Wiskunde

1 HAVO / VWO

Katern 2 / Werkboek / Opgaven

ConTeXt College

Inhoud

Begrippen

- hoek, hoekpunt, benen — scherpe hoek, rechte hoek, stompe hoek, gestrekte hoek, overstrekte hoek
- graden — gradenboog
- meetkundige constructie
- gelijke hoeken — overstaande hoeken (X-hoeken), F-hoeken, Z-hoeken — bissectrice, deellijn
- hoekensom driehoek

Activiteiten

- de begrippen hoek met hoekpunt en benen en scherpe, stompe, rechte, gestrekte en overstrekte hoeken herkennen;
- het begrip ‘graad’ en het meten van hoeken in graden;
- hoeken tekenen als het aantal graden ervan is gegeven;
- de deellijn (bissectrice) van een hoek tekenen, werken met X-hoeken (overstaande hoeken), F-hoeken en Z-hoeken;
- de grootte van hoeken beredeneren, de som van de hoeken van een driehoek gebruiken.

Even de hoek om

Domein

Meten en tekenen

Hoofdstuk

Hoeken

Inhoud

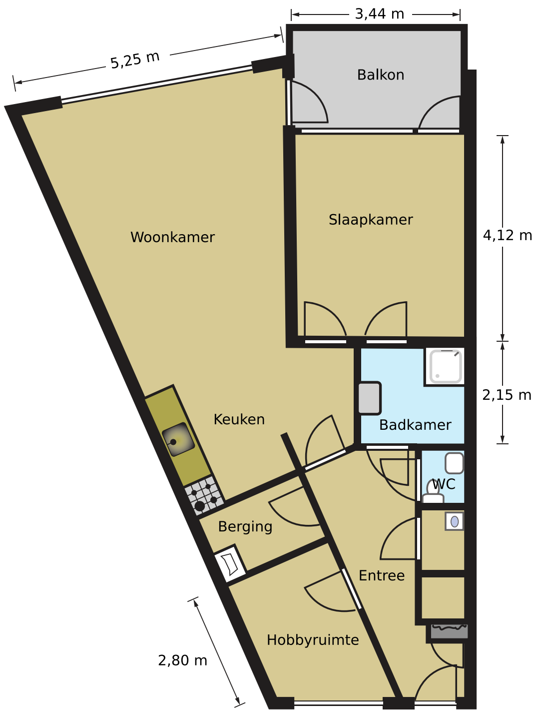
1

1.1 Hoeken

Verkennen

Opgave V1

Hier zie je de plattegrond van een appartement in een flatgebouw. Hij staat ook op het **werkblad**. Er zijn nogal wat ruimtes die niet de vorm van een rechthoek hebben.



a Welke ruimtes hebben de vorm van een rechthoek?

b De hobbyruimte heeft twee rechte hoeken. Geef die met een rechtehoekteken aan.

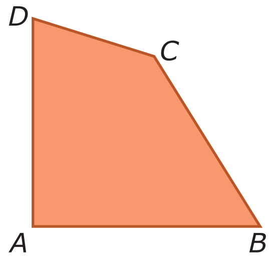
c De hobbyruimte heeft ook twee hoeken die niet recht zijn. Een van beide noem je scherp en de andere stomp. Zet een tekentje in de scherpe hoek.

d Op welke schaal is de tekening gemaakt?

Theorie

Opgave 1

Deze vierhoek stelt een op maat gesneden vloertegel voor. Er zijn vier hoeken.



a Welke van deze vier hoeken is recht?

A. $\angle A$
B. $\angle B$
C. $\angle C$
D. $\angle D$

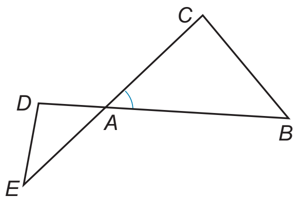
b Hoe noteer je de benen van $\angle B$?

c Welke hoeken zijn kleiner dan de rechte hoek?

A. $\angle A$
B. $\angle B$
C. $\angle C$
D. $\angle D$

Opgave 2

Bekijk de figuur.



a Waarom moet je de hoeken bij A met drie letters aangeven?

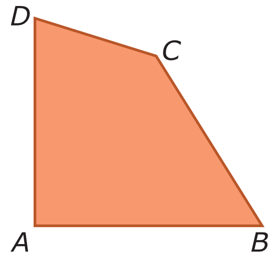
b Schrijf de hoeken A van de driehoeken met drie letters op.

c Waarom hoef je $\angle C$ van deze figuur niet met drie letters te noteren?

d Zet een sterretje in $\angle ADE$ en een rondje in $\angle AED$ in de figuur op je **werkblad**.

Opgave 3

Je ziet een vierhoek.



a Welke hoek is het grootst?

A. $\angle A$
B. $\angle B$
C. $\angle C$
D. $\angle D$

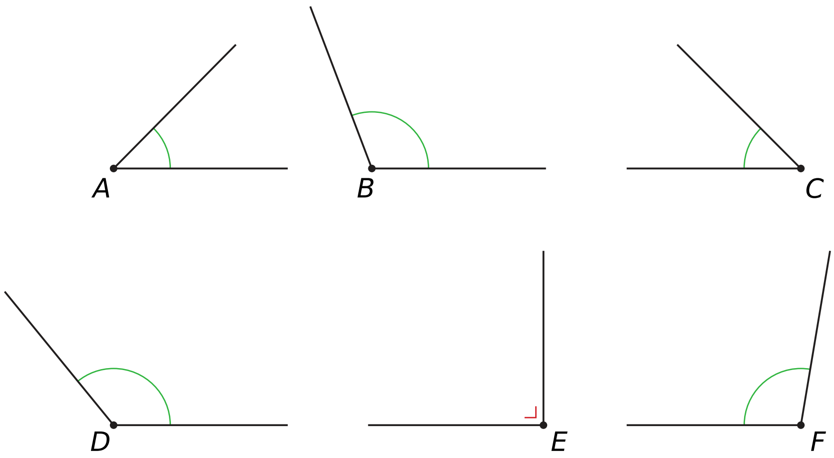
b Welke hoek is het kleinst?

A. $\angle A$
B. $\angle B$
C. $\angle C$
D. $\angle D$

c Zet alle hoeken op volgorde van klein naar groot met behulp van het kleinerdanteken $<$.

Opgave 4

Je ziet zes hoeken.



a Welke hoek lijkt het grootst?

A. $\angle A$
B. $\angle B$
C. $\angle C$
D. $\angle D$
E. $\angle E$
F. $\angle F$

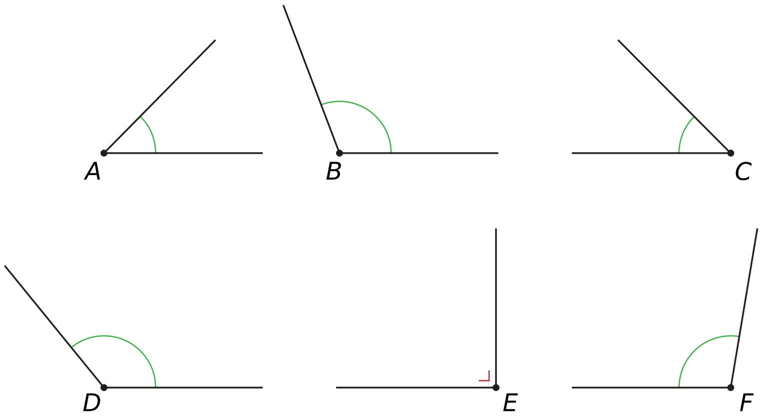
b Welke hoeken lijken even groot?

A. $\angle B$ en $\angle E$
B. $\angle B$ en $\angle F$
C. $\angle D$ en $\angle B$
D. $\angle A$ en $\angle C$
E. $\angle E$ en $\angle F$
F. $\angle E$ en $\angle D$

c Schrijf de hoeken op van klein naar groot met behulp van het kleinerdan- en isgelijkteken.

Opgave 5

Je ziet een serie hoeken. Noteer of de hoeken scherp, recht of stomp zijn.



Opgave 6

Gegeven is een stompe hoek A.

a Teken een mogelijke $\angle A$.

b Verdeel $\angle A$ door een lijn toe te voegen in een stompe en een scherpe hoek. Lukt dit altijd?

c Verdeel $\angle A$ in twee scherpe hoeken. Lukt dit altijd?

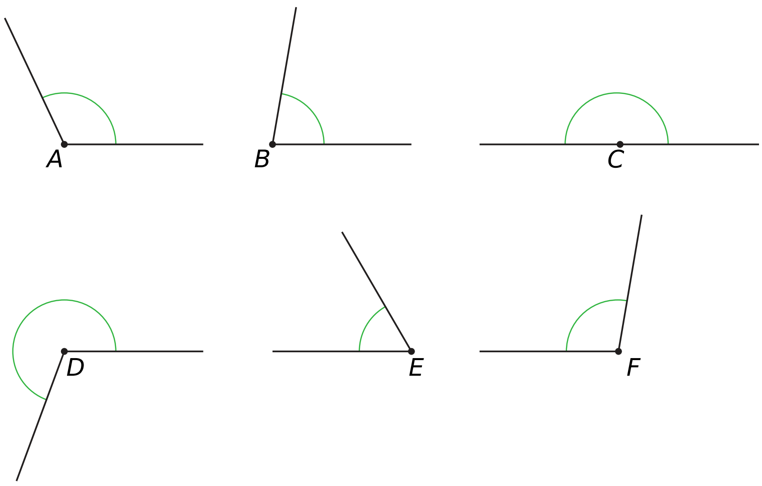
d Kun je $\angle A$ in twee stompe hoeken verdelen?

e Kun je $\angle A$ altijd verdelen in een rechte hoek en een scherpe hoek?

Verwerken

Opgave 7

Bekijk de zes hoeken.



a Zet de hoeken met behulp van het kleinerdanteken < op volgorde van klein naar groot.

b Welke hoeken zijn scherp?

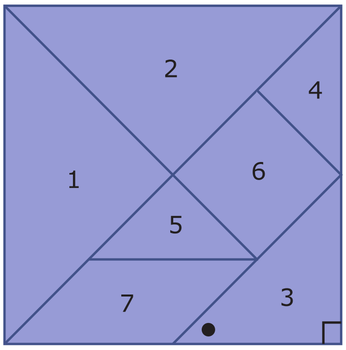
c Welke hoeken zijn stomp?

d Welke hoek is gestrekt?

e Welke hoek is overstrekt?

Opgave 8

Hier en op het **werkblad** zie je een vierkant dat bestaat uit verschillende figuren. In figuur 3 zie je een rondje en een loodrechtteken.



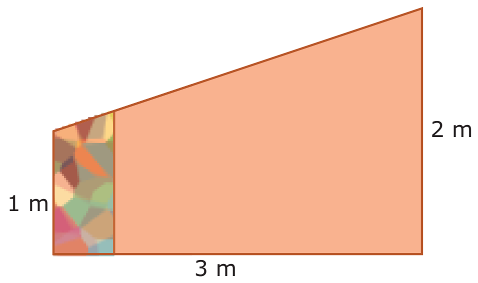
a Zet in iedere hoek die ook recht is het loodrechtteken.

b Zet een rondje in de scherpe hoeken.

c Zet een kruisje in de stompe hoeken.

Opgave 9

Een muur op een zolderkamer moet behangen worden. De muur is 3 meter lang en de banen behang zijn 50 centimeter breed. Op één rol zit 8 meter behang. De eerste baan behang zit er al op.



a Welke hoek is de grootste hoek van deze muur?

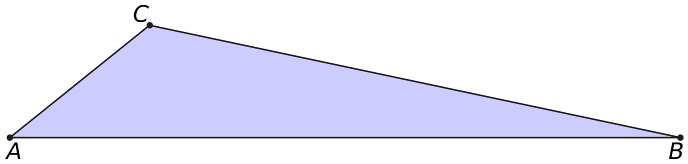
A. links onder
B. links boven
C. rechts onder
D. rechts boven

b De rol behang is scheef afgesneden. Je hoeft geen rekening te houden met het patroon. Wanneer je een nieuwe baan afsnijdt, past het scheef afgesneden stuk dan precies op het volgende stuk muur?

c Hoeveel rollen behang zijn er nodig voor deze muur, als je geen rekening hoeft te houden met het patroon?

Opgave 10

Bekijk de driehoek.



a Noteer de benen van $\angle C$.

b Zet de drie hoeken van deze driehoek in de juiste volgorde van klein naar groot.

A. $\angle A < \angle B < \angle C$
B. $\angle B < \angle C < \angle A$
C. $\angle C < \angle A < \angle B$

c Hoe noem je $\angle A$?

A. scherp
B. recht
C. stomp

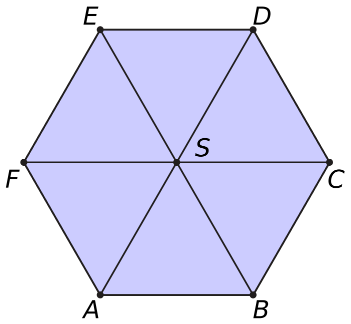
d Hoe noem je $\angle B$?

A. scherp
B. recht
C. stomp

e Hoe noem je $\angle C$?

A. scherp
B. recht
C. stomp

Opgave 11



Je ziet een zeshoek waarin drie diagonalen zijn getekend. Het snijpunt van de diagonalen is S.

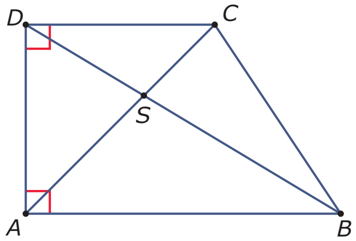
a Noteer de benen van $\angle EFA$.

b Wat is het hoekpunt en wat zijn de benen van $\angle BSD$?

c Wat voor hoek is $\angle CSF$?

d Hoeveel scherpe hoeken zie je in de figuur?

Opgave 12



Je ziet een rechthoekig trapezium met daarin twee diagonalen.

a Waarom moet elke hoek in deze figuur met drie letters worden aangeven?

b Geef de twee rechte hoeken met drie letters aan.

c Is $\angle ASB$ scherp, stomp of recht?

A. stomp
B. scherp
C. recht

Toepassen

Applet

De wijzers van een klok maken voortdurend een hoek met elkaar.

Om drie uur maken de minutenwijzer en de urenwijzer een rechte hoek met elkaar.
Is dat om kwart over zes ook zo? Of vormen ze dan een stompe hoek? Stel in de applet die tijdstippen maar eens in.

Om zes uur maken deze wijzers een gestrekte hoek met elkaar.
En hoe zit dat met half twaalf?

Als je nauwkeurig afspreekt wat je onder de hoek tussen de minutenwijzer en de urenwijzer verstaat, dan zijn overstrekte hoeken ook mogelijk. Hoe zit dat?

Opgave 13: De wijzers van een klok

De wijzers van een klok vormen een hoek. Daarmee wordt meestal de kleinste hoek bedoeld die ze met elkaar maken.

a Waarom is het belangrijk om af te spreken dat de hoek tussen de wijzers van een klok de kleinste hoek is?

b Maken de wijzers om 4:00 uur een scherpe of een stompe hoek met elkaar?

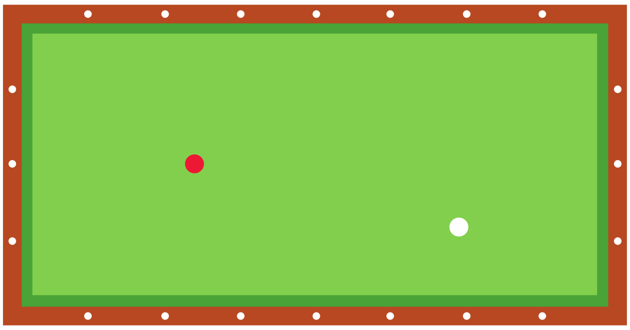
c En wat voor hoek maken ze als het 4:30 uur is?

d Op welk tijdstip maken de wijzers een gestrekte hoek met elkaar. Geef een voorbeeld.

e Op welke twee gehele uren maken de wijzers van de klok een rechte hoek met elkaar?

Opgave 14: Biljart

Als een biljartbal tegen de donkergroene rand van het biljart stuit, maakt hij een bepaalde hoek. De speler die aan de beurt is om te stoten speelt met de witte bal rechtsonder op het biljart.

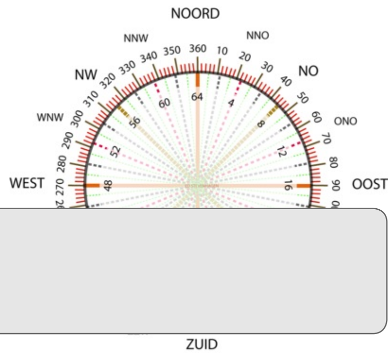


Teken de baan die deze witte bal moet afleggen om als eerste de rode bal te raken via één band. Schrijf in de hoek die de bal bij deze band maakt of hij scherp is of stomp. Gebruik de figuur op het **werkblad**.

1.2 Hoeken meten

Verkennen

Opgave V1



Hier zie je een windroos met de windrichtingen er in getekend. Hij is verdeeld in 360 hoekjes. Elk hoekje heet 1 graad. Bij het noorden (N) hoort 0 graden (en dus ook 360 graden).

a Welke twee getallen kun je bij het noorden zetten?

b Geldt dit ook voor andere windrichtingen?

c Hoeveel graden hoort er bij het oosten?

d Hoeveel graden hoort er bij het noordoosten en bij noordnoordoost?

e Hoeveel graden hoort er bij zuid en bij zuidzuidoost?

f Hoeveel graden hoort er bij west en bij westnoordwest?

Theorie

Opgave 1

Bekijk je geodriehoek.

a Wat zijn de verschillen tussen een kompasroos en je geodriehoek?

b Hoe groot is een rechte hoek? Geef je antwoord in graden.

Opgave 2

Gegeven is een gestrekte hoek A.

a Teken een gestrekte $\angle A$. Hoeveel graden is een gestrekte hoek?

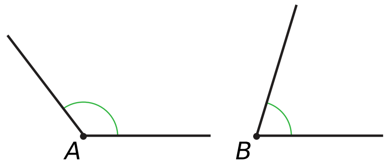
b Deel $\angle A$ in twee gelijke delen. Hoeveel graden is elk deel?

c Deel de helft van $\angle A$ weer in twee gelijke delen. Hoeveel graden is elk deel?

d Pak je geodriehoek. Je geodriehoek heeft drie hoeken. Hoe groot is elk van de drie hoeken van je geodriehoek?

Opgave 3

Je ziet een scherpe hoek en een stompe hoek.



a Tussen welke graden ligt de scherpe hoek B?

b $\angle B$ is

A. groter dan een halve rechte hoek

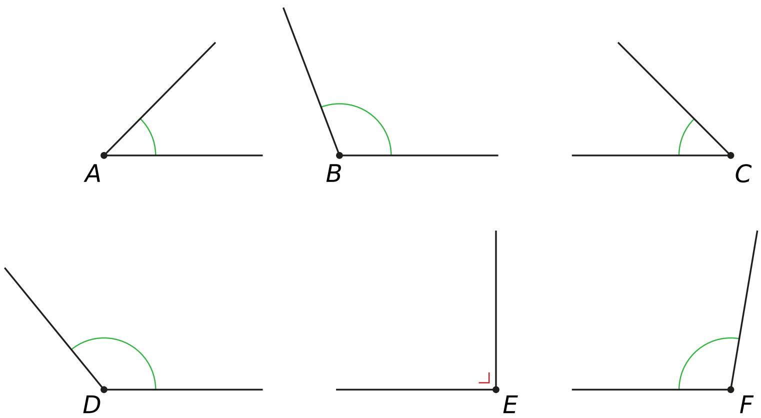
B. kleiner dan een halve rechte hoek

c Schat de grootte van $\angle B$.

d Schat ook de grootte van $\angle A$.

Opgave 4

Je ziet zes hoeken.



Schat de grootte van elke hoek. Gebruik de punten van je geodriehoek bij het schatten.

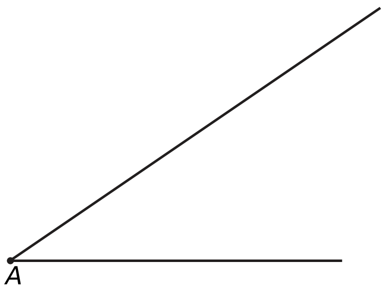
Opgave 5

Het meten van een scherpe en stompe hoek kun je oefenen met de applet in het **Practicum**.

Je maakt eerst een scherpe hoek door de punten A, B en C te verplaatsen. Dan draai je met het punt 'draaien' de geodriehoek in de goede stand en verschuif je hem met 'verschuiven' naar de goede plek. Je kunt de driehoek nog een beetje bijdraaien en verschuiven tot hij precies goed ligt. Lees nu het juiste aantal graden af en controleer je antwoord. Oefen zelf (of met een medeleerling). Maak ook eens een stompe hoek.

Opgave 6

Meet $\angle A$ op met je geodriehoek. Hoeveel graden is $\angle A$? Je vindt de hoek ook terug op het **werkblad**.

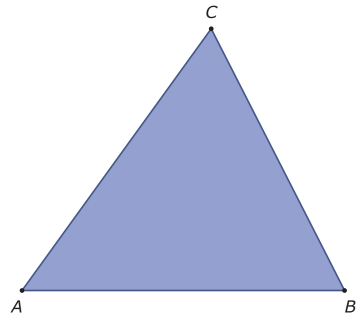


Opgave 7

Leg uit hoe je met je geodriehoek een overstrekte hoek meet. Geef een voorbeeld.

Opgave 8

Je ziet een driehoek met drie scherpe hoeken. Om te meten hoeveel graden die hoeken zijn, gebruik je je geodriehoek. Soms moet je de zijden van de driehoek langer maken. De driehoek staat ook op het **werkblad**.



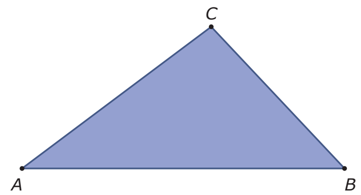
a Schat eerst de grootte van $\angle A$.

b Meet de grootte van $\angle A$ in graden nauwkeurig.

c Meet de twee andere hoeken op dezelfde manier.

Opgave 9

Je ziet een driehoek met twee scherpe hoeken en één stompe hoek. Om te meten hoeveel graden die hoeken zijn, gebruik je je geodriehoek. Soms moet je de zijden van de driehoek langer maken. De driehoek staat ook op het **werkblad**.



a Welke hoek is stomp?

A. $\angle A$
B. $\angle B$
C. $\angle C$

b Waarom kan een driehoek geen twee stompe hoeken hebben?

c Schat eerst de grootte van de stompe hoek en meet de stompe hoek vervolgens in graden nauwkeurig.

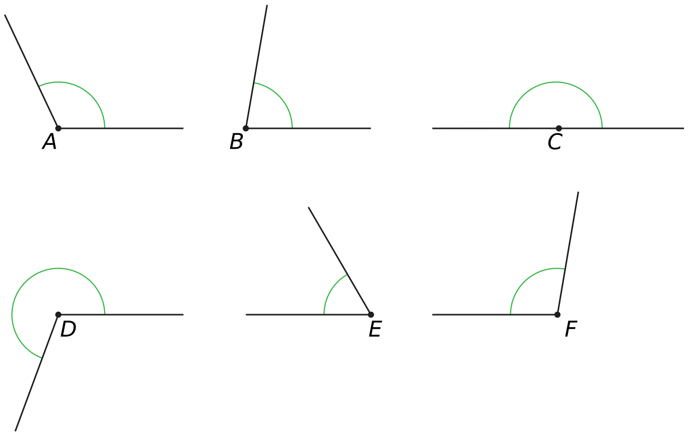
d Meet nu ook $\angle A$ en $\angle B$.

e Hoeveel graden zijn $\angle A$, $\angle B$ en $\angle C$ samen?

Verwerken

Opgave 10

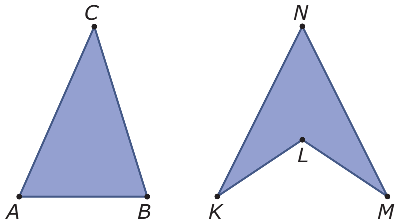
Je ziet zes verschillende hoeken. De hoeken staan ook op het **werkblad**.



Meet elke hoek in graden nauwkeurig.

Opgave 11

Je ziet een driehoek en een pijlpuntvlieger. De figuren staan ook op het **werkblad**.



a Meet de hoeken van de driehoek in graden nauwkeurig.

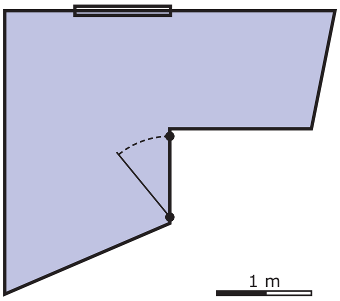
b Hoeveel graden zijn de hoeken van deze driehoek samen?

c Meet de hoeken van de pijlpuntvlieger in graden nauwkeurig.

d Hoeveel graden zijn de hoeken van deze pijlpuntvlieger samen?

Opgave 12

Je ziet een plattegrond van de kamer van Marieke. De plattegrond staat ook op een **werkblad**. Marieke krijgt nieuwe vloerbedekking. De vloerbedekking bestaat uit vloertegels van 50 cm bij 50 cm. Om ze in de juiste vorm te snijden, meet ze de hoeken van haar kamer die niet recht zijn.



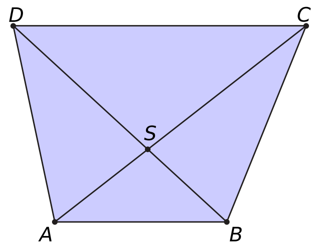
a Meet alle niet-rechte hoeken van Mariekes kamer.

b Teken de vloertegels op de plattegrond. Begin in de rechte hoek linksboven.

c Hoeveel hele tegels heeft ze nodig en hoeveel moeten er worden bijgesneden?

Opgave 13

Bekijk de vierhoek $ABCD$ met daarin twee diagonalen.



a Meet $\angle BSC$. Gebruik de figuur op het **werkblad**.

b Welke hoek is even groot als $\angle BSC$?

c Meet $\angle ABC$, $\angle BCD$, $\angle CDA$ en $\angle DAB$.
Hoeveel graden zijn de hoeken van de vierhoek samen?

Opgave 14

De Toren van Pisa staat scheef.

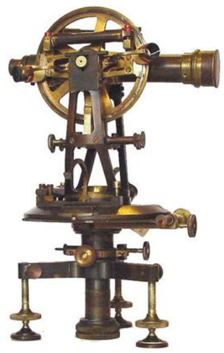
Het gebouw naast de Toren van Pisa maakt een hoek van $90°$ met de grond. Welke hoek maakt de Toren van Pisa met de grond? Meet dit met behulp van de foto.

Opgave 15

Bij het speerwerpen moet de speer onder een bepaalde hoek omhoog worden geworpen. Als de hoek te klein is, valt de speer te snel op de grond, maar als de hoek te groot is, dan komt hij minder ver.

Hoe groot is de hoek waarmee de speer op de foto wordt geworpen?

Toepassen



In de praktijk bestaan er diverse instrumenten om hoeken te meten.
Rechts zie je bijvoorbeeld een theodoliet, een instrument dat vroeger door landmeters werd gebruikt. Bekijk **Wikipedia over landmeetkunde**.
Met het kijkertje kun je naar een punt kijken en dan zien welke verticale en welke horizontale hoek een lijn door de kijker naar dat punt met de 0-lijn van de kijker maakt.

Maar ook tegenwoordig worden nog allerlei hoekmeetinstrumenten gebruikt. Een fysiotherapeut gebruikt een hoekmeter om hoeken tussen lichaamsdelen te meten.

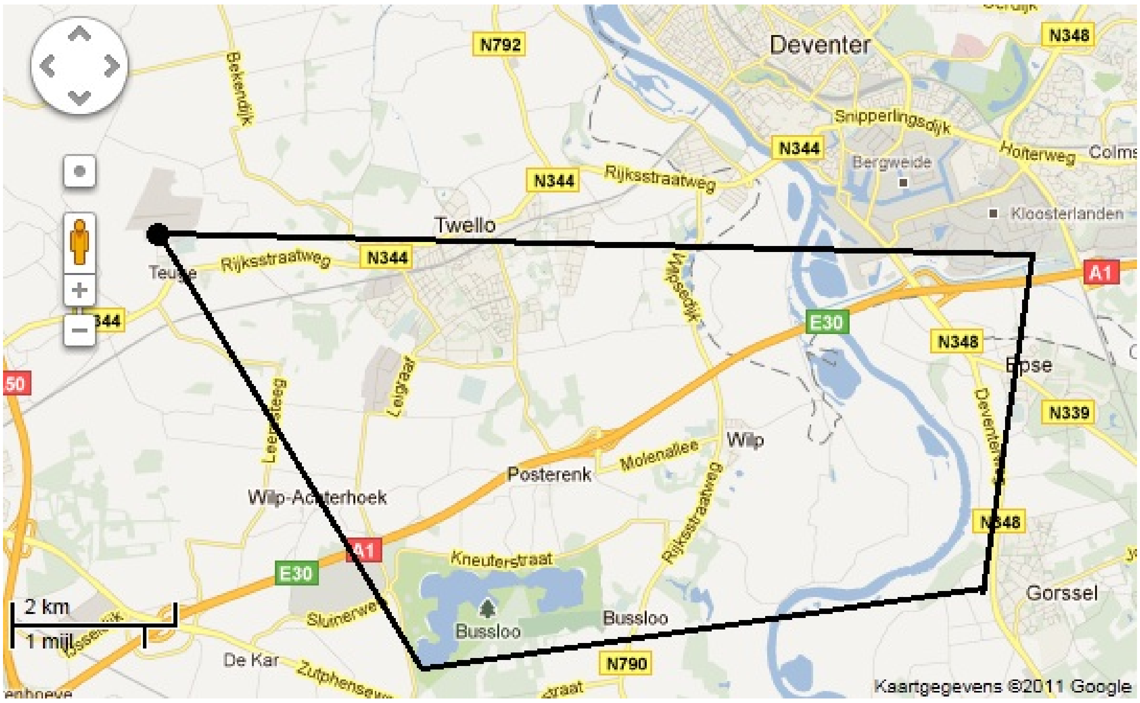
Opgave 16: Hoekmeter

Er bestaan allerlei instrumenten om hoeken te meten. Ze worden vooral gebruikt in de bouw en door landmeters. Zie hierboven.

Maak een overzicht van minstens drie verschillende hoekmeters en de beroepen waarbij ze gebruikt worden. Beschrijf ook hoe ze worden gebruikt.

Opgave 17: Vliegerij

Je ziet hier op het **werkblad** een kaart van een deel van Nederland.
Elke cm op deze kaart is 5 km. Je kunt vliegveld Teuge zien liggen. Een vliegtuig vliegt een bepaalde afstand met een bepaalde koers. De afstand geef je in km en de koers in graden. Die koers is steeds een hoek met het Noorden, net als op de kompasroos met de wijzers van de klok mee gemeten. Als je aangeeft dat een vliegtuig vliegt volgens $(40°|20)$ dan bedoel je dat het 20 km vliegt met een koers van $40°$ ten opzichte van het Noorden. $(40°|20)$ heet de koersvector.



Je ziet hier een vlucht getekend. Die vlucht kan worden beschreven door vier koersvectoren.

a Schrijf elk van die vier koersvectoren op.

b Bedenk zelf zo'n rondvlucht vanaf Teuge en laat een medeleerling de koersvectoren bepalen.

Practicum

Applet

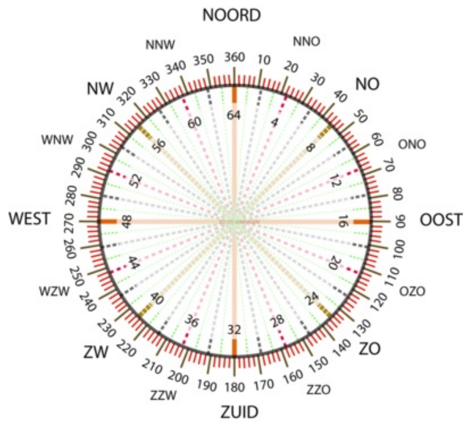
Met deze applet kun je het **hoeken meten met de geodriehoek** oefenen.

1.3 Hoeken tekenen

Verkennen

Opgave V1

In de vliegerij wordt de vliegrichting bepaald met een kompasroos zoals deze. Je gaat nu op roosterpapier een koers uitzetten, 1 cm komt overeen met 1 km. Een koers is een aantal graden ten opzichte van het noorden, gemeten met de wijzers van de klok mee.



a Maak eerst op doorzichtig papier zelf een kompasroos, trek eventueel de figuur over. Punt V stelt het vliegveld voor. Zet het ergens als roosterpunt op je roosterpapier.

b Je wilt eerst 5 km met een koers van $30°$ vliegen. Teken dit op je papier. Gebruik je kompasroos op doorzichtig papier.

c Vervolgens ga je 6 km met een hoek van $110°$. Teken dit.

d Daarna ga je weer terug naar het vliegveld V. Welke koers houd je aan en hoeveel km ben je onderweg?

Theorie

Opgave 1

Je wilt $\angle A$ tekenen van $30°$.

a Teken het hoekpunt A en één been van de hoek.

b Teken nu aan de hand van de beschrijving in de **Uitleg** de gevraagde hoek A.

c Laat een medeleerling je tekening controleren door de hoek na te meten.

Opgave 2

Gegeven is driehoek PQR met $PQ = 5$ cm, $\angle P = 60°$ en $\angle Q = 40°$.

a Teken ΔPQR.

b Hoeveel graden is $\angle R$?

Opgave 3

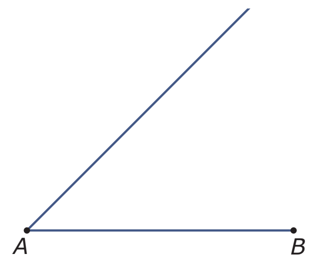
Teken de hoeken: $\angle A = 60°$, $\angle B = 24°$ en $\angle C = 87°$.

Opgave 4

Teken de hoeken: $\angle A = 160°$, $\angle B = 124°$ en $\angle C = 97°$.

Opgave 5

Van driehoek ABC is het begin getekend. Gegeven is dat $AB = 6$ cm, $\angle A = 45°$ en $\angle B = 70°$.



a Teken de figuur na op ware grootte en maak ΔABC af.

b Hoe groot is $\angle C$?

Opgave 6

Van vierhoek $KLMN$ is gegeven dat $\angle K = \angle M = 52°$ en dat $\angle L = \angle N = 128°$. Daarnaast weet je dat $KN = 3$ cm en $KL = 4{,}5$ cm.

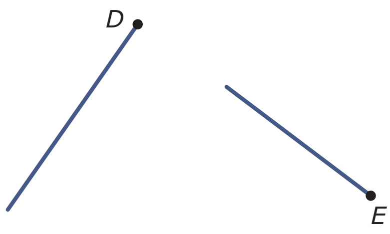
a Construeer vierhoek $KLMN$.

b Wat voor figuur is vierhoek $KLMN$?

Verwerken

Opgave 7

Maak de hoeken af als $\angle D = 31°$ en $\angle E = 76°$. Gebruik het **werkblad**.

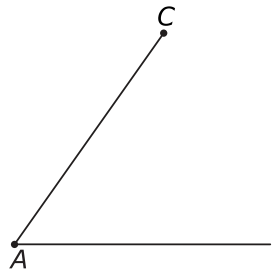


Opgave 8

Teken de vier hoeken: $\angle A = 65°$, $\angle B = 170°$, $\angle C = 111°$ en $\angle D = 14°$.

Opgave 9

Van driehoek ABC is het begin getekend. $\angle C = 62°$.



a Maak de driehoek af. Gebruik het **werkblad**.

b Meet de grootte van $\angle A$ en $\angle B$ in graden nauwkeurig.

c Hoeveel graden zijn de hoeken van de driehoek samen?

Opgave 10

Gegeven is dat vierhoek $PQRS$ een parallellogram is met $PQ = 5$ cm, $PS = 3$ cm en $\angle P = 52°$.

a Teken het parallellogram $PQRS$.

b Teken de diagonalen van het parallellogram en noem het snijpunt M.

c Hoeveel graden is $\angle PMS$?

Opgave 11

a Teken ΔKLM met $\angle K = 60°$, $\angle M = 40°$ en $KM = 4$ cm. Meet vervolgens de grootte van $\angle L$.

b Teken ΔDEF met $\angle E = 117°$, $DE = 4$ cm en $EF = 3$ cm. Meet beide andere hoeken van de driehoek.

Toepassen

Opgave 12: R2D2 in beweging

Een robot beweegt op een groot vlak. Hij begint vanuit punt S (het startpunt) in een bepaalde richting vooruit te bewegen. Je kunt zijn bewegingsrichting veranderen met een afstandsbediening. Daarmee kun je een hoek instellen. Stel je bijvoorbeeld $10°$ in, dan draait de bewegingsrichting tegen de wijzers van de klok in met $10°$.

a Laat de robot eerst 5 cm vooruit bewegen, dan 4 cm onder een hoek van $10°$, dan 3 cm onder een hoek van $20°$, daarna 2 cm onder een hoek van $30°$ en ten slotte 1 cm onder een hoek van $40°$. Teken de baan van de robot.

b Laat de robot nu rechtstreeks naar het startpunt teruglopen. Hoeveel centimeter moet de robot afleggen?

c Laat de robot eerst 4 cm vooruit lopen, dan 4 cm onder een hoek van $10°$, daarna 4 cm onder een hoek van $20°$, enzovoort. De afstand blijft dus steeds hetzelfde en de hoek wordt telkens $10°$ groter. Komt de robot weer bij het startpunt S uit?

d Wat gebeurt er als je de robot eerst 4 cm vooruit laat lopen, dan 5 cm onder een hoek van $10°$, daarna 6 cm onder een hoek van $20°$, enzovoort? De afstand wordt dus steeds 1 cm groter en de hoek wordt steeds $10°$ groter.

Opgave 13: Vijfpuntige ster

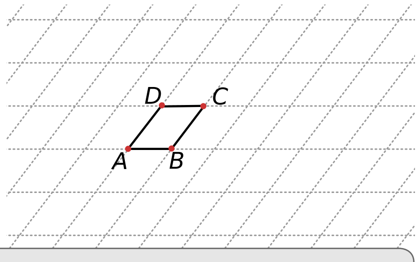
Teken een vijfpuntige ster waarvan alle zijden 6 cm lang zijn, alle punten hoeken van $46°$ hebben en alle andere hoeken $242°$ graden zijn.

1.4 Gelijke hoeken

Verkennen

Opgave V1

Hier en op het **werkblad** zie je een rooster dat bestaat uit twee groepen evenwijdige lijnen. Er is een vierhoekje $ABCD$ op getekend.



a Hoeveel echt verschillende hoeken maken de roosterlijnen met elkaar?

b Wat voor soort vierhoek is $ABCD$?

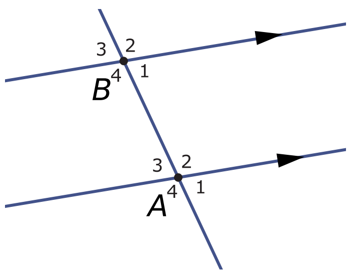
c In punt A snijden twee roosterlijnen elkaar. Geef met een rondje en een sterretje aan welke hoeken rond dit punt aan elkaar gelijk zijn.

d Teken op de roosterlijnen een F en een Z en geef daarin met behulp van een rondje of een sterretje de gelijke hoeken aan.

Theorie

Opgave 1

Hier zie je twee evenwijdige lijnen die door een derde lijn worden gesneden. De hoeken die voorkomen zijn bijvoorbeeld $\angle A_1$, $\angle A_2$, etc.



a Welke hoek is de overstaande hoek van $\angle A_1$? Ofwel: welke hoek vormt een X-hoek met $\angle A_1$?

b Welke hoek vormt een F-hoek met $\angle A_1$ (en is dus even groot)?

c Welke hoek vormt een Z-hoek met $\angle A_3$ (en is dus even groot)?

d Welke hoek vormt een Z-hoek met $\angle A_2$ (en is dus even groot)?

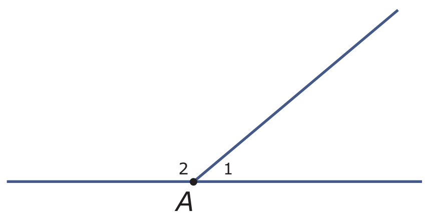
Neem aan dat $\angle A_1 = 70°$.

e Hoe groot is $\angle A_2$? Licht je antwoord toe.

f Hoe groot is $\angle B_3$? Licht je antwoord toe.

Opgave 2

Hier en op het **werkblad** zie je $\angle A_1$ en $\angle A_2$ die samen een gestrekte $\angle A$ vormen.



a Teken de deellijn van $\angle A_1$.

b Hoe groot is $\angle A_2$?

c Teken de deellijn van $\angle A_2$.

d Welke hoek maken de twee getekende deellijnen met elkaar? Is het nodig om die hoek op te meten?

Opgave 3

Bekijk de applet in **Voorbeeld 1**.

Je kunt $\angle A_1$ aanpassen door in de applet de rode punten te verplaatsen. Stel $\angle A_1$ in op 37°.

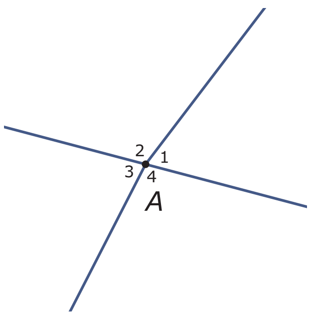
a Hoe groot is $\angle A_2$.

b Laat zien, dat $\angle A_3 = \angle A_1$.

c Leg ook uit waarom $\angle A_4 = \angle A_2$.

Opgave 4

Bekijk de figuur met één lijn en twee halve lijnen.



a Waarom is nu $\angle A_1 \neq \angle A_3$?

b Stel je voor dat $\angle A_1 = 56°$. Van welke hoek weet je dan ook de grootte? Hoe groot is die hoek?

Opgave 5

Bekijk de figuur in **Voorbeeld 2**.

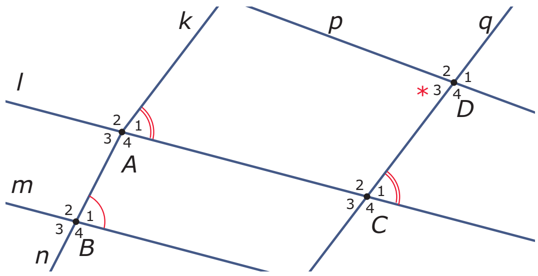
a Waarom is $\angle B_6 = 90°$?

b Waarom is $\angle B_2 = 90° - \angle A_1$?

c Waarom is $\angle B_5 = \angle B_2$?

Opgave 6

Bekijk de figuur. De lijnen l en m zijn evenwijdig, evenals de lijnen k en q.



a Waarom is $\angle A_1 \neq \angle B_1$?

b Waarom is $\angle A_1 = \angle C_1$?

c Waarom is $\angle C_1 \neq \angle D_3$?

d Welke hoek is ook gelijk aan $\angle A_1$ en waarom?

e Stel dat $\angle A_1 = 60°$. Van welke hoeken weet je nu ook hoe groot ze zijn? Schrijf ze allemaal op.

Opgave 7

Gegeven is ΔABC in **Voorbeeld 3**.

a Teken zelf ΔABC.

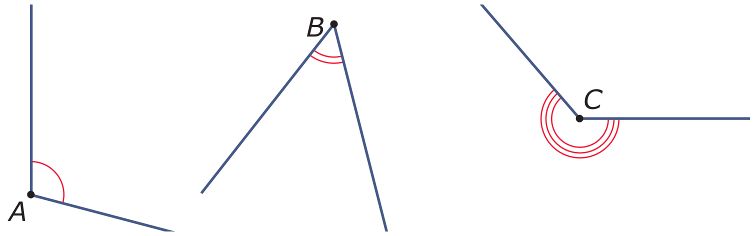
b Teken de deellijnen van $\angle A$, $\angle B$ en $\angle C$.

c Wat valt op aan de drie bissectrices?

Verwerken

Opgave 8

Teken in elke hoek op het **werkblad** de deellijn.



Opgave 9

Teken de hoeken en teken er een deellijn in.

a $\angle A = 104°$

b $\angle B = 36°$

c $\angle C = 75°$

d $\angle D = 260°$

Opgave 10

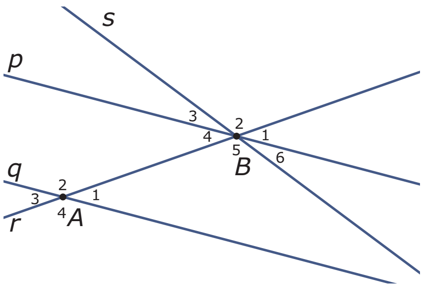
Teken ΔABC met $\angle A = 50°$, $AB = 6$ cm en $AC = 4$ cm.

a Laat zien dat de bissectrices van de hoeken van deze driehoek door één punt S gaan.

b Om punt S zitten zes hoeken. Geef met gelijke tekentjes aan welke van die hoeken gelijk zijn.

Opgave 11

Bereken in de figuur alle hoeken. Gegeven is dat de lijnen p en q evenwijdig zijn, dat $\angle A_1 = 40°$ en dat $\angle B_6 = 30°$.



Opgave 12

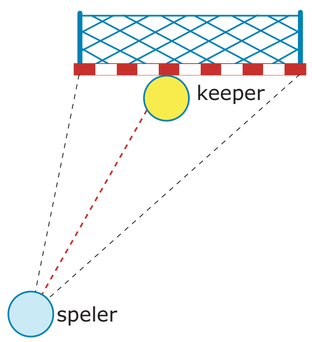
Gegeven is een parallellogram $ABCD$ met $AB = 6$ cm en $AD = 4$ cm. Verder is $\angle BAD = 50°$.

a Teken dit parallellogram.

b Leg uit hoe je de andere hoeken van dit parallellogram kunt berekenen.

Toepassen

Als bij een handbalwedstrijd de keeper een speler op zich af ziet komen om te scoren, kan hij het beste uitlopen langs de deellijn van de hoek waaronder de speler het doel ziet.
Hier zie je een bovenaanzicht van de situatie.



Opgave 13: Doelman

Het uitlopen van de doelman op een doorgebroken speler die op doel wil schieten is een mooi voorbeeld van het toepassen van een deellijn.

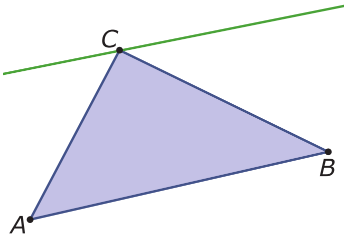
Bij een voetbalwedstrijd heeft een speler vanaf de punt van het strafschopgebied een vrije schietkans op doel. De keeper komt uit zijn doel om het scoren te bemoeilijken.
Hoe moet hij uitlopen? In de Wikipedia: voetbalveld vind je de afmetingen van een voetbalveld.

1.5 Hoeken berekenen

Verkennen

Opgave V1

Je ziet een driehoek ABC met door hoekpunt C een lijn evenwijdig aan AB. De figuur staat ook op het **werkblad**.



a Zet in $\angle A$ een rondje. In welke hoek bij C kun je ook een rondje zetten en waarom?

b Zet in $\angle B$ een kruisje. In welke hoek bij C kun je ook een kruisje zetten en waarom?

c Wat kun je zeggen over de som van de hoeken van een driehoek? Is dat altijd zo?

Theorie

Opgave 1

Bekijk de figuur uit de **Uitleg**.

a Waarom zijn de drie hoeken bij hoekpunt C samen altijd $180°$?

b Noem de hoeken bij C van links naar rechts $\angle C_1$, $\angle C_2$ en $\angle C_3$.

Met welke hoek vormt $\angle C_1$ een stel Z-hoeken?

A. $\angle A$
B. $\angle B$
C. $\angle C$

c Met welke hoek vormt $\angle C_3$ een stel Z-hoeken?

A. $\angle A$
B. $\angle B$
C. $\angle C$

d Leg uit waarom de som van de hoeken van deze driehoek $180°$ is.

e Waarom geldt deze regel voor elke driehoek? In de applet kun je de punten A, B en C verplaatsen.

Opgave 2

Bereken van de volgende driehoeken de grootte van de gevraagde hoek.

a ΔABC heeft $\angle A = 50°$ en $\angle B = 70°$. Bereken $\angle C$.

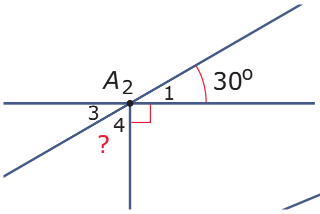
b ΔABC heeft $\angle A = 30°$ en $\angle C = 110°$. Bereken $\angle B$.

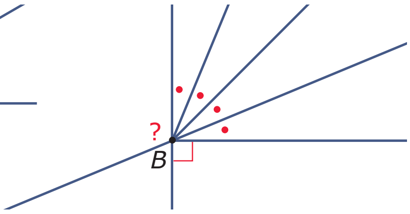
Er bestaat geen driehoek met $\angle A = 80°$ en $\angle C = 110°$.

c Waarom niet?

Opgave 3

Bekijk de figuren.





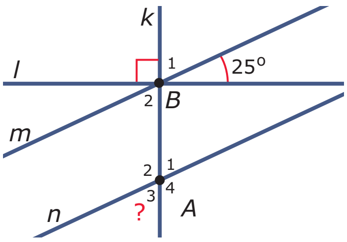
a Bereken $\angle A_4$.

b Bereken de hoek bij B met het vraagteken er in.

Opgave 4

Bekijk de figuur; m en n zijn evenwijdige lijnen.

Bereken de hoek met het vraagteken.



Opgave 5

Bekijk het probleem in **Voorbeeld 2**.

a Bereken de grootte van $\angle B$.

b Teken ΔABC.

Opgave 6

Een driehoek met drie gelijke zijden heeft ook drie gelijke hoeken.

Hoe groot zijn die hoeken?

Opgave 7

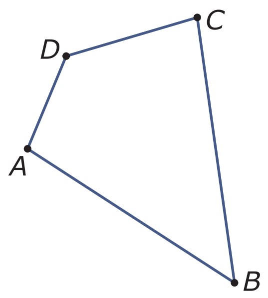
In een rechthoek $ABCD$ snijden de diagonalen AC en BD elkaar in punt S. Verder is gegeven dat $\angle BAC = 32°$.

a Bereken de grootte van $\angle ACB$.

b Bereken de grootte van $\angle ASB$.

Opgave 8

Je ziet een vierhoek $ABCD$.



a Hoe kun je de vierhoek in twee driehoeken verdelen? Geef twee mogelijkheden.

b Hoeveel graden zijn de hoeken van deze vierhoek samen?

c Geef een voorbeeld van een vierhoek die je maar op één manier in twee driehoeken kunt verdelen.

d Zijn er ook vierhoeken die je niet in twee driehoeken kunt verdelen?

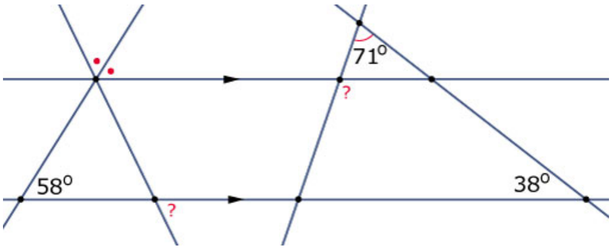
A. ja
B. nee

e Hoeveel graden zijn de hoeken van elke vierhoek samen?

Verwerken

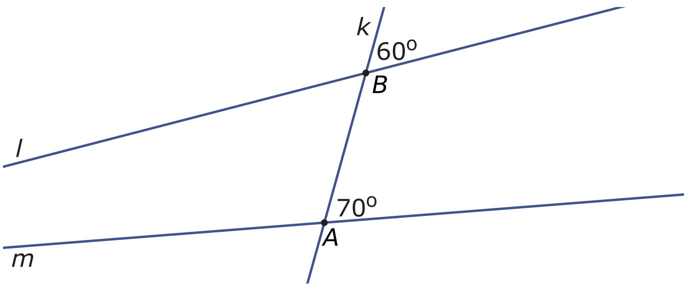
Opgave 9

Bereken in de figuur de hoeken die met een vraagteken zijn aangegeven. De pijltjes geven aan dat de twee horizontale lijnen evenwijdig zijn en de rode stippen geven aan dat die twee hoeken even groot zijn.



Opgave 10

Je ziet de lijnen k, l en m. De lijnen l en m zijn niet evenwijdig en snijden elkaar buiten beeld in het snijpunt S. Hoe groot is elk van de hoeken van ΔABS?



Opgave 11

Teken ΔABC met $\angle B = 50°$, $\angle C = 100°$ en $AC = 4$ cm.

Opgave 12

Je wilt weten hoeveel graden de hoeken van een vijfhoek samen zijn.

a Teken een vijfhoek $ABCDE$ en verdeel deze vijfhoek in drie driehoeken.

b Hoeveel graden zijn de hoeken van jouw vijfhoek samen?

c Geldt dit voor elke vijfhoek?

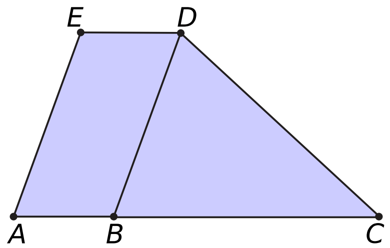
Een regelmatige vijfhoek is een vijfhoek waarvan alle zijden en alle hoeken even groot zijn.

d Hoe groot is elke hoek van zo'n regelmatige vijfhoek?

Opgave 13

In de figuur is $ABDE$ een parallellogram en BCD een driehoek. Bovendien is BD de deellijn van $\angle EDC$, ligt C in het verlengde van lijnstuk AB en is $\angle ABD = 110°$.

Bereken $\angle C$.



Opgave 14

Van vierhoek $DEFG$ is $\angle D$ twee keer zo groot als $\angle E$ en zijn de hoeken E, F en G even groot. Bereken $\angle D$.

Toepassen

Applet

De wijzers van een klok maken voortdurend een hoek met elkaar. Om drie uur maken de minutenwijzer en de urenwijzer een rechte hoek met elkaar. Maar hoe groot is die hoek op een willekeurig tijdstip?

Als het bijvoorbeeld 1:15 uur is, dan staat de minutenwijzer precies op 15 en heeft hij $90°$ afgelegd vanaf de verticale stand. De urenwijzer legt $30°$ af als de minutenwijzer een volledig rondje van $360°$ maakt. Dus in een kwartier legt de urenwijzer $\frac{90}{360} \times 30 = 7{,}5°$ af. De urenwijzer heeft daarom $30° + 7{,}5° = 37{,}5°$ afgelegd vanaf de verticale stand. De hoek tussen beide wijzers is daarom $52{,}5°$.

Opgave 15

Gebruik eventueel de klokapplet.

a Welke hoek maken de minutenwijzer en de urenwijzer met elkaar om 12:25 uur?

b Welke hoek maken de wijzers met elkaar om 7:35 uur?

c Welke hoek maken de wijzers met elkaar om 11:19 uur?

d Om 0:00 uur maken de urenwijzer en de minutenwijzer een hoek van 0°. Op welke tijdstippen is dat weer zo? Geef nauwkeurige antwoorden, ook in delen van minuten.

Opgave 16

Bereken de hoek tussen beide wijzers als het 5 over 3 is.

1.6 Totaalbeeld

Samenvatten

Hoe vaak ga je niet een hoek om of bekijk je iets onder een bepaalde hoek. Het woord ‘hoek’ is normaal spraakgebruik. In de wiskunde moet je iets nauwkeuriger afspreken wat een hoek is en wil je hem vervolgens kunnen meten, tekenen en berekenen.

De opgaven zijn bedoeld om overzicht over het onderwerp **Hoeken** te krijgen. Dit betreft de onderdelen 1, 2, 3, 4 en 5 van dit onderwerp. Het is nuttig om er een eigen samenvatting bij te maken.

Begrippen

- hoek, hoekpunt, benen — scherpe hoek, rechte hoek, stompe hoek, gestrekte hoek, overstrekte hoek
- graden — gradenboog
- meetkundige constructie
- gelijke hoeken — overstaande hoeken (X-hoeken), F-hoeken, Z-hoeken — bissectrice, deellijn
- hoekensom driehoek

Activiteiten

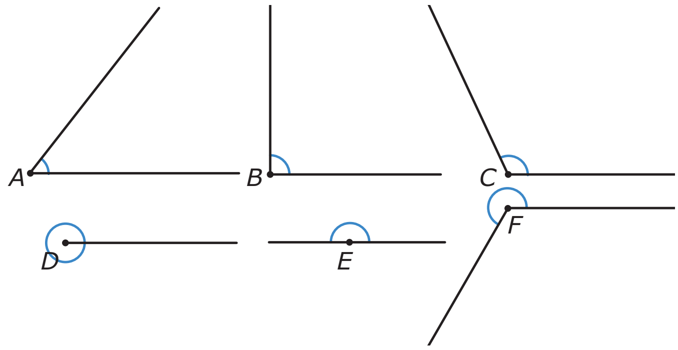
- de begrippen hoek met hoekpunt en benen en scherpe, stompe, rechte, gestrekte en overstrekte hoeken herkennen;
- het begrip ‘graad’ en het meten van hoeken in graden;
- hoeken tekenen als het aantal graden ervan is gegeven;
- de deellijn (bissectrice) van een hoek tekenen, werken met X-hoeken (overstaande hoeken), F-hoeken en Z-hoeken;
- de grootte van hoeken beredeneren, de som van de hoeken van een driehoek gebruiken.

Opgave 1

Teken een $\angle A$. Zet er op de juiste plaats de woorden ‘hoekpunt’ en ‘been’ (twee keer) bij en zet de letter bij het hoekpunt. Waarom is een boogje in de hoek nodig?

Opgave 2

Hier zie je zes verschillende hoeken. Ze staan ook op het **werkblad**.



a Schrijf bij elk van de hoeken of hij scherp, stomp, recht, gestrekt of overstrekt is. Zet in de rechte hoek het rechtehoekteken.

b Zet in elke hoek het juiste aantal graden.

Opgave 3

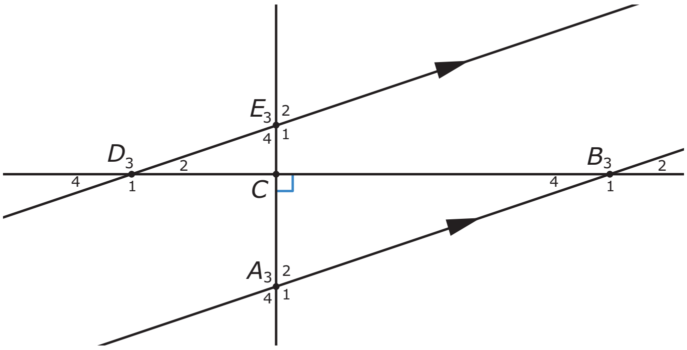
Met een geodriehoek kun je hoeken tekenen.

a Teken $\angle A = 24°$ en $\angle B = 100°$.

b Teken in $\angle A$ en in $\angle C$ een deellijn.

Opgave 4

In deze figuur kun je gelijke X-hoeken, F-hoeken en Z-hoeken herkennen.



a Schrijf van elk van deze drie soorten gelijke hoeken één paar op. Geef de hoeken met drie letters aan of met behulp van een genummerde letter.

b De vier hoeken bij punt C zijn recht en $\angle A_1 = 110°$. Hoe groot is dan $\angle CDE$?

Opgave 5

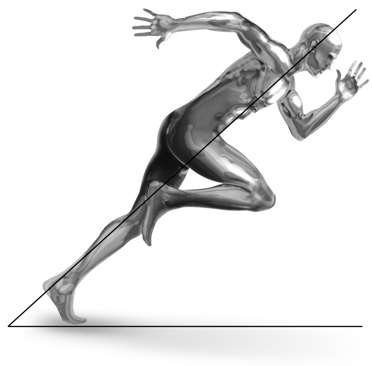
Met drie gegevens kun je een driehoek tekenen.

a Teken ΔABC met de zijden $AB = 3$ cm, $AC = 2$ cm en $BC = 4$ cm.

b Teken ΔKLM met $KL = 6$ cm, $\angle K = 40°$ en $\angle M = 110°$.

Toepassen

Opgave 6: Hoeken in de sport



De start is een van de belangrijkste elementen van de 100 meter sprint met atletiek. Wanneer een sprinter uit de startblokken komt, maakt hij eigenlijk een valbeweging. Dat betekent dat hij een hoek van $45°$ of minder maakt met de atletiekbaan.

a Voor een perfecte start moet de hardloper een hoek van $45°$ of minder maken met de atletiekbaan. Meet de hoek die de hardloper maakt met de baan. Is dit een perfecte valbeweging?

b Maak een schatting van het aantal graden dat de linker bovenarm maakt met de onderarm.

c Kijk naar de rechterarm van de hardloper. Is de hoek die de onderarm met de bovenarm maakt een scherpe, rechte, stompe of een gestrekte hoek?

d Zie je een scherpe hoek in de afbeelding van de hardloper? Zo ja welke?

e Zie je een gestrekte hoek in de afbeelding?

Opgave 7: Hoe ver uit de kust?

Een schip vaart ’s nachts evenwijdig aan de (rechte) kust van Noord-Holland. Op een bepaalde positie ziet de stuurman de vuurtoren van Egmond aan Zee onder een hoek van $20°$ ten opzichte van de vaarrichting van het schip. Na 5 km varen ziet de stuurman diezelfde vuurtoren onder een hoek van $60°$ met de vaarrichting.

Maak een tekening op schaal van deze situatie en bepaal hoe ver de afstand van het schip tot de kust is.

Opgave 8: Borden boven de snelweg

Het volgende probleem is heel mooi op te lossen met behulp van **GeoGebra**.

Boven de snelweg hangen vaak borden om je de weg te wijzen. Die borden hangen zuiver verticaal met hun onderrand 5 m boven het wegdek. Neem aan dat zo'n bord $1{,}50$ m hoog is. Je zit voorin een auto en rijdt onder dit bord door. Je oog zit steeds op 1 m boven het wegdek. De hoek tussen de twee lijnen vanuit je oog naar de onderrand en de bovenrand van het bord verandert daardoor steeds.

Op welke afstand voor het bord is die hoek het grootst?

Begrippen

- verhoudingstabel
- rekenen in een verhoudingstabel
- procent — percentage — via 1 rekenen
- rekenen met procenten
- procenten eraf of erbij

Activiteiten

- werken met een verhoudingstabel;
- in verhoudingstabellen rekenen — met verhoudingstabellen verhoudingen vergelijken;
- werken met procenten — percentages van getallen berekenen;
- werken met procenten in de praktijk — percentages berekenen — het geheel berekenen als het percentage bekend is;
- werken met procenten eraf of erbij in de praktijk.

Hoeveel korting krijg ik?

Domein

Rekenen

Hoofdstuk

Verhoudingen en procenten

Inhoud

2

2.1 Verhoudingstabellen

Verkennen

Opgave V1

Jasper heeft in mei alle vier de zaterdagen in de tuin van buurman Pietersen gewerkt. Hij is een uurtarief overeengekomen van € 4,00. De gewerkte uren heeft hij in een tabel bijgehouden.

zaterdag	04 mei	11 mei	18 mei	25 mei
gewerkte uren	3	5	6	2,5
verdiensten				

a Bereken hoeveel Jasper per zaterdag heeft verdiend en vul die bedragen in de tabel in.

b Hoeveel heeft Jasper in mei in totaal verdiend?

c Bereken voor elke dag de uitkomst van de deling: verdiensten / gewerkte uren. Waarom zijn al deze uitkomsten (natuurlijk) gelijk?

d Zijn de uitkomsten van de delingen: gewerkte uren / verdiensten ook gelijk voor elke dag?

Theorie

Opgave 1

In een folder van een bank lees je de volgende tekst.

> Wie nu 4 jaar lang € 50,- per maand spaart, krijgt aan het eind € 2520,- uitgekeerd.
> Wie nu 4 jaar lang € 100,- per maand spaart, krijgt aan het eind € 5040,- uitgekeerd.

In de folder staat niet hoeveel geld je krijgt uitgekeerd als je per maand € 60,- spaart. Je zet de getallen uit de folder van de bank in een verhoudingstabel.

bedrag per maand (in €)	50	100	10	1	60
uitkering na 4 jaar (in €)	2520	5040			

a Hoeveel rente krijg je uitgekeerd als je vier jaar € 50,00 per maand spaart?

b Bereken de verhoudingen: uitkering na 4 jaar / bedrag per maand voor een maandelijks spaarbedrag van 50 euro en ook voor een maandelijks spaarbedrag van 100 euro. Zijn beide verhoudingen hetzelfde?

c Vul de verhoudingstabel verder in.

d Hoeveel keert de bank na vier jaar uit als je € 60,00 per maand spaart? Hoeveel rente krijg je dan?

e Hoeveel keert de bank na vier jaar uit als je € 40,00 per maand spaart? Hoeveel rente krijg je dan?

Opgave 2

In de USA wordt betaald met dollars. Op zeker moment geldt de wisselkoers: € 100,00 = $ 138,00. Je ziet hier een omrekentabel van euro's naar dollars.

aantal euro	100	50	10	1	35
aantal dollars	138				

Vul deze verhoudingstabel verder in.

Opgave 3

Bekijk de tabel van **Voorbeeld 1**.

a Bereken de verhouding: verdiensten per maand / aantal gewerkte uren per maand.

b Waarom is dit een verhoudingstabel?

c Laat zien, hoe je nu berekent hoeveel je verdient bij 30 uur werken.

Opgave 4

Bekijk de tabel van **Voorbeeld 2**.

a Bereken telkens de verhouding: verdiensten / aantal folders.

b Waarom is dit geen verhoudingstabel?

c Is de omrekentabel van euro's naar dollars uit **Opgave 2** een verhoudingstabel?

Opgave 5

De auto van Jasper's vader verbruikt ongeveer 7 liter benzine voor elke 100 km die hij ermee rijdt.

afstand (in kilometer)	100	10	5	50	65
benzineverbruik (in liter)	7				

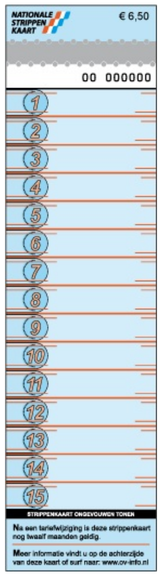
a Vul de tabel verder in.

b Is dit een verhoudingstabel? Leg uit.

c Jasper's vader moet voor de korfbalclub rijden. De rit is 115 km. Laat zien hoe je met de tabel kunt berekenen hoeveel benzine hij daarvoor verbruikt.

Opgave 6

Je hebt waarschijnlijk wel eens met het openbaar vervoer gereisd. Tot 2010 gebruikte je daarvoor een strippenkaart. Op die strippenkaart moest je altijd 1 strip meer afstempelen dan het aantal zones waar de bus of tram doorheen rijdt.



aantal zônes	1	2	3	4	7
aantal strippen	2				

a Vul de tabel verder in.

b Is de tabel hierboven een verhoudingstabel? Verklaar je antwoord.

Verwerken

Opgave 7

Vul de volgende verhoudingstabellen verder in:

a

getal	6	12
uitkomst	8	

b

getal	12	6
uitkomst	8	

c

getal	11		
uitkomst	14	70	35

d

getal	30		
uitkomst	50	5	55

Opgave 8

In Groot-Brittannië wordt betaald met het britse pond: € 100,00 = £ 86,00. Je ziet hier een omrekentabel van euro's naar ponden.

aantal euro	100	50	10	1	35
aantal pond	86				

a Vul deze tabel verder in.

b Is dit een verhoudingstabel?

c Hoeveel pond kan een Nederlander kopen voor € 135,00?

d Hoeveel euro's kan een Engelsman kopen voor £ 129,00?

Opgave 9

Marloes werkt op zaterdag in een bloemenwinkel. Omdat rode rozen erg duur zijn, worden ze per stuk verkocht. Vanaf 5 stuks worden de rozen per bos verkocht.
Eén rode roos kost: € 0,62.
Een bos van 5 rode rozen kost € 2,79.
Een bos van 10 rode rozen kost € 5,58.

a Marloes wil haar moeder verrassen met een bos van 12 rode rozen. Hoeveel moet Marloes hiervoor betalen?

Een bos rozen is goedkoper dan losse rozen. Bij aankoop van een bos hoef je dus niet alle rozen te betalen.

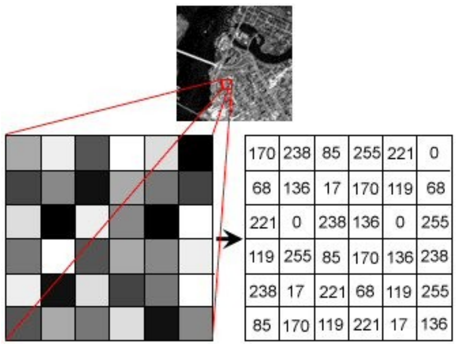
b Hoeveel rozen hoef je niet te betalen als je twee bossen van 5 rozen koopt?

c Maak deze tabel af.

aantal rozen	5	10	15		
aantal gratis rozen					

d Hoeveel rozen moet je betalen als je voor de verjaardag van je moeder een bos van 38 rozen wilt kopen?

Toepassen



Elk digitaal plaatje bestaat uit pixels (picture elements). Bij een zwart/wit afbeelding heeft elke pixel een **pixelwaarde**, lopend van 0 (zwart) t/m 255 (wit).
Zo'n tabel met pixelwaarden is geen verhoudingstabel.

Wil je zo'n zwart/wit afbeelding lichter maken, dan leg je het bijvoorbeeld op een kopieermachine. Die vermenigvuldigt dan alle pixelwaarden bijvoorbeeld met 1,1. Dan worden alle pixelwaarden naar verhouding evenveel lichter.

Als je een rijtje pixelwaarden voor deze beeldbewerking en een rijtje pixelwaarden na de bewerking in één tabel zet, dan is dat daarom vaak wel (ongeveer, door het afronden) een verhoudingstabel. Alleen... een pixel kan niet witter dan wit, dan 255, worden!!

pixelwaarden voor	170	238	85	255	221	0
pixelwaarden erna	187	255	94	255	243	0

Opgave 10: Beeldbewerking

Afbeeldingen op de computer bestaan uit hele kleine pixels die allemaal een bepaalde kleur hebben. Neem de tekst hierboven door.

a Hoeveel zwart/wit tinten zijn er voor elke pixel mogelijk?

b Welke kleur heeft een pixel als hij de pixelwaarde 0 heeft?

Je maakt een foto lichter van kleur door alle pixelwaarden met 1,5 te vermenigvuldigen.

c Vul deze tabel in:

pixelwaarden voor	170	238	85	255	221	0
pixelwaarden erna						

d Waarom is dit geen verhoudingstabel?

e Hoe kun je deze rij pixels juist donkerder maken?

Opgave 11: Jaarlijkse autokosten

Stel je voor dat je een auto hebt die op benzine rijdt. Hij verbruikt gemiddeld 7 liter brandstof per 100 kilometer en de benzineprijs is € 1,65 per liter. Verder kost de auto jaarlijks ongeveer € 300,00 aan wegenbelasting en heb je ongeveer € 150,00 aan garagekosten. De auto verliest jaarlijks ongeveer € 2000,00 aan waarde, dat bedrag moet je dus jaarlijks opzij leggen om ooit weer een nieuwe te kunnen kopen.

a Hoeveel brandstofkosten heb je in 2010 gemaakt, toen je ongeveer 14.500 km hebt gereden?

b Hoeveel bedroegen de totale kosten dat jaar?

c Om een duidelijk beeld te krijgen van de autokosten per jaar wordt deze tabel gemaakt. Vul hem in:

aantal km/jaar	12000	13000	14000	15000	16000
brandstofkosten					
totale kosten					

d Waarom vormen de twee bovenste rijen van deze tabel wel een verhoudingstabel en de bovenste en de onderste niet?

2.2 Rekenen met verhoudingstabellen

Verkennen

Opgave V1

Jan gaat naar de supermarkt om boodschappen te doen. Op de kaasafdeling van de supermarkt ziet hij, dat de kaas in de aanbieding is.

- 600 gram boerenkaas kost € 4,75.
- 1000 gram komijnekaas kost € 7,00.

Bereken welke kaas het goedkoopst is.

Theorie

Opgave 1

Bekijk de verhoudingstabel in de **Uitleg**.

a Hoe kun je uit de kolom met de verdiensten voor 1 uur werken de verdiensten bij 12 uur werken afleiden?

b Hoeveel zijn de verdiensten bij 24 uur werken?

c Hoe leid je uit het antwoord bij b de verdiensten bij 8 uur werken af?

d Hoeveel uur heb je gewerkt als je verdiensten 72 euro bedragen? Laat zien hoe je hier aan komt.

e De verdiensten bij 21 uur kun je vinden door een aantal kolommen samen te nemen. Laat zien hoe dat gaat.

Opgave 2

Bij een groenteboer op de markt kosten 12 appels van de soort Golden Delicious € 3,50.

a Laat met behulp van een verhoudingstabel zien hoeveel 22 appels via die soort bij deze groenteboer kosten.

b Iemand moet voor haar appels € 5,25 betalen. Hoeveel heeft ze er gekocht?

Opgave 3

600 gram boerenkaas kost € 4,75 en komijnekaas kost € 7,00 per kg.

a Je koopt een stuk boerenkaas van ongeveer 1 kg. Bij weging blijkt het 950 gram te wegen. Hoeveel moet je betalen?

b Hoeveel goedkoper ben je uit dan wanneer je precies 1 kg zou hebben gekregen?

c Je koopt ook een stuk komijnenkaas. Dat kost € 2,55. Hoeveel gram komijnekaas heb je gekregen?

Opgave 4

Milner 30+ kaas kost op zeker moment € 11,90 per 1000 gram.

a Hoeveel kost 450 gram van die soort kaas?

b Voor hoeveel gram betaal je € 3,57?

Opgave 5

Je krijgt oranje verf door 4 liter rode en 2 liter groene verf te mengen.

a Je hebt $1{,}25$ liter groene verf. Hoeveel rode verf moet je hierbij doen om oranje verf te maken? En hoeveel oranje verf heb je dan?

b Je wilt $4{,}5$ liter oranje verf maken, hoeveel groene verf heb je nodig?

Opgave 6

Op een pak Optimel staat 'Energie: 130 kJ (kilojoule) per 100 mL (milliliter)'.

Hoeveel energie geeft een glas van 250 mL van deze yoghurtdrank?

Opgave 7

Een supermarkt verkoopt wasmiddelen in grote en kleine verpakkingen.
Een grote verpakking bevat $4{,}5$ kg waspoeder en kost € 4,95.
Een kleine verpakking bevat $2{,}5$ kg en kost € 2,80.

Bereken welke verpakking het voordeligst is.

Opgave 8

Bij de slager kost 150 gram palingworst € 1,45 en 200 gram snijworst € 1,85.

Bereken welke soort worst goedkoper is.

Verwerken

Opgave 9

Vul de volgende verhoudingstabellen verder in:

a

2	6	8	1	9
7,50				

b

12	6	3	
2,60			7,15

Opgave 10

Om gaatjes in muren dicht te maken kun je Alabastine gebruiken.
Je mengt het poeder met water: $2\frac{1}{2}$ deel poeder op 1 deel water.

Bereken hoeveel Alabastine je nodig hebt voor $0{,}7$ gram muurvuller.

Opgave 11

Je gaat op vakantie naar Denemarken. Daar betaal je met Deense Kronen (DKK). Je neemt vanuit Nederland al 300 DKK op voorhand mee. Dat kost je € 40,25.

Hoeveel euro is 1 DKK? En hoeveel DKK is 1 euro waard?

Toepassen

Opgave 12: Op schaal

Een verhoudingstabel kun je ook gebruiken om de schaal van een kaart of een tekening te berekenen. De lengte van een huis is op de tekening 4 cm. De werkelijke lengte is 10 m.

a Reken uit hoe lang 1 cm op de tekening in werkelijkheid is. Gebruik een verhoudingstabel.

b Hoe groot is de schaal van de tekening?

In de zijgevel van het huis is een rechthoekig raam getekend.
De afmetingen op de tekening zijn: $0{,}4$ cm $\times 0{,}7$ cm.

c Bereken de werkelijke afmetingen van het raam.

De breedte van de voorgevel is op de tekening $3{,}8$ cm.
De werkelijke breedte van de voorgevel blijkt $7{,}60$ m te zijn.

d Bereken de schaal van de tekening van de voorgevel. Is deze schaal hetzelfde als die van de zijgevel?

Opgave 13: Terras

De heer Pietersen wil achter zijn huis een rechthoekig terras van tegels aanleggen. Het terras wordt 6 m lang en 3 m breed. Hij kan tegels van 50 cm $\times 50$ cm, of van 60 cm $\times 40$ cm kopen.

a Bereken het aantal tegels van elke soort dat de heer Pietersen nodig heeft. Dit kan met verhoudingstabellen.

b De prijs van één tegel van 50×50 is € 3,68. De andere tegels kosten € 3,55 per stuk. Welke soort tegels is voor de heer Pietersen het voordeligst? Schrijf de berekening op.

Opgave 14: Spiritus

Spiritus kan worden gebruikt voor het reinigen van gladde oppervlakken. Antivries is een vloeistof die er voor zorgt dat het sproeiwater van de ruitenwissers van een auto niet bevriest.
Op een fles spiritus stond dit recept voor het maken van antivries: “Voor antivries in uw auto-ruitenwisser-reservoir: gebruik 2 delen spiritus op 5 delen water”. In een receptenboek stond echter dat je $0{,}6$ deciliter spiritus met water moet mengen om 2 deciliter antivries te krijgen.

a Leg uit bij welke van deze twee recepten je naar verhouding het minste spiritus nodig hebt.

b Als je $1{,}5$ L antivries wil maken, hoeveel spiritus heb je dan nodig? Schrijf je berekening op voor elk van beide recepten.

2.3 Procenten

Verkennen

Opgave V1

In het jaar 2000 gaf Nederland volgens het CBS (Centraal Bureau voor de Statistiek) $5{,}5\%$ van de totale uitgaven (overheid, bedrijven, instellingen en huishoudens samen) aan onderwijs uit.

a Leg uit wat deze zin betekent.

b Welk deel van elke euro van de totale Nederlandse uitgaven ging dat jaar naar het onderwijs?

Theorie

Opgave 1

Schrijf als breuk:

a 1%

b 15%

c 23%

d 115%

e 5,5%

Opgave 2

Schrijf als percentage:

a 0,25

b 0,375

c 0,001

d 3,14

Opgave 3

Bereken:

a 10% van 350.

b 12% van € 68,00.

c 3,4% van 15600.

d 5,5% van 23,1 miljard euro

Opgave 4

Bereken 11% van 2150 door

a 11% als breuk te schrijven.

b 11% als decimaal getal te schrijven.

c met een verhoudingstabel via 1 te rekenen.

Opgave 5

Janita's zakgeld bedraagt € 48,00. Van dit bedrag stort zij elke maand 15% op de bank.

Bereken hoeveel geld dat is.

Opgave 6

Uit een landelijk onderzoek in 2010 is naar voren gekomen, dat een modaal gezin een jaarinkomen van € 32.500 besteedt zoals in de tabel is te zien.

woonlasten:	20%
belastingen:	42%
voeding:	17%
kleding:	5%
auto:	13%
overig:	3%

a Bereken hoeveel dit gezin jaarlijks uitgeeft aan kleding.

b Hoeveel geld gaat jaarlijks naar de diverse belastingen?

Opgave 7

Je hebt een harde schijf van 240 Gb (gigabyte). Daarvan is 64% inmiddels vol.

Hoeveel Gb heb je nog over?

Opgave 8

Je zet € 3000,- op de bank tegen een rente van 5% per jaar.

a Hoeveel euro rente krijg je over het eerste jaar?

b Hoeveel euro rente krijg je over het tweede jaar?

Verwerken

Opgave 9

Schrijf als percentage:

a 0,16

b 0,265

c 1,6

Opgave 10

Bereken:

a 42% van 460.

b 13% van 16 miljoen.

c $0{,}35\%$ van 14400.

Opgave 11

In het schooljaar 2009/2010 waren er ongeveer $3.806.000$ personen bij een onderwijsinstelling ingeschreven.

a Daarvan zat $24{,}6\%$ op een school voor voortgezet onderwijs. Hoeveel personen zijn dat?

$16{,}7\%$ van die $3.806.000$ personen waren studenten in het hoger onderwijs. Van al die studenten zat $36{,}6\%$ op een universiteit.

b Hoeveel universiteitsstudenten waren er dat jaar?

Opgave 12

In 2000 was van de $23{,}1$ miljard euro aan totale uitgaven van Nederland (overheid, bedrijven, instellingen, huishoudens samen) $5{,}5\%$ bestemd voor het onderwijs. In 2009 bedroegen de totale uitgaven $37{,}9$ miljard, waarvan $6{,}6\%$ naar het onderwijs ging.

Met hoeveel miljard zijn de onderwijsuitgaven in die 9 jaar gestegen?

Toepassen

Opgave 13: Jongeren en ouderen

Nederland had in 2000 ongeveer 16,5 miljoen inwoners. Daarvan hoorde ongeveer 23% tot de jongeren, mensen die jonger zijn dan 20 jaar. Verder had 61% een leeftijd vanaf 20 tot 65 jaar.

a Hoeveel jongeren telde Nederland ongeveer? Rond af op één decimaal.

b Hoeveel mensen van 65 jaar en ouder telde Nederland ongeveer?

Opgave 14: Tweede Kamer verkiezingen in 2010

Bij de verkiezingen voor de Tweede Kamer kun je vanaf 18 jaar je stem uitbrengen op één van de landelijk actieve partijen. In de tabel zie je de percentages van het aantal uitgebrachte stemmen die een partij heeft veroverd. Er waren in Nederland in 2010 ongeveer 12.500.000 stemgerechtigden. En er zijn in totaal 150 zetels in de Tweede Kamer te verdelen.

Tweede Kamer verkiezingsuitslag 2010	
Partij	Percentage
VVD	20,5%
PvdA	19,6%
PVV	15,5%
CDA	13,6%
SP	9,8%
D'66	6,9%
GroenLinks	6,7%
ChristenUnie	3,3%
SGP	1,7%
PvdD	1,3%
TON	0,6%
overig:	0,5%

a Het opkomstpercentage was in 2010 ongeveer $75{,}3\%$. Hoeveel mensen hebben er gestemd ongeveer?

De kiesdeler is in Nederland het aantal stemmen dat een partij moet behalen om een zetel in de Tweede Kamer te verkrijgen. De kiesdeler wordt berekend door het totale aantal uitgebrachte geldige stemmen te delen door het aantal Kamerzetels.

b Hoeveel bedroeg in 2010 de kiesdeler?

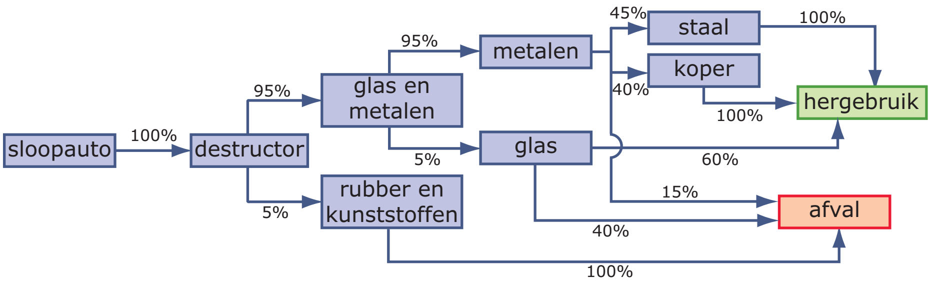
c Heeft de partij TON (Trots Op Nederland) de kiesdeler gehaald dat jaar?

d Bereken op twee decimalen nauwkeurig hoeveel zetels elke partij zou halen op grond van deze uitslag.

e Heeft een partij bijvoorbeeld $12{,}6$ zetels gehaald dan krijgt deze partij meteen 12 zetels toegewezen. Zo blijven er zetels over die niet direct aan een partij worden toegekend, de zogenaamde restzetels. Hoeveel restzetels waren er in 2010 nog nader te verdelen? (Leuk om eens uit te zoeken hoe dat verdelen van die restzetels gaat...)

Opgave 15: Autosloop

Als auto's worden afgedankt, worden ze verwerkt tot afval nadat zoveel mogelijk bruikbare delen zijn verwijderd. Dit plaatje laat dat zien.



Hoeveel kg van een sloopauto met een gewicht van 935 kg komt voor hergebruik in aanmerking?

Practicum

Veel rekenwerk doe je met een **rekenmachine**, ook met procenten rekenen.
Voor de volgende twee types rekenmachine zijn er practica beschikbaar:

- **Basistechnieken TI-30XB Multiview**
- **Basistechnieken Casio fx-82NL**

2.4 Procentrekenen

Verkennen

Opgave V1

Uit het ‘Nationaal Scholieren Onderzoek 2009’ (Zie **de site van het NIBUD**):

> Gemiddeld gaven scholieren in 1984 117 gulden (€ 53) per maand uit. Dit is veel minder dan de 228 gulden (€ 103) die er binnen kwam. In 2009 zijn de gemiddelde totale uitgaven € 100 per maand tegenover € 144 aan inkomsten. In 1984 hield een scholier aan het einde van de maand dus een groter deel van zijn inkomen over dan in 2009. De gemiddelde prijsstijging tussen 1984 en 2008 is 63 procent. Anno nu zou een scholier uit 1984 dus € 86 uitgeven. Jongeren van nu besteden beduidend meer, terwijl hun inkomsten niet evenredig zijn toegenomen met de prijsstijgingen.

a In 1984 gaf de gemiddelde scholier € 53 per maand uit. Hoeveel hield een scholier in 1984 maandelijks over?

b En hoeveel in 2009?

c Is dat naar verhouding even veel?

Theorie

Opgave 1

Kijk nog eens naar het stukje uit het scholierenonderzoek van 2009 in **Opgave 1**.

a In 1984 gaf de gemiddelde scholier € 53 per maand uit. Hoeveel procent is dat van de gemiddelde maandelijkse inkomsten? Rond af op 1 decimaal.

b Hoeveel procent (in 1 decimaal nauwkeurig) van zijn inkomsten hield een scholier in 1984 maandelijks over?

c Hoeveel procent was dit in 2009?

d Reken na dat de gemiddelde scholier uit 1984 nu (dus in 2009) € 86 zou uitgeven.

e Leg nu de laatste zin van dit citaat uit.

Opgave 2

Schrijf als percentage:

a 9 van de 12 is ...%.

b 38 van de 950 is ...%.

c 15 van de 28,50 is ...%.

d 12,75 van de 65,40 is ...%.

e 0,85 van de 0,95 is ...%.

Opgave 3

Meer dan 100% komt ook voor.
De inkomsten van een 12-jarige scholier bedroegen in 2009 gemiddeld € 49. Van een 18-jarige scholier was dit € 358.

Hoeveel procent zijn de inkomsten van een 18-jarige ten opzichte van een 12-jarige?

Opgave 4

Een akkerbouwer verbouwt tarwe en rogge voor de verkoop. Hij bekijkt de prijzen van dat moment: € 160 voor 1000 kg tarwe en € 75 voor 1000 kg rogge. Hij kan daarmee 14% winst maken op de tarwe en 21% op de rogge. Hij schat dat hij ongeveer 130.000 kg tarwe en 65.000 kg rogge kan oogsten.

a Hoeveel winst maakt hij op de tarwe volgens deze schatting?

b Hoeveel winst zal hij in totaal op de tarwe en de rogge maken?

Opgave 5

In 2009 had de gemiddelde scholier maandelijks € 144 aan inkomsten. Daarvan werd 30,6% gemiddeld gespaard, de rest werd uitgegeven.

a Welk bedrag werd maandelijks gespaard? Rond af op hele euro's.

b Maandelijks ging gemiddeld € 21 naar kleding en schoenen. Hoeveel procent van de inkomsten is dat?

c En hoeveel procent van de uitgaven gaat naar kleding en schoenen?

Opgave 6

In een bepaald jaar ging 84% van alle 16 miljoen Nederlanders op vakantie. 75% daarvan ging naar het buitenland.

a Hoeveel Nederlanders gingen er dat jaar naar het buitenland?

b Hoeveel procent van alle Nederlanders ging naar het buitenland op vakantie?

c Ongeveer 16% van alle Nederlanders die naar het buitenland op vakantie gingen, verbleven dat jaar in Scandinavië. Hoeveel mensen waren dat?

Opgave 7

In klas 1A hadden van de 28 leerlingen er 24 een voldoende voor hun wiskundetoets. In klas 1B waren dat er 22 van de 26 leerlingen voor dezelfde toets.

Laat met behulp van percentages zien in welke klas deze toets naar verhouding het best is gemaakt.

Opgave 8

Jaap zit in de brugklas en spaart maandelijks 18 euro van zijn € 55 inkomsten. Zijn oudere broer Willem heeft maandelijks € 125 aan inkomsten en spaart 40 euro per maand.

Wie spaart naar verhouding het meest?

Opgave 9

Janna zegt dat ze elke maand € 24,- spaart. Ze denkt dat ze dan net als de gemiddelde scholier 20% van haar inkomsten spaart.

Hoeveel inkomsten moet ze dan hebben? Schrijf je berekening op.

Opgave 10

Deze tabel geeft aan hoeveel procent elk werelddeel van de totale landoppervlakte van de aarde beslaat. Het landoppervlak is ongeveer 153.000.000 km^2.

Afrika:	20%
Amerika:	30%
Antarctica:	9%
Australië:	6%
Azië:	29%
Europa:	7%

a Hoe komt het dat je op meer dan 100% uitkomt als je alle werelddelen samen neemt?

b Bereken van elk werelddeel zijn oppervlakte.

c 70% van de aardoppervlakte is zee. Hoeveel bedraagt de oppervlakte aan zee?

Verwerken

Opgave 11

Een basketballer heeft van de 16 doelpogingen maar liefst 14 keer gescoord.

Hoe hoog is zijn schotpercentage?

Opgave 12

Een school heeft in totaal 302 leerlingen in de brugklas. 187 brugklassers komen dagelijks op de fiets naar school. De rest komt lopend of met het openbaar vervoer.

Hoeveel procent van de brugklassers komt niet op de fiets?

Opgave 13

Hier zie je een voedingswaardetabel van karnemelk per portie van 150 gram. (Bron: **www.voedingswaardetabel.nl**)

Voedingswaarde												
Product	Energie	Energie	Water	Eiwit	Koolh.	Suikers	Vet	Verz.	E.o.v.	M.o.v.	Choles.	Vezels
Eenheid per 150g	kcal	kJ	g	g	g	g	g	g	g	g	mg	g
Karnemelk, ongesuikerd	48	200	136,5	3,8	6,8	6,8	0,6	0,5	0,2	0,0	1,5	0,0

a Voor hoeveel procent bestaat karnemelk uit water?

b Hoeveel procent vet bevat karnemelk?

c Hoeveel procent Cholesterol bevat karnemelk?

Opgave 14

Van een ijsberg steekt maar een klein gedeelte boven water uit. De verhouding tussen het gedeelte van de ijsberg dat zich boven water bevindt en het gedeelte dat zich onder water bevindt is 1 : 7. IJsbergen kunnen daarom ook midden op de Noord-Atlantische oceaan op grote diepte stranden. Een bepaalde ijsberg heeft een volume van 900.000 m^3.

a 1 : 7 komt overeen met 12,5%. Leg dat uit.

b Bereken het aantal kubieke meters van de ijsberg dat zich onder water bevindt.

c Als de ijsberg 12 meter boven water uitsteekt, kan hij dan in 80 meter diep water stranden?

Opgave 15

In de Eredivisie voetbal wordt een lijst van topscorers bijgehouden. Stel je voor dat nummer 1 van die lijst eindigt met 28 doelpunten in 34 wedstrijden en dat nummer 2 eindigt met 26 doelpunten in 30 wedstrijden.

a Welke van beide spelers heeft het hoogste percentage doelpunten per wedstrijd?

b Kennelijk kun je je vraagtekens zetten bij de lijst van topscorers. Leg uit waarom.

c Nummer 3 heeft een nog hoger percentage doelpunten per wedstrijd, namelijk 116%. Hoe kan dat?

d Nummer 3 heeft 22 doelpunten gemaakt. Hoeveel wedstrijden speelde hij?

Toepassen

Een tijdje geleden werd door de politie bij een verkeerscontrole niet hoeveel procent alcohol iemand in het bloed heeft gemeten, maar hoeveel promille. Dat komt omdat er maar hele kleine hoeveelheden alcohol in het bloed achterblijven.

- 'Pro cent' betekent: 'per honderd'.
- 'Pro mille' betekent: 'per duizend'.

Dus: $3‰ = \frac{3}{1000} = 0{,}003$.

$3‰$ alcohol in het bloed is al zoveel, dat de rijvaardigheid wordt beïnvloed. Bij $1\% = 10‰$, dus een promillage van 10 ben je volledig laveloos.

Opgave 16: Promille

Lees eerst na wat een promillage is. Bereken steeds om hoeveel promille het gaat.

a 3 van de 400 is ...‰

b $12{,}5\% =$ ...‰

c $\frac{1}{2000} =$ ...‰

Tijdens een alcoholcontrole wordt bij een automobilist $7{,}5‰$ alcohol in het bloed aangetroffen. Een mens heeft zo'n 6 liter bloed in zijn lichaam.

d Hoeveel deciliter alcohol had deze onverantwoordelijke automobilist dan in zijn lichaam?

e Een glas bier ($0{,}2$ liter) kan 5% alcohol bevatten. Als al die alcohol in het bloed terechtkomt, voor hoeveel promille alcohol in het bloed zorgt elk glas bier dan?

Bij onderzoek naar vervuiling van het oppervlaktewater (zoals in rivieren en meren) worden meestal watermonsters genomen. Uit een bepaald meer wordt 1 liter water gehaald. 1 liter water weegt 1 kg. Daarin wordt 12,6 gram van een vervuilende stof aangetroffen.

f Hoeveel promille van die stof zal het meer bevatten?

g De hoeveelheid water in dit meer wordt geschat op 650 miljoen liter. Hoeveel kg van die vervuilende stof bevat het meer dan?

Opgave 17: Rijnwater

Het water van de Rijn verspreidt zich als het Nederland binnenkomt over meerdere rivierarmen.

Eerst gaat 65% naar de Waal en 35% van het water naar de Nederrijn. En vervolgens splitst de Nederrijn zich vlak voor Arnhem en gaat 60% van het water naar de Lek en 40% naar de IJssel.

a Hoeveel procent van het Rijnwater komt in het IJsselmeer terecht?

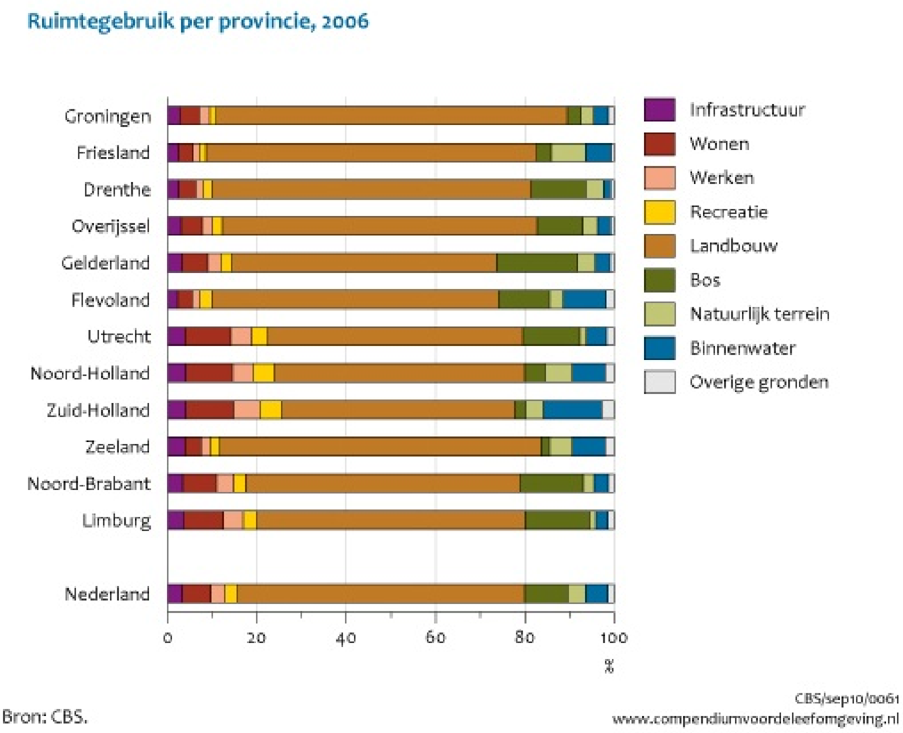
b Hoeveel procent van het Rijnwater komt via de Lek in de Noordzee terecht?

In het Ruhrgebied wordt het water van de Rijn vervuild doordat er een bepaalde hoeveelheid kleurstof wordt geloosd. Onderzoekers schatten dat 640 kg van die kleurstof in de IJssel terecht is gekomen.

c Hoeveel kg kleurstof is er geloosd?

Opgave 18: Bodemgebruik NL

In dit diagram zie je hoe omstreeks 2006 het gebruik van de beschikbare ruimte is verdeeld. Er is op dat moment ongeveer 3500 km^2 bos in Nederland.



a Bereken hoeveel km^2 er voor de overige categorieën beschikbaar is. Schrijf je berekeningen op.

b Het lijkt erop dat Limburg en Noord-Brabant ongeveer evenveel bos hebben. Mag je die conclusie trekken op grond van dit diagram? Licht je antwoord toe.

2.5 Procenten eraf en erbij

Verkennen

Opgave V1

Rijwielhandel 'De Rijwiel Specialist' geeft tijdens de feestweek 40% korting. Daar is een bromfiets van € 1600 te koop. De korting gaat er nog af!

a Op hoeveel procent stel je de oude prijs?

b Hoeveel procent is de nieuwe prijs als er 40% korting wordt gegeven?

c Wat is nu de prijs van de bromfiets die jij moet betalen, als er 40% korting op wordt gegeven?

d Bereken met één vermenigvuldiging de nieuwe prijs voor een scooter van € 1800.

Opgave V2

De rijwielhandel heeft het afgelopen jaar € 120.000 winst gemaakt. De verwachting is, dat de winst dit jaar 15% hoger zal uitvallen.

a Als je de winst van het afgelopen jaar op 100% stelt, hoeveel procent zal de winst dan dit jaar naar verwachting zijn?

b Bereken de verwachte winst van dit jaar.

c Als de rijwielhandelaar verwacht dat de winst het volgende jaar opnieuw met 15% zal toenemen, hoeveel is dan de winst over het volgende jaar? Schrijf je berekening op.

Theorie

Opgave 1

Je weet dat $15\% = \frac{15}{100} = 0{,}15$.

Schrijf de volgende percentages ook als decimale getallen:

a 54%

b 124%

c 80%

d 9%

e 185%

f 4,5%

g 130%

h 200%

Opgave 2

Een artikel kost € 130,00. Deze prijs wordt verhoogd met 18%.

Bereken de prijs die je moet betalen. Schrijf je berekening op.

Opgave 3

Een artikel kost € 75,00. Er wordt 12% korting gegeven.

Bereken de nieuwe prijs. Schrijf je berekening op.

Opgave 4

Bereken telkens de nieuwe prijs, of het nieuwe bedrag.

a Je koopt een fiets van € 650,00 met 12,5% korting.

b De contributie van de tafeltennisclub is € 80,00 per jaar. De contributie wordt verhoogd met 5%.

c De prijs van de benzine in 2010 is sinds 1960 met wel 120% gestegen. In 1960 kostte 1 liter benzine *f* 1,40 (1,40 gulden is € 0,64).

Opgave 5

Een bepaald type brommer is in prijs is gestegen van € 1600,00 naar € 1800,00. Je kunt berekenen hoeveel procent de prijsstijging bedraagt door eerst de prijsstijging in euro uit te rekenen en dan te berekenen hoeveel procent van 1600 dat is.

a Bereken de prijsstijging op die manier. Gebruik eventueel een verhoudingstabel en reken via 1.

b Laat zien hoe je de prijsstijging ook direct vanuit de getallen 1800 en 1600 kunt berekenen.

Opgave 6

Marianne is met haar vriendin Anneke aan het winkelen. Op een gegeven moment komen ze langs een winkel met enorme aanbiedingen die ze meteen binnenstormen.

a Marianne ziet een trui van € 49,98. Wat gaat die trui kosten met deze korting?

b Anneke koopt twee spijkerbroeken met winkelprijs € 51,75. Wat betaalt ze daarvoor?

Marianne ziet een blouse waarop 20% korting staat. De winkelprijs is € 33,50 en ze moet er € 27,00 voor betalen.

c Klopt het kortingspercentage wel?

Opgave 7

Je koopt een fiets van € 650,00 voor € 600,00. Hoeveel procent korting krijg je dan?

a Bereken dit percentage door eerst de korting in euro te berekenen.

b Bereken dit percentage door rechtstreeks met de bedragen 600 en 650 te rekenen.

Opgave 8

Als je van een bepaald getal eerst 10% afhaalt en dan bij de uitkomst weer 10% optelt, heb je dan het oorspronkelijke getal weer terug? Verklaar je antwoord, eventueel met een getallenvoorbeeld.

Opgave 9

De btw op een fiets die € 650 kost exclusief btw (dus zonder btw) is 21% van de prijs.

Hoeveel betaal je voor deze fiets inclusief btw?

Opgave 10

Voor een koelkast betaal je inclusief 21% btw € 677,60.

a Hoeveel euro bedraagt de btw?

b Hoeveel kost deze koelkast zonder btw?

Opgave 11

In de horeca bestaat ook het lage 6% btw-tarief. Dat tarief geldt namelijk voor het leveren van eten en (niet alcoholische) dranken.
Je eet in een restaurant een gezonde maaltijdsalade met een glas bubbelwater. Dat kost je € 8,75 inclusief btw.

Hoeveel bedraagt de prijs exclusief btw?

Verwerken

Opgave 12

Stel je voor dat je op 1 januari 2000 een bedrag van € 1000,00 op de bank op een rekening hebt gezet. Je doet er verder niets mee, je haalt er geen geld van af en je doet er ook niets bij. Maar, de bank geeft elk jaar 5% rente over het bedrag dat op die rekening staat.

a Hoeveel geld heb je dan op 1 januari 2001?

b En op 1 januari 2002?

c En op 1 januari 2010?

d Na hoeveel jaar is dit kapitaal meer dan verdubbeld?

Opgave 13

Jascha Konichev is architect en heeft een naambord gemaakt waarop zijn beroep duidelijk uitkomt. Het bord is 50 cm bij 90 cm en gemaakt van perspex. In de zon wil perspex nog wel eens uitzetten, zowel in de lengte als in de breedte ongeveer $0{,}2\%$.

a Hoe lang en hoe breed wordt dit bord na een zonnige dag?

b Wordt de oppervlakte van het bord ook $0{,}2\%$ groter? Verklaar je antwoord.

Opgave 14

Op een stereo-installatie van € 560,00 krijg je 40% korting. Je moet echter nog wel 21% btw betalen. Er zijn nu twee mogelijkheden:

- de winkelier rekent eerst prijs met korting uit en dan telt hij de btw er bij, of
- de winkelier telt eerst de btw bij de prijs en berekent dan de korting.

Laat door berekening zien wat voor jou het voordeligst is.

Opgave 15

Een voetbalvereniging bestond in 2000 uit 340 leden. Door een wervingscampagne bestond de vereniging in 2001 uit 400 leden.

Met hoeveel procent is het ledenaantal in 2001 toegenomen ten opzichte van dat in 2000?

Opgave 16

Hans koopt in de uitverkoop een paar schoenen voor € 50,00. De schoenen kosten normaal € 59,75.

Hoeveel procent korting heeft Hans gekregen?

Toepassen

Om het verloop van bijvoorbeeld de prijzen van levensmiddelen weer te geven worden wel **indexcijfers** gebruikt.
Stel dat in 2012 de gemiddelde prijs van een standaardpakket levensmiddelen € 24,00 was. Als datzelfde pakket levensmiddelen in 2013 dan € 25,20 kost, dan is dat $\frac{25{,}20}{24} = 1{,}05$ keer zoveel.
Neem je 2012 als basisjaar, dan is in 2012 de prijsindex 100(%).
En in 2013 is de prijsindex $1{,}05 \times 100 = 105$.

Eenzelfde pakket levensmiddelen kost in 2014 wel € 25,90.
Ga na dat in 2014 het indexcijfer ongeveer 108 is.
Zo kun je een tabel met indexcijfers samenstellen.

jaartal	2011	2012	2013	2014	2015	2016
indexcijfer	98	100	105	108	112	103

De prijs van het pakket levensmiddelen in 2015 kun je met behulp van het indexcijfer uitrekenen:

$prijs = \frac{112}{100} \times 24 = 26{,}88$, dus € 26,88.

Een ander pakket levensmiddelen kun je bij een groothandel in 2014 voor € 22,50 kopen. De prijs van dit pakket bij die groothandel in 2016 kun je met behulp van de indexcijfers uitrekenen:

$prijs = \frac{103}{108} \times 22{,}50 \approx 21{,}46$, dus € 21,46.

Soms wil je van basisjaar wisselen. Als je 2014 als basisjaar gaat nemen in plaats van 2012, moet je alle indexcijfers omrekenen. Het indexcijfer van 2014 is 108 en dit moet 100 worden. Dus alle indexcijfers worden vermenigvuldigd met $\frac{100}{108}$. Je maakt nu eenvoudig een nieuwe tabel met indexcijfers.

Opgave 17: Indexcijfers

Kijk in **Toepassen** goed hoe je met indexcijfers rekent.
Bekijk de tabel met indexcijfers van een standaard voedselpakket.

a Hoe zie je aan de tabel dat 2012 het basisjaar is?

b Laat zien, dat het indexcijfer voor 2014 inderdaad 108 moet zijn.

c Hoeveel kostte dit standaard voedselpakket in 2015?

d Hoeveel kostte dit standaard voedselpakket in 2011?

e Als dit standaard voedselpakket in 2017 € 27,50 kost, welk indexcijfer krijgt 2017 dan?

Voor de prijs van een brood geldt dezelfde tabel met indexcijfers. Weer is 2012 het basisjaar. In 2013 kost dit brood € 1,10.

f Hoeveel kost het in 2016?

g En hoeveel kostte het in 2011?

Je gaat nu 2014 als basisjaar nemen.

h Reken alle indexcijfers in de tabel om. Maak een nieuwe tabel.

i Bereken met die nieuwe tabel het indexcijfer voor 2017.

Opgave 18: Procent of procentpunt?

Bekijk nog een keer de tabel met indexcijfers in **Toepassen**.
In 2013 was het indexcijfer 105 en in 2015 was het 112.

a Mag je hieruit concluderen dat in 2015 het basispakket levensmiddelen 7% duurder was dan in 2013? Leg uit.

In dit geval wordt de term ‘procentpunt’ gebruikt: in 2015 was het basispakket 7 procentpunt duurder dan in 2013.

b In 2016 was het basispakket 9 procentpunt goedkoper dan in 2015. Hoeveel procent was het goedkoper?

c In 2020 konden huizenkopers een hypotheek afsluiten tegen 2,0% rente per jaar. In 2022 was dat 2,1 procentpunt hoger. Met hoeveel procent was de hypotheekrente toen gestegen ten opzichte van 2020?

Opgave 19: Drogist

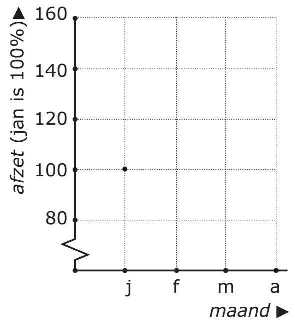
Een drogisterij heeft een aantal maanden bijgehouden hoeveel potjes van een bepaalde zalf voor welke prijs zijn verkocht.

maand	afzet	prijs per potje	totale omzet
jan	40	2,00	
feb	50	1,75	
mrt	60	1,80	
apr	55	1,80	

a Vul de tabel verder in.

b In februari heeft de drogisterij 10 potjes meer verkocht dan in januari. Hoe groot is de procentuele toename?

c Neem aan dat de afzet in januari op 100% wordt gesteld. Neem de grafiek hiernaast over en maak hem af.



d Is de omzet in februari ook toegenomen ten opzichte van januari? Zo ja met hoeveel procent?

e Teken in hetzelfde assenstelsel het verloop van de omzet in procenten. Neem ook nu de omzet in januari als 100%.

f Met hoeveel procent is de afzet in april gestegen ten opzichte van januari?

g Met hoeveel procent is de afzet in april gedaald ten opzichte van maart?

h Hoeveel procent is de omzet in maart gestegen ten opzichte van februari?

Opgave 20: NL bevolking

Je ziet hier een tabel waarin het verloop van de Nederlandse bevolking in de vorige eeuw is terug te vinden. Verder zie je het aantal inwoners per km^2 land.

jaartal	1900	1910	1920	1930	1940	1950	1960	1970	1980	1990
bevolking 1 jan ×1.000.000	5,10	5,86	6,86	7,83	8,83	10,02	11,42	12,96	14,09	14,89
inwoners per km^2 land	154	180	210	240	268	309	352	384	415	439

a Hoeveel Nederlanders waren er in 1910 meer dan in 1900? Hoeveel procent is dat?

b Hoeveel Nederlanders waren er in 1990 meer dan in 1980? Hoeveel procent is dat?

c Vergelijk de antwoorden bij a en b. Wat valt je op? Hoe kun je dat verklaren?

d Met hoeveel procent is de bevolking in 1990 toegenomen ten opzichte van 1900?

e Met hoeveel procent is het aantal inwoners per km^2 in 1990 toegenomen ten opzichte van 1900?

f Er is een klein verschil tussen de antwoorden bij d en e. Hoe kan dat?

g Hoe kun je met deze tabel uitrekenen hoe groot Nederland is?

2.6 Totaalbeeld

Samenvatten

Als je door de stad loopt, kom je langs winkels die allerlei producten te koop aanbieden. Om geen slechte koop te doen moet je prijzen op de juiste manier met elkaar kunnen vergelijken. Als iets te duur is om meteen te kopen, kun je er voor sparen. Bij een bank krijg je rente. Die rente wordt berekend met procenten. Ook winkeliers werken vaak met procenten. Bijvoorbeeld om de korting tijdens de uitverkoop te bepalen.

De volgende opgaven zijn bedoeld om overzicht over het onderwerp **Verhoudingen en procenten** te krijgen. Dit betreft de onderdelen 1, 2, 3, 4 en 5. Het is nuttig om er een eigen samenvatting bij te maken.

Begrippen

- verhoudingstabel
- rekenen in een verhoudingstabel
- procent — percentage — via 1 rekenen
- rekenen met procenten
- procenten eraf of erbij

Activiteiten

- werken met een verhoudingstabel;
- in verhoudingstabellen rekenen — met verhoudingstabellen verhoudingen vergelijken;
- werken met procenten — percentages van getallen berekenen;
- werken met procenten in de praktijk — percentages berekenen — het geheel berekenen als het percentage bekend is;
- werken met procenten eraf of erbij in de praktijk.

Opgave 1

Je ziet hier een verhoudingstabel.

aantal	50	5	1	10	20	15	35	
kosten	120	12		24				3,6

a Leg uit waarom dit met de gegeven getallen inderdaad een verhoudingstabel is.

b Maak de tabel verder af.

c Welke vier bewerkingen kun je in een verhoudingstabel uitvoeren? Geef van elk van die bewerkingen een voorbeeld in de tabel hierboven.

Opgave 2

Wat is meer 12 van de 50 of 14 van de 60?

Bepaal het antwoord met behulp van verhoudingstabellen.

Opgave 3

Hoeveel procent is 12 van de 18?

a Beantwoord deze vraag met behulp van een verhoudingstabel.

b Beantwoord deze vraag zonder verhoudingstabel.

Opgave 4

Rekenen met procenten.

a Hoe reken je 18% van 680 uit?

b Hoe reken je 18% van $\frac{1}{4}$ deel van 680 uit?

c Hoe reken je uit hoeveel procent 65 van 80 is?

d Als 12% van een getal 84 is, hoeveel is dat getal zelf dan?

Opgave 5

Rekenen met procenten eraf en erbij.

a Je krijgt op een bedrag van € 650,00 wel 35% korting. Leg uit hoe je kunt berekenen hoeveel je moet betalen.

b Voor een artikel van € 62,50 hoef je maar € 50,00 te betalen. Leg uit hoe je kunt berekenen hoeveel procent korting je krijgt.

c Op 1 januari 2000 woonden in de gemeente Zutphen 35.000 mensen. De bevolking groeit met 4% per jaar. Leg uit hoe je kunt berekenen hoeveel inwoners Zutphen heeft op 1 januari 2001 en op 1 januari 2010.

d De winst is in één jaar tijd gestegen van € 165.000 tot € 172.000. Leg uit hoe je kunt berekenen met hoeveel procent dat is.

Toepassen

Opgave 6: Dwergspitsmuis

De dwergspitsmuis is het kleinste zoogdier van Nederland. Toch eet het diertje naar verhouding 40 keer zoveel als een volwassen olifant. Het eet elke dag zijn eigen gewicht aan insecten op.

De dwergspitsmuis is een insectenetend zoogdiertje met een gewicht tussen de $2{,}4$ en $2{,}6$ gram. Het diertje leeft het liefst zo diep mogelijk onder de grond in gangen en holen die andere dieren gegraven hebben.
De dwergspitsmuis heeft een heel ander levensritme dan de mens: hij slaapt 3 uur en is dan 3 uur wakker en actief, daarna slaapt hij weer 3 uur, enzovoorts. Hij heeft dus maar een dag van 6 uur. Een dwergspitsmuis van 1 jaar is van middelbare leeftijd; het dier wordt hoogstens zo'n 15 maanden oud.

Een olifant weegt gemiddeld zo'n 4000 kg. In een dierentuin eet zo'n olifant per dag 20 kg hooi, 15 kg gras, 10 kg krachtvoer, 45 kg takken, 5 kg brood en 5 kg gemengd groenvoer. Deze dwergspitsmuis is ongeveer 5 cm als je zijn staart niet meerekent.

a Reken na of de dwergspitsmuis naar verhouding 40 keer zoveel eet als de olifant.

b Voor een dwergspitsmuis duurt een 'dag' 6 uur. Hoe lang is voor de mens één 'muizenjaar'?

c Hoe lang is voor deze muis één mensenjaar?

d Hoe oud wordt de dwergspitsmuis in 'muizenjaren'?

Opgave 7: Toegestane afwijkingen bij producten

Op bijvoorbeeld een pak suiker wordt het gewicht aangeven als: 1 kg ℮.
Deze ℮ geeft aan dat het gewicht van dit pak suiker wel niet precies 1 kg zal zijn, maar wel ligt binnen de grenzen die de Europese Unie heeft vastgesteld.
Regelmatig worden er door ambtenaren in opdracht van de E.U. controles uitgevoerd om na te gaan of het gewicht binnen de juiste grenzen ligt. Voor 1 kg suiker is de toegestane afwijking van het gewicht $1,5$%.

a Tussen welke grenzen mag het gewicht van dit pak suiker zitten?

b Zoek minstens vijf verschillende producten waarop dit teken voorkomt en maak een lijst met het toegestane gewicht (of volume) van elk van die producten.

Begrippen

- omtrek — lengte-eenheid — omtrek cirkel
- meter, standaardmaat lengte — voorvoegsels
- oppervlakte — oppervlakte-eenheid, vierkante meter
- inhoud, volume — volume-eenheid, kubieke meter
- volume-eenheid, kubieke meter, liter

Activiteiten

- de omtrek bepalen van vooral roosterfiguren en van cirkels;
- werken met verschillende lengtematen en eenheden omrekenen;
- de oppervlakte bepalen van vooral roosterfiguren en werken met verschillende oppervlaktematen en eenheden omrekenen;
- de inhoud bepalen van een balk, een prisma en een cilinder;
- werken met verschillende inhoudsmaten en eenheden (behalve m^3 ook liter) omrekenen.

Hoe groot is het?

Domein

Meten en tekenen

Hoofdstuk

Omtrek, oppervlakte en inhoud

Inhoud

3

3.1 Omtrek

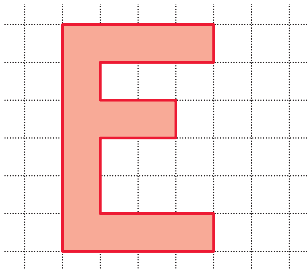
Verkennen

Opgave V1

Je ziet het hoofdje van een baby.

Hoeveel cm bedraagt de omtrek van dit hoofdje?

Opgave V2

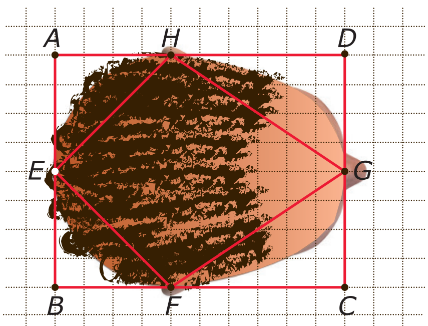


Elk roosterhokje heeft in werkelijkheid een lengte en breedte van 1 cm.
Hoe groot is de omtrek van de letter E?

Theorie

Opgave 1

Bekijk het rooster met een bovenaanzicht van een hoofd, een rechthoek $ABCD$ en een vlieger $EFGH$. De afmetingen van één roosterhokje stellen in werkelijkheid 4 cm bij 4 cm voor.



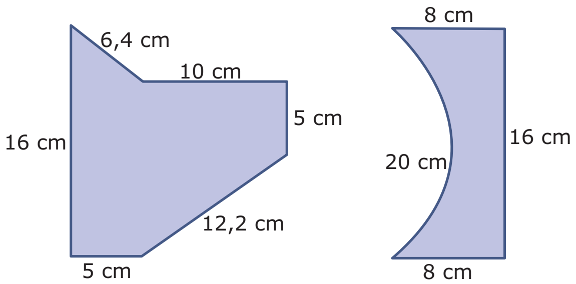
a Hoe groot is de omtrek van de rechthoek in werkelijkheid, uitgedrukt in centimeter?

b Meet met je liniaal de omtrek van vlieger $EFGH$. Hoe groot is deze omtrek in de tekening? En in werkelijkheid?

c Leg uit, hoe je nu met behulp van de antwoorden bij a en b de omtrek van het hoofd op de tekening kunt schatten. Schrijf je schatting op.

Opgave 2

Bepaal de omtrek van de volgende figuren.



Opgave 3

Ga door meten na, dat de omtrek van een cirkel ongeveer $3{,}14$ keer de diameter is. Gebruik cilindrische voorwerpen en de methode van de applet.

Opgave 4

Bereken de omtrek van een cirkel met een straal van 5 centimeter.

Opgave 5

Bekijk de roosterfiguur in **Voorbeeld 1**. Teken de figuur na op ruitjespapier met ruitjes van 1 cm bij 1 cm.
Controleer door te meten, of door te tellen en te meten, of de omtrek van je figuur inderdaad ongeveer 22 cm is.

Opgave 6

a Hoe groot is de omtrek van een rechthoek van 12 bij $12{,}5$?

b Hoe groot is de zijde van een vierkant waarvan de omtrek 144 is?

Opgave 7

Bekijk roosterfiguur $ABCDEF$ in **Voorbeeld 2**. Teken de figuur zo nauwkeurig mogelijk na op een cm-rooster. Controleer door hokjes te tellen, te meten en te schatten of de omtrek van je figuur inderdaad ongeveer 24 cm is.

Opgave 8

Een houten bord heeft de vorm van een cirkel met een straal van 6 cm.

a Bereken de omtrek en rond af op een decimaal.

b Je zaagt dit bord doormidden. Bereken de omtrek van de halve cirkel die zo ontstaat en rond af op een decimaal.

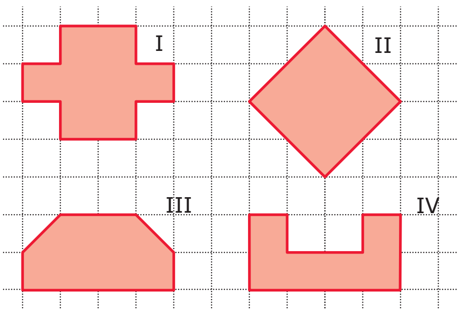
c Je zaagt dit halve bord nog eens doormidden. Bereken de omtrek van de kwart cirkel die zo ontstaat en rond af op een decimaal.

Verwerken

Opgave 9

In dit rooster stelt elk roosterhokje een vierkantje van 1 cm bij 1 cm voor.

Bepaal van alle vier de figuren de omtrek. Teken de figuren eventueel na op een cm-rooster.



Opgave 10

Een sportveld heeft de vorm van een rechthoek van 20 m bij 10 m.

a Hoe groot is de omtrek van dit sportveld?

b Er wordt besloten om vierkante tegels rond het sportveld te leggen. Deze tegels zijn $0{,}5$ meter breed. Hoeveel tegels moeten er worden gelegd?

Opgave 11

Bas en Eva hebben in de woonkamer een rond kleedje liggen. De straal van het kleedje is 50 cm.

Bas zegt dat de omtrek van het kleedje ongeveer gelijk is aan 157 cm. Volgens Eva is de omtrek van het kleedje ongeveer gelijk aan 314 cm. Laat met een berekening zien wie er gelijk heeft.

Opgave 12

Phil heeft in zijn tuin een terras in de vorm van een kwart cirkel met een straal van 4 meter. Rondom dat terras wil hij plantjes zetten. Om te bepalen hoeveel plantjes hij nodig heeft, heeft hij de omtrek van het terras nodig. Teken de kwart cirkel op roosterpapier. Neem 1 cm voor elke meter.

Hoe groot is de omtrek van het totale terras?

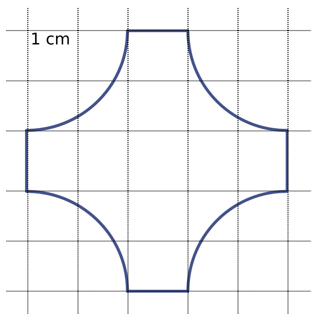
Opgave 13

De afgebeelde figuur van een zespuntige ster bestaat uit zes identieke ruiten. Om elk van deze ruiten kun je in werkelijkheid precies een rechthoek tekenen van 4 cm bij 2 cm.

Bepaal de omtrek van de figuur.

Opgave 14

De omtrek van deze figuur bestaat uit vier kwart cirkels en vier rechte lijnstukken. Hij is getekend op een hokjesrooster van 1 cm bij 1 cm. Bereken de omtrek van de figuur.



Toepassen

Opgave 15: Curvimeter

Voor het meten van kromme wegen op een kaart wordt soms een curvimeter gebruikt. Onderaan een curvimeter zit een klein wieltje waarmee je over de kaart rolt. De curvimeter geeft de 'gerolde' afstand aan.

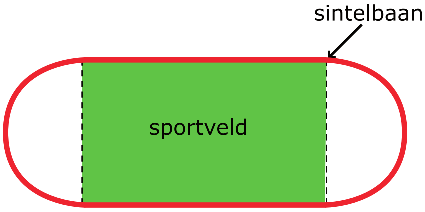
Met een curvimeter kun je bijvoorbeeld de omtrek van een vijver op een kaart bepalen. Je kunt er ook de omtrek van een getekende cirkel mee bepalen.

a Leg uit hoe je denkt dat een curvimeter werkt.

b Beschrijf hoe je de lengte van kromme lijnen op papier ook kunt meten met een muntstuk van 1 euro.

Opgave 16: Atletiekveld

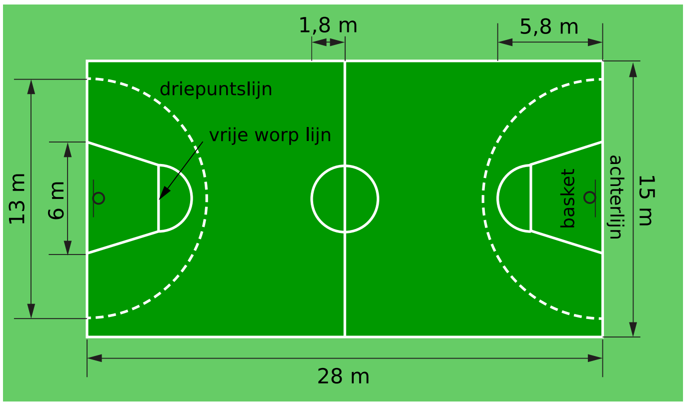
De gemeente Schijndel laat een nieuw atletiekveld aanleggen: een rechthoekig sportveld met daaromheen een sintelbaan. De sintelbaan bestaat uit twee rechte stukken en twee halve cirkels.



Het sportveld is 60 bij 106 meter lang.
Hoe lang is de sintelbaan? Rond het eindantwoord af op gehele meters.

Opgave 17: Basketbalveld

In een nieuwe sportzaal moet een basketbalveld worden uitgezet. Hiervoor moet de vloer worden voorzien van rechte en cirkelvormige (stippel)lijnen.



a De gestippelde lijnen, ook wel de driepuntslijnen genoemd, zijn halve cirkels. Bereken in cm nauwkeurig hoeveel meter stippellijn er in totaal moet worden getrokken. Laat je berekening zien.

b In het midden van het basketbalveld bevindt zich een cirkel. Deze cirkel wordt met een doorlopende lijn getrokken. Bereken in cm nauwkeurig hoeveel meter lijn er in totaal getrokken moet worden om de cirkel te maken. Laat je berekening zien.

c Op de eerste dag worden de driepuntslijnen, de cirkel in het midden, de lijn in het midden en de buitenkant van het basketbalveld gelegd. Hoeveel meter aan (stippel)lijnen wordt er op de eerste dag getrokken?

Practicum

Applet

Verplaats de punten en bepaal zelf de omtrek van zeshoek $ABCDEF$.

3.2 Lengtematen

Verkennen

Opgave V1

Hier zie je hoe de omtrek van het hoofd van een baby wordt gemeten.

a Waarom meet je die omtrek in centimeters?

b Waarom meet je die omtrek niet in kilometers?

c Heeft het zin om die omtrek in millimeters nauwkeurig te bepalen? Licht je antwoord toe.

Opgave V2

Welke lengtematen ken je al? Noem er zoveel mogelijk.

Theorie

Opgave 1

De standaard lengtemaat is de meter.

a Wat betekent 'centimeter'? Hoeveel centimeter gaan er in een decameter? En in een kilometer?

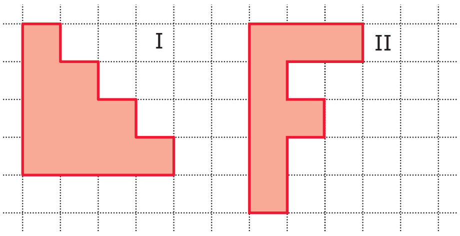
b Wat betekent 'hectometer'? Hoeveel decimeter gaan er in een hectometer? En hoeveel millimeters?

c Hoeveel cm is 1 dm $+1$ m?

d Hoeveel m is 1 km -1 dam?

Opgave 2

Bekijk de twee figuren op het rooster.



a Hoe hoog en breed zijn de figuren, als elk roosterhokje een zijde van 1 heeft?

b Hoe hoog en breed zijn de figuren in kilometers als elk roosterhokje 10 km bij 10 km voorstelt?

c Hoe hoog en breed zijn de figuren in centimeters als elk roosterhokje 5 mm bij 5 mm is?

Opgave 3

Reken om.

a 1021 cm = ... m

b 5630 m = ... hm

c 34,1 cm = ... mm

d 1,2 km = ... cm

Opgave 4

Waar of niet waar? Licht je antwoord toe.

a Een standaard voetbalveld is ongeveer 10000 mm lang.

A. Waar
B. Niet waar

b Een kerktoren kan een hoogte hebben van wel 20000 op elkaar gestapelde euro's.

A. Waar
B. Niet waar

Opgave 5

Reken de lengte-eenheden in elkaar om.

a 56,1 cm = ... mm

b 3,6 km = ... cm

c 86,5 dm = ... mm

d 181,4 m = ... km

Opgave 6

Bereken.

a 1 dm +1 m = ... cm

b 1 km −1 dam = ... m

c 3300 m +560 hm = ... km

d 5800 mm −420 cm = ... m

Opgave 7

De snelheid van een hardloper, wielrenner of auto wordt in Nederland uitgedrukt in kilometer per uur (km/h).

a Hoeveel meter per seconde (m/s) is 1 km/h?

b Hoeveel meter per seconde is 36 km/h?

c Hoeveel kilometer per uur is 1 m/s?

d Een auto rijdt 120 km/h. Hoeveel meter per seconde is dit?

e Een hardloper loopt 5 m/s. Hoeveel km/h is dit?

Opgave 8

Je reist met de trein van Amsterdam naar Maastricht. De intercity doet hier 2 uur en 35 minuten over. In deze tijd legt de trein een afstand van 211 kilometer af. Hoeveel m/s is de snelheid van de trein gemiddeld tijdens deze reis?

Verwerken

Opgave 9

Reken om.

a 5 km = ... dm

b 12,5 dam = ... km

c 1246 mm = ... dm

d 0,03 km = ... cm

Opgave 10

Reken om.

a 321 dm = ... m

b $34,1$ dm = ... mm

c $155,4$ m = ... km

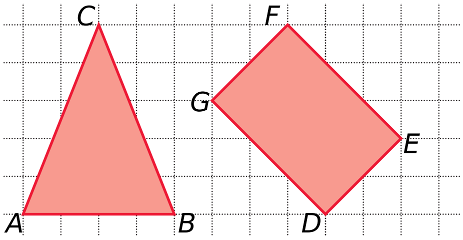
d $12,5$ km = ... cm

Opgave 11

Een stapel van 500 vellen papier is $4,5$ cm hoog. Hoeveel mm is de dikte van één vel papier?

Opgave 12

Bekijk de twee figuren op het rooster.



a De driehoek ABC is in werkelijkheid 10 cm hoog. Hoeveel mm is AB?

b Je kunt in de figuur, op de roosterlijnen, een vierkant tekenen waar de getekende rechthoek $DEFG$ precies in past. Hoe hoog en hoe breed is deze figuur? Geef je antwoord in dm.

Opgave 13

Op een rond verkeersbord, wit met een rode rand, staat 30. Zo'n bord betekent dat de maximum toegestane snelheid 30 km/h is.
Welk getal zou er staan als we bij dit soort borden geen km/h zouden bedoelen, maar m/s?

Opgave 14

Je wilt één wand van een kamer behangen. De wand is $2{,}60$ meter hoog, $3{,}15$ meter breed en heeft geen deuren of ramen. Je gebruikt behang van 60 centimeter breed dat verkocht wordt op rollen van 10 meter.

a Hoeveel banen (van hoeveel cm) behang heb je nodig om de hele wand te bedekken met verticale banen?

b Hoeveel rollen behang heb je dan nodig?

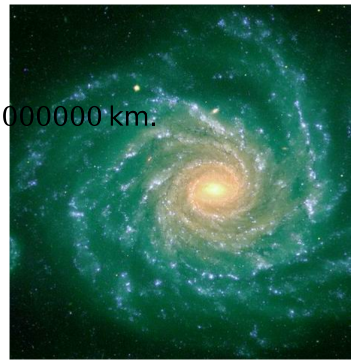
c Hoeveel banen behang (van hoeveel cm) heb je nodig om de hele wand te bedekken met horizontale banen?

d Hoeveel rollen behang heb je dan nodig?

Opgave 15

Milou reist van school naar huis met de bus. De afstand is $7{,}5$ kilometer. De bus rijdt met een gemiddelde snelheid van $37{,}5$ km/h. Haar broer Daan gaat met de fiets naar huis. Omdat hij eerder thuis wil zijn dan Milou fietst hij stevig door met een snelheid van 20 km/h. Hij neemt een binnendoor route van 5 kilometer. Ze vertrekken tegelijkertijd. De bushalte is vlak voor de school- en huisdeur, dus Milou hoeft niet te lopen. Is Daan inderdaad eerder thuis dan Milou? Licht je antwoord toe.

Toepassen



Een **lichtjaar** is de afstand die het licht in 1 jaar tijd aflegt.
En het licht gaat met 300.000 km per seconde...

Dus een lichtjaar is ongeveer $300000 \times 60 \times 60 \times 24 \times 365 = 9460800000000$ km.

Dat is $9.460.800$ miljoen km ofwel $9460{,}8$ miljard km.
Als je bedenkt dat de omtrek van de aarde ongeveer 40.000 km is, begrijp je wel dat je even pittig moet doorfietsen om deze afstand in een mensenleven af te leggen...

Over dit soort afstanden spreek je als je het hebt over sterren in het heelal. Maar dan wel over sterren die niet te ver van de zon afliggen!
Het sterrenstelsel NGC 123 ligt ongeveer 100 miljoen lichtjaren van de zon.

Opgave 16: Lichtjaar

In de sterrenkunde gaat het vaak om hele grote afstanden zoals je in **Toepassen** ziet.

Daar kun je lezen wat bijvoorbeeld een lichtjaar is.

a Een lichtminuut is de afstand die het licht in één minuut aflegt. Hoeveel km is een lichtminuut ongeveer?

b De afstand van de Aarde tot de Zon is ongeveer $149.597.870$ km. Hoeveel lichtminuten is dat?

c Hoeveel seconden doet het zonlicht er over om de Aarde te bereiken?

d Neptunus is de buitenste echte planeet van ons zonnestelsel. Het zonlicht doet er 4 uur, 9 minuten en $54{,}2$ seconden over om Neptunus te bereiken. Hoeveel km is de afstand van Neptunus tot de Zon ongeveer?

e De dichtstbijzijnde ster na onze zon, Proxima Centauri, is ongeveer $4{,}22$ lichtjaar van ons verwijderd. Hoeveel km is dat? En hoe lang doe je over die afstand in een ruimteschip dat met 10.000 km/uur door de ruimte raast?

Opgave 17: Engelse lengtematen

In Engeland worden afwijkende lengtematen gebruikt: de ‘inch’ (precies $2{,}54$ cm), de ‘foot’, de ‘yard’, de ‘mile’ en de ‘league’. Via de **Wikipedia** kun je hier nog veel meer over lezen. Reken nu zelf de Engelse maten om naar het standaard eenhedenstelsel, het **S.I.-stelsel**.

a Een foot is 12 inches. Hoeveel cm is een foot?

b Een yard is 3 feet (meervoud van foot). Hoeveel cm is een yard?

c Een mile is 1760 yards. Hoeveel m is een mile?

d Een league is 3 miles. Hoeveel km is een league?

Het voetbal is een sport die van oorsprong uit Engeland komt. Er worden daarom veel Engelse maten gebruikt.

e Het doel is bijvoorbeeld 24 feet breed en 8 feet hoog. Reken dit om naar meters (in twee decimalen nauwkeurig).

f De middencirkel heeft een straal van 30 feet. Hoeveel m is dat in twee decimalen nauwkeurig?

g De penaltystip ligt op 11 meter voor het midden van het doel. Hoeveel feet is dat?

h De breedte van een voetbalveld moet tussen de 50 en de 100 yards liggen en de lengte tussen de 100 en de 130 yards. Reken deze waarden om naar m.

Opgave 18: Snelheden in mph

In Engeland en de USA zijn de maximum snelheden voor automobilisten in mph (miles per hour).

a Hoeveel km/uur is 1 mph? Geef je antwoord in drie decimalen nauwkeurig.

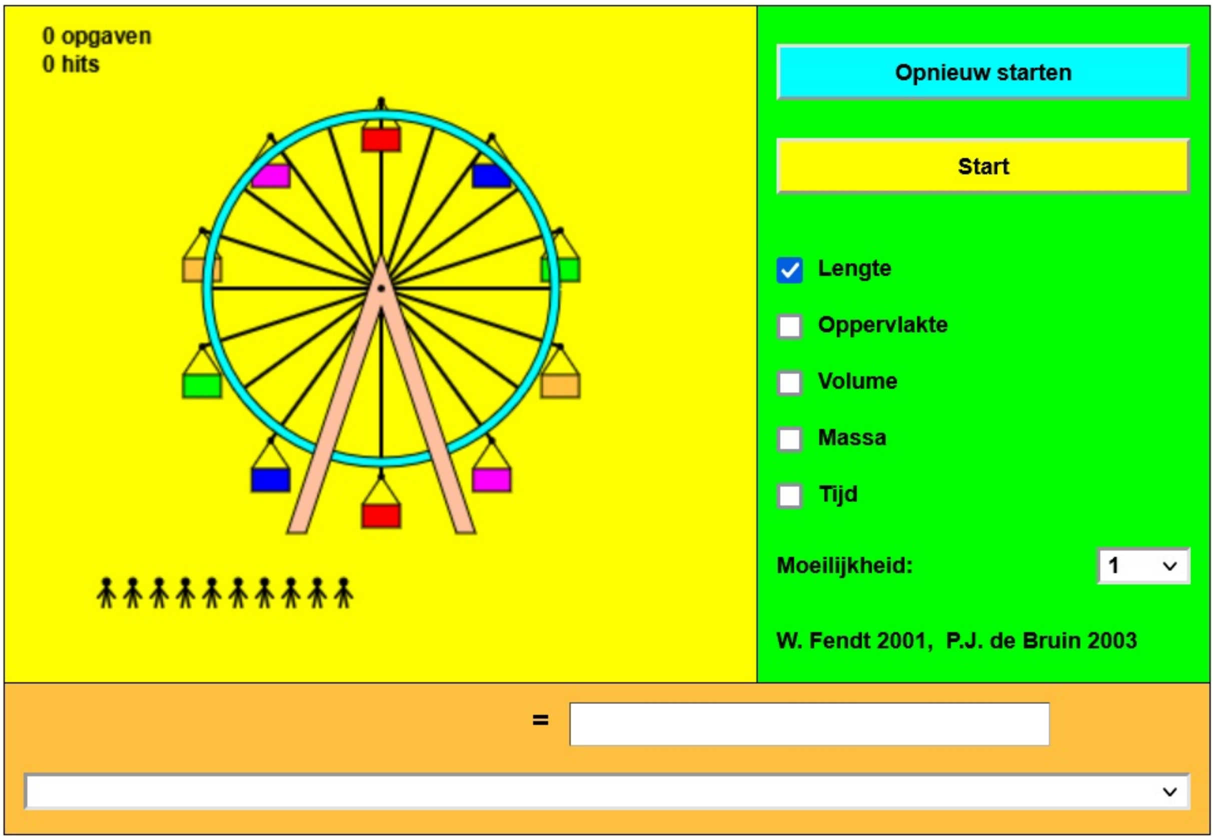
b Welke snelheidsgrens geeft dit Engelse verkeersbord aan in km/uur?

Je rijdt in Engeland van het centrum van London naar York (een afstand van 204 miles) met een gemiddelde snelheid van 50 mph. Je auto rijdt 15 km op 1 liter benzine. Benzine kost in Engeland £ 1,65 per gallon.

c Zoek op hoeveel liter er in een gallon gaat en hoeveel euro het Engelse Pond waard is. Bereken hoeveel je deze rit kost in euro.

Practicum

Er bestaan op internet allerlei sites voor het **omrekenen van eenheden**. Deze is gemaakt door Walter Fendt.

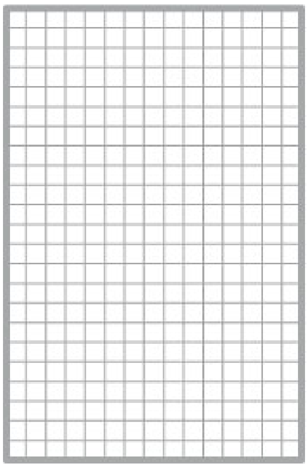


3.3 Oppervlakte en oppervlaktematen

Verkennen

Opgave V1

Bekijk het roosterbord.



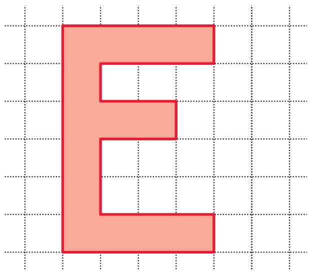
a Hoeveel roosterhokjes zie je op dit bord?

b Elk roosterhokje is 5 cm bij 5 cm. Hoeveel bedraagt de oppervlakte van het roosterbord?

Opgave V2

Een manier om de oppervlakte van een voorwerp te bepalen, is er een rooster op te leggen en dan de roosterhokjes te tellen.

Hoeveel bedraagt de oppervlakte van deze letter E?



Theorie

Opgave 1

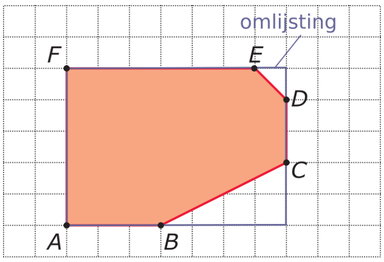
Bekijk de roosterfiguur in **Uitleg 1**. Elk hokje is een vierkante cm.
Je ziet dat je de figuur in drie rechthoeken en twee halve rechthoeken kunt verdelen.

a Bepaal de oppervlakte van elk van die drie rechthoeken.

b Bepaal ook de oppervlakte van elk van beide halve rechthoeken.

c Bepaal de oppervlakte van de complete roosterfiguur.

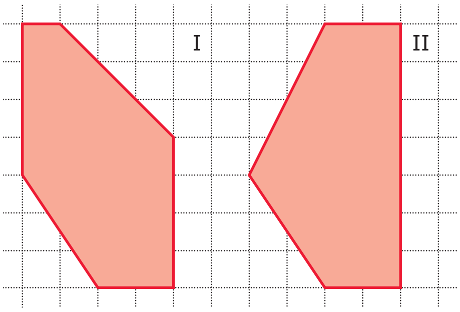
Je kunt de oppervlakte van deze roosterfiguur ook bepalen door hem eerst te omlijsten met een rechthoek. Dat zie je in deze figuur. Je moet dan alleen nog twee halve rechthoekjes daarvan af halen.



d Bepaal op deze manier de oppervlakte van de complete roosterfiguur.

Opgave 2

Bepaal de oppervlakte van de figuren, uitgedrukt in roosterhokjes.



Opgave 3

Reken om.

a 1 dm^2 = ... cm^2

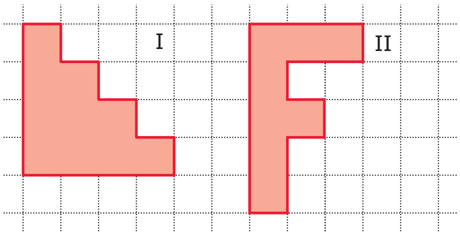
b 1 cm^2 = ... m^2

c 1 mm^2 = ... cm^2

d $2{,}14\ \text{m}^2 = \ldots\ \text{cm}^2$

Opgave 4

Bekijk de twee figuren op het rooster.



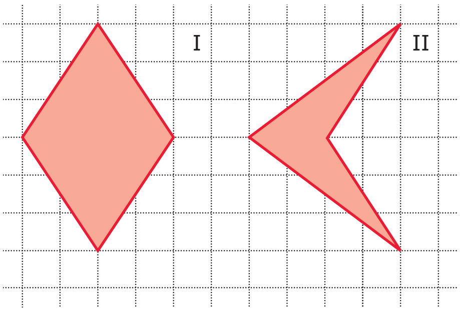
a Hoe groot is de oppervlakte van beide figuren uitgedrukt in roosterhokjes?

b Hoeveel km^2 is de oppervlakte van beide figuren als elk roosterhokje 10 km bij 10 km voorstelt?

c Hoeveel mm^2 is de oppervlakte van beide figuren als elk roosterhokje 5 mm bij 5 mm voorstelt?

Opgave 5

In dit rooster is elk roosterhokje een vierkant van $0{,}5$ bij $0{,}5$ cm.

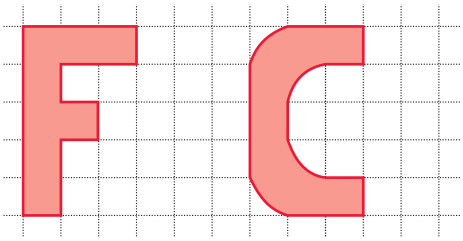


a Bereken de oppervlakte van beide figuren in roosterhokjes.

b Bereken de oppervlakte van beide figuren in cm^2.

Opgave 6

Elk roosterhokje stelt een vierkant van 1 meter bij 1 meter voor.



Een schilder wil deze letters op een groot reclamebord schilderen. Met één blik verf kun je 1,5 m^2 schilderen. Hoeveel blikken verf heeft de schilder nodig om beide letters te schilderen?

Opgave 7

Reken om.

a 1021 cm^2 = ... m^2

b 31,1 cm^2 = ... mm^2

c 1,2 km^2 = ... m^2

d $5630\ \text{m}^2 = ...\ \text{hm}^2$

Opgave 8

Een blad papier van A4-formaat is een rechthoek van ongeveer 210 mm bij 297 mm.

a Wat is ongeveer de oppervlakte van een velletje A4 in cm^2?

b De oppervlakte van een vel papier op A3-formaat is twee keer zo groot als de oppervlakte van een velletje A4. Eén van de zijden van het formaat is ongeveer 420 mm. Hoe groot is de andere zijde in cm ongeveer?

Opgave 9

De twee zijden van een rechthoek zijn in verschillende lengte-eenheden gegeven.

a Hoe groot is de oppervlakte in m^2 als een rechthoek 2 dam bij 300 dm is?

b Hoe groot is de oppervlakte in mm^2 als een rechthoek $0{,}5$ m bij 6 cm is?

c Hoe groot is de oppervlakte in hm^2 als een rechthoek 2000 dm bij 9000 cm is?

Opgave 10

In **Voorbeeld 3** wordt de bevolkingsdichtheid in inwoners per vierkante kilometer van een aantal landen met elkaar vergeleken. In Rusland, het grootste land van de wereld, woonden in 2015 142500482 mensen. De oppervlakte is 17098242 km^2.
Hoeveel inwoners heeft Rusland uitgedrukt in mensen per km^2?

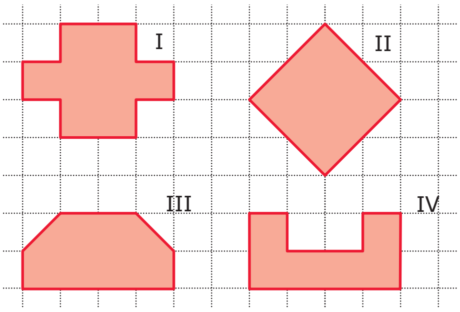
Opgave 11

Op het platte dak van een school ligt 20 kilogram grind per m^2.

De dakoppervlakte van de school is ongeveer $0{,}06$ hm^2. Hoeveel kilo grind ligt er in totaal op het dak van de school?

Verwerken

Opgave 12



In dit rooster stelt elk roosterhokje een vierkantje van 2 cm bij 2 cm voor. Bepaal van alle vier de figuren de oppervlakte in cm^2.

Opgave 13

Reken om.

a $405\ mm^2 = ...\ cm^2$

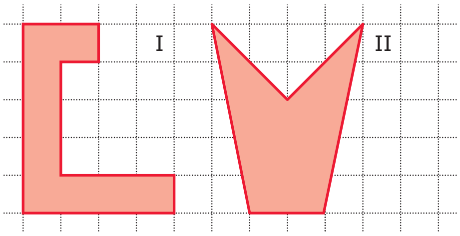
b $31{,}1\ m^2 = ...\ cm^2$

c $0{,}65\ \text{km}^2 = \dots\ \text{m}^2$.

d $630\ \text{m}^2 = \dots\ \text{hm}^2$

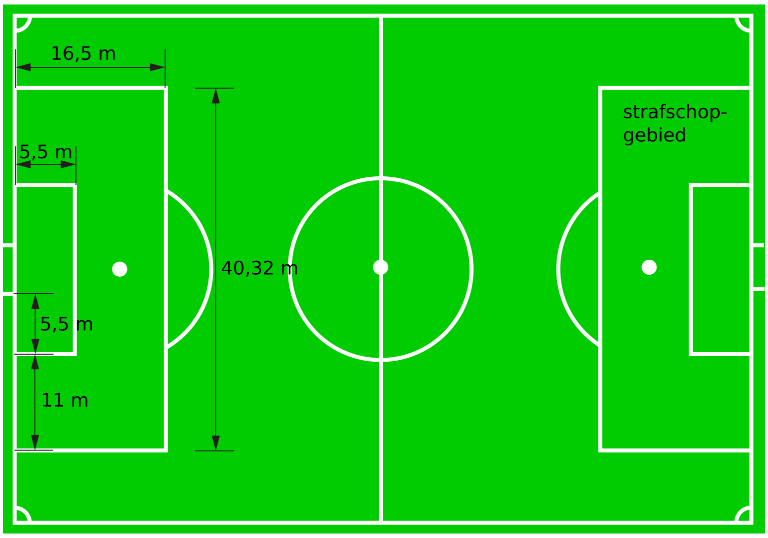
Opgave 14

In het rooster stelt elk roostervierkantje een vierkant van 5 cm bij 5 cm voor.
Neem de figuren over en bereken van beide figuren de oppervlakte in cm^2.



Opgave 15

Je ziet een voetbalveld.



a Hoeveel dm^2 is het strafschopgebied?

b Het doelgebied ligt tegen het doel en binnen het strafschopgebied. Hoeveel dam^2 is het doelgebied?

c Niet elk voetbalveld is even groot. Bekijk de tabel met verschillende afmetingen.

instantie	*breedte*	*lengte*
UEFA (CL-groepswedstrijden)	68 m	105 m
FIFA (internationaal)	64 - 75 m	100 - 110 m
FIFA (algemeen)	45 - 75 m	90 - 120 m
KNVB (algemeen)	64 - 69 m	100 - 105 m

Hoe groot is de oppervlakte van het kleinst mogelijke voetbalveld? Geef je antwoord in dam^2 nauwkeurig.

Opgave 16

Bekijk de zespuntige ster. Deze ster bestaat uit zes identieke ruiten. Om een ruit kun je in werkelijkheid precies een rechthoek tekenen van 6 cm bij 4 cm.
Bepaal de oppervlakte van de zespuntige ster in mm^2.

Opgave 17

Een boer gaat $1{,}5$ hm^2 kale grond inzaaien met graszaad. Hij gebruikt $2{,}5$ kg/dam^2 graszaad. Hoeveel kg graszaad heeft hij daarvoor nodig?

Toepassen

In de praktijk worden nog wel eens 'oude' oppervlakte-eenheden als are en hectare gebruikt.

- Een **are** is hetzelfde als een dam^2.
  1 are = 1 dam^2 = 100 m^2.
  Een rijtjeshuis staat dus op een lapje grond van ongeveer 2 tot 3 are.
- Een **hectare** is 100 are en precies hetzelfde als een hm^2.
  Je kunt dus zelf wel uitrekenen dat 1 hectare 10.000 m^2.
  Er gaan ongeveer 2 voetbalvelden in een hectare.

Opgave 18: Are en hectare

De 'are' en de 'hectare' zijn oude oppervlaktematen die nog wel regelmatig worden gebruikt. Lees de tekst in **Toepassen**.

a Het woord 'hectare' is een samentrekking van 'hecto-are'. Hoeveel are gaat er in 1 hectare?

b Hoeveel m^2 is een centi-are?

c Een woonhuis is te koop met 10 are grond. Hoeveel m^2 is dat?

d Een boerderij staat op 24 hectare grond. Hoeveel m^2 is dat?

e Oefen het omrekenen met ares en hectares nog even met de omrekenmachine in het **Practicum**.

Opgave 19: Engelse oppervlaktematen

In Engeland worden afwijkende lengtematen gebruikt: de ‘inch’ (precies $2{,}54$ cm), de ‘foot’, de ‘yard’, de ‘mile’ en de ‘league’. Voor oppervlaktematen gebruiken ze daar de ‘square inch’ en de ‘square foot’, en zo. Via de **Wikipedia** kun je hier nog veel meer over lezen.
Reken nu zelf de Engelse maten om naar het standaard eenhedenstelsel, het **S.I.-stelsel**.

a Hoeveel cm^2 is een square inch?

b Een foot is 12 inches. Hoeveel cm^2 is een square foot?

c Een yard is 3 feet (meervoud van foot). Hoeveel cm^2 is een square yard?

d Een mile is 1760 yards. Hoeveel m^2 is een square mile?

Het voetbal is een sport die van oorsprong uit Engeland komt. Er worden daarom veel Engelse maten gebruikt.

e Het doel is bijvoorbeeld 24 feet breed en 8 feet hoog. Reken de oppervlakte van het doel om naar vierkante meters (in twee decimalen nauwkeurig).

Opgave 20: Tatami als oppervlakte-eenheid

Tatami's zijn matten van 90 cm bij 180 cm die in Japan vaak als vloerbedekking worden gebruikt. Omdat huizen en kamers vaak zo worden ontworpen dat er precies een heel aantal tatami's in past, wordt de tatami ook gebruikt als een oppervlaktemaat voor huizen en kamers.

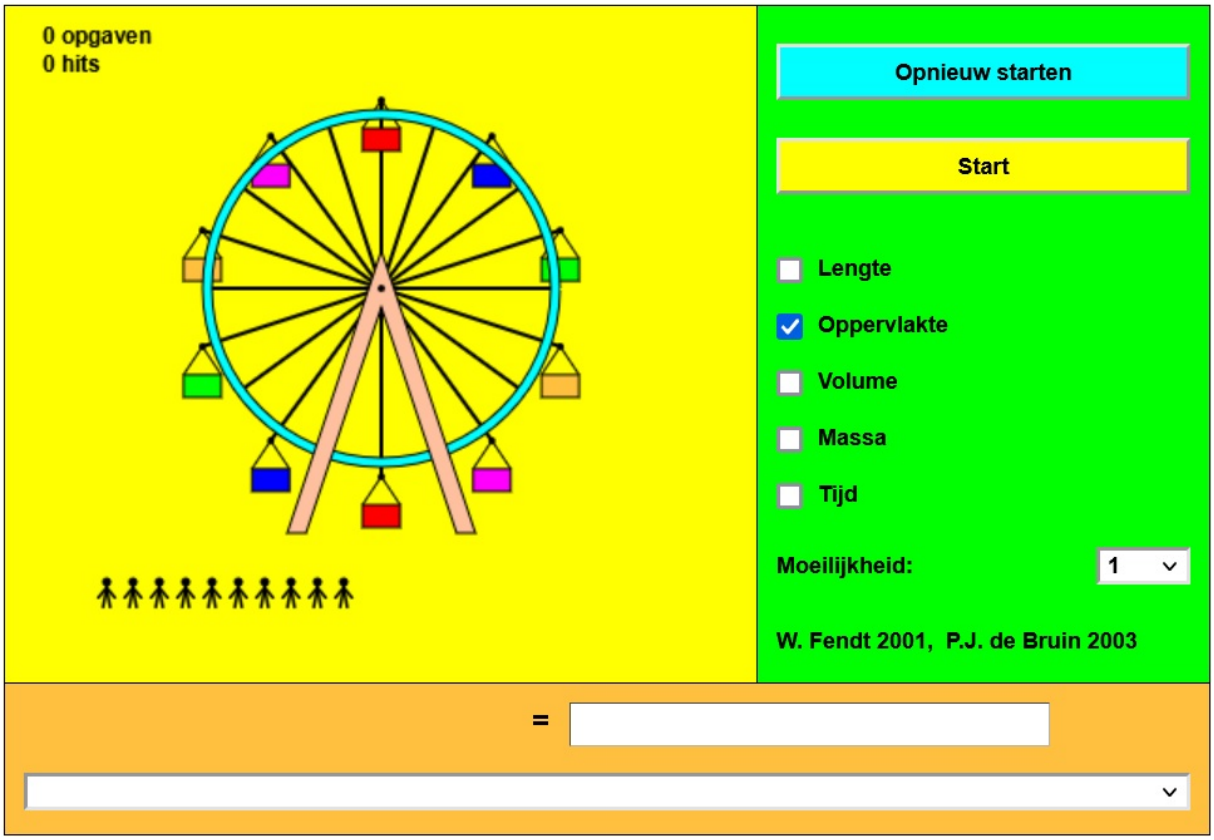
a Wat is de oppervlakte van een slaapkamer die vier tatami's groot is in m^2?

b Een Japanse woonkamer is vaak $3{,}60$ m bij $3{,}60$ m. Hoeveel tatami's zijn dit?

c In de regio Kyoto zijn de tatami's iets groter. Deze hebben een oppervlakte van $18240{,}5$ cm^2 en een lengte van $0{,}191$ dam. Wat is de breedte in meters van deze tatami?

Practicum

Er bestaan op internet allerlei sites voor het **omrekenen van eenheden**. Deze is gemaakt door Walter Fendt.



Applet

3.4 Inhoud

Verkennen

Opgave V1

In de zie je een exemplaar van de **kubus van Rubik**, bedacht door de Hongaarse architect en ontwerper Ernö Rubik.

Uit hoeveel kleine kubussen bestaat hij? (Let op: er is geen middelste kubus!)

Theorie

Opgave 1

Gegeven is een balk $ABCD.EFGH$ met $AB = 6$, $BC = 4$ en $CG = 3$ eenheden.

a Bereken de inhoud van deze balk.

b In de balk bevindt zich een prisma. Het prisma $ABC.EFG$ is een halve balk. Hoeveel bedraagt de inhoud van dit prisma?

c Laat zien dat je de inhoud van de balk en de halve balk kunt berekenen door de oppervlakte van het grondvlak met de hoogte te vermenigvuldigen.

d Veronderstel dat elke eenheidskubus een inhoud heeft van 2 cm^3 (kubieke centimeter). Hoeveel bedraagt dan de inhoud van de balk?

Opgave 2

Gegeven is balk $ABCD.EFGH$ met $AB = 6{,}5$, $BC = 4{,}2$ en $CG = 3{,}1$ eenheden.

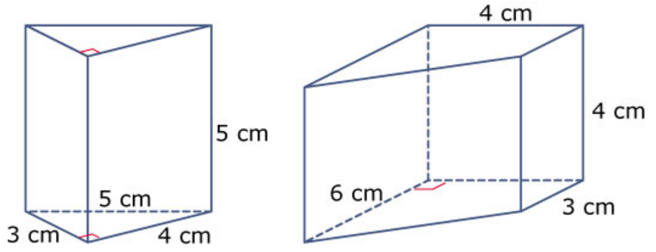
a Bereken de inhoud van deze balk.

b In de balk bevindt zich een prisma. Het prisma $ABC.EFG$ is een halve balk. Hoeveel bedraagt de inhoud van dit prisma?

c Veronderstel dat elke eenheidskubus een inhoud heeft van 1 cm^3. Hoeveel bedraagt dan de inhoud van het prisma?

Opgave 3

Je ziet twee prisma's. De eenheidskubussen zijn 1 bij 1 bij 1 cm. Bereken de inhoud van beide prisma's. Let op de rechte hoeken.



Opgave 4

Bekijk de figuur in **Voorbeeld 2**.

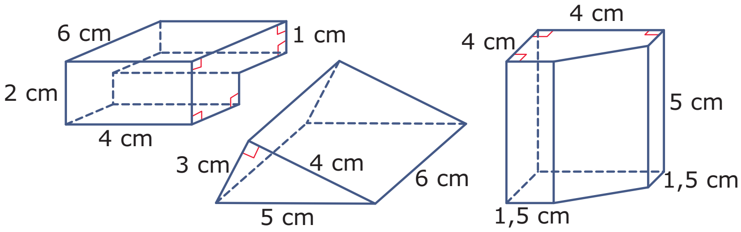
a Teken het grondvlak van het prisma zoals het in werkelijkheid is. Neem aan dat de afmetingen in centimeter zijn.

b Laat zien dat de figuur in een rechthoek en een halve rechthoek is te verdelen en bereken zelf de oppervlakte van het grondvlak.

c Waarom geldt nu voor de inhoud van dit prisma: $inhoud(prisma) = opp.grondvlak \times hoogte$?

Opgave 5

Het grondvlak van een prisma is niet altijd het onderste vlak. Bepaal van de volgende prisma's eerst wat het grondvlak is en wat de hoogte is en bereken vervolgens de inhoud. De rechte hoeken zijn aangegeven.



Opgave 6

Je ziet een stapel euromunten. Elke munt is $0{,}233$ cm dik en heeft twee cirkelvormige kanten met een oppervlakte van elk ongeveer $4{,}25$ cm^2.

a Hoe hoog zou een stapel van vijftig euromunten zijn?

b Leg uit dat de inhoud van zo'n stapel euromunten gelijk is aan $4{,}25 \times 11{,}65$ cm^3.

c Leg uit waarom je *inhoud (prisma) = oppervlakte grondvlak* × *hoogte* kunt toepassen op alle ruimtelijke figuren die er uit zien als een stapel van dezelfde vlakjes boven elkaar.

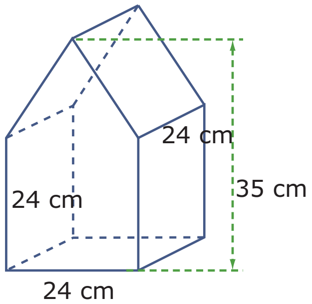
Opgave 7

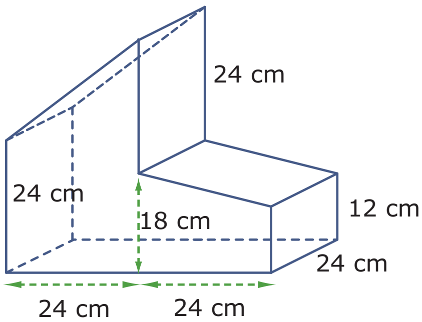
Dit blik is een cilinder met een grondvlak van $78{,}5$ cm^2 en een hoogte van 8 cm.
Bereken de inhoud van dit blik.

Verwerken

Opgave 8

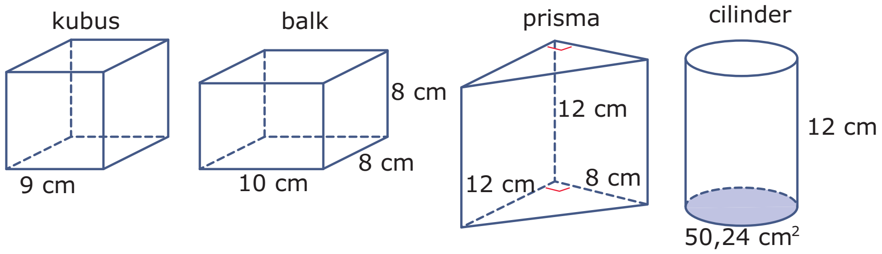
Bereken de inhoud van deze prisma's. De onderkanten van beide figuren zijn rechthoekig en alle verticale ribben staan daar loodrecht op.





Opgave 9

Welke van deze figuren heeft de grootste inhoud?



A. kubus
B. balk
C. prisma
D. cilinder

Opgave 10

Een pakje drinken heeft de vorm van een balk met een breedte van $3{,}5$ cm, een lengte van $7{,}0$ cm en een hoogte van $12{,}5$ cm.

Hoeveel drinken gaat er in dit pakje?

Opgave 11

Een ijzeren staaf heeft de vorm van een cilinder met een dwarsdoorsnede van $6{,}28$ cm^2 en een lengte van $1{,}20$ m. Elke cm^3 ijzer weegt $7{,}9$ gram.

Hoe zwaar is deze staaf?

Opgave 12

Kubus $ABCD.EFGH$ heeft ribben van 4 cm. Punt P is het midden van AB en punt R is het midden van EF. Punt Q ligt op CD zo, dat $QD = 3$ cm. Punt S ligt op GH zo, dat $SH = 3$ cm.

a Teken de kubus $ABCD.EFGH$ met de punten P, Q, R en S.

b $APQD.ERSH$ is een prisma. Welk vlak is het grondvlak?

c Bereken de inhoud van prisma $APQD.ERSH$.

Toepassen

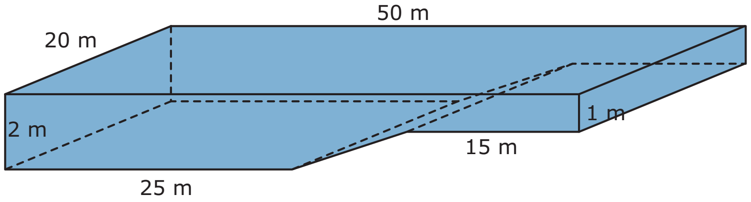
Je ziet een foto van een huis. Veronderstel dat de bovenverdieping 6 m breed en 10 m lang is. (Die 10 m is de lengte van één dakgoot.) Veronderstel verder dat de nok van het dak 3 m boven de vloer van de bovenverdieping zit en 6 m boven de vloer van de begane grond zit. De uitbouw bij de voordeur is een kubus met ribben van $2{,}5$ m met daarop een dakje waarvan de nok 3 m boven de vloer van de begane grond zit.

Opgave 13: Inhoud huisje

Bereken de totale inhoud van het huisje in m^3 nauwkeurig, zonder de kelder.

Opgave 14: Zwembad

Om de inhoud van dit 50 meter lange zwembad te berekenen, kun je het verdelen in drie balken en één halve balk. Laat met een berekening zien dat de inhoud van dit zwembad $1600\ m^3$ is.

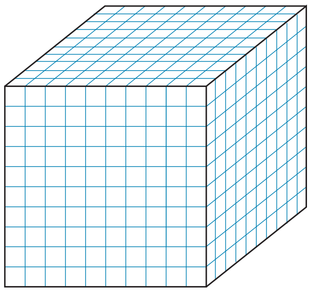


3.5 Inhoudsmaten

Verkennen

Opgave V1

Dit is een kubus met ribben van 1 m lengte.



a Hoeveel bedraagt de inhoud ervan?

b Kun je de naam ‘kubieke meter’ als eenheid van inhoud verklaren?

c In hoeveel kleinere kubussen is deze kubieke meter verdeeld?

d Leg uit dat 1 $dm^3 = 0{,}001$ m^3.

Theorie

Opgave 1

De standaard inhoudsmaat is de kubieke meter. Die is afgeleid van de standaard lengtemaat, de meter.

a Hoeveel cm^3 is 1 m^3?

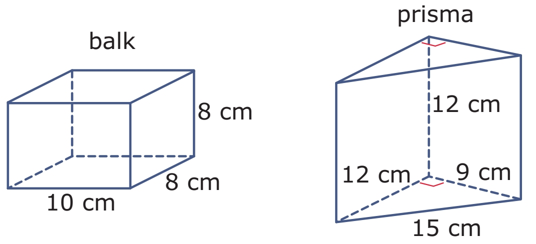
b Hoeveel m^3 is 1 cm^3?

c Hoeveel cm^3 gaan er in 1 dm^3?

d Hoeveel cL gaan er in 1 L? Hoeveel cm^3 is 1 cL?

Opgave 2

Je ziet een balk en een prisma.



a Hoe groot is de inhoud van beide figuren in cm^3?

b Hoeveel mm^3 is de inhoud van beide figuren?

Opgave 3

Reken om.

a $321\ cm^3 = ...\ L$

b $15540\ m^3 = ...\ km^3$

c $34{,}1$ L = ... mm^3

Opgave 4

Reken om.

a 1021 cm^3 = ... m^3

b 5630 m^3 = ... hm^3

c $34{,}1$ cm^3 = ... mm^3

d $1{,}2$ km^3 = ... m^3

Opgave 5

Een baksteen van waalformaat is 210 mm bij 51 mm bij 100 mm. Het heeft de vorm van een balk.

a Hoeveel cm^3 is de inhoud van zo'n steen?

b Hoeveel waaltjes heb je nodig om 1 m^2 muur te metselen van 10 cm dikte?

c Hoeveel waaltjes heb je nodig om 1 m^2 muur te metselen van 21 cm dikte?

d Hoeveel waaltjes gaan er in 1 m^3?

Opgave 6

Waar of niet waar? Licht je antwoord toe.

a Een kliko heeft een inhoud van ongeveer 50 dm^3.

A. Waar
B. Niet waar

b Een kuub zand heeft een volume van 1000 cm^3.

A. Waar
B. Niet waar

Opgave 7

Een voorwerp wordt ondergedompeld in een grote kubusvormige bak water die met zijn grondvlak op een horizontaal tafelblad staat. De bak heeft ribben met een lengte van 20 cm. Voordat het voorwerp erin wordt gelegd, staat het water 10 cm boven het grondvlak van de kubus. Daarna staat het water 13 cm boven het grondvlak.

Hoeveel cm^3 bedraagt de inhoud van het voorwerp?

Opgave 8

In een maatbeker worden maatstreepjes gebruikt om aan te geven hoeveel vloeistof er in zit.

Waarom zitten in een cilindervormige maatbeker de maatstreepjes op gelijke afstanden van elkaar en in een kegelvormige maatbeker niet? Moeten bij een kegelvormige maatbeker de maatstreepjes dichter bij elkaar zitten als de opening wijder wordt of juist verder van elkaar?

Opgave 9

Reken om.

a $13{,}5$ m^3 = ... dm^3

b 135 cm^3 = ... dm^3

c 135 mL = ... cm^3

d $135 \text{ m}^3 = \ldots \text{ L}$

Opgave 10

Het heeft geregend en op het platte dak van een school staat een laag water van 6 mm. Het dak van de school heeft een oppervlakte van 600 m^2.

a Hoeveel m^3 water ligt er dan op het dak?

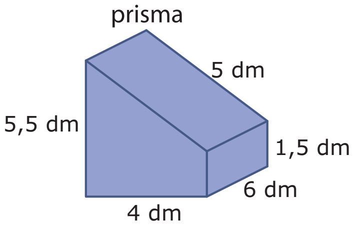
Een liter water weegt 1 kg.

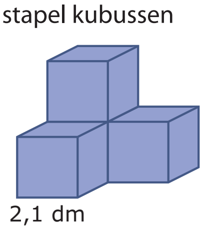
b Hoe zwaar is de hoeveelheid water in totaal?

Verwerken

Opgave 11

Bepaal van de figuren zo nauwkeurig mogelijk de inhoud in cm^3 en oppervlakte in cm^2.





Opgave 12

Reken om.

a $5\ \text{km}^3 = \ldots\ \text{m}^3$

b $12{,}5\ \text{dam}^3 = \ldots\ \text{km}^3$

c $1246\ \text{mm}^3 = \ldots\ \text{dm}^3$

d $3{,}72\ \text{dm}^3 = \ldots\ \text{cm}^3$

Opgave 13

In de praktijk gebruik je vaak inhoudseenheden die zijn gebaseerd op de liter.

a Hoeveel cm^3 is 1 L?

b Laat zien dat 1 mL = 1 cm^3.

c Een koffieautomaat schenkt na een druk op de knop ongeveer 150 mL koffie in elk koffiebekertje. Per dag drinken 80 mensen elk gemiddeld vier koppen koffie uit die automaat. Hoeveel liter koffie produceert die koffieautomaat dagelijks?

d De automaat is normaal gesproken vijf dagen per week in gebruik, 42 weken per jaar. Hoeveel m^3 water verbruikt het apparaat voor koffie gedurende een jaar?

Opgave 14

Een anderhalf literpak drinkyoghurt heeft de vorm van een rechthoekig blok met een bodem van $9{,}6$ bij 8 cm en een hoogte van $19{,}5$ cm.

Hoeveel liter drinkyoghurt gaat er in?

Opgave 15

De minimale afmetingen van een schoollokaal zijn $7{,}2$ m bij $7{,}5$ m bij 3 m. Ga uit van een schoollokaal dat de vorm van een balk heeft.

a Hoe groot is de inhoud van het kleinst mogelijke schoollokaal? Geef je antwoord in kubieke decimeter nauwkeurig.

b Hoeveel m^2 is de muuroppervlakte van zo'n schoollokaal?

Opgave 16

Veel vervoer gebeurt per container. Er bestaan verschillende typen en afmetingen. Dit zijn de specificaties van een 20ft-zeecontainer:

- inhoud: $33{,}2$ m^3
- afmetingen ($l \times b \times h$ cm) inwendig: $589 \times 234 \times 239$
- deuropening ($b \times h$ cm): 233×228

a Ga na dat de opgegeven inhoud van de zeecontainer ongeveer klopt.

b De container zelf weegt 2260 kg. Hij is gemaakt van platen staal. Hoeveel weegt elke m^2 staalplaat?

c De container mag maximaal 24000 kg wegen. Hoe zwaar mogen de goederen die je vervoert per m^3 maximaal zijn als je de container helemaal wilt vullen?

Toepassen

Opgave 17: Engelse en Amerikaanse inhoudsmaten voor vloeistoffen

In Engeland en/of de USA worden afwijkende lengtematen gebruikt, gebaseerd op de ‘inch’ (precies $2{,}54$ cm). Voor inhoudsmaten gebruiken ze daar maten zoals ‘gallon’, ‘quart’, ‘pint’ en ‘barrel’, en zo. Via de **Wikipedia** kun je hier nog veel meer over lezen.
Reken nu zelf de Engelse/Amerikaanse maten om naar het standaard eenhedenstelsel, het **S.I.-stelsel**.

a Hoeveel cm^3 is 1 $inch^3$, een cubic-inch?

b Een gallon is $277{,}42$ $inch^3$. Hoeveel cm^3 is een gallon? En hoeveel liter?

c Een quart is $1/4$ gallon. Hoeveel cm^3 is een quart?

d Een pint is $1/2$ quart. Hoeveel cm^3 is een pint? En hoeveel liter?

e Een barrel is 35 gallon. Hoeveel liter is 1 barrel olie?

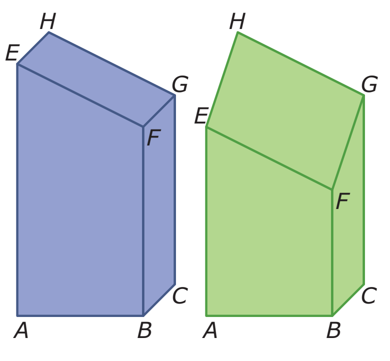
Amerikanen gebruiken dezelfde woorden voor hun inhoudsmaten, maar bij hen is 1 gallon gelijk aan 231 inch^3.

f Hoeveel mL bier krijg je in Engeland meer dan in Amerika als je een pint bier bestelt (als je oud genoeg bent)?

g Een Amerikaanse barrel is 42 Amerikaanse gallons. Hoeveel liter is 1 Amerikaanse barrel olie?

Opgave 18: Afgeknotte balken

Als je van een ruimtelijke figuur een stuk afzaagt, dan krijg je een **afgeknotte figuur**. Hier zie je twee voorbeelden van een afgeknotte balk.



Het berekenen van de inhoud van een afgeknotte figuur is vaak niet eenvoudig. Maar bij een balk die door alle vier de opstaande vlakken is gezaagd valt dat wel mee: je zet gewoon dezelfde balk er omgekeerd bovenop...

a Waarom weet je nu ook de lengtes van de andere twee opstaande ribben DH en CG van deze balk?

b Laat zien hoe je de inhoud van deze afgeknotte balk kunt bepalen.

Bij de rechter (groene) balk is $DH = 8$ cm en $BF = 4$ cm.

c Waarom weet je nu ook de lengtes van de andere twee opstaande ribben AE en CG van deze balk?

d Bereken de inhoud van deze groene afgeknotte balk.

e Geef een voorbeeld van een afgeknotte balk waarvan je niet op deze manier de inhoud kunt berekenen.

Opgave 19: Ikea

Ikea verkoopt moderne meubelen tegen een lage prijs. Hier zie je de kast ‘Expedit’. Hij is 149 cm breed, 39 cm diep en 149 cm hoog. De twee opstaande buitenste zijpanelen zijn 139 cm hoog, 39 cm diep en 5 cm dik. Het bovenste en het onderste paneel zijn even dik en diep, maar iets langer. Verder zijn er drie lange horizontale planken met een dikte van $1{,}4$ cm en 12 verticale planken, ook met een dikte van $1{,}4$ cm.

De hele kast gaat in de genoemde onderdelen in een verpakking die de vorm heeft van een balk. Daarin is ook nog enige ruimte voor pluggen en schroeven, en dergelijke.
En natuurlijk de gebruiksaanwijzing.

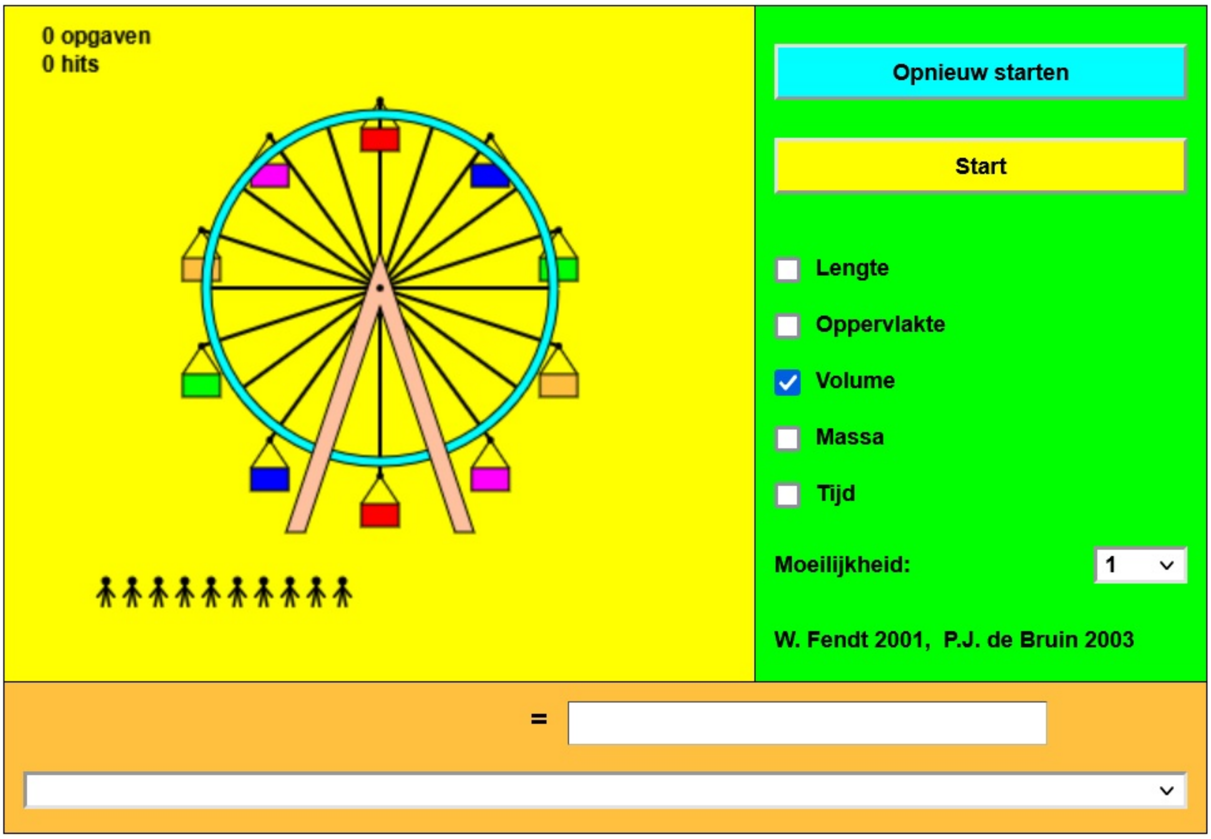
a Welke afmetingen hebben de 12 korte plankjes?

b Pak deze kast in onderdelen (net als bij Ikea) in een zo klein mogelijke verpakking. Leg uit welke keuzes je daarbij maakt.

c Neem eens aan dat het materiaal waar Ikea deze kast van maakt $0{,}1$ kg per dm^3 weegt. Hoe zwaar is dit pakket dan ongeveer?

Practicum

Er bestaan op internet allerlei sites voor het **omrekenen van eenheden**. Deze is gemaakt door Walter Fendt.



3.6 Totaalbeeld

Samenvatten

Vaak wil je afmetingen van figuren weten, bijvoorbeeld om ze te kunnen maken vanaf een tekening. Dan gaat het om lengtes van zijden, soms vanuit een tekening die kleiner (of groter) is dan de werkelijkheid, dus vanuit een figuur op schaal. Ook is soms de oppervlakte van een figuur nuttig, bijvoorbeeld om te weten hoeveel stenen je nodig hebt voor een muur, of hoeveel opbrengst een akker heeft, enzovoorts. En dan heb je nog de inhoud van bijvoorbeeld een pak appelsap, of zo. Je zult in dit onderwerp met het bepalen van omtrek, oppervlakte en inhoud en de daarbij gebruikte maten kennis maken.

De volgende opgaven zijn bedoeld om overzicht over het onderwerp **Omtrek, oppervlakte en inhoud** te krijgen. Dit betreft de onderdelen 1, 2, 3, 4 en 5 van dit onderwerp. Het is nuttig om er een eigen samenvatting bij te maken. De opgaven hieronder zijn bedoeld om je daarbij te helpen.

Begrippen

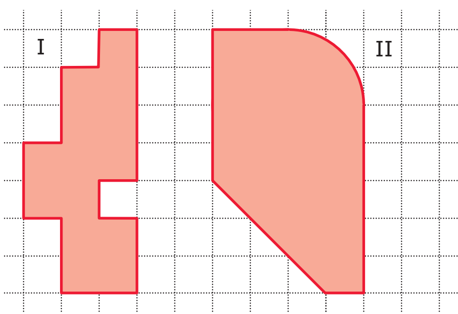
- omtrek — lengte-eenheid — omtrek cirkel
- meter, standaardmaat lengte — voorvoegsels
- oppervlakte — oppervlakte-eenheid, vierkante meter
- inhoud, volume — volume-eenheid, kubieke meter
- volume-eenheid, kubieke meter, liter

Activiteiten

- de omtrek bepalen van vooral roosterfiguren en van cirkels;
- werken met verschillende lengtematen en eenheden omrekenen;
- de oppervlakte bepalen van vooral roosterfiguren en werken met verschillende oppervlaktematen en eenheden omrekenen;
- de inhoud bepalen van een balk, een prisma en een cilinder;
- werken met verschillende inhoudsmaten en eenheden (behalve m^3 ook liter) omrekenen.

Opgave 1

Je ziet hier twee figuren op een rooster.



a Waarom kun je van de linkerfiguur precies bepalen hoeveel roostereenheden de omtrek is en van de rechterfiguur niet?

b Bepaal van figuur I de omtrek.

c Bepaal van figuur II de omtrek in één decimaal nauwkeurig. De omtrek van een cirkel is π keer de diameter.

d Als de roostereenheid 5 mm is, hoeveel cm is dan de omtrek van elk van deze figuren?

Opgave 2

Vul op de stippeltjes het juiste getal in.

a 23000 m = ... km

b $1{,}24$ hm = ... m

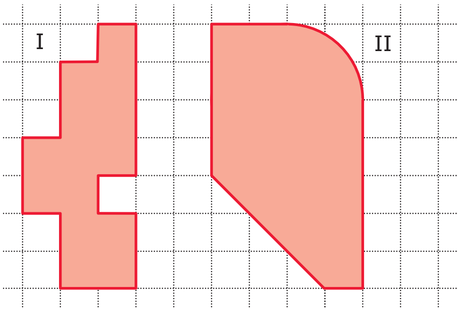
c $0{,}54$ dm = ... mm

d $0{,}2$ mm = ... m

e 240 mg = ... g

Opgave 3

Je ziet hier twee figuren op een rooster.



a Waarom kun je van figuur I precies bepalen hoeveel roostereenheden de oppervlakte is en van figuur II niet?

b Bepaal van figuur I de oppervlakte.

c Bepaal van figuur II de oppervlakte zo nauwkeurig mogelijk.

d Als de roostereenheid 5 mm is, hoeveel cm^2 is dan de oppervlakte van elk van deze figuren?

Opgave 4

Vul op de stippeltjes het juiste getal in.

a $23000\ m^2 = ...\ dam^2$

b $1{,}24\ hm^2 = ...\ m^2$

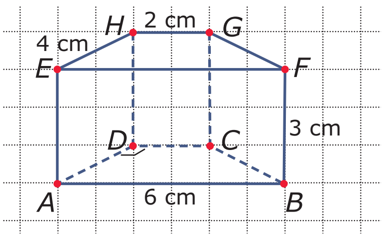
c $0{,}54\ dm^2 = ...\ mm^2$

d 1500 m^2 = ... km^2

e 24 ha = ... m^2

Opgave 5

Dit is een prisma waarvan het grondvlak twee rechte hoeken heeft, bij de hoekpunten A en D. De afmetingen zijn in de figuur gegeven.



a Schrijf op hoe je de inhoud van dit prisma berekent.

b Je hebt nu de inhoud van het prisma in cm^3. Hoeveel mm^3 is dat?

c Hoeveel liter is de inhoud van het prisma?

Opgave 6

Vul op de stippellijntjes het juiste getal in.

a 13,5 m^3 = ... dm^3

b $135\ cm^3 = ...\ dm^3$

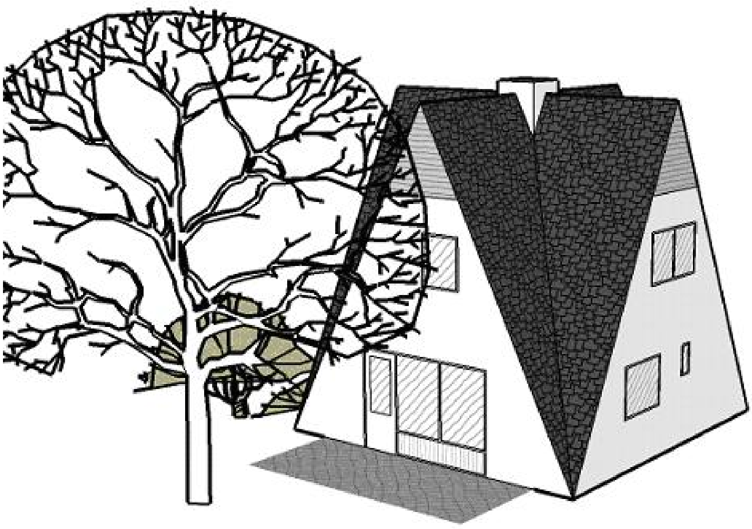
c $135\ mL = ...\ cm^3$

d $135\ m^3 = ...\ L$

Toepassen

Een goede toepassing van het werken met bouwtekeningen, en lengte-, oppervlakte- en inhoudsberekeningen is het **project 'Heideheuvel'**. In dit project wordt vanuit een aantal bouwtekeningen een model van een vakantiehuisje gebouwd. Je krijgt dan een kleine indruk van wat er komt kijken bij het ontwikkelen van een vakantiepark...

Werkbladen (pdf): **werkblad 1**, **werkblad 2**, **werkblad 3**, **werkblad 4** en **begroting** (Excel-bestand).



Applet

Opgave 7: Heideheuvel

Het werken met kijklijnen, bouwtekeningen, oppervlakte- en inhoudsberekeningen, en dergelijke wordt toegepast in het project 'Heideheuvel', zie **Toepassen**.

Voer dit project uit. In de videoclip zie je een korte rondwandeling door het vakantiehuisje.

Begrippen

- negatief getal, positief getal — tegengestelde — assenstelsel met negatieve getallen
- optellen met negatieve getallen
- aftrekken met negatieve getallen
- vermenigvuldigen met negatieve getallen
- delen met negatieve getallen

Activiteiten

- negatief getal, positief getal, tegengestelde, assenstelsel met negatieve getallen;
- positieve en negatieve getallen optellen;
- positieve en negatieve getallen aftrekken;
- positieve en negatieve getallen vermenigvuldigen;
- positieve en negatieve getallen delen;

Niet zo negatief...

Domein

Rekenen

Hoofdstuk

Negatieve getallen

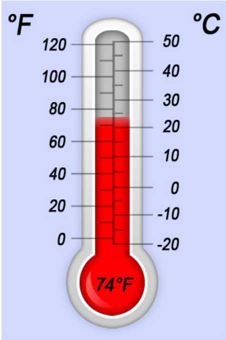
Inhoud

4

4.1 Wat is negatief?

Verkennen

Opgave V1



Op de Iphone is deze thermometer als app beschikbaar. De temperatuur staat er niet alleen in graden Celsius, maar ook in graden Fahrenheit. Dat komt omdat in veel Engelstalige landen met graden Fahrenheit wordt gewerkt.

a Op de temperatuurschaal van Celsius zie je ook getallen onder 0. Hoe worden die getallen geschreven?

b Wat betekent het als de temperatuur buiten -6 °C is?

c De temperatuurschaal van Fahrenheit lijkt geen getallen onder 0 te kennen. Is dat ook zo?

Opgave V2

Grote delen van Nederland liggen onder de zeespiegel. Om de hoogte van het land te meten is het NAP (Normaal Amsterdams Peil) ingevoerd: een hoogteschaal waarbij 0 ongeveer overeenkomt met het gemiddelde zeeniveau.

a In de Wieringermeerpolder zijn plaatsen die $4{,}5$ m onder zeeniveau liggen. Hoeveel m NAP is dat?

b Het laagste punt van Nederland ligt op $6{,}76$ meter onder het NAP bij Nieuwerkerk aan den IJssel. Met welk getal geef je dat aan?

c Dicht bij het drielandenpunt op de Vaalserberg bevindt zich het hoogste punt van het Nederlandse vasteland op $322{,}20$ m boven NAP. Hoeveel hoger is dat dan het laagste punt van Nederland?

Theorie

Opgave 1

Je ziet hier acht getallen:

7; -1; $3{,}5$; -4; $-0{,}5$; 1; -3; 4

a Teken een getallenlijn zoals in de **Uitleg** en geef daarop deze acht getallen aan.

b Welke van deze acht getallen zijn negatief?

c Welke van deze acht getallen zijn elkaars tegengestelde?

d Hoeveel verschil is er tussen -20 en 20?

Opgave 2

Vul de ongelijktekens $<$ en $>$ op de juiste plaats in:

a $20 \ldots -4$

b $-6 \ldots 6$

c $3 \ldots -2$

d $-3 \ldots -2$

Opgave 3

Het is op een winterse dag om 16:00 uur nog 2 °C. Om 20:00 uur vriest het al 5 graden.

a Hoe geef je de temperatuur om 20:00 uur aan?

b Hoeveel graden is de temperatuur gedaald?

Opgave 4

Pak je rekenmachine er maar even bij.

a Bereken $0 - 6$. Welk antwoord geeft je rekenmachine?

b Voer -6 in. Staat er nu hetzelfde in je rekenmachine als bij a?

c Het verschil tussen 6 en -6 bereken je door -6 − 6 door de rekenmachine te laten bepalen. Wat komt er uit?

d En wat levert 6 − -6 op?

Je rekenmachine kan met negatieve getallen rekenen. Je moet daarbij wel steeds goed letten op het verschil tussen het negatiefteken en het bewerkingsteken voor aftrekken. In de praktijk schrijf je ze meestal hetzelfde, maar de rekenmachine maakt wel verschil.

e Voer maar eens 6−−6 in (twee keer achter elkaar de mintoets voor aftrekken). Als het goed is gaat de rekenmachine protesteren.

Opgave 5

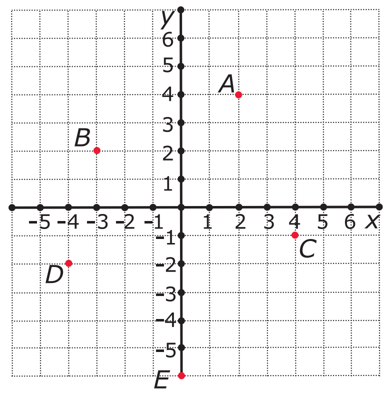
Teken een assenstelsel zoals dat in het **Voorbeeld 2**.

a Teken (zonder naar het voorbeeld te kijken) zelf de in de tekst aangegeven punten B, C, D en E in het assenstelsel.

b Oefen met een medeleerling. De één geeft de coördinaten van een punt op en de ander tekent dit punt in het assenstelsel.

Opgave 6

Je ziet hier een assenstelsel met vijf punten.



a Schrijf de coördinaten van deze punten op.

b Punt P is het vierde hoekpunt van rechthoek $PCAB$. Schrijf de coördinaten van P op.

c Welke coördinaten heeft het snijpunt S van de diagonalen van rechthoek $PCAB$?

Opgave 7

Teken nu zelf zo'n assenstelsel en zet daarin de punten $(0,4)$, $(1,2)$, $(3,3)$, $(2,1)$, $(4,0)$, $(2,-1)$, $(3,-3)$, $(1,-2)$ en $(0,-4)$. Verbind deze punten in de volgorde zoals ze hierboven staan door lijnstukjes. Maak van je figuur een ster. Schrijf de coördinaten op van de punten die je moet toevoegen.

Verwerken

Opgave 8

Vul op de lege plaatsen hieronder het teken > of het teken < in.

a $5 \ldots -1$

b -2…8

c -4…-7

d -6…12

Opgave 9

Buiten is het 5 °C. Het vriest nog niet.

a 's Nachts daalt de temperatuur 7 graden. Hoe groot is 's nachts de temperatuur?

b Welke berekening kun je daarbij opschrijven?

c 's Ochtends is het -8 °C geworden. Hoeveel is de temperatuur nog gedaald?

d Schrijf de berekening die bij c hoort op.

e Overdag stijgt de temperatuur weer 12 graden. Hoe warm wordt het? Schrijf ook een berekening op.

Opgave 10

Ieder getal behalve 0 heeft altijd een tegengestelde.

a Welke twee getallen verschillen 10 van elkaar en zijn elkaars tegengestelde?

b Welke twee getallen verschillen 35 van elkaar en zijn elkaars tegengestelde?

Opgave 11

In de tabel zie je de ochtendtemperaturen in vier Europese steden.

Amsterdam	-2 °C
Parijs	4 °C
Madrid	7 °C
Oslo	-5 °C

a In welke steden vriest het?

b In welke stad is de temperatuur het laagst?

c Hoeveel is het temperatuurverschil tussen Amsterdam en Parijs? En tussen Amsterdam en Oslo?

d 's Middags is het in Oslo 4 °C warmer. Wat is de middagtemperatuur in Oslo?

Opgave 12

Sjors zegt: “Ik sta 148 euro positief.”
Dat wil zeggen dat hij € 148 op zijn bankrekening heeft staan. Sjors mag van zijn bank maximaal € 500 ‘negatief’ staan. Dat heet ook wel ‘rood staan’.

a Sjors koopt een broek van € 180. Hoeveel geld heeft hij dan nog op zijn bankrekening staan? Schrijf je berekening op.

b Met een krantenwijk verdient Sjors € 15 per week. Wat staat er een week later op zijn bankrekening, als hij er niets meer afhaalt?

c Na hoeveel weken staat Sjors weer ‘positief’?

Ayla heeft nog maar € 5 op haar rekening staan. Maar zij heeft een mooie fiets van € 459 gezien.

d Als zij deze fiets koopt, hoeveel geld staat er dan nog op haar bankrekening?

e Ook Ayla mag maximaal 500 euro rood staan. Hoeveel geld kan ze na het kopen van de fiets nog van haar rekening opnemen?

f Ayla's moeder zegt: “Je mag pas weer wat kopen als er minstens € 150 op je bankrekening staat.” Hoeveel geld moet ze dan gaan sparen na het kopen van de fiets?

Opgave 13

Neem een stuk roosterpapier.

a Teken een assenstelsel met daarin de punten $A(-2,4)$, $B(-4,0)$ en $D(2,2)$.

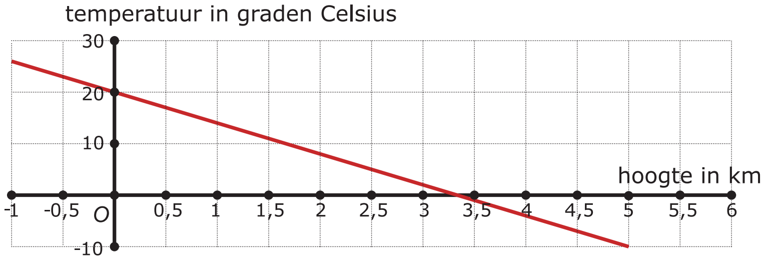
b A, B en D zijn hoekpunten van een vierkant $ABCD$. Teken dit vierkant.

c Geef de coördinaten van hoekpunt C.

d Geef ook de coördinaten van het snijpunt S van beide diagonalen.

Toepassen

Ook bij assenstelsels voor grafieken worden wel negatieve getallen gebruikt.
Hier zie je een grafiek van de $temperatuur$ (in °C) afhankelijk van de $hoogte$ boven het aardoppervlak (in km). De hoogte 0 km is zeeniveau.



Opgave 14: Negatieve getallen en grafieken

Bij grafieken heb je af en toe negatieve getallen nodig. In **Toepassen** zie je daar een voorbeeld van.

a Tot welke hoogte ongeveer is de temperatuur positief?

b Hoeveel graden Celsius is het op 5 km hoogte?

c Hoeveel bedraagt de temperatuur op zeeniveau?

d Hoeveel bedraagt de temperatuur als je $0{,}5$ km onder zeeniveau zit ongeveer?

Opgave 15: Winterse dag

Deze tabel geeft de temperatuur op een winterdag weer.

tijdstip (uur)	0	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20	22	24
temperatuur (°C)	-5	-6	-8	-9	-7	-4	-1	2	3	2	-1	-4	-5

a Teken een bijpassende grafiek.

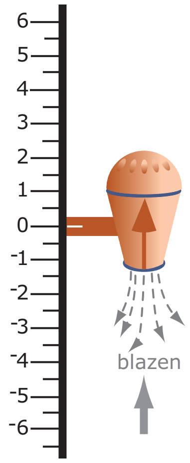
b Gedurende hoeveel uur was de temperatuur die dag boven 0 °C?

4.2 Negatieve getallen optellen

Verkennen

Opgave V1

Je ziet hiernaast een tekening van het zuig/blaas-motortje.
Dit motortje kan bewegen langs een verticale as. Met de actie 'blazen' gaat hij in de richting van de pijl op de motor, bij 'zuigen' gaat hij tegen de richting van die pijl in. Verder kent de motor twee standen, 'omhoog' en 'omlaag'. Dat zie je aan diezelfde pijl.



a Het motortje start op 0 en kan alleen blazen. Je stelt in '3 omhoog'. Waar eindigt het motortje?

b Het motortje start op 0 en kan alleen blazen. Je stelt in '3 omlaag'. Waar eindigt het motortje?

c Je start nu op 3 en stelt in '2 omhoog'. Waar eindigt het motortje? Welke optelling hoort daar bij?

d Je start weer op 3 en stelt in '5 omlaag'. Waar eindigt het motortje? Welke optelling hoort daar bij?

Opgave V2

Hopelijk heb je nu gezien dat bij het zuig/blaas-motortje het blazen betekent dat er getallen worden opgeteld. De stand van het motortje is 'omhoog' (voor positieve getallen) en 'omlaag' voor negatieve getallen.

a Hoe laat je het motortje de optelling $3 + 4$ maken?

b Hoe laat je het de optelling $-3 + 4$ maken?

c Hoe laat je het de optelling $3 + -4$ maken?

d Hoe laat je het de optelling $-3 + -4$ maken?

Theorie

Opgave 1

Hier zie je vier optellingen. Teken ze op de getallenlijn en schrijf de uitkomst op.

a $3 + 4$

b $-3 + 4$

c $3 + -4$

d $-3 + -4$

Opgave 2

Bereken:

a $-12 + -33$

b $15 + -26$

c $-1 + 5 + -9$

d $365 + -215$

Opgave 3

Verbeter de fouten in de antwoorden van deze berekeningen:

a $-12 + 15 = -27$

b $-3 + -12 = -9$

c $8 + (-6 + 12) = -10$

d $13 + -14 = 1$

Opgave 4

Maak de optellingen uit **Voorbeeld 1** zelf met behulp van de getallenlijn.

Oefen daarna met een medeleerling. Geef elkaar optellingen met negatieve en positieve getallen op.

Opgave 5

Bereken (bekijk eventueel eerst de vierde berekening in **Voorbeeld 1**):

a $-35 + 16$

b $-12 + -16 + 28$

c $19 + -41 + 21$

d $-12 + 16 + -14$

Opgave 6

Schat bij de volgende optellingen eerst het antwoord en bereken het dan met de rekenmachine. Denk om het gebruik van het juiste negatiefteken!

a $-12,64 + -33,83$

b $143,4 + -86,12$

c $239 + (-132 + 67)$

d $-0,012 + -1,265$

Opgave 7

Vul de open plaatsen in.

a $6,3 + \ldots = 2$

b $\ldots + -4,4 = 8,3$

c $\ldots + -2,5 = -6,1$

d $8{,}16 + \ldots = 0$

Verwerken

Opgave 8

Breng met behulp van pijlen op de getallenlijn de volgende optellingen in beeld en schrijf het antwoord op:

a $5 + {-2}$

b $-3 + {-8}$

c $-4{,}3 + 7$

d $-6{,}4 + {-2{,}05}$

Opgave 9

Vul de lege plaatsen in.

a $8 + \ldots = -4$

b -5 + ... = -19

c 7,03 + -21,18 = ...

d ... + -34 = -12

e ... + -12 = 10

f 24 + ... = -1

g 13 + ... = -5

h 15,4 + -0,7 = ...

Opgave 10

De scheikundige Ron Onderwater werkt veel met vloeistoffen. Hij heeft een vloeistof van 5 °C en voegt daar een vloeistof aan toe die de temperatuur 8 graden doet afnemen.

a Wat wordt de temperatuur van de nieuwe vloeistof?

b De berekening die erbij hoort staat hier gedeeltelijk. Maak de hem af (er staat een + omdat de vloeistof erbij wordt gedaan).
$5 + ... = ...$

c Vervolgens voegt hij een vloeistof toe die de temperatuur 12 graden doet afnemen. Welke temperatuur heeft het mengsel nu? Schrijf een bijpassende berekening op als hierboven.

d De scheikundige schrijft op: $-15 + -10 = ...$
Maak de berekening af en vertel wat hij heeft gedaan.

Opgave 11

Als je werkt met een kompas is je werkelijke koers altijd anders dan je kompas aangeeft. Dat komt omdat de magnetische noordpool niet samenvalt met de werkelijke noordpool. Op iedere plaats op aarde is een correctie nodig. Dat heet de ‘variatie’. Die moet je optellen bij de koers die je kompas aangeeft.
Je bent bijvoorbeeld ergens waar de variatie -3 is en je kompas wijst $294°$ aan. Je werkelijke koers is dan: $294 + -3 = 291°$.

a Je kompas wijst $21°$ aan. Wat is je werkelijke koers als de variatie -9 is? Schrijf ook een berekening op.

b Je werkelijke koers is $187°$ en je kompas wijst $201°$ aan. Hoeveel is de variatie op de plaats waar je je bevindt?

c Hoeveel is de variatie wanneer je kompas exact de juiste richting aanwijst?

d Je wilt een koers van 108 aanhouden waar de variatie -7 is. Welke richting moet je op je kompas aanhouden?

Opgave 12

Hendrik heeft een schuld van € 1250 bij de bank. Toch neemt hij nog eens € 450 van zijn rekening op.

a Hoe hoog is dan zijn schuld?

b Schrijf een bijpassende berekening op. Gebruik daarin negatieve getallen voor schuld.

c Een maand later krijgt hij € 1850 loon. Maar hij geeft meteen € 1200 uit. Bereken zijn nieuwe banksaldo.

Toepassen

Op een winterse dag is zes keer de temperatuur gemeten:

tijdstip	0:00	4:00	8:00	12:00	16:00	20:00
temperatuur (°C)	-4	-6	-2	3	4	1

De gemiddelde dagtemperatuur krijg je door de temperaturen op te tellen:
$-4 + -6 + -2 + 3 + 4 + 1$
Je deelt vervolgens het antwoord door 6.
De gemiddelde dagtemperatuur was ongeveer $-0{,}67$ graden.

Opgave 13: Gemiddelde dagtemperatuur

Deze tabel geeft de temperatuur op een winterdag.

tijdstip (uur)	0	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20	22	24
temperatuur (°C)	-5	-6	-8	-9	-7	-4	-1	2	3	2	-1	-4	-5

a Bereken de gemiddelde temperatuur van die dag.

b Bereken ook de gemiddelde temperatuur overdag (vanaf 8:00 uur tot 20:00 uur) en de gemiddelde temperatuur 's nachts.

c Hoeveel verschilt de gemiddelde nachttemperatuur van de gemiddelde temperatuur overdag?

Opgave 14: Negatieve breuken

Je kunt op de getallenlijn ook met breuken werken. Uiteraard bestaan er ook ‘negatieve breuken’: breuken met een negatiefteken. Je kunt immers ook delen van eenheden naar links op de getallenlijn uitzetten.

a Teken een getallenlijn waarop je twaalfden kunt aangeven. Laat hem van -2 tot 2 lopen, dus van $-\frac{24}{12}$ tot $\frac{24}{12}$.

b Geef daarop de optelling $-\frac{5}{12} + \frac{11}{12}$ aan.

c Teken ook $-\frac{5}{12} + -\frac{11}{12}$.

d En tenslotte nog $\frac{1}{6} + \text{-}\frac{5}{12}$.

Je kunt nu ook met negatieve breuken optellingen uitvoeren. Doe ze zonder rekenmachine.

e $\frac{1}{3} + \text{-}\frac{1}{2}$

f $\text{-}1\frac{5}{6} + \text{-}2\frac{1}{3}$

g $\text{-}\frac{3}{4} + 1\frac{1}{8}$

h $\text{-}2\frac{1}{4} + \text{-}3\frac{2}{7}$

Opgave 15: Lopen in een assenstelsel

Neem een stuk roosterpapier en teken daarop een assenstelsel. Je gaat in dit assenstelsel routes lopen en moet bedenken waar je na tien stappen bent gekomen.
Elke stap wordt beschreven door de uitdrukking: ... horizontaal en ... verticaal.
Met ‘horizontaal’ wordt evenwijdig aan de x-as bedoeld en met ‘verticaal’ evenwijdig aan de y-as. Je begint steeds in $(0,0)$.

a In welk punt ben je aangekomen als je tien keer de stap 2 horizontaal en -1 verticaal hebt gezet?

b Je zet eerst de stap 2 horizontaal en - 1 verticaal en dan de stap -1 horizontaal en -2 verticaal en dit herhaal je vijf keer. In welk punt ben je dan?

c Je begint met de stap 1 horizontaal en 1 verticaal. Elke volgende stap ga je horizontaal 1 eenheid meer en verticaal 1 eenheid minder. Waar ben je na in totaal tien stappen?

Practicum

Veel rekenwerk doe je met een **rekenmachine**.
Voor de volgende twee types rekenmachine zijn er practica beschikbaar:

- **Basistechnieken TI-30XB Multiview**
- **Basistechnieken Casio fx-82NL**

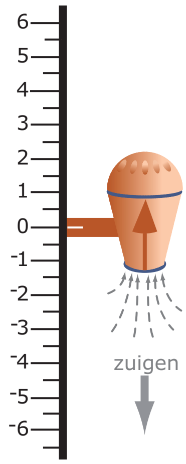
Applet

Hier zie je het optellen van twee (negatieve) getallen in beeld.
Gebruik de schuifbalkjes om de getallen te veranderen!

4.3 Negatieve getallen aftrekken

Verkennen

Opgave V1



Je ziet hiernaast een tekening van het zuig/blaas-motortje.
Dit motortje kan bewegen langs een verticale as. Met de actie ‘blazen’ gaat hij in de richting van de pijl op de motor, bij ‘zuigen’ gaat hij tegen de richting van die pijl in. Verder kent de motor twee standen, omhoog en omlaag. Dat zie je aan diezelfde pijl.

a Het motortje start op 0 en kan alleen zuigen. Je stelt in ‘3 omhoog’. Waar eindigt het motortje?

b Het motortje start op 0 en kan alleen zuigen. Je stelt in ‘3 omlaag’. Waar eindigt het motortje?

c Je start nu op 3 en stelt in ‘2 omhoog’. Waar eindigt het motortje? Welke aftrekking hoort daar bij?

d Je start weer op 3 en stelt in ‘5 omlaag’. Waar eindigt het motortje? Welke aftrekking hoort daar bij?

Opgave V2

Hopelijk heb je nu gezien dat bij het zuig/blaas-motortje het zuigen betekent dat er getallen worden afgetrokken. De stand van het motortje is ‘omhoog’ (voor positieve getallen) en ‘omlaag’ voor negatieve getallen.

a Hoe laat je het motortje de aftrekking $3 - 4$ maken?

b Hoe laat je het de aftrekking $-3 - 4$ maken?

c Hoe laat je het de aftrekking $3 - -4$ maken?

d Hoe laat je het de aftrekking $-3 - -4$ maken?

Opgave V3

Je hebt nu steeds het motortje alleen laten blazen (optellingen) of alleen laten zuigen (aftrekkingen). Maar je kunt die twee acties ook door elkaar gebruiken.

a Leg uit met behulp van de standen en de acties van het motortje dat $5 + -2$ hetzelfde effect heeft als $5 - 2$.

b Verklaar zo ook dat $5 - -2 = 5 + 2$.

Theorie

Opgave 1

Hier zie je vier aftrekkingen. Teken ze op de getallenlijn en schrijf de uitkomst op. Je ziet mintekens die een verschillende betekenis hebben. Let goed op of het een negatiefteken is of de bewerking ‘aftrekken’ voorstelt.

a $3 - 4$

b $-3 - 4$

c $3 - -4$

d $-3 - -4$

Opgave 2

Bereken (zonder rekenmachine):

a $-12 - -33$

b $15 - -26$

c $-1 - 5 - -9$

d $365 - -215$

Opgave 3

Verbeter de fouten in de antwoorden van deze berekeningen:

a $-12 - 15 = -3$

b $-3 - -12 = -15$

c $8 - (-6 - 12) = -10$

d $13 - -14 = 1$

Opgave 4

Bekijk de **Uitleg**. Je ziet hoe je in een berekening het aantal tekens kunt verminderen. Pas dit in de volgende berekeningen toe en bereken (zonder rekenmachine) het eindantwoord.

a $5 - -7$

b $-5 + -7$

c $-5 - -7 + -2$

d $35 - -40 - -12$

Opgave 5

Maak de berekeningen uit **Voorbeeld 1** zelf.

Oefen vervolgens met een medeleerling. Geef elkaar een optelling op en bepaal het antwoord. Controleer dit antwoord met de eerste Min-applet.

Opgave 6

Bereken (bekijk eventueel eerst de vierde berekening in **Voorbeeld 1**):

a $-35 - 16$

b $-12 - -16 - 28$

c $19 - -41 - 21$

d $-12 - 16 - -14$

Opgave 7

Schat bij de volgende optellingen eerst het antwoord en bereken het dan met de rekenmachine. Denk om het gebruik van het juiste negatiefteken!

a $-12{,}64 - -33{,}83$

b $143{,}4 - -86{,}12$

c $239 - (-132 + 67)$

d $-0{,}012 - -1{,}265$

Opgave 8

Vul de open plaatsen in.

a $6{,}3 - \ldots = 2$

b $\ldots - -4{,}4 = 8{,}3$

c $\ldots - -2{,}5 = -6{,}1$

d 8,16 – ... = 0

Verwerken

Opgave 9

Breng met behulp van pijlen op de getallenlijn de volgende berekeningen in beeld en schrijf het antwoord op:

a 5 – -2

b -3 – -8

c -4,3 + -7

d 6,4 + -2,05

e -2,15 + -3,31

f 0,5 + 4,3 – 2,1

g -1,7 – -2,4 – 3,1

h -15 – (12 – -3)

Opgave 10

Vul de lege plaatsen in.

a 8 – ... = -4

b -5 – ... = -19

c 7,03 – -21,18 = ...

d ... – -34 = -12

e ... – -12 = 10

f 24 – ... = -1

g $13 - \ldots = -5$

h $15{,}4 - -0{,}7 = \ldots$

Opgave 11

Het water in de IJssel bij Zutphen staat $2{,}43$ m boven NAP. Normaal staat het water daar $0{,}95$ m onder NAP. Drie leerlingen berekenen het verschil in hoogte:

- Jaspar: $0{,}95$ m onder NAP is $-0{,}95$, dus $-0{,}95 + 2{,}43 = 1{,}48$ m.
- Selma: Je moet doen $2{,}43 - -0{,}95 = 3{,}38$ m.
- Jörg: $-0{,}95 - 2{,}43 = -3{,}38$ m.

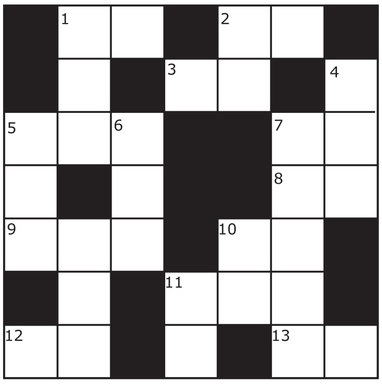
a Wie heeft er gelijk? Leg ook uit waarom.

b Hoeveel bedraagt het verschil in hoogte tussen $3{,}57$ m boven NAP en $2{,}71$ m onder NAP?

c Hoeveel bedraagt het verschil in hoogte tussen $2{,}89$ m boven NAP en $5{,}75$ m boven NAP?

Opgave 12

Je ziet hier een kruisgetallenpuzzel. Hij staat ook op het **werkblad**. Vul de puzzel in, een negatiefteken komt in het vakje van het eerste cijfer van een getal.



Horizontaal		Verticaal	
1	8 – -4	1	170 – 1
2	15 – -37	2	15 – -43
3	11 – 89	4	83 – -100 – -92
5	150 – -50 + -9	5	118 – -5
7	-12 – 5	6	-99 + 207
8	55 – -5 – 5	10	-(8 – 120)
9	278 – -40	11	-(20 – 2)
11	-20 – -6	12	-15 + 35
12	-47 – -336		
13	-4 – 8		
14	27 – -26		

Opgave 13

Een kompas op een schip geeft nooit helemaal de juiste richting aan. Dat komt door de 'variatie' (de plaatselijke afwijking) en de 'deviatie'. De deviatie is de afwijking in koers die door het schip veroorzaakt wordt. Als je de werkelijke koers weet en de variatie, dan kun je de deviatie uitrekenen:

deviatie = werkelijke koers – kompaskoers – variatie

Je werkelijke koers is bijvoorbeeld 81°, de variatie is -5° en op je kompas lees je af: 77°.
Je deviatie is dan: $deviatie = 81 - 77 - {-5}$.

a Wat is de uitkomst van de bovenstaande berekening?

b Voor een ander schip geldt een andere deviatie. Veronderstel dat de werkelijke koers van een schip $125°$ is. De variatie is -$3°$ en de kompaskoers $129°$. Wat is de deviatie van dat schip?

Toepassen

Op een winterse dag daalt de temperatuur 's nachts soms tot -6 graden.
Overdag is de maximumtemperatuur dan soms net boven 0, bijvoorbeeld 2 graden.
Het verschil in temperatuur is die dag dan $2 - -6 = 8$ graden.
Op een andere dag is er 6 graden verschil tussen de maximum- en de minimumtemperatuur.
De maximumtemperatuur is 4 graden, de minimumtemperatuur dus $4 - 6 = -2$ graden.

Opgave 14: Temperatuurverschillen

Deze tabel geeft de temperatuur op een winterdag.

tijdstip (uur)	0	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20	22	24
temperatuur (°C)	-5	-6	-8	-9	-7	-4	-1	2	3	2	-1	-4	-5

a Hoeveel bedraagt het verschil tussen de hoogste en de laagste temperatuur die dag?

b Maak een tabel waarin je op elk tijdstip dat in de gegeven tabel voorkomt het temperatuurverschil met de voorgaande meting aangeeft.

c Tussen welke tijdstippen is de temperatuur het snelst gestegen? En op tussen welke tijdstippen is de temperatuur het snelst gedaald?

Opgave 15: Negatieve breuken

Je kunt ook met negatieve breuken aftrekkingen uitvoeren. Doe ze zonder rekenmachine.

a $\frac{1}{3} - -\frac{1}{2}$

b $-1\frac{5}{6} - -2\frac{1}{3}$

c $-\frac{3}{4} - 1\frac{1}{8}$

d $-2\frac{1}{4} - -3\frac{2}{7}$

Practicum

Veel rekenwerk doe je met een **rekenmachine**.
Voor de volgende twee types rekenmachine zijn er practica beschikbaar:

- **Basistechnieken TI-30XB Multiview**
- **Basistechnieken Casio fx-82NL**

Hier zie je het aftrekken van twee (negatieve) getallen in beeld.
Gebruik de schuifbalkjes om de getallen te veranderen!

Applet

Je kunt het aftrekken van twee getallen ook opvatten als het antwoord op de vraag: ‘Hoeveel is het verschil van beide getallen, hoeveel verschilt het tweede van het eerste?’

Hier zie je op deze manier het aftrekken van twee (negatieve) getallen in beeld.
Gebruik de schuifbalkjes om de getallen te veranderen!

Applet

Met *Algebra***KIT** kun je oefenen met **het handmatig optellen en aftrekken van positieve en negatieve getallen**. Je kunt telkens een nieuwe opgave oproepen. Je maakt elke opgave zelf op papier.
Met ‘Toon uitwerking’ zie je het verder uitklapbare antwoord.
Met krijg je een nieuwe opgave.

AlgebraKIT

4.4 Negatieve getallen vermenigvuldigen

Verkennen

Opgave V1

Een vermenigvuldiging is een herhaalde optelling.
Zo is $6 \times 4 = 4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4 = 24$.
Doordat je de tafels van vermenigvuldiging in je hoofd hebt geprent, hoef je daar niet meer over na te denken. En dat scheelt veel tijd. Maar nu je met negatieve getallen hebt leren optellen en aftrekken moet je er wel weer even over nadenken.

a Wat betekent 6×-4? En hoeveel komt daar dus uit?

b Wat komt er uit $-(6 \times 4)$?

Je weet dat je bij vermenigvuldigen de volgorde mag verwisselen: $6 \times 4 = 4 \times 6$.
Dat zou ook voor negatieve getallen moeten gelden, dus $6 \times -4 = -4 \times 6$.

c Hoeveel is -4×6 dus?

d Hoeveel is -6×4?

e Is $-(6 \times 4) = -6 \times 4$?

Opgave V2

Je krijgt waarschijnlijk al een beetje een idee hoe het vermenigvuldigen van een positief en een negatief getal gaat. Maar hoe zit het met het vermenigvuldigen van twee negatieve getallen?

a Je weet hoeveel 6×-4 is. Hoeveel is $-(6 \times -4)$?

b En hoeveel moet -6×-4 dus wel zijn?

Opgave V3

De vorige twee opgaven heb je alleen met 6 en 4 gewerkt (en hun tegengestelden -6 en -4). Neem nu bijvoorbeeld 3 en 12 en doe hetzelfde.

Beredeneer dus de uitkomsten van 3×-12, -3×12 en -3×-12.

Theorie

Opgave 1

Bereken bij de volgende vermenigvuldigingen de uitkomst en leg ook uit hoe elke uitkomst ontstaat uit herhaald optellen en uit de verwisseleigenschap van vermenigvuldigen.

a 3×4

b -3×4

c 3×-4

d -3×-4

Opgave 2

Vul de lege plaatsen in:

a $2 \times -4 = \ldots$

b $-5 \times 12 = \ldots$

c $-3 \times -9 = \ldots$

d $-6 \times \ldots = 18$

e $\ldots \times 5 = -30$

f $-7 \times \ldots = -70$

Opgave 3

Verbeter de fouten in de antwoorden van deze berekeningen:

a $-12 \times 15 = -150$

b $-3 \times -12 = -36$

c $8 \times (-6 + 12) = -144$

d $13 \times -14 = 182$

Opgave 4

Hieronder staan drie rijtjes vermenigvuldigingen.

$3 \times -6 = \ldots$	$3 \times -10 = \ldots$	$3 \times -1 = \ldots$
$2 \times -6 = \ldots$	$2 \times -10 = \ldots$	$2 \times -1 = \ldots$
$1 \times -6 = \ldots$	$1 \times -10 = \ldots$	$1 \times -1 = \ldots$
$0 \times -6 = \ldots$	$0 \times -10 = \ldots$	$0 \times -1 = \ldots$
$-1 \times -6 = \ldots$	$-1 \times -10 = \ldots$	$-1 \times -1 = \ldots$
$-2 \times -6 = \ldots$	$-2 \times -10 = \ldots$	$-2 \times -1 = \ldots$

Maak deze rijtjes af door op de regelmaat te letten.

Wat kun je zeggen over het vermenigvuldigen van twee negatieve getallen?

Opgave 5

Vul op de lege plaatsen hieronder de woorden ‘positief getal’ of ‘negatief getal’ in.

a positief getal × positief getal = ...

b positief getal × negatief getal = ...

c negatief getal × positief getal = ...

d negatief getal × negatief getal = ...

Opgave 6

Bereken zonder rekenmachine (bekijk eventueel de berekening in **Voorbeeld 1**):

a $-3 \times 6 + -15$

b $-3 \times (6 + -15)$

c $19 - -4 \times 2$

d $-12 + 6 \times -4$

Opgave 7

Voer de twee berekeningen in **Voorbeeld 2** zelf met je rekenmachine uit.
Denk om het gebruik van het juiste negatiefteken!

Opgave 8

Schat eerst het antwoord en bereken het dan met de rekenmachine.

a $-12{,}64 \times -33{,}83$

b $143{,}4 \times 86{,}12 - 15{,}3$

c $239 \times (-132 + 67)$

d $-0{,}012 + 3{,}15 \times -1{,}265$

Verwerken

Opgave 9

Vul de lege plaatsen in (gebruik geen rekenmachine):

a $5 \times -2 = \ldots$

b $-3 \times -8 = \ldots$

c $-4{,}3 \times \ldots = 8{,}6$

d ... × -2,05 = -4,1

e -2 × (... − 5) = 16

f 0,5 × ... = -2,1

g -(-1,7 − -2,4) × ... = 2,1

h -15 × (... − -3) = 225

Opgave 10

Schat eerst het antwoord en bereken het dan met de rekenmachine.

a -3,1 × -6,8

b -1,5 × 2,8 − -3,44

c (3,6 + -2,4) × -1,3

d $0{,}0125 \times -8 + 2{,}34$

e $3165 - 121 \times -14$

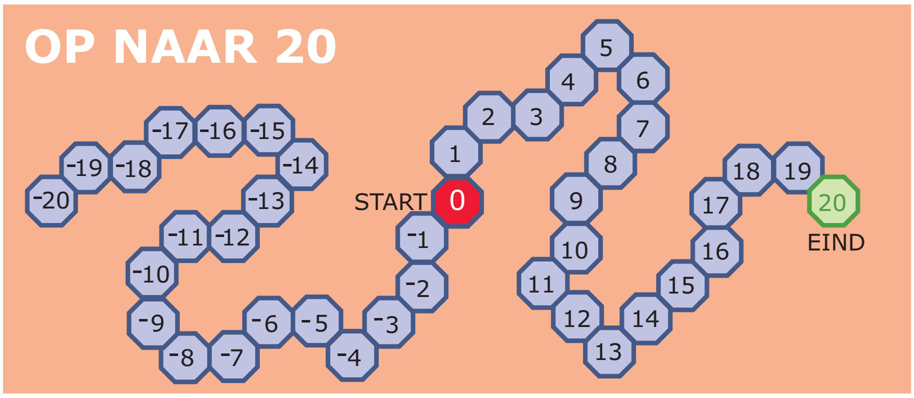
f $1501 \times -24 + 1501 \times 31$

g $1363 \times -5{,}14 + 14120{,}3$

h $15{,}4 \times -(0{,}7 - 2{,}1)$

Opgave 11

Jimmy en Raoul spelen een dobbelspel met twee dobbelstenen. Op beide dobbelstenen staan de getallen: -3, -2, -1, 1, 2 en 3. Beiden zetten een pion op het veld met de 0 op een speelbord met 41 velden. Wanneer een van hen gooit vermenigvuldigt hij de twee getallen op de dobbelstenen. De uitkomst is het aantal zetten dat hij mag doen. Een negatieve uitkomst betekent achteruit en een positieve uitkomst betekent vooruit.



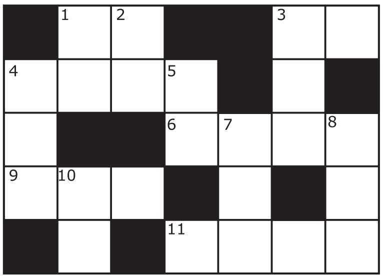
a Hieronder zie je wat ze elke beurt hebben gegooid. Schrijf erachter op welk veld ze uitkomen.
Jimmy: -2 en 1 dus naar veld ...
Raoul: -3 en -3 dus naar veld ...
Jimmy: 2 en 3 dus naar veld ...
Raoul: -2 en -1 dus naar veld ...
Jimmy: -2 en -2 dus naar veld ...
Raoul: -3 en -2 dus naar veld ...

b Om te winnen moet je precies op 20 uitkomen, alles wat je teveel gooit moet je terugtellen vanaf 20. Wie kan er bij de volgende beurt winnen? Wat moet hij dan gooien?

c Speel een paar spelletjes met een medeleerling. Gebruik het **werkblad**.

Opgave 12

Je ziet hier een kruisgetallenpuzzel. Hij staat ook op het **werkblad**. Vul de puzzel in, een negatiefteken komt in het vakje van het eerste cijfer van een getal.



Horizontaal		Verticaal	
1	5×-3	1	-6×3
3	18×-2	2	-19×-3
4	$-(20 + 5) \times 75$	3	$(30 - 52) \times 15$
6	$-50 \times -100 - 892$	4	-8×13
9	-4×-107	5	$9 \times 10 + 9 \times -4$
11	$-(60 - 1) \times 63$	7	$-3 \times (1 - 60)$
		8	-27×-31
		10	$20 + -2 \times -2$

Toepassen

Je hebt nog € 24,00 op je rekening staan.
Je koopt voor jezelf en vijf medeleerlingen bioscoopkaartjes van € 7,50 per stuk.
Na het gebruik van je betaalpas wordt je saldo: $24 - 6 \times 7{,}50 = -21$ euro.
Je staat dus opeens 21 euro rood!

Opgave 13: Winnen of verliezen?

Je hebt € 85,00 op je bankrekening staan. Door een stomme weddenschap moet je 12 personen 7,5 euro betalen.

a Waarom was dit voor jou inderdaad een slechte weddenschap?

b Schrijf je berekening op twee manieren op, één keer door met negatieve getallen te rekenen en één keer zonder met negatieve getallen te rekenen.

Bij een spel heb je in 15 rondes in totaal één keer 5 punten gewonnen, 6 keer 2 punten gewonnen, 3 keer 1 punt gewonnen, 5 keer 1 punt verloren en 8 keer 2 punten verloren.

c Heb je in totaal winst of verlies geboekt?

d Hoeveel heb je gemiddeld per ronde winst of verlies geboekt?

Opgave 14: Negatieve breuken

Je kunt ook met negatieve breuken vermenigvuldigingen uitvoeren. Doe ze zonder rekenmachine.

a $\frac{1}{3} \times -\frac{1}{2}$

b $-1\frac{5}{6} \times -2\frac{1}{3}$

c $-\frac{3}{4} \times 1\frac{1}{8}$

d $-2\frac{1}{4} \times -3\frac{2}{7}$

Practicum

Veel rekenwerk doe je met een **rekenmachine**.
Voor de volgende twee types rekenmachine zijn er practica beschikbaar:

- **Basistechnieken TI-30XB Multiview**
- **Basistechnieken Casio fx-82NL**

Met *Algebra***KIT** kun je oefenen met **het handmatig vermenigvuldigen van positieve en negatieve getallen**. Je kunt telkens een nieuwe opgave oproepen. Je maakt elke opgave zelf op papier. Voor het vermenigvuldigingsteken wordt in plaats van × de punt · gebruikt.
Met 'Toon uitwerking' zie je het verder uitklapbare antwoord.
Met krijg je een nieuwe opgave.

AlgebraKIT

4.5 Negatieve getallen delen

Verkennen

Opgave V1

Je weet dat $6 \times 4 = 24$.
Als je dus in $6 \times ... = 24$ het getal op de stippeltjes wilt weten, dan bedenk je wel snel dat dit getal 4 is. Je kunt dit ook vinden door delen: $\frac{24}{6} = 4$.

a Welk getal hoort in $6 \times ... = \text{-}24$ op de stippeltjes te staan? Hoeveel is dus $\frac{\text{-}24}{6}$?

b Welk getal hoort in $\text{-}6 \times ... = \text{-}24$ op de stippeltjes te staan? Hoeveel is dus $\frac{\text{-}24}{\text{-}6}$?

c Welk getal hoort in $\text{-}6 \times ... = 24$ op de stippeltjes te staan? Hoeveel is dus $\frac{24}{\text{-}6}$?

Theorie

Opgave 1

Vul de lege plaatsen in:

a $\frac{12}{\text{-}4} = ...$ omdat $\text{-}4 \times ... = 12$

b $\frac{\text{-}12}{4} = ...$ omdat ...

c $\frac{-12}{-4}$ = ... omdat ...

d $\frac{-110}{-11}$ = ... omdat ...

e $\frac{48}{-8}$ = ... omdat ...

f $\frac{-35}{7}$ = ... omdat ...

Opgave 2

Vul op de lege plaatsen hieronder de woorden ‘positief getal’ of ‘negatief getal’ in.

a positief getal / positief getal = ...

b positief getal / negatief getal = ...

c negatief getal / positief getal = ...

d negatief getal / negatief getal = ...

Opgave 3

Bereken:

a $\frac{75}{-15}$

b $\frac{-144}{-6}$

c $\frac{-32}{8} \times 5$

d $\frac{96}{-4} - \frac{-12}{3}$

Opgave 4

Het getal 0 heeft een bijzondere status als het om delen gaat.

a Vul in: $\frac{0}{12}$ = ... want 12 × ... = 0

b Vul in: $\frac{0}{-3}$ = ... want -3 × ... = 0

c Wat komt er altijd uit als je 0 deelt door een positief of een negatief getal?

Maar nu het delen door 0.

d Probeer in te vullen: $\frac{12}{0}$ = ... want $0 \times ... = 12$. Welk probleem doet zich voor?

e Probeer in te vullen: $\frac{-3}{0}$ = ... want $0 \times ... = -3$. Welk probleem doet zich voor?

f Probeer in te vullen: $\frac{0}{0}$ = ... want $0 \times ... = 0$. Welk probleem doet zich voor?

Opgave 5

Bereken zonder rekenmachine (bekijk eventueel eerst de berekeningen in **Voorbeeld 1**):

a $\frac{8 - -4}{6}$

b $\frac{15}{-12 - -18}$

c $12 \times \frac{-2}{24 + -8}$

d $15/(8 - 11)$

e $\frac{-20 - 6}{10 - -3}$

f $\frac{-12,25+34,75}{10}$

Opgave 6

Vul de lege plaatsen in:

a $60/-12 = \ldots$

b $\frac{-48}{\ldots} = -3$

c $-2,25/0,5 = \ldots$

d $-18/(\ldots - 4) = 2$

e $\frac{120-\ldots}{12} = -10$

f $\frac{-3-\ldots}{\ldots-38} = 0$

Opgave 7

Voer de twee berekeningen in **Voorbeeld 2** zelf met je rekenmachine uit.
Denk om het gebruik van het juiste negatiefteken!

Opgave 8

Schat eerst het antwoord en bereken het dan met de rekenmachine.

a $-47{,}275/-15{,}25$

b $\frac{-6{,}15}{0{,}05} + 15{,}5$

c $3{,}6/(-1{,}06 + 1{,}18)$

d $\frac{1{,}12-0{,}88}{-2{,}4+7{,}2}$

Opgave 9

Schat eerst het antwoord en bereken het dan met de rekenmachine. Rond het antwoord af op drie decimalen nauwkeurig.

a $213{,}275/-15{,}3$

b $\frac{-6{,}6}{0{,}07-1{,}55}$

c $3{,}6/(-1{,}06+1{,}17)$

d $\frac{2{,}14-3{,}88}{-0{,}24-0{,}53}$

Verwerken

Opgave 10

Bereken zonder rekenmachine:

a $\frac{125}{-50}$

b $\frac{-15--20}{-4-3}$

c $-3 \times (6 - -18)\ /-8+4$

d $5 \times -2/(4-8)$

e $\frac{6-3}{-12+7}$

f $\frac{5}{9} \times (5-32)$

Opgave 11

Vul op de stippeltjes de juiste getallen in:

a $\frac{18}{\ldots-4} = -6$

b $\frac{8 \times -2}{\ldots+4} = \frac{8}{3}$

c $\frac{8-\ldots}{5} - 3 = 1$

d $13 - \frac{12}{\ldots} = 17$

Opgave 12

Schat eerst het antwoord en bereken het dan met de rekenmachine. Rond waar nodig af op drie decimalen nauwkeurig.

a $-3{,}1 / -6{,}8$

b $\frac{-1{,}5}{2{,}8} - -3{,}44$

c $(3{,}6 + -2{,}4)\,/-1{,}3$

d $\frac{0{,}0125}{-8+2{,}34}$

e $\frac{3165-121}{-14}$

f $1501/-24 + 1501/\,31$

g $\frac{1363}{-5{,}14+14120{,}3}$

h $15{,}4/-(0{,}7 - 2{,}1)$

Opgave 13

Je ziet hier vier rekentabellen. Vul ze volledig in.

+	0,6	1	-3	2,4
0,6				
1				
-3				
2,4				

–	0,6	1	-3	2,4
0,6		-0,4		
1				
-3				
2,4				

×	0,6	1	-3	2,4
0,6				
1				
-3				
2,4				

/	0,6	1	-3	2,4
0,6				
1				
-3	-5			
2,4				

Toepassen

In de V.S. van Amerika wordt temperatuur vaak gemeten in graden Fahrenheit (°F). Wij (in Europa) werken met graden Celsius (°C).

Het omrekenen gaat zo:

$graden\ Celsius = (graden\ Fahrenheit - 32) \times 5/9$

Als het in New York op een winterse dag bijvoorbeeld 0 °F is, vriest het behoorlijk. Het is dan namelijk $(0 - 32) \times 5/9 \approx -17{,}5$ °C.

Opgave 14: Celsius en Fahrenheit

Er bestaan verschillende temperatuurschalen zoals je weet. Bekijk in **Toepassen** hoe je kunt omrekenen van graden Fahrenheit naar graden Celsius.

a Reken het getallenvoorbeeld na.

b Hoeveel graden Celsius is 0 °F precies?

c Hoeveel graden Celsius is 100 °F?

d Bij hoeveel °F hoort 0 °C?

Opgave 15: Negatieve breuken

Je kunt ook met negatieve breuken delingen uitvoeren. Doe ze zonder rekenmachine.

a $\frac{1}{3} / -\frac{1}{2}$

b $-1\frac{5}{6} / -2\frac{1}{3}$

c $-\frac{3}{4} / 1\frac{1}{8}$

d $-2\frac{1}{4} / -3\frac{2}{7}$

Practicum

Veel rekenwerk doe je met een **rekenmachine**.
Voor de volgende twee types rekenmachine zijn er practica beschikbaar:

- **Basistechnieken TI-30XB Multiview**
- **Basistechnieken Casio fx-82NL**

Met *Algebra***KIT** kun je oefenen met **het handmatig delen van positieve en negatieve getallen**. Voor het deelteken wordt de dubbele punt : gebruikt. Je kunt telkens een nieuwe opgave oproepen. Je maakt elke opgave zelf op papier.
Met ‘Toon uitwerking’ zie je het verder uitklapbare antwoord.
Met ⟲ krijg je een nieuwe opgave.

AlgebraKIT

4.6 Totaalbeeld

Samenvatten

Bij het rekenen met temperaturen, met hoogtes, met saldo's van een bankrekening heb je te maken met een (soms willekeurig gekozen) nulpunt. Er zijn dan waarden boven het nulpunt en waarden onder het nulpunt. Die laatste waarden duid je aan met negatieve getallen. En met negatieve getallen wil je net zo kunnen rekenen als je tot nu toe met de ‘gewone’ positieve getallen deed.

De volgende opgaven zijn bedoeld om overzicht over het onderwerp **Negatieve getallen** te krijgen. Dit betreft de onderdelen 1, 2, 3, 4 en 5 van dit onderwerp. Het is nuttig om er een eigen samenvatting bij te maken.

Begrippen

- negatief getal, positief getal — tegengestelde — assenstelsel met negatieve getallen
- optellen met negatieve getallen
- aftrekken met negatieve getallen
- vermenigvuldigen met negatieve getallen
- delen met negatieve getallen

Activiteiten

- negatief getal, positief getal, tegengestelde, assenstelsel met negatieve getallen;
- positieve en negatieve getallen optellen;
- positieve en negatieve getallen aftrekken;
- positieve en negatieve getallen vermenigvuldigen;
- positieve en negatieve getallen delen;

Opgave 1

Vul de volgende zinnen aan:

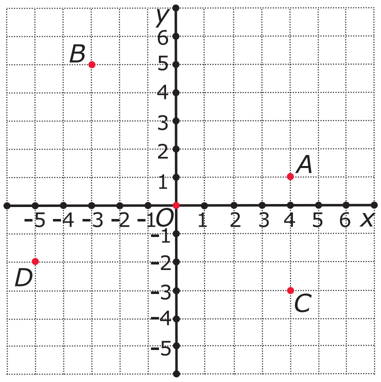
a Negatieve getallen zijn getallen ...

b Positieve getallen zijn ...

c Het tegengestelde van een getal is ...

Opgave 2

Je ziet hier een assenstelsel.



a Schrijf de coördinaten van de vijf aangegeven punten op.

b Teken in dit assenstelsel de punten $E(0,\text{-}2)$, $F(\text{-}1,\text{-}4)$, $G(\text{-}3,0)$ en $H(2,\text{-}5)$.

Opgave 3

Optellen en aftrekken van positieve en/of negatieve getallen kun je met pijlen op een getallenlijn in beeld brengen. Doe dat bij de volgende opgaven.

a $\text{-}3 + 5$

b $\text{-}3 - 5$

c $-3 - -5$

d $3 + -5 - -6$

Opgave 4

Bij het vermenigvuldigen en delen van positieve en/of negatieve getallen is het handig om van tevoren te bedenken of de uitkomst positief is of negatief.

a Geef in een overzichtje van alle mogelijkheden aan of het product van twee getallen positief of negatief is.

b Doe hetzelfde voor het delen van positieve en/of negatieve getallen.

Opgave 5

Het rekenen met positieve en/of negatieve getallen moet je vooral goed oefenen.

Doe dat via het **Practicum** met behulp van *Algebra*KIT.

Toepassen

Opgave 6: Wiskundigen in de Oudheid

De Griekse wiskunde werd in de vroege tweede eeuw voor Christus beheerst door **Archimedes** en **Appolonius**. Archimedes is bekend om zijn uitroep “Eureka” terwijl Appolonius bekend staat om zijn uit acht delen bestaande boek ‘Kegelsneden’. Archimedes leefde van 287 voor Chr. tot 212 voor Chr. en Appolonius van 250 v. Chr. tot 175 v. Chr.

a Reken uit hoe oud beiden zijn geworden. Schrijf je berekeningen op.

b Hoeveel jaren na Archimedes werd Appolonius geboren?

Ptolemaeus was wiskundige en astronoom. Hij is de eerste die een wereldkaart tekende. Ptolemaeus leefde van 87 na Chr. tot 150 na Chr.

c Hoeveel jaren na Archimedes werd Ptolemaeus geboren?

d Welk probleem zit er in de berekening bij c?

Opgave 7: Graden Kelvin

Behalve in graden Celcius kun je temperatuur ook meten in **graden Kelvin**. Nul graden Kelvin heet ‘het absolute nulpunt’, dat komt ongeveer overeen met -273 °C. Je noteert graden Kelvin met een K.

a Hoeveel K is 0 °C?

b Een bepaalde stof smelt bij 25 K. Hoeveel graden Celsius is dat?

c Koffie is het lekkerst als de temperatuur tussen de 42 °C en 58 °C is. Tussen welke waarden is dat wanneer je meet in graden Kelvin?

Opgave 8: Lange vermenigvuldiging

Bereken $(9-100) \times (9-99) \times (9-98) \times \ldots \times (9-2) \times (9-1) \times (9-0)$

Het lesmateriaal in deze reader is gebaseerd op het materiaal dat ook op de Math4All website staat.

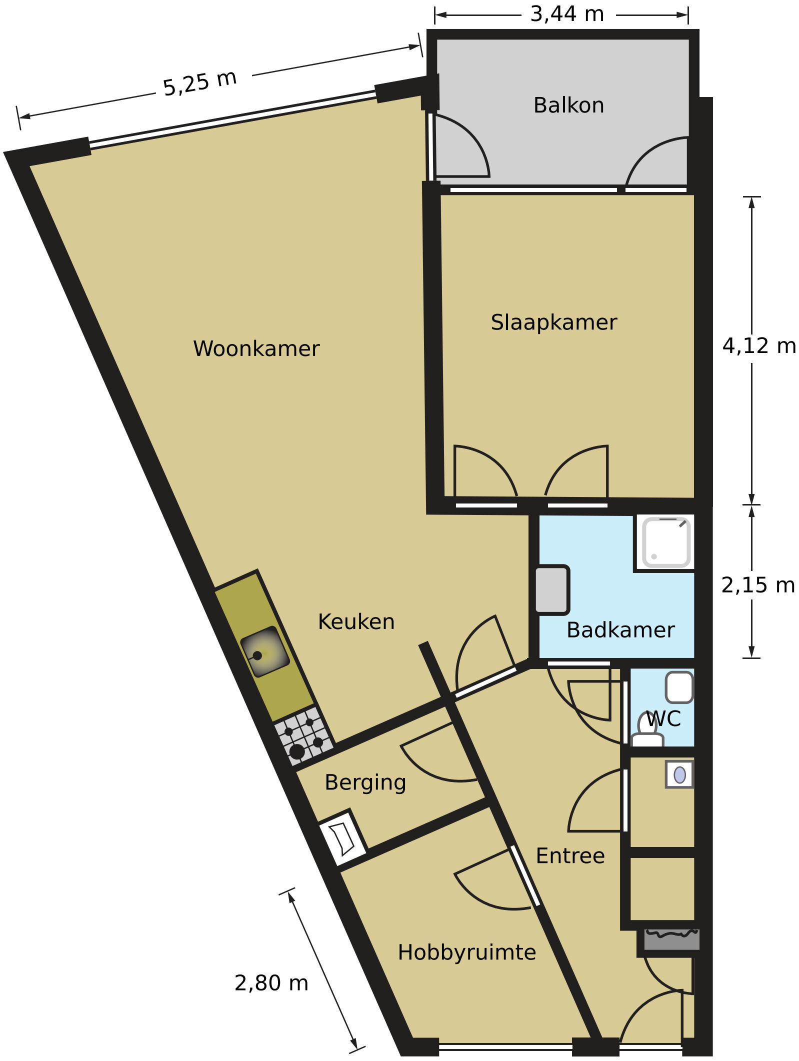
De reader is gegenereerd met de Math4All maatwerkdienst. De inhoud en de volgorde van de onderwerpen in deze reader zijn gekozen door docenten van het ConTeXt College.

Stichting Math4All

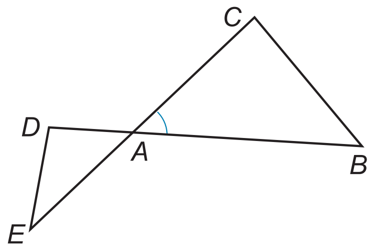
Inhoud Katern 2

www.math4all.nl

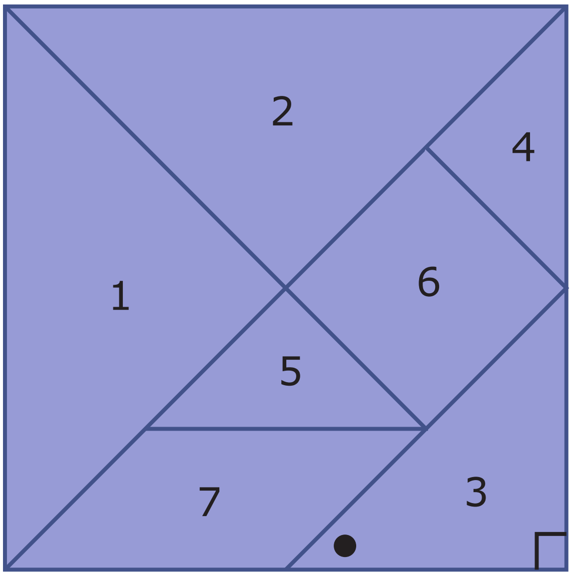
Werkblad bij Opgave 1 op pagina 4.



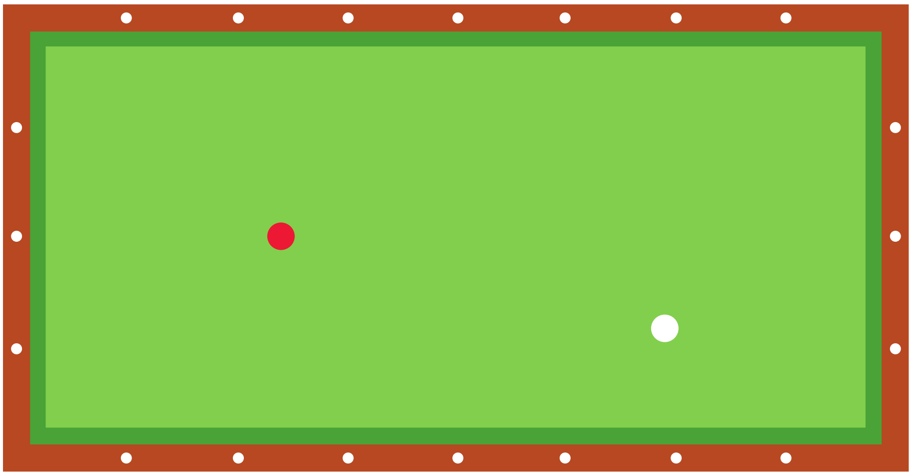
Werkblad bij Opgave 2 op pagina 5.



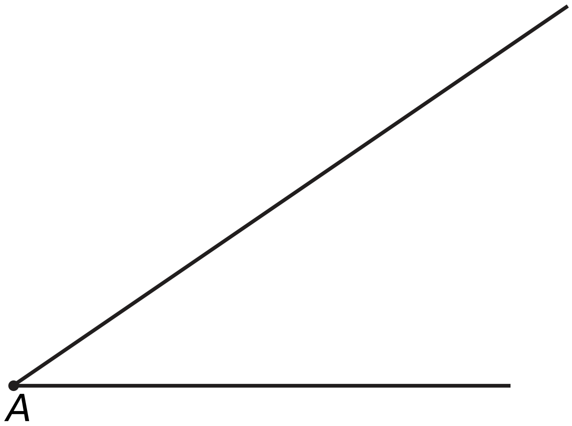
Werkblad bij Opgave 8 op pagina 10



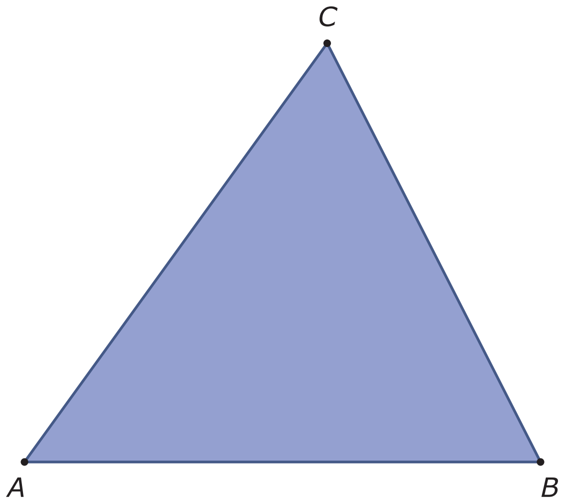
Werkblad bij Opgave 14 op pagina 16



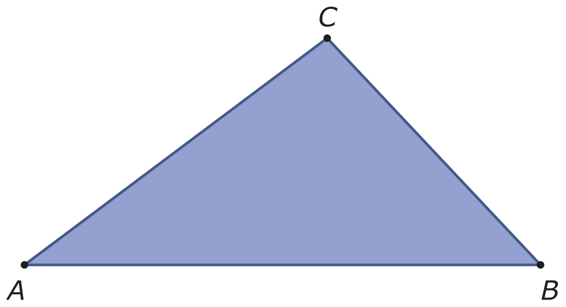
Werkblad bij Opgave 6 op pagina 20



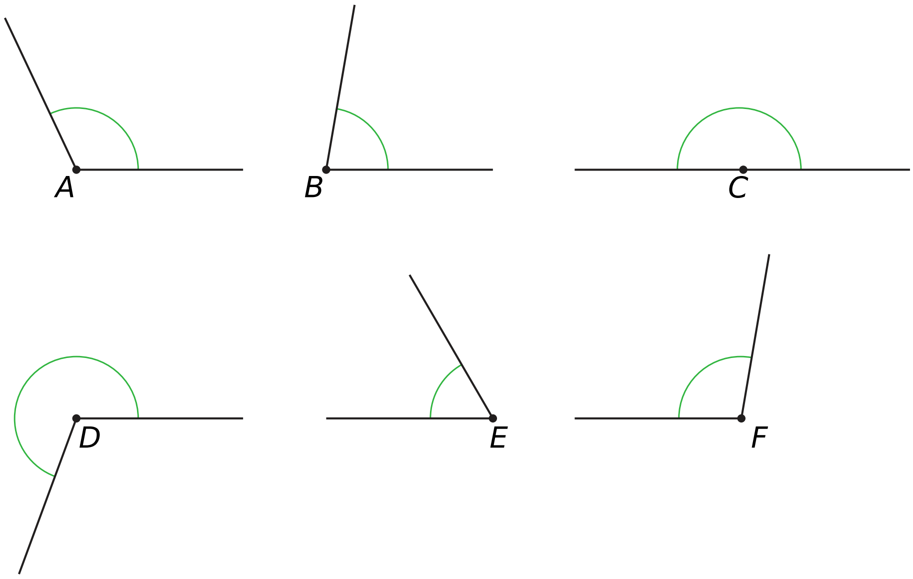
Werkblad bij Opgave 8 op pagina 21.



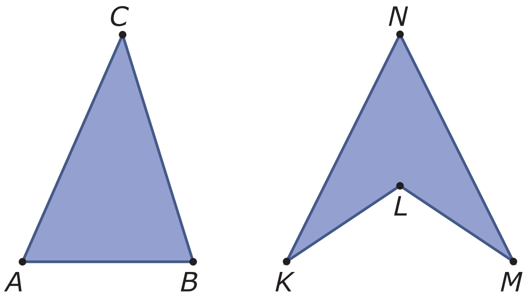
Werkblad bij **Opgave 9 op pagina 21**.



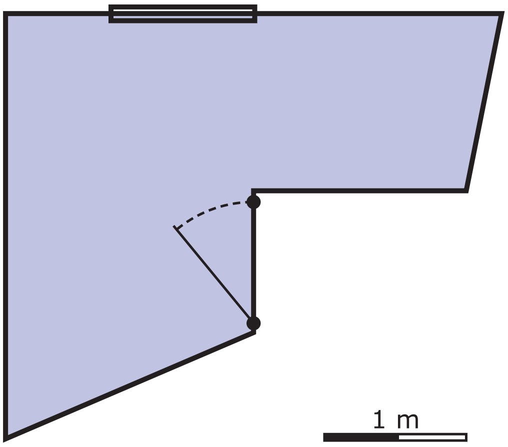
Werkblad bij Opgave 10 op pagina 22.



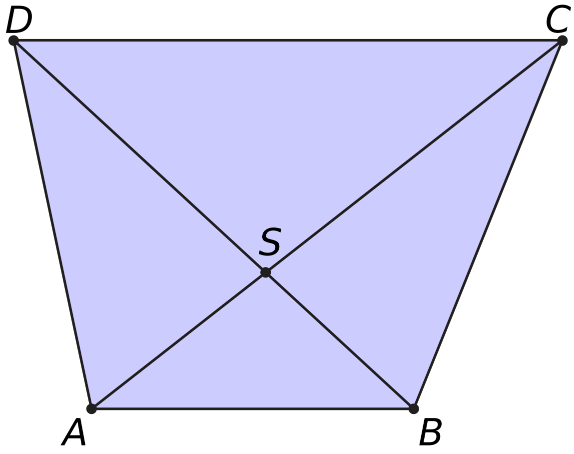
Werkblad bij Opgave 11 op pagina 23.



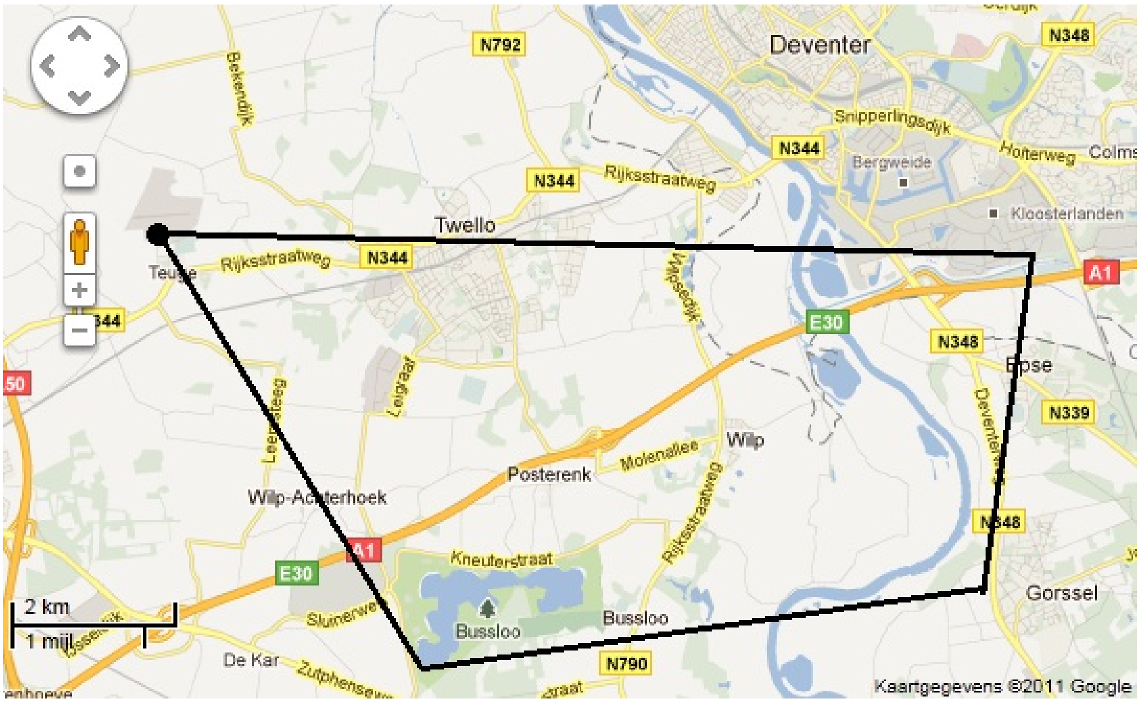
Werkblad bij Opgave 12 op pagina 24.



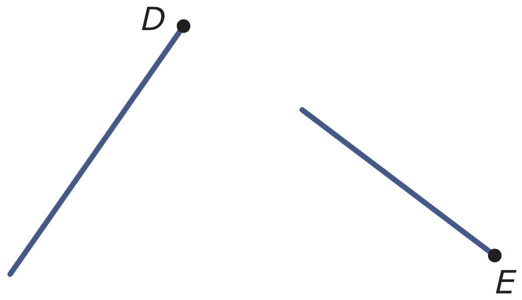
Werkblad bij **Opgave 13 op pagina 24.**



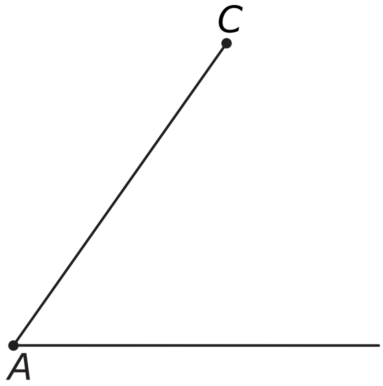
Werkblad bij Opgave 17 op pagina 27.



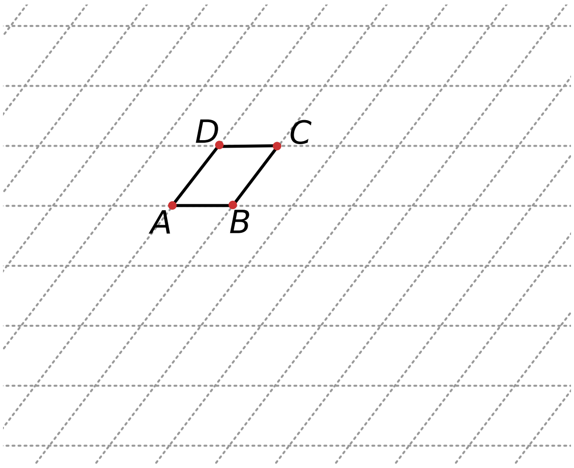
Werkblad bij **Opgave 7 op pagina 32****.**



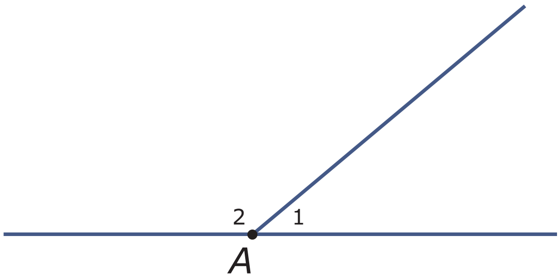
Werkblad bij Opgave 9 op pagina 33.



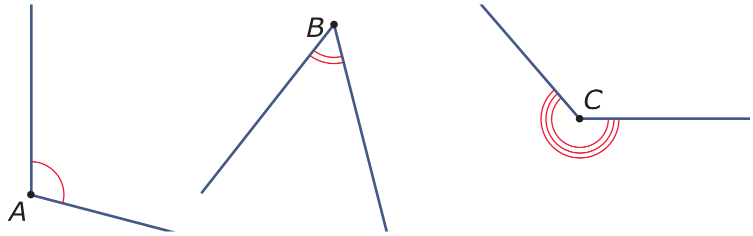
Werkblad bij Opgave 1 op pagina 37



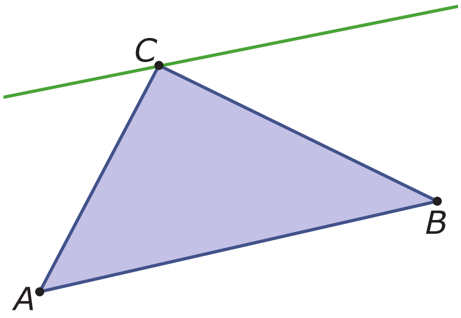
Werkblad bij Opgave 2 op pagina 39.



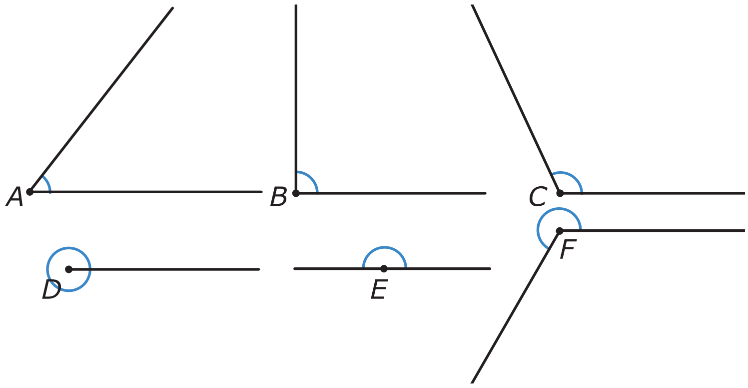
Werkblad bij Opgave 8 op pagina 43.



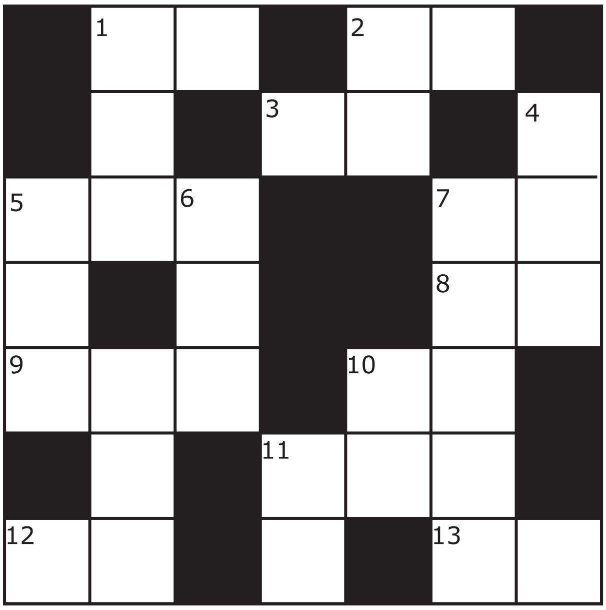
Werkblad bij Opgave 1 op pagina 47.



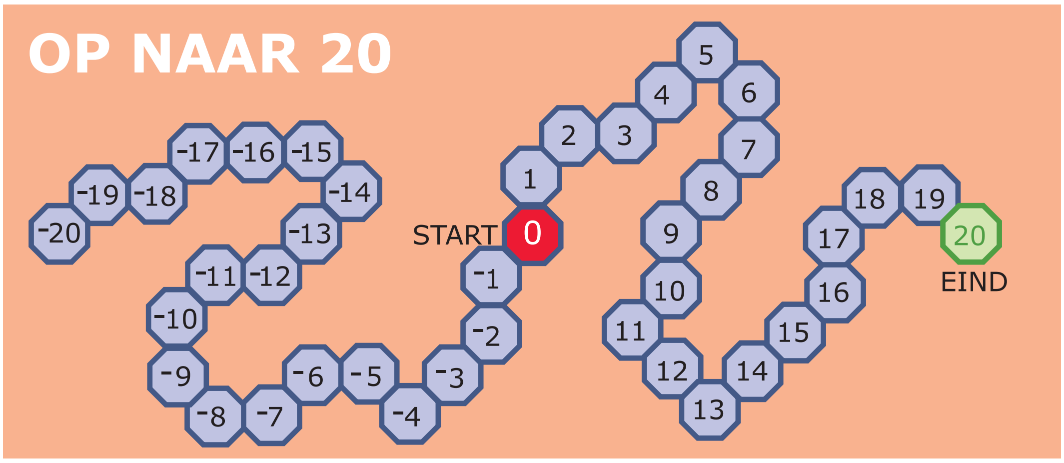
Werkblad bij Opgave 2 op pagina 57.



Werkblad bij **Opgave 12 op pagina 231.**



Werkblad bij **Opgave 11 op pagina 244.**



Werkblad bij Opgave 12 op pagina 245.