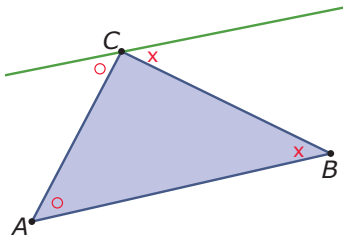
— Toelichting —

Geef de opdracht mondeling.

Mogelijke hulpvragen: "Herken je F-, of Z-hoeken in je figuur? Geef die dan aan met een kruisje of een rondje.", "Waar liggen de drie hoeken van de driehoek op één lijn?" en "Hoeveel graden is een gestrekte hoek ook alweer?".

Besprek na afloop nog even hoe de beschrijving van de redenering er het best uit kan zien.

Uitwerking

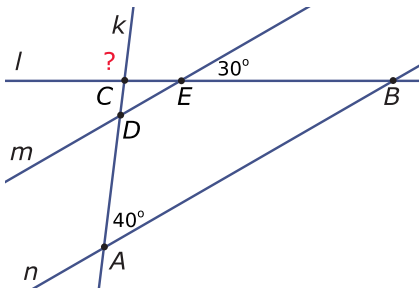


Figuur 5.3

De som van de hoeken van een driehoek is altijd 180° .

Opdracht 5.2

In de figuur zijn de lijnen m en n evenwijdig.



Figuur 5.4

Bereken de hoek met het vraagteken erin.

Toelichting

Geef de opdracht mondeling, deel het **informatieblad** uit.

Mogelijke hulpvragen zijn: “Wat betekent de evenwijdigheid van m en n voor andere hoeken?”, “Welke hoeken weet je nu ook?” en “Kun je iets met een driehoek doen?”.

Uitwerking

- $\angle ABE = 30^\circ$ (Z-hoeken).
- $\angle ACB = 180^\circ - 30^\circ - 40^\circ = 110^\circ$ (hoekensom driehoek).

De gevraagde hoek is gelijk aan $\angle ACB$ en dus ook 110° .

Er kunnen natuurlijk andere wegen worden bewandeld.

Opdracht 5.3

Teken $\triangle ABC$ met $\angle A = 60^\circ$, $\angle C = 40^\circ$ en $AB = 30$ cm.

Toelichting

Geef de opdracht mondeling.

Hulpvragen lijken hier nauwelijks nodig, de leerlingen lopen er wel vrij snel tegenaan dat ze $\angle B$ zouden moeten weten. Het gebruik van de hoekensom van een driehoek ligt dan wel voor de hand. Eventueel kun je terug verwijzen naar de voorgaande opdrachten.

Uitwerking

Bereken eerst $\angle B = 180^\circ - 60^\circ - 40^\circ = 80^\circ$.

Teken nu lijnstuk AB .

Zet $\angle A$ en $\angle B$ zo op dit lijnstuk dat er een driehoek ontstaat met de juiste $\angle C$.



Opdracht 5.4

Bekijk wat iedereen heeft gemaakt en heeft bedacht over hoeken berekenen. Hier komt de som van de hoeken van een driehoek aan bod.

Maak een eigen overzicht in combinatie met de kennis uit het voorgaande onderdeel.

— **Toelichting** —

Loop samen met de leerlingen de overzichten na en kom zo tot een bruikbaar totaaloverzicht. Het lijkt verstandig om ook de kennis van het voorgaande onderdeel hierbij mee te nemen. Ieder schrijft het voor zichzelf op.

— **Uitwerking** —

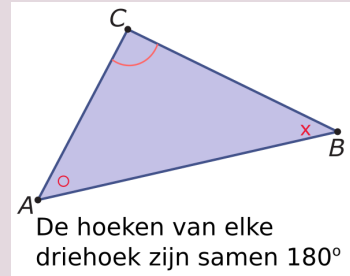
Het theorieblok geeft het gewenste overzicht.

Theorie

Om te onthouden

Vaak is het nauwkeuriger om hoeken niet te meten, maar de grootte ervan te berekenen. Je kunt **hoeken berekenen** door gebruik te maken van:

- Als twee hoeken samen een rechte hoek vormen (90°) en je weet er één, dan weet je ook de andere.
- Als twee hoeken samen een gestrekte hoek vormen (180°) en je weet er één, dan weet je ook de andere.
- Als twee hoeken samen een volle hoek vormen (360°) en je weet er één, dan weet je ook de andere.
- Een deellijn verdeelt een hoek in twee gelijke hoeken. Weet je er één van, dan weet je ook de andere.
- Overstaande hoeken (X-hoeken) zijn gelijk.
- Als twee evenwijdige lijnen worden gesneden door een derde lijn, dan zijn de F-hoeken en de Z-hoeken gelijk.
- De **hoeken van een driehoek** zijn samen 180° . Weet je de grootte van twee hoeken, dan kun je de derde hoek uitrekenen.

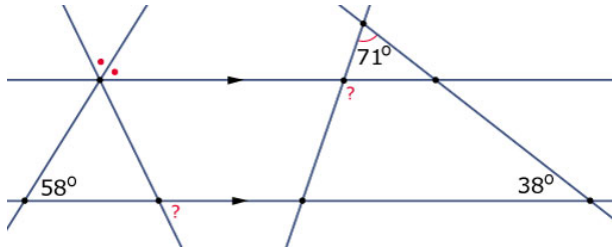


Figuur 5.5

Verwerken

★ Opgave 5.1

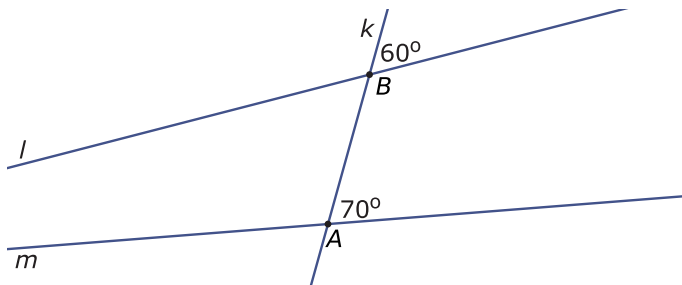
Bereken in de figuur de hoeken die met een vraagteken zijn aangegeven. De pijltjes geven aan dat de twee horizontale lijnen evenwijdig zijn en de rode stippen geven aan dat die twee hoeken even groot zijn.



Figuur 5.6

★ Opgave 5.2

Je ziet de lijnen k , l en m . De lijnen l en m zijn niet evenwijdig en snijden elkaar buiten beeld in het snijpunt S . Hoe groot is elk van de hoeken van $\triangle ABS$?



Figuur 5.7

★ Opgave 5.3

Teken $\triangle ABC$ met $\angle B = 50^\circ$, $\angle C = 100^\circ$ en $AC = 4$ cm.

★ Opgave 5.4

Je wilt weten hoeveel graden de hoeken van een vijfhoek samen zijn.

- Teken een vijfhoek $ABCDE$ en verdeel deze vijfhoek in drie driehoeken.
- Hoeveel graden zijn de hoeken van jouw vijfhoek samen?
- Geldt dit voor elke vijfhoek?

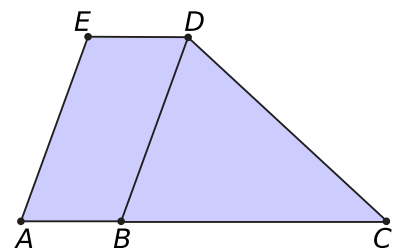
Een regelmatige vijfhoek is een vijfhoek waarvan alle zijden en alle hoeken even groot zijn.

- Hoe groot is elke hoek van zo'n regelmatige vijfhoek?

★ Opgave 5.5

In de figuur is $ABDE$ een parallellogram en BCD een driehoek. Bovendien is BD de deellijn van $\angle EDC$, ligt C in het verlengde van lijnstuk AB en is $\angle ABD = 110^\circ$.

Bereken $\angle C$.



Figuur 5.8

★ ★ **Opgave 5.6**

Van vierhoek $DEFG$ is $\angle D$ twee keer zo groot als $\angle E$ en zijn de hoeken E , F en G even groot. Bereken $\angle D$.

Toepassen

Bekijk de klokapplet

De wijzers van een klok maken voortdurend een hoek met elkaar. Om drie uur maken de minutenwijzer en de urenwijzer een rechte hoek met elkaar. Maar hoe groot is die hoek op een willekeurig tijdstip?

Als het bijvoorbeeld 1:15 uur is, dan staat de minutenwijzer precies op 15 en heeft hij 90° afgelegd vanaf de verticale stand. De urenwijzer legt 30° af als de minutenwijzer een volledig rondje van 360° maakt. Dus in een kwartier legt de urenwijzer $\frac{90}{360} \times 30 = 7,5^\circ$ af. De urenwijzer heeft daarom $30^\circ + 7,5^\circ = 37,5^\circ$ afgelegd vanaf de verticale stand. De hoek tussen beide wijzers is daarom $52,5^\circ$.



Figuur 5.9

★ ★ ★ **Opgave 5.7**

Gebruik eventueel de klokapplet.

- a** Welke hoek maken de minutenwijzer en de urenwijzer met elkaar om 12:25 uur?
- b** Welke hoek maken de wijzers met elkaar om 7:35 uur?
- c** Welke hoek maken de wijzers met elkaar om 11:19 uur?
- d** Om 0:00 uur maken de urenwijzer en de minutenwijzer een hoek van 0° . Op welke tijdstippen is dat weer zo? Geef nauwkeurige antwoorden, ook in delen van minuten.

★ ★ **Opgave 5.8**

Bereken de hoek tussen beide wijzers als het 5 over 3 is.

1.6 Totaalbeeld

Samenvatten

Begrippenlijst

- hoek, hoekpunt, benen — scherpe hoek, rechte hoek, stompe hoek, gestrekte hoek, overstreckte hoek
- graden — gradenboog
- meetkundige constructie
- gelijke hoeken — overstaande hoeken (X-hoeken), F-hoeken, Z-hoeken — bissectrice, deellijn
- hoekensom driehoek

Activiteitenlijst

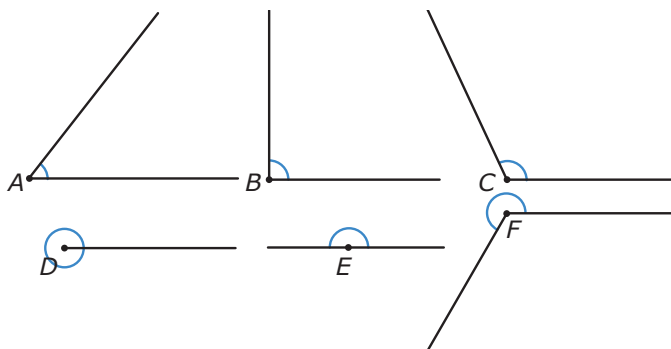
- de begrippen hoek met hoekpunt en benen en scherpe, stompe, rechte, gestrekte en overstreckte hoeken herkennen;
- het begrip 'graad' en het meten van hoeken in graden;
- hoeken tekenen als het aantal graden ervan is gegeven;
- de deellijn (bissectrice) van een hoek tekenen, werken met X-hoeken (overstaande hoeken), F-hoeken en Z-hoeken;
- de grootte van hoeken beredeneren, de som van de hoeken van een driehoek gebruiken.

Opgave 6.1

Teken een $\angle A$. Zet er op de juiste plaats de woorden 'hoekpunt' en 'been' (twee keer) bij en zet de letter bij het hoekpunt. Waarom is een boogje in de hoek nodig?

Opgave 6.2

Hier zie je zes verschillende hoeken. Ze staan ook op het [werkblad](#).



Figuur 6.1

- Schrijf bij elk van de hoeken of hij scherp, stomp, recht, gestrekt of overstrekt is. Zet in de rechte hoek het rechtehoekteken.
- Zet in elke hoek het juiste aantal graden.

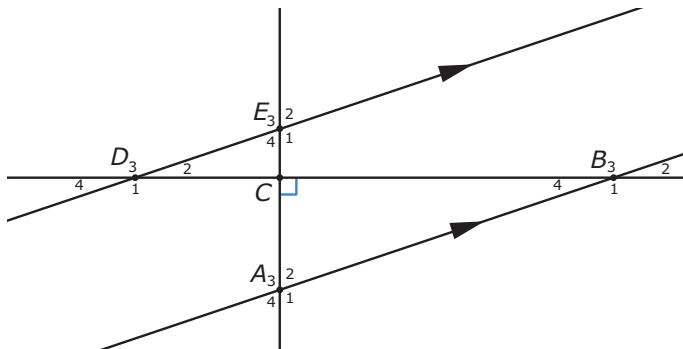
Opgave 6.3

Met een geodriehoek kun je hoeken tekenen.

- Teken $\angle A = 24^\circ$ en $\angle B = 100^\circ$.
- Teken in $\angle A$ en in $\angle C$ een deellijn.

Opgave 6.4

In deze figuur kun je gelijke X-hoeken, F-hoeken en Z-hoeken herkennen.



Figuur 6.2

- Schrijf van elk van deze drie soorten gelijke hoeken één paar op. Geef de hoeken met drie letters aan of met behulp van een genummerde letter.
- De vier hoeken bij punt C zijn recht en $\angle A_1 = 110^\circ$. Hoe groot is dan $\angle CDE$?

Opgave 6.5

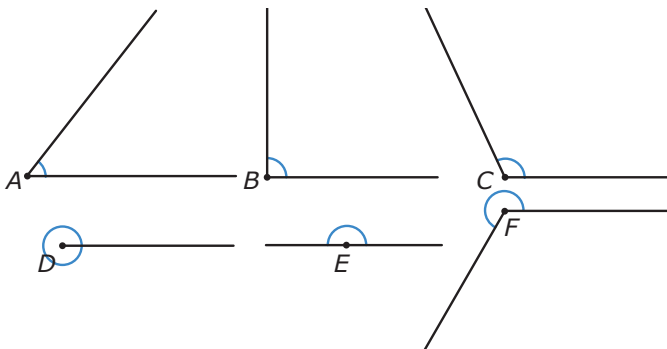
Met drie gegevens kun je een driehoek tekenen.

- Teken $\triangle ABC$ met de zijden $AB = 3$ cm, $AC = 2$ cm en $BC = 4$ cm.
- Teken $\triangle KLM$ met $KL = 6$ cm, $\angle K = 40^\circ$ en $\angle M = 110^\circ$.

Testen

Opgave 6.6

Deze zes hoeken vind je ook op het [werkblad](#).



Figuur 6.3

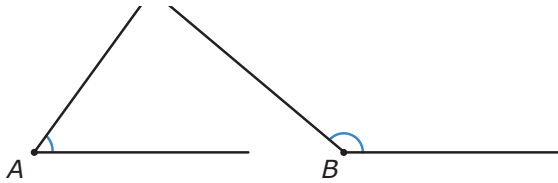
- In welke hoek hoort eigenlijk geen boogje te staan? Wat moet er wel staan?
- Zet de hoeken op volgorde van klein naar groot met behulp van het kleinerdanteken $<$.

★ Opgave 6.7

Teken de hoeken $\angle A = 32^\circ$, $\angle B = 161^\circ$, $\angle C = 199^\circ$ en zet bij elke hoek of hij scherp, stomp, recht, gestrekt of overstrekt is.

★ **Opgave 6.8**

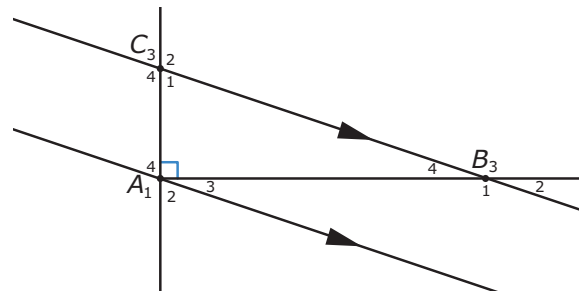
Teken op het **werkblad** in deze twee hoeken een deellijn en schrijf in je figuren hoe groot de beide delen van de hoek zijn.



Figuur 6.4

★ **Opgave 6.9**

Beredeneer de grootte van $\angle B_4$ als $\angle A_1 = 112^\circ$.



Figuur 6.5

★ **Opgave 6.10**

De hoeken A_1 en A_2 vormen samen een gestrekte hoek en $\angle A_1$ is vier keer zo groot als $\angle A_2$. Beredeneer de grootte van A_1 .

★ **Opgave 6.11**

Teken de driehoeken.

- a $\triangle KLM$ met $\angle L = 40^\circ$, $KM = 4$ en $KL = 5$ cm.
- b $\triangle PQR$ met $\angle P = 40^\circ$, $\angle Q = 60^\circ$ en $QR = 4$ cm.

★★ **Opgave 6.12**

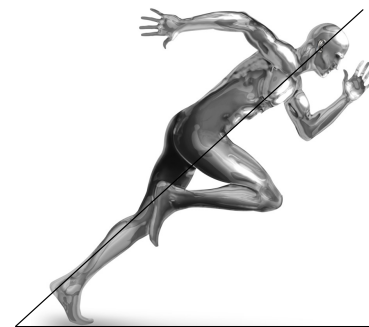
Bereken de exacte hoek die de wijzers van de klok met elkaar maken als het vijf voor half drie is.

Toepassen

★★ **Opgave 6.13: Hoeken in de sport**

De start is een van de belangrijkste elementen van de 100 meter sprint met atletiek. Wanneer een sprinter uit de startblokken komt, maakt hij eigenlijk een valbeweging. Dat betekent dat hij een hoek van 45° of minder maakt met de atletiekbaan.

- a Voor een perfecte start moet de hardloper een hoek van 45° of minder maken met de atletiekbaan. Meet de hoek die de hardloper maakt met de baan. Is dit een perfecte valbeweging?
- b Maak een schatting van het aantal graden dat de linker bovenarm maakt met de onderarm.
- c Kijk naar de rechterarm van de hardloper. Is de hoek die de onderarm met de bovenarm maakt een scherpe, rechte, stompe of een gestrekte hoek?
- d Zie je een scherpe hoek in de afbeelding van de hardloper? Zo ja welke?
- e Zie je een gestrekte hoek in de afbeelding?



Figuur 6.6



★★

Opgave 6.14: Hoe ver uit de kust?

Een schip vaart 's nachts evenwijdig aan de (rechte) kust van Noord-Holland. Op een bepaalde positie ziet de stuurman de vuurtoren van Egmond aan Zee onder een hoek van 20° ten opzichte van de vaarrichting van het schip. Na 5 km varen ziet de stuurman diezelfde vuurtoren onder een hoek van 60° met de vaarrichting.

Maak een tekening op schaal van deze situatie en bepaal hoe ver de afstand van het schip tot de kust is.

★★★

Opgave 6.15: Borden boven de snelweg

Het volgende probleem is heel mooi op te lossen met behulp van [GeoGebra](#).

Boven de snelweg hangen vaak borden om je de weg te wijzen. Die borden hangen zuiver verticaal met hun onderrand 5 m boven het wegdek. Neem aan dat zo'n bord 1,50 m hoog is. Je zit voorin een auto en rijdt onder dit bord door. Je oog zit steeds op 1 m boven het wegdek. De hoek tussen de twee lijnen vanuit je oog naar de onderrand en de bovenrand van het bord verandert daardoor steeds.

Op welke afstand voor het bord is die hoek het grootst?

Leerdoelentabel

In het achter de opgave kun je aangeven hoe je de opgave hebt gemaakt:

✓ goed gemaakt — S wel begrepen maar een slordige fout gemaakt — H hulp nodig gehad — G samen met groepje goed gemaakt — X fout gemaakt en niet goed begrepen — N niet bekeken

1	Hoeken	★	★★	★★★
	De begrippen hoek, hoekpunt en benen van een hoek en hoeken noteren.	1.1 <input type="checkbox"/> 1.3 <input type="checkbox"/> 1.4 <input type="checkbox"/> 1.5 <input type="checkbox"/> 1.6 <input type="checkbox"/>		
	Aangeven of een hoek groter of kleiner is dan een andere hoek.	1.1 <input type="checkbox"/> 1.3 <input type="checkbox"/> 1.4 <input type="checkbox"/> 1.6 <input type="checkbox"/>		
	Aangeven of een hoek recht, stomp, scherp, gestrekt, of overstrekt is.	1.1 <input type="checkbox"/> 1.2 <input type="checkbox"/> 1.4 <input type="checkbox"/> 1.5 <input type="checkbox"/> 1.6 <input type="checkbox"/> T 6.7 <input type="checkbox"/>	1.7 <input type="checkbox"/> 1.8 <input type="checkbox"/> T 6.13 <input type="checkbox"/>	
2	Hoeken meten	★	★★	★★★
	Het vlak verdelen in 360 graden en schatten hoeveel graden een hoek is.	2.1 <input type="checkbox"/> 2.2 <input type="checkbox"/> 2.3 <input type="checkbox"/> 2.4 <input type="checkbox"/> 2.5 <input type="checkbox"/> 2.6 <input type="checkbox"/> T 6.8 <input type="checkbox"/>		2.8 <input type="checkbox"/> T 6.15 <input type="checkbox"/>
	Berekenen hoeveel graden een rechte en een gestrekte hoek zijn en aangeven tussen welke aantallen graden een scherpe, een stompe en een overstreckte hoek liggen.	2.1 <input type="checkbox"/> 2.2 <input type="checkbox"/> 2.3 <input type="checkbox"/> 2.4 <input type="checkbox"/> 2.5 <input type="checkbox"/> 2.6 <input type="checkbox"/>	T 6.13 <input type="checkbox"/>	2.8 <input type="checkbox"/> T 6.15 <input type="checkbox"/>
	Hoeken opmeten met de geodriehoek en uitdrukken in graden.	2.1 <input type="checkbox"/> 2.2 <input type="checkbox"/> 2.3 <input type="checkbox"/> 2.4 <input type="checkbox"/> 2.5 <input type="checkbox"/> 2.6 <input type="checkbox"/>	2.7 <input type="checkbox"/>	2.8 <input type="checkbox"/>
3	Hoeken tekenen	★	★★	★★★
	Een hoek tekenen met een geodriehoek als het aantal graden gegeven is.	3.1 <input type="checkbox"/> 3.2 <input type="checkbox"/> 3.3 <input type="checkbox"/> 3.4 <input type="checkbox"/> 3.5 <input type="checkbox"/> T 6.7 <input type="checkbox"/> T 6.11 <input type="checkbox"/>	3.6 <input type="checkbox"/>	
	Een vlakke figuur met gegeven lengtes en hoeken tekenen.	3.3 <input type="checkbox"/> 3.4 <input type="checkbox"/> 3.5 <input type="checkbox"/> T 6.11 <input type="checkbox"/>	T 6.14 <input type="checkbox"/>	3.7 <input type="checkbox"/>
4	Gelijke hoeken	★	★★	★★★
	Een deellijn of bissectrice tekenen.	4.1 <input type="checkbox"/> 4.2 <input type="checkbox"/> 4.3 <input type="checkbox"/> T 6.8 <input type="checkbox"/>	4.6 <input type="checkbox"/>	
	Gelijke (even grote) hoeken herkennen met behulp van X-, F- en/of Z-hoeken.	4.3 <input type="checkbox"/> 4.4 <input type="checkbox"/> 4.5 <input type="checkbox"/> T 6.9 <input type="checkbox"/>		
5	Hoeken berekenen	★	★★	★★★
	Hoeken berekenen door te werken met X-, F- en/of Z-hoeken, rechte hoeken en gestrekte hoeken.	5.1 <input type="checkbox"/> 5.2 <input type="checkbox"/> 5.5 <input type="checkbox"/> T 6.9 <input type="checkbox"/> T 6.10 <input type="checkbox"/>	5.6 <input type="checkbox"/> 5.8 <input type="checkbox"/> T 6.12 <input type="checkbox"/>	5.7 <input type="checkbox"/>
	De som van de hoeken van een driehoek gebruiken.	5.1 <input type="checkbox"/> 5.2 <input type="checkbox"/> 5.3 <input type="checkbox"/> 5.4 <input type="checkbox"/> 5.5 <input type="checkbox"/> T 6.9 <input type="checkbox"/> T 6.11 <input type="checkbox"/>	5.6 <input type="checkbox"/>	

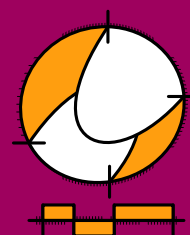
Het lesmateriaal in deze reader is gebaseerd op het materiaal dat ook op de Math4All website staat.

De reader is gegenereerd met de Math4All maatwerkdienst. De inhoud en de volgorde van de onderwerpen in deze reader zijn gekozen door docenten van het ConTeXt College.

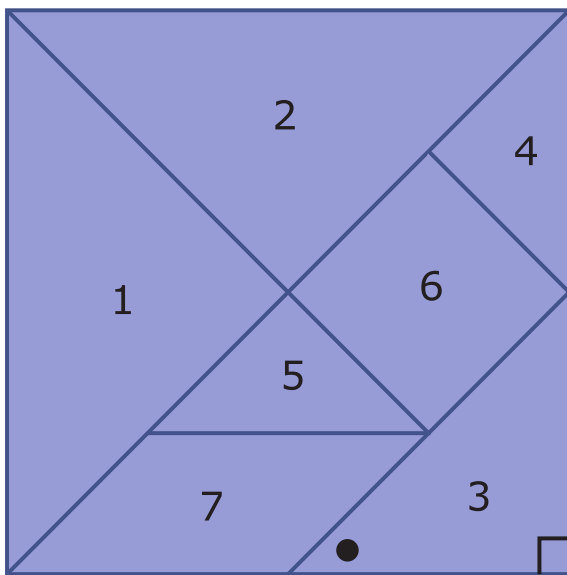
Stichting Math4All



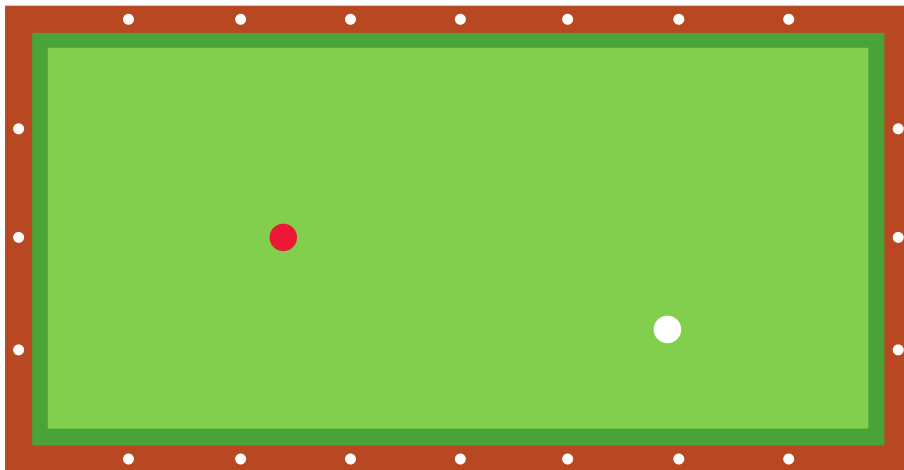
www.math4all.nl



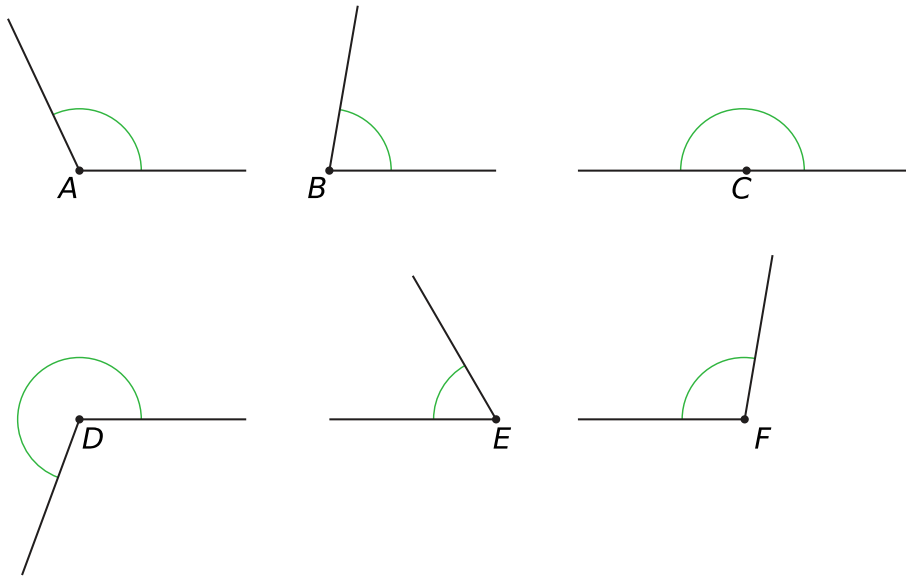
Werkblad bij Opgave 1.2 op pagina 9



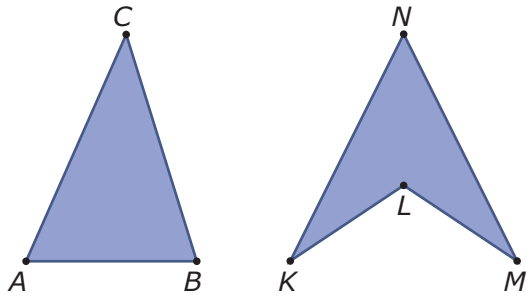
Werkblad bij Opgave 1.8 op pagina 11



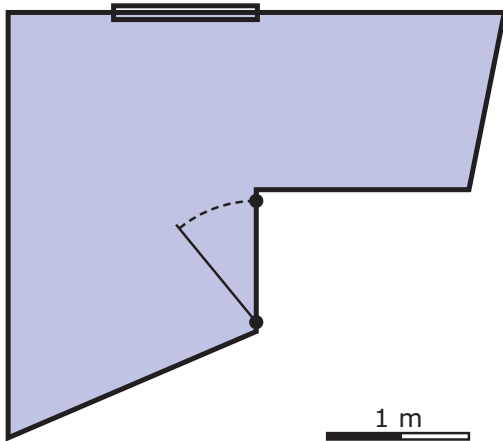
Werkblad bij Opgave 2.1 op pagina 16.



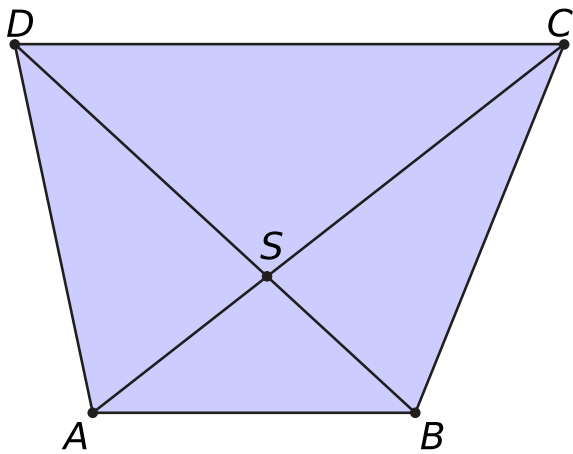
Werkblad bij Opgave 2.2 op pagina 16.



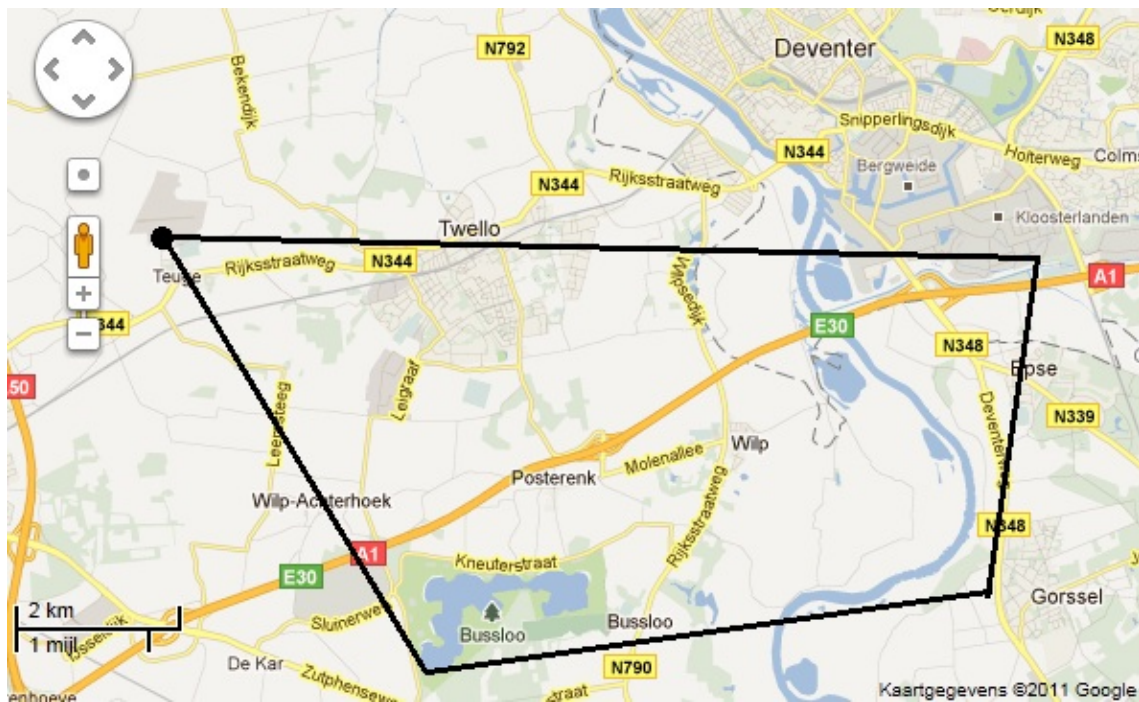
Werkblad bij Opgave 2.3 op pagina 16.



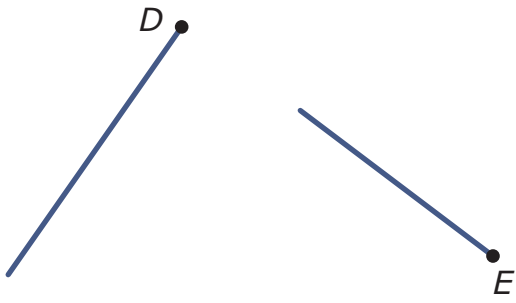
Werkblad bij Opgave 2.4 op pagina 17.



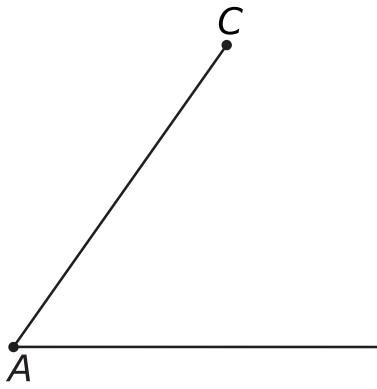
Werkblad bij Opgave 2.8 op pagina 18.



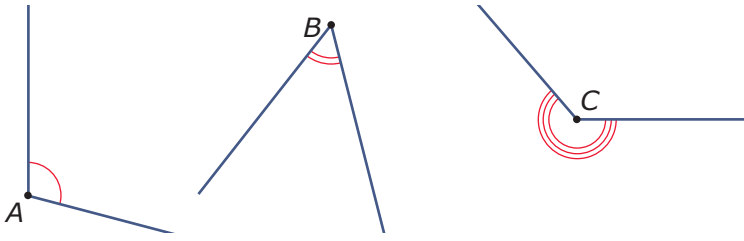
Werkblad bij Opgave 3.1 op pagina 23.



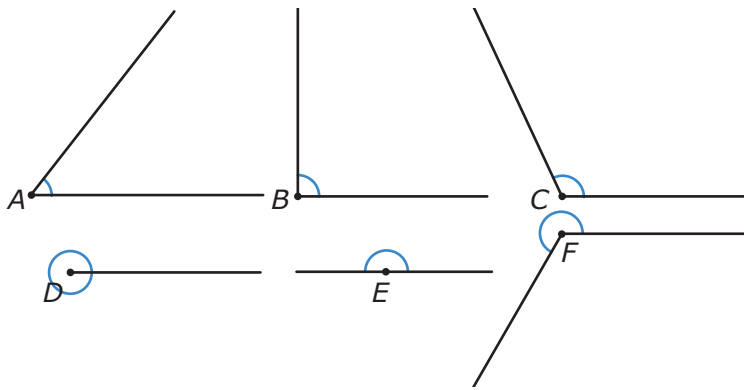
Werkblad bij Opgave 3.3 op pagina 23.



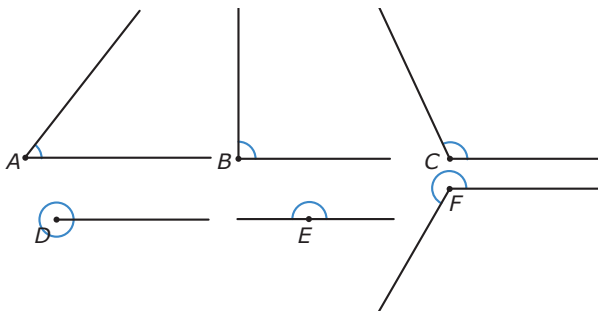
Werkblad bij Opgave 4.1 op pagina 29.



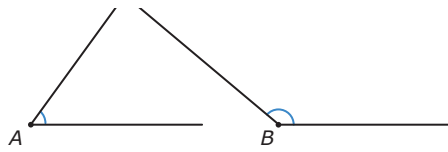
Werkblad bij Opgave 6.2 op pagina 37.



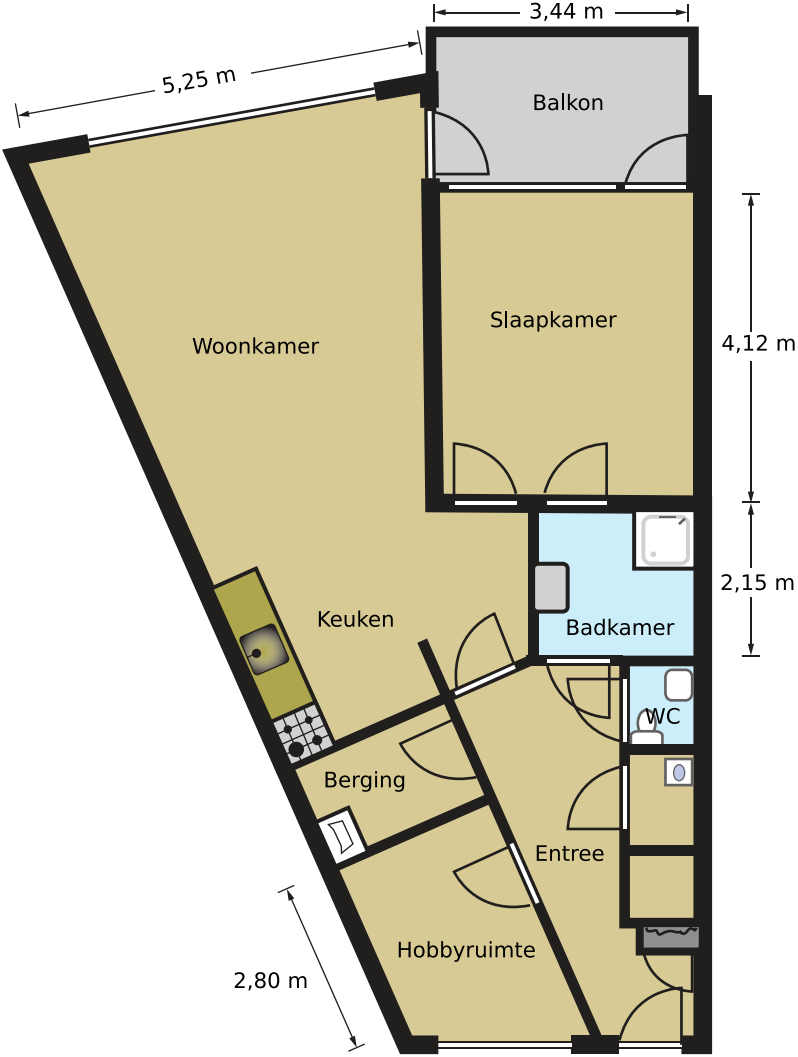
Werkblad bij Opgave 6.6 op pagina 38.



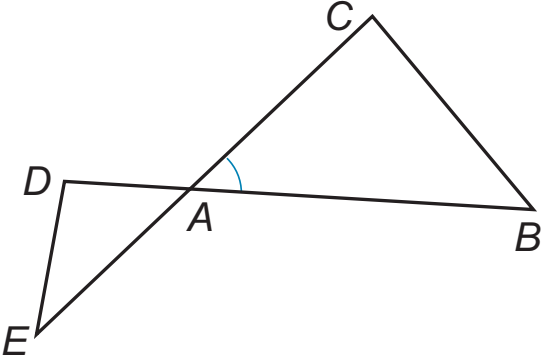
Werkblad bij Opgave 6.8 op pagina 39.



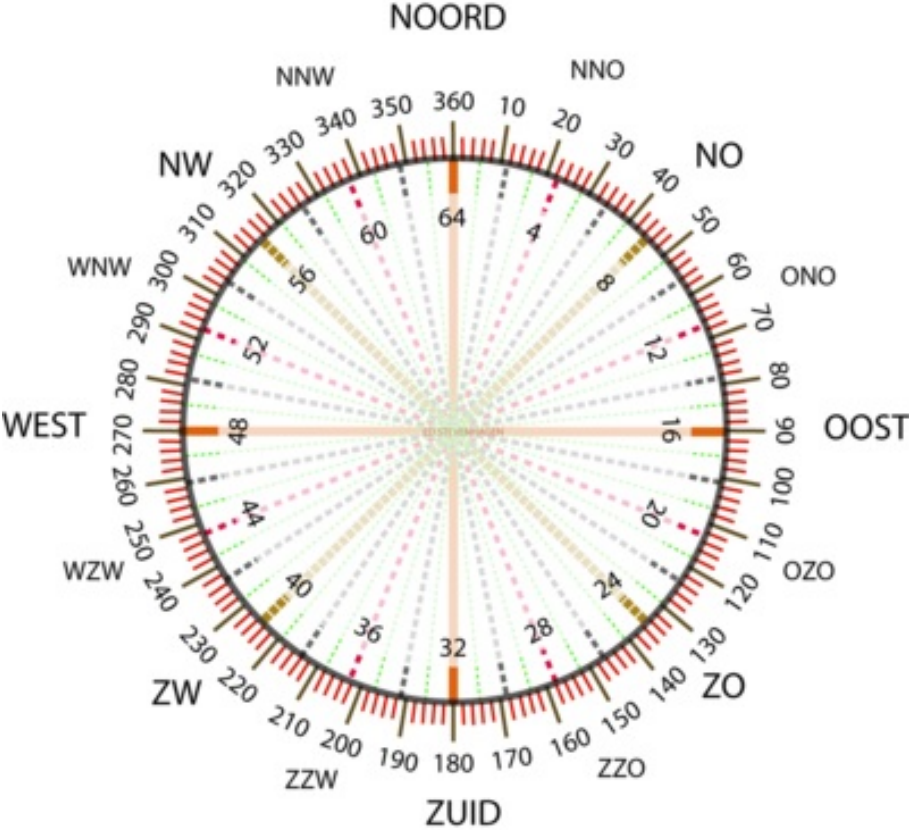
Informatieblad bij Opdracht 1.1



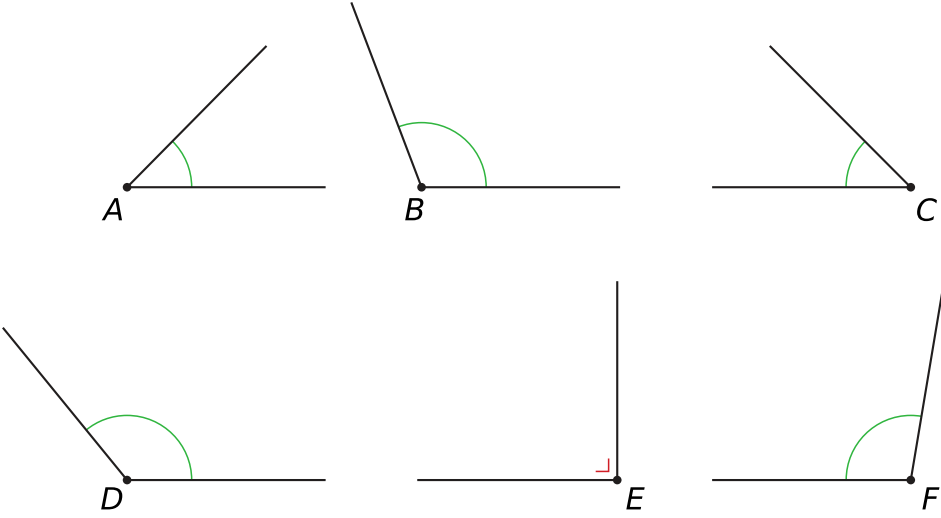
Informatieblad bij Opdracht 1.2



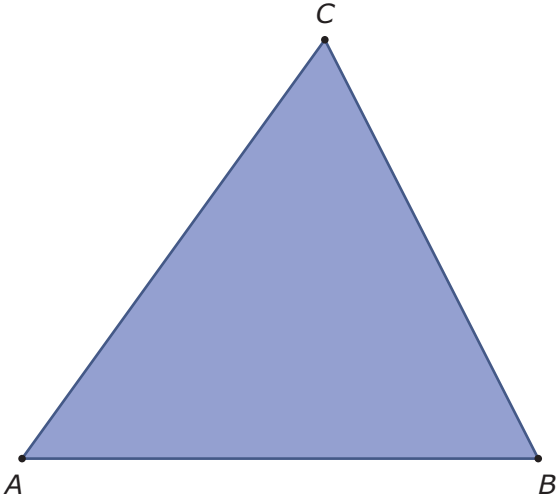
Informatieblad bij Opdracht 2.1



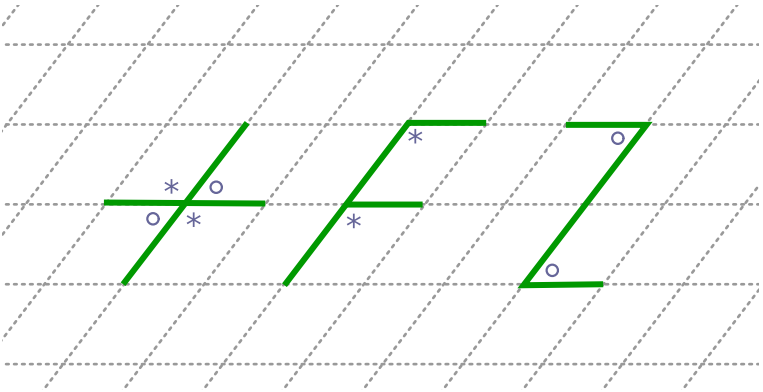
Informatieblad bij Opdracht 2.2



Informatieblad bij Opdracht 2.3

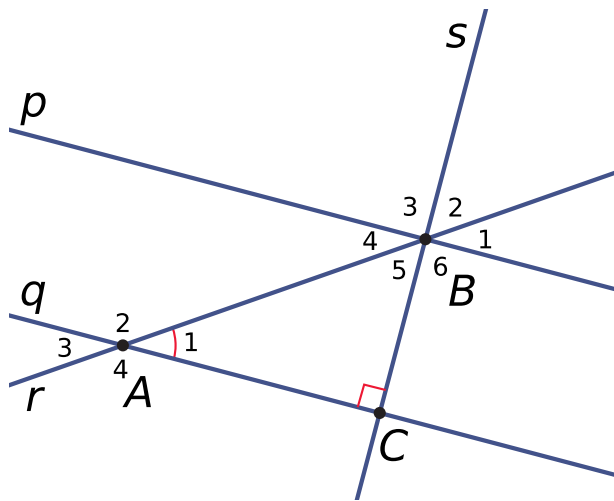


Informatieblad bij Opdracht 4.1



Informatieblad bij Opdracht 4.1

In deze figuur zijn de lijnen p en q evenwijdig. Verder is $\angle A_1 = 34^\circ$.



Informatieblad bij Opdracht 5.2

