Wiskunde

1 HAVO / VWO

Katern 2 / Theorie

ConTeXt College

Inhoud

Voorwoord

Het lesmateriaal in dit katern is gebaseerd op het materiaal dat je kunt vinden op de Math4All website `www.math4all.nl`. In de tekst staan dan ook regelmatig verwijzingen naar die website. Waar je precies moet zijn op die website kun je zien in de kopregel van iedere pagina.

Ieder hoofdstuk bestaat uit een aantal paragrafen en wordt steeds afgesloten met een paragraaf *Totaalbeeld* waar de leerstof wordt samengevat en/of herhaald. Iedere paragraaf is ingedeeld in vaste rubrieken die houvast geven bij de bestudering van het lesmateriaal.

- Verkennen
- Uitleg
- Theorie en Voorbeelden
- Verwerken
- Toepassen

Indien er in het lesmateriaal wordt verwezen naar werkbladen dan kun je deze terugvinden op de website en achterin je katern.

Begrippen

- hoek, hoekpunt, benen — scherpe hoek, rechte hoek, stompe hoek, gestrekte hoek, overstrekte hoek
- graden — gradenboog
- meetkundige constructie
- gelijke hoeken — overstaande hoeken (X-hoeken), F-hoeken, Z-hoeken — bissectrice, deellijn
- hoekensom driehoek

Activiteiten

- de begrippen hoek met hoekpunt en benen en scherpe, stompe, rechte, gestrekte en overstrekte hoeken herkennen;
- het begrip ‘graad’ en het meten van hoeken in graden;
- hoeken tekenen als het aantal graden ervan is gegeven;
- de deellijn (bissectrice) van een hoek tekenen, werken met X-hoeken (overstaande hoeken), F-hoeken en Z-hoeken;
- de grootte van hoeken beredeneren, de som van de hoeken van een driehoek gebruiken.

Even de hoek om

Domein

Meten en tekenen

Hoofdstuk

Hoeken

Inhoud

1

1.1 Hoeken

Inleiding

Waarschijnlijk ben je op weg naar school regelmatig een hoek om gegaan. Je hebt op je route hoeken gemaakt. Maar wat is een hoek precies? En wat is een scherpe hoek? En wanneer is de hoek groot, of juist klein?

Je leert in dit onderwerp

- de begrippen hoek, hoekpunt en benen van een hoek en hoeken noteren;
- aangeven of een hoek groter of kleiner is dan een andere hoek;
- aangeven of een hoek recht, stomp, scherp, gestrekt, of overstrekt is.

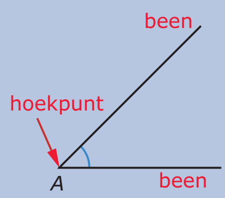
Voorkennis

- de begrippen evenwijdig en loodrecht en het teken voor loodrecht;
- de namen van vlakke figuren.

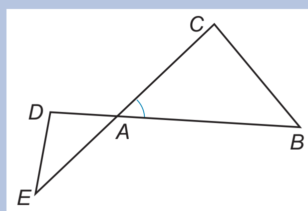
Opgave V1

Uitleg

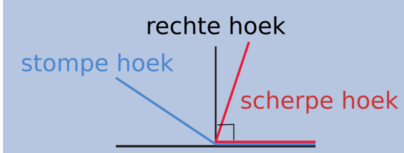
Iedere hoek heeft een hoekpunt en twee benen.
Bij het hoekpunt zet je een hoofdletter. In de hoek zet je een boogje.
De naam van de hoek is: hoek A. In plaats van hoek A schrijf je ook wel $\angle A$.



Als hoek A twee verschillende hoeken kan voorstellen gebruik je drie letters om de hoek aan te geven. De middelste letter hoort dan bij het hoekpunt. In deze figuur is $\angle BAC$ door een boogje aangegeven. Als je deze hoek A niet precies beschrijft kan hoek A ook $\angle DAE$ zijn.



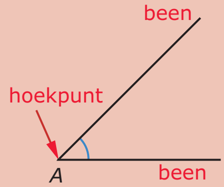
Je kent de rechte hoek al, hier wordt hij door een ‘rechtehoekteken’ aangegeven. Hoeken die puntiger (kleiner) zijn dan een rechte hoek, heten scherpe hoeken. Hoeken die minder puntig (groter) zijn dan een rechte hoek, heten stompe hoeken.



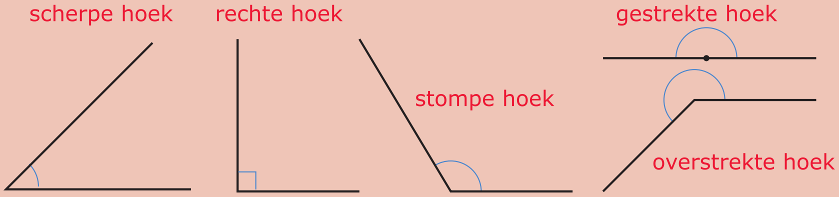
Opgave 1 Opgave 2

Theorie

Iedere **hoek** heeft een **hoekpunt** en twee **benen**. Bij het hoekpunt zet je een hoofdletter. In de hoek zet je een boogje. De naam van de hoek is: hoek A. In plaats van hoek A schrijf je ook wel $\angle A$.



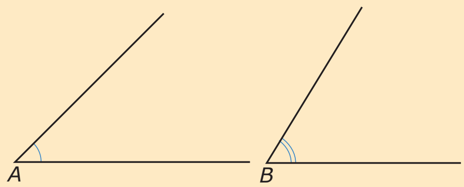
Er zijn verschillende soorten hoeken:

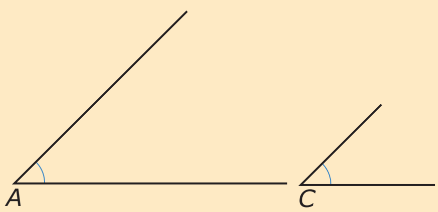


- Als beide benen loodrecht op elkaar staan, spreek je van een **rechte hoek**. In de tekening plaats je bij de rechte hoek het loodrechtteken.
- Een hoek die kleiner is dan een rechte hoek heet een **scherpe hoek**.
- Als beide benen in elkaars verlengde liggen, spreek je van een **gestrekte hoek**.
- Een hoek die kleiner is dan een gestrekte hoek maar groter dan een rechte hoek is een **stompe hoek**.
- Een hoek die groter is dan een gestrekte hoek heet een **overstrekte hoek**.

Voorbeeld 1

De benen van hoek B staan verder uit elkaar dan de benen van hoek A.
Dit betekent dat hoek B groter is dan hoek A: $\angle B > \angle A$.





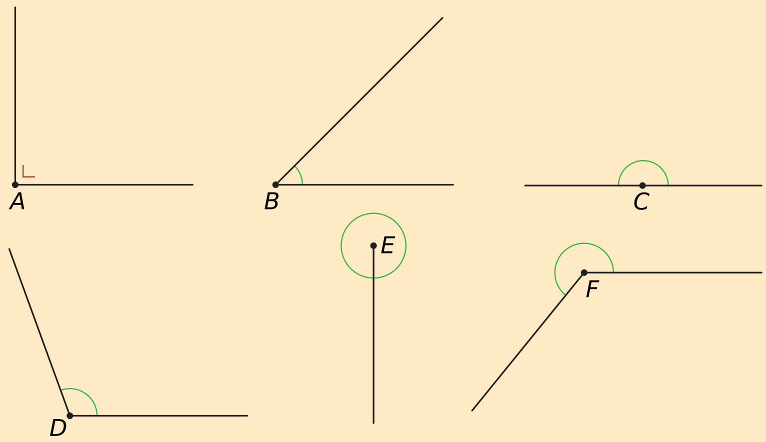
Hoek C is gelijk aan hoek A dus $\angle C = \angle A$. Alleen zijn de benen korter getekend.

De lengten van de benen van de hoek hebben geen invloed op de grootte van de hoek. Eigenlijk hebben die benen helemaal geen lengte. Het zijn halve lijnen die in het hoekpunt beginnen maar oneindig ver doorlopen.

Opgave 3 Opgave 4

Voorbeeld 2

Je ziet hier een zestal hoeken. Welke hoek is recht, welke scherp, welke stomp, welke gestrekt, welke overstrekt?



Antwoord

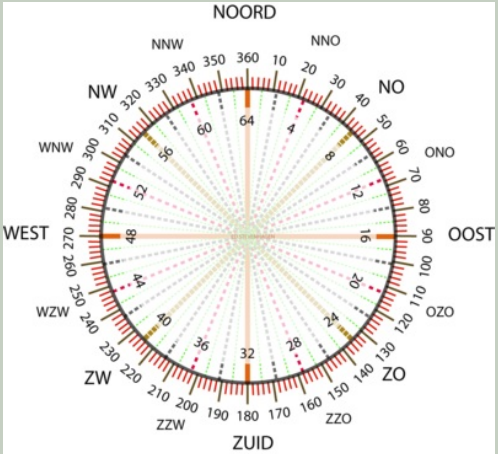
- $\angle A$ is een rechte hoek, dat zie je aan het loodrechtteken.
- $\angle B$ is kleiner dan een rechte hoek en dus een scherpe hoek.
- $\angle C$ heeft twee benen die in elkaars verlengde liggen, dit heet een gestrekte hoek.
- $\angle D$ is kleiner dan een gestrekte hoek maar groter dan een rechte hoek en dus een stompe hoek.
- $\angle E$ is een hoek die helemaal rond is. Die kun je een volle hoek noemen.
- $\angle F$ is een hoek die groter is dan een gestrekte hoek en dus een overstrekte hoek.

Opgave 5 Opgave 6

1.2 Hoeken meten

Inleiding

Hier zie je in één figuur welke waarden je aan hoeken kunt geven. Een compleet rondje is verdeeld in 360 gelijke punten, die graden heten. Dat gebruik je om de grootte van een hoek te bepalen. Waarschijnlijk heb je zelf maar de helft van zo'n figuur, op je geodriehoek.



Je leert in dit onderwerp

- het vlak verdelen in 360 graden en schatten hoeveel graden een hoek is;
- berekenen hoeveel graden een rechte en een gestrekte hoek zijn en aangeven tussen welke aantallen graden een scherpe, een stompe en een overstrekte hoek liggen;
- hoeken opmeten met de geodriehoek en uitdrukken in graden.

Voorkennis

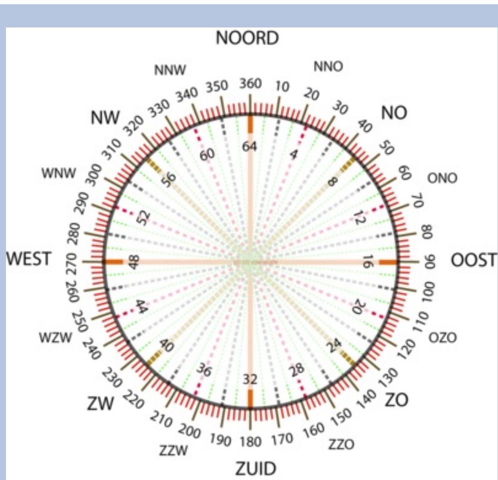
- de begrippen hoek, hoekpunt, benen en aangeven of een hoek groter of kleiner is dan een andere hoek;
- aangeven of een hoek recht, stomp, scherp, gestrekt, of overstrekt is;
- de namen van vlakke figuren.

Opgave V1

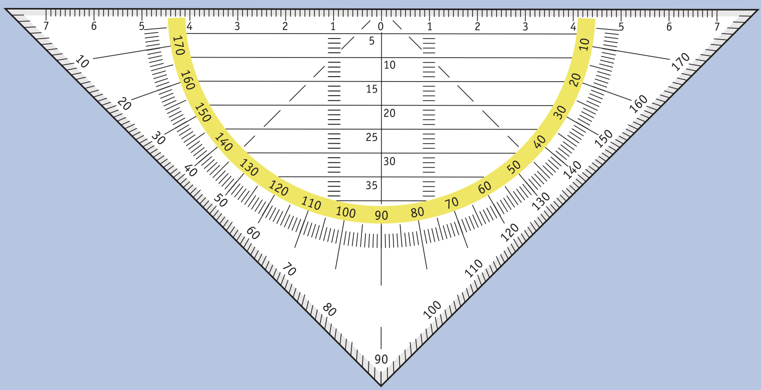
Uitleg

Je kunt de grootte van een hoek precies meten, bijvoorbeeld met een doorzichtige kompasroos of met je geodriehoek.

Een kompasroos is verdeeld in 360 gelijke delen, die ‘graden’ heten. Je ziet de schaalverdeling op de cirkel lopen van 0 tot 360 graden. De 0 is niet neergezet, want hij staat op dezelfde plaats als de 360. Je schrijft 1 graad als 1°.



Op je geodriehoek (geometrische driehoek; geometrie betekent meetkunde) staat een halve kompasroos zonder windrichtingen, die loopt van 0° tot 180°. Dit heet de gradenboog.



Bij het werken met de geodriehoek is het handig vooraf de grootte van een hoek te schatten. Er staan immers telkens twee getallen bij een maatstreepje van de gradenboog. En je ziet meteen hoeveel graden een rechte hoek is. Of een gestrekte hoek.

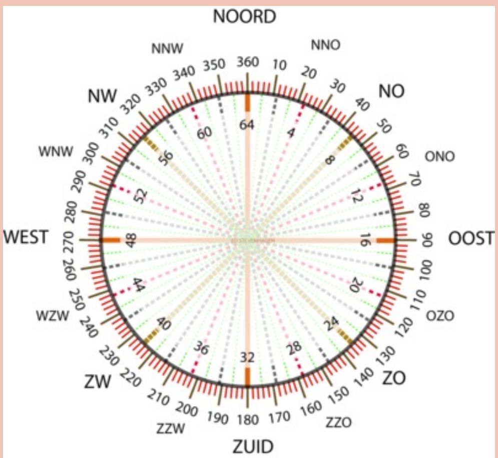
Opgave 1 Opgave 2 Opgave 3 Opgave 4

Theorie

Je kunt de grootte van een hoek precies meten, bijvoorbeeld met een doorzichtige kompasroos of met je geodriehoek.

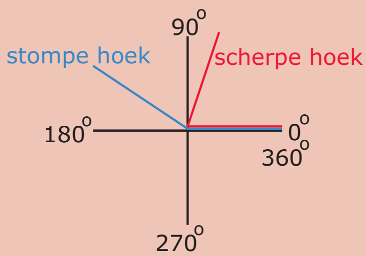
Een kompasroos is verdeeld in 360 gelijke delen die **graden** heten. Je ziet de schaalverdeling op de cirkel lopen van 0 tot 360 graden. De 0 is niet neergezet, want hij staat op dezelfde plaats als de 360. Je schrijft 1 graad als 1°.

Op je geodriehoek staat een halve kompasroos, de **gradenboog**.



Als je helemaal ronddraait, leg je 360° af: een **volle hoek** is 360°.
Dit betekent:

- een **rechte hoek** is een kwart van zo'n volle hoek, dus 90°;
- een **gestrekte hoek** is de helft van een volle hoek, dus 180°;
- een **scherpe hoek** ligt tussen de 0° en de 90° in;
- een **stompe hoek** ligt tussen 90° en 180° in.

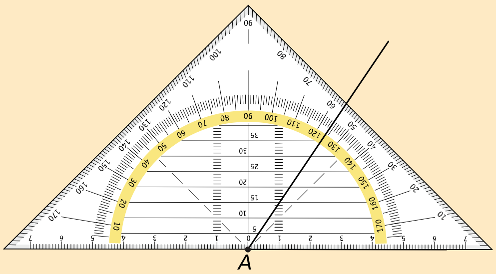


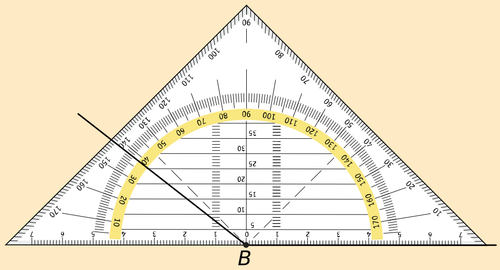
Voorbeeld 1

Met een geodriehoek kun je als volgt een hoek meten:

- Leg de 0 van de geodriehoek op het hoekpunt van de hoek die je wilt meten.
- Draai de geodriehoek zo, dat de lange zijde van de geodriehoek op één van de benen van de hoek komt te liggen. De geodriehoek moet de hoek bedekken.
- Lees nu de graden bij het andere been af.

Bij het meten van een hoek moet je er goed op letten of de hoek scherp of stomp is! Hier zie je hoe een scherpe hoek A en een stompe hoek B wordt gemeten. $\angle A = 56°$ en $\angle B = 142°$.



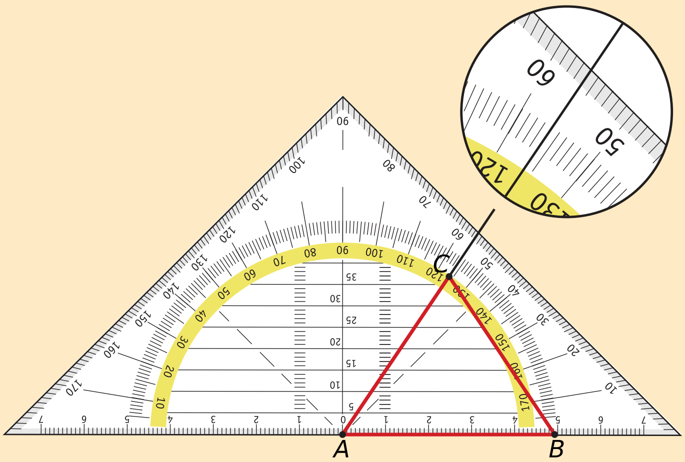


Opgave 5 Opgave 6 Opgave 7

Voorbeeld 2

Het meten van hoeken in figuren gaat hetzelfde als het meten van een losse hoek. Hier zie je hoe je hoek A van driehoek ABC kunt meten.

Om nauwkeurig te kunnen meten, moet je soms eerst de zijden van de driehoek verlengen om de grootte van de hoek te kunnen aflezen. Zo is in de figuur zijde AC verlengd. Nu kun je duidelijk op je geodriehoek aflezen hoe groot $\angle A$ is. $\angle A = 56°$.

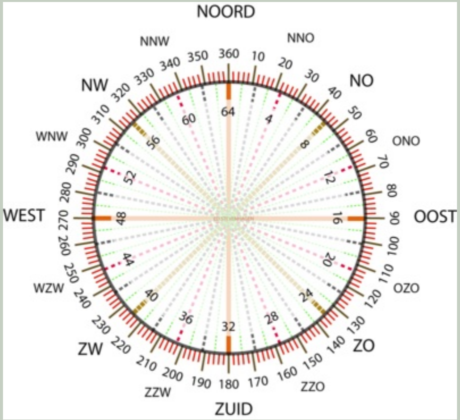


Opgave 8 Opgave 9

1.3 Hoeken tekenen

Inleiding

Zo'n windroos is bedoeld om bijvoorbeeld in de luchtvaart de koers van een vliegtuig ten opzichte van het Noorden te bepalen. Je kunt er koershoeken mee uitzetten.



Je leert in dit onderwerp

- een hoek tekenen met een geodriehoek als het aantal graden gegeven is;
- een vlakke figuur met gegeven lengtes en hoeken tekenen.

Voorkennis

- de begrippen hoek, hoekpunt, benen, graden, grootte van een hoek;
- aangeven of een hoek recht, stomp, scherp, gestrekt, of overstrekt is en hoeveel graden daarbij hoort;
- hoeken meten;
- de namen van vlakke figuren.

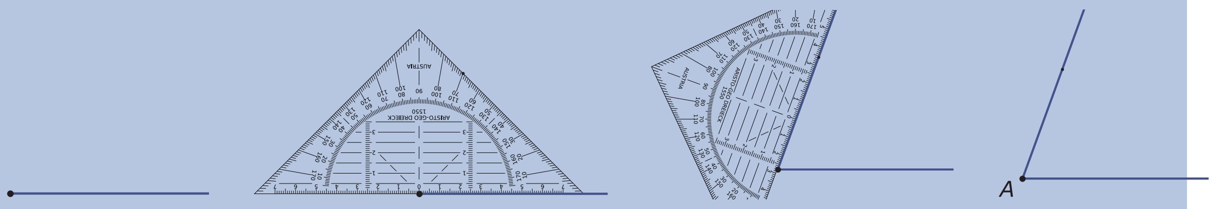
Opgave V1

Uitleg

Zo teken je met je geodriehoek een hoek:

- Teken het hoekpunt en het eerste been van de hoek.
- Leg de lange zijde van je geodriehoek langs dit been met de 0 op de plaats van het hoekpunt.
  Zet een streepje bij het juiste aantal graden (is het een scherpe of een stompe hoek?).
- Teken het tweede been van de hoek.
- Zet de juiste letter bij het hoekpunt.

Hier wordt een hoek van 70° getekend.

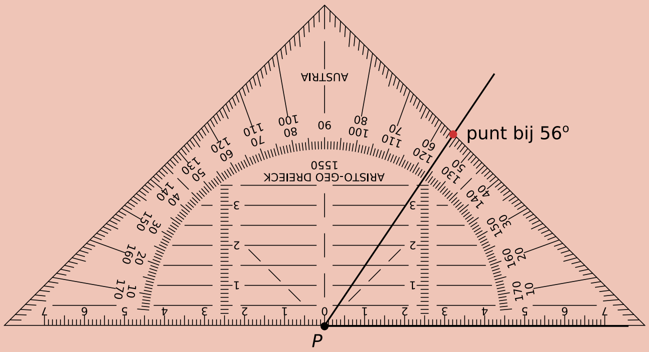


En nu kun je ook driehoeken, vierhoeken en dergelijke tekenen als er voldoende lengtes en hoeken zijn gegeven.

Opgave 1 Opgave 2

Theorie

Met behulp van de **gradenboog** van je geodriehoek
kun je hoeken tekenen. Je legt dan de 0 van de geodriehoek op het gewenste hoekpunt en de langste zijde langs een been van de hoek. Bij het juiste aantal graden zet je een streepje of een punt om het tweede been te kunnen tekenen.

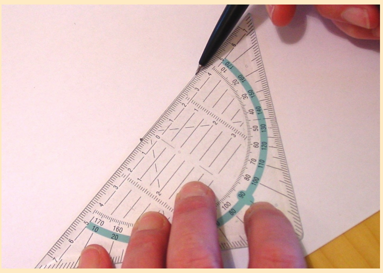


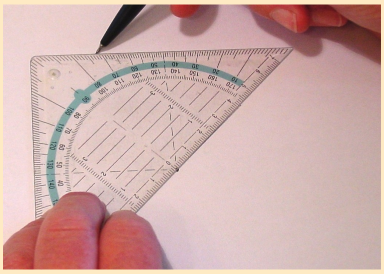
En nu je lijnstukken met gegeven lengtes en hoeken met gegeven aantal graden kunt tekenen, kun je ook figuren tekenen waarvan lengtes en hoeken zijn gegeven. Dat zijn **meetkundige constructies**.

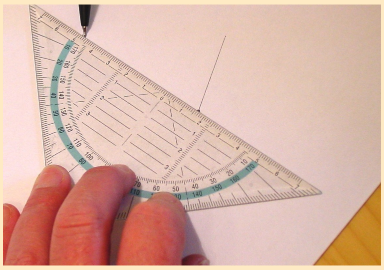
Voorbeeld 1

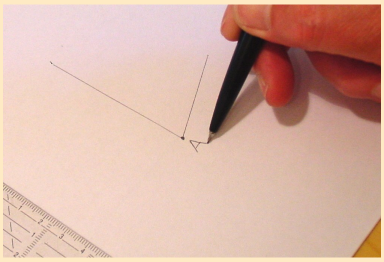
Je geodriehoek is belangrijk voor het tekenen van hoeken. Je kunt op graden nauwkeurig hoeken tekenen. Zoals een scherpe hoek van 72° of een stompe hoek van 123°.

Hier zie je hoe een scherpe hoek getekend wordt: $\angle A = 72°$.

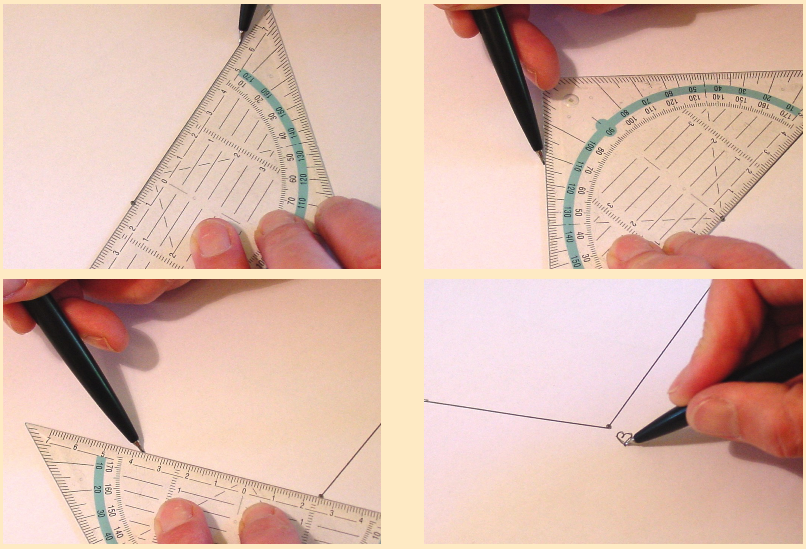








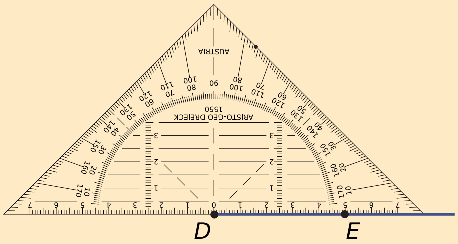
Hier zie je hoe een stompe hoek getekend wordt: $\angle B = 123°$.



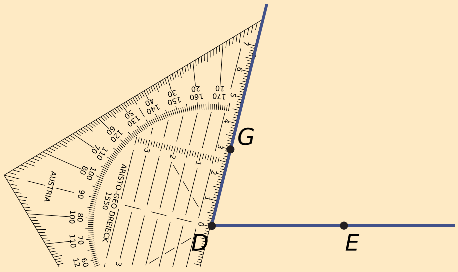
Opgave 3 Opgave 4

Voorbeeld 2

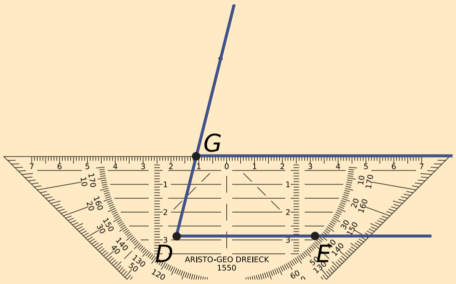
Van parallellogram $DEFG$ is gegeven dat $\angle D = \angle F = 76°$ en dat $DE = 5$ cm en $EF = 3$ cm. Teken dit parallellogram.



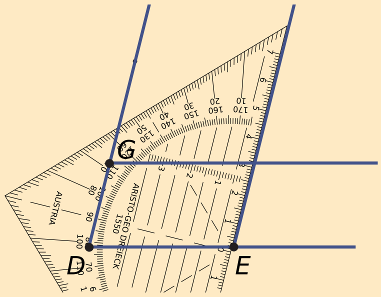
Teken DE van 5 cm. Teken $\angle D = 76°$.



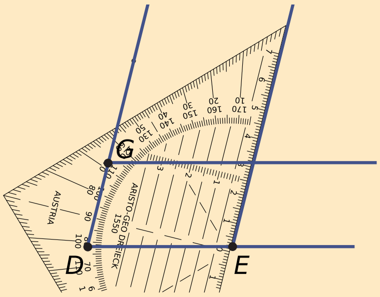
Teken $DG = 3$ cm.



Teken een lijn evenwijdig aan DE.



Teken een lijn evenwijdig aan DG. Je ziet punt F ontstaan.



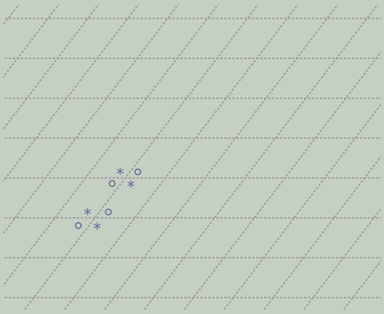
Teken punt F en het parallellogram.

Opgave 5 Opgave 6

1.4 Gelijke hoeken

Inleiding

Hoeken kunnen even groot zijn, ook al zijn hun benen dat niet. Ze hebben dan hetzelfde aantal graden. Maar hoe herken je in een figuur of hoeken gelijk zijn? Een belangrijk gegeven is de evenwijdigheid van bepaalde lijnen.



Je leert in dit onderwerp

- een deellijn van een hoek tekenen;
- gelijke (even grote) hoeken herkennen met behulp van X-, F- en/of Z-hoeken.

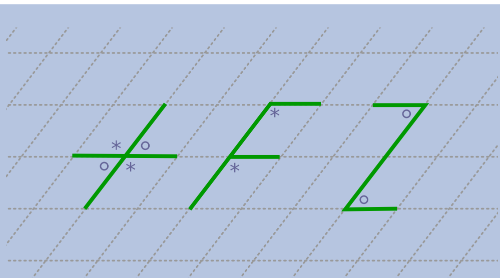
Voorkennis

- de begrippen hoek, hoekpunt, benen, graden, grootte van een hoek;
- aangeven of een hoek recht, stomp, scherp, gestrekt, of overstrekt is en hoeveel graden daarbij hoort;
- hoeken meten en een hoek tekenen als het aantal graden is gegeven;
- de namen van vlakke figuren en ze tekenen als er hoeken en lengtes zijn gegeven.

Opgave V1

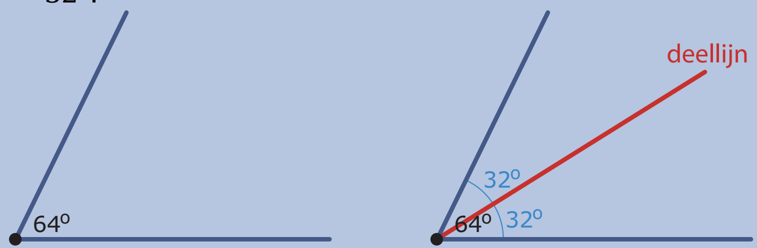
Uitleg

Soms zijn hoeken gelijk, maar waar herken je dat aan?
In de figuur zie je dat bij snijdende lijnen en bij evenwijdige lijnen die worden gesneden door een derde lijn gelijke hoeken ontstaan:



- bij snijdende lijnen zijn de overstaande hoeken gelijk, je kunt van X-hoeken spreken;
- bij evenwijdige lijnen zijn F-hoeken en Z-hoeken gelijk.

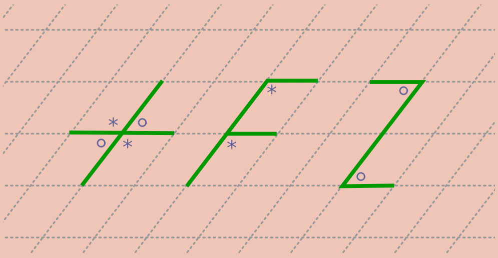
De lijn die een hoek in twee gelijke hoeken verdeelt, heet de deellijn of bissectrice van die hoek. Om de bissectrice van een hoek van $64°$ te tekenen, halveer je het aantal graden: $\frac{64°}{2} = 32°$.



Hoeken die gelijk zijn aan elkaar, geef je aan door er hetzelfde tekentje (een boogje, een rondje, een sterretje) in te zetten.

Opgave 1 Opgave 2

Theorie



Gelijke hoeken hebben dezelfde grootte, dus hetzelfde aantal graden.
Vooral bij snijdende lijnen en bij evenwijdige lijnen die worden gesneden door een derde lijn kom je ze veel tegen:

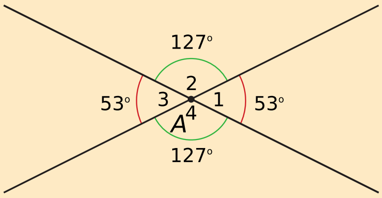
- Bij snijdende lijnen zijn de **overstaande hoeken** of **X-hoeken** gelijk.
- Bij evenwijdige lijnen zijn de **F-hoeken** en de **Z-hoeken** gelijk.

De lijn die een hoek in twee gelijke hoeken verdeelt, heet de **deellijn** of **bissectrice** van die hoek. Een deellijn van een hoek teken je door het aantal graden van de hoek door twee te delen. Soms moet je dat aantal graden eerst nog meten.

Voorbeeld 1

Applet

Hier zie je twee snijdende lijnen met de hoeken $\angle A_1$, $\angle A_2$, $\angle A_3$ en $\angle A_4$.



Er geldt:

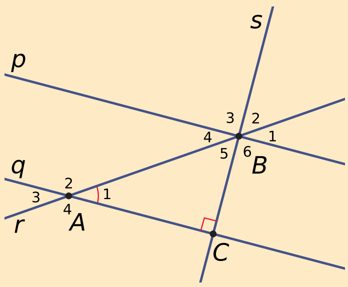
- $\angle A_1$ en $\angle A_2$ zijn samen 180°.
  Dus $\angle A_2 = 180° - \angle A_1$.
- $\angle A_3$ en $\angle A_2$ zijn samen 180°.
  Dus $\angle A_3 = 180° - \angle A_1$.

Hieruit volgt dat de overstaande hoeken $\angle A_3$ en $\angle A_1$ altijd gelijk zijn, hoe groot $\angle A_1$ ook is.
Overstaande hoeken zijn altijd gelijk aan elkaar.

Opgave 3 Opgave 4

Voorbeeld 2

In deze figuur zijn de lijnen p en q evenwijdig. Verder is $\angle A_1 = 34°$.



Bereken alle andere hoeken in deze figuur.

Antwoord

Kijk goed welke hoeken gelijk zijn, omdat het overstaande hoeken (X-hoeken), F-hoeken of Z-hoeken zijn. Bekijk ook goed welke hoeken samen 180° of 90° zijn.

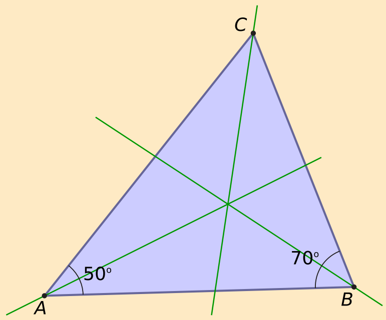
$\angle A_2 = \angle A_4 = 180° - \angle A_1 = 180° - 34° = 146°$.
$\angle A_3 = \angle A_1 = 34°$ (X-hoeken).
$\angle B_2 = \angle B_5 = 90° - \angle A_1 = 90° - 34° = 56°$.
$\angle B_4 = \angle B_1 = 34°$ (Z-hoeken en X-hoeken vanaf $\angle A_1$).
$\angle B_6 = \angle B_3 = 90°$ (Z-hoeken).

Opgave 5 Opgave 6

Voorbeeld 3

Teken eerst lijnstuk AB met daarop de hoeken $\angle A$ en $\angle B$. Je kunt dan driehoek ABC afmaken.

Vervolgens teken je de deellijnen door de hoeken in tweeën te delen. Daarvoor moet je de grootte van $\angle C$ zelf opmeten.

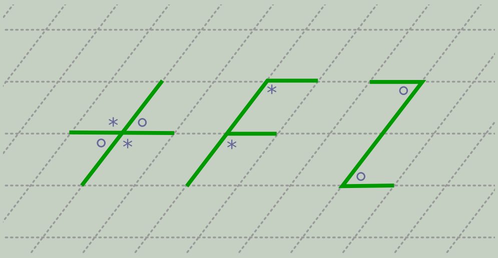


Opgave 7

1.5 Hoeken berekenen

Inleiding

De grootte van een hoek kun je bepalen door opmeten. Maar dat is niet altijd nauwkeurig genoeg. Je hebt gezien hoe je hoeken kunt berekenen door te herkennen dat ze gelijk zijn aan andere hoeken, of samen $90°$ of $180°$ zijn. Daar ga je nu verder mee werken.



Je leert in dit onderwerp

- hoeken berekenen door te werken met X-, F- en/of Z-hoeken, rechte hoeken en gestrekte hoeken;
- de som van de hoeken van een driehoek gebruiken.

Voorkennis

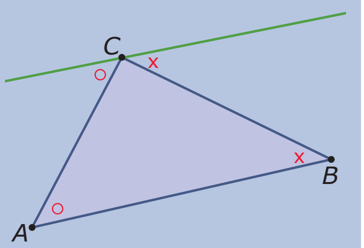
- de begrippen hoek, hoekpunt, benen, graden, grootte van een hoek;
- aangeven of een hoek recht, stomp, scherp, gestrekt, of overstrekt is en hoeveel graden daarbij hoort;
- hoeken meten en een hoek tekenen als het aantal graden is gegeven;
- X-, F- en/of Z-hoeken gebruiken om hoeken te berekenen;
- de bissectrice (deellijn) van een hoek tekenen;
- de namen van vlakke figuren en ze tekenen als er hoeken en lengtes zijn gegeven.

Opgave V1

Uitleg

Applet

Je hebt al gezien hoe je gelijke hoeken kunt gebruiken om hoeken te berekenen. Je werkt dan met X-hoeken, F-hoeken en Z-hoeken. Verder weet je soms dat hoeken samen $90°$ of $180°$ zijn.



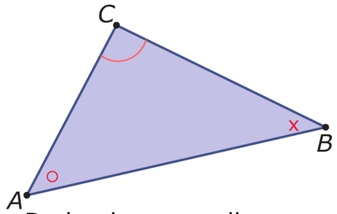
Je kunt dit gebruiken om in te zien dat de som van de hoeken in elke driehoek $180°$ is, bekijk de figuur.

Er is een lijn door hoekpunt C evenwijdig aan zijde AB getekend. Met behulp van Z-hoeken kun je nu beredeneren dat de drie hoeken van elke driehoek samen een gestrekte hoek vormen. Om die reden zijn ze samen altijd $180°$.

Als je twee hoeken van een driehoek weet, kun je de derde uitrekenen.

Opgave 1 Opgave 2

Theorie



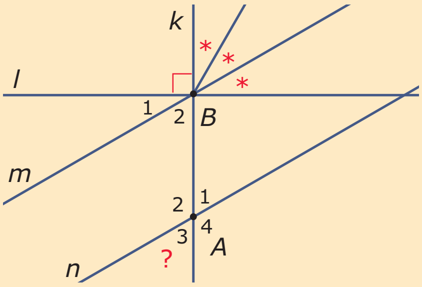
De hoeken van elke driehoek zijn samen 180°

Vaak is het nauwkeuriger om hoeken niet te meten, maar de grootte ervan te berekenen. Je kunt **hoeken berekenen** door gebruik te maken van:

- Als twee hoeken samen een rechte hoek vormen (90°) en je weet er één, dan weet je ook de andere.
- Als twee hoeken samen een gestrekte hoek vormen (180°) en je weet er één, dan weet je ook de andere.
- Als twee hoeken samen een volle hoek vormen (360°) en je weet er één, dan weet je ook de andere.
- Een deellijn verdeelt een hoek in twee gelijke hoeken. Weet je er één van, dan weet je ook de andere.
- Overstaande hoeken (X-hoeken) zijn gelijk.
- Als twee evenwijdige lijnen worden gesneden door een derde lijn, dan zijn de F-hoeken en de Z-hoeken gelijk.
- De **hoeken van een driehoek** zijn samen 180°. Weet je de grootte van twee hoeken, dan kun je de derde hoek uitrekenen.

Voorbeeld 1

In de figuur zijn de lijnen m en n evenwijdig.
Bereken $\angle A_3$ en $\angle A_4$.



Antwoord

De drie hoeken met het sterretje zijn gelijk en dus elk $(90°)/3 = 30°$.

- $\angle A_3$ en $\angle B_2$ zijn gelijk aan elkaar (F-hoeken).
- $\angle B_2 = 2 \cdot 30° = 60°$ (overstaande hoeken).
- Dus $\angle A_3 = \angle B_2 = 60°$.
- $\angle A_4 = 180° - 60° = 120°$ (gestrekte hoek).

Opgave 3 Opgave 4

Voorbeeld 2

Je wilt een driehoek ABC tekenen met $\angle A = 60°$, $\angle C = 40°$ en $AB = 6$ cm.

Hoe pak je dat aan?

Antwoord

Bereken eerst de grootte van $\angle B$.

Teken vervolgens de driehoek.

Opgave 5 Opgave 6 Opgave 7 Opgave 8

Begrippen

- verhoudingstabel
- rekenen in een verhoudingstabel
- procent — percentage — via 1 rekenen
- rekenen met procenten
- procenten eraf of erbij

Activiteiten

- werken met een verhoudingstabel;
- in verhoudingstabellen rekenen — met verhoudingstabellen verhoudingen vergelijken;
- werken met procenten — percentages van getallen berekenen;
- werken met procenten in de praktijk — percentages berekenen — het geheel berekenen als het percentage bekend is;
- werken met procenten eraf of erbij in de praktijk.

Hoeveel korting krijg ik?

Domein

Rekenen

Hoofdstuk

Verhoudingen en procenten

Inhoud

2

2.1 Verhoudingstabellen

Inleiding

Er zijn tabellen waarbij de getallen in de onderste rij kunnen worden berekend door de getallen in de bovenste rij met een vaste waarde te vermenigvuldigen. Dat zijn verhoudingstabellen.

gewerkte uren	3	5	6	2,5
verdiensten	12	20	24	10

Je leert in dit onderwerp

- wat een verhoudingstabel is;
- rekenen met verhoudingen.

Voorkennis

- rekenen (optellen, aftrekken, vermenigvuldigen en delen) met decimale getallen en met breuken en alle begrippen die daarbij horen.

Opgave V1

Uitleg

Je hebt een baantje.
Je verdient € 4,00 per uur. Hoeveel je verdient, hangt af van het aantal uur dat je werkt.

gewerkte uren	1	3	4	6	8
verdiensten (in €)	4	12	16	24	32

In de tabel zie je dat het onderste getal telkens 4 keer zo groot is als het getal erboven. De verhouding tussen het aantal gewerkte uren en de verdiensten is steeds $1 : 4$ (spreek uit: 'één staat tot vier').

Je noemt zo'n tabel een verhoudingstabel.

Opgave 1 Opgave 2

Theorie

Een **verhoudingstabel** is een tabel waarin de getallen in de éne rij kunnen worden berekend door die van de andere rij met een vast getal te vermenigvuldigen. Daarom zijn in alle kolommen de verhoudingen hetzelfde. Je ziet hier een voorbeeld van een verhoudingstabel, alle getallen van de onderste rij zijn 4 keer zo groot als die in de bovenste rij.

gewerkte uren	3	5	6	2,5
verdiensten	12	20	24	10

Voorbeeld 1

Jij verdient € 3,50 per uur.
Als je weet dat je in een bepaalde maand 24 uur gewerkt hebt, reken je zo uit hoeveel je in die maand verdiend hebt.

gewerkte uren	1	3	4	6	8	24
verdiensten (in €)	3,50	10,50	14,00	21,00	28,00	84,00

Je gebruikt dus de verhoudingstabel om door te rekenen: $24 = 3 \times 8$ uur.
Dus dan verdien je ook $3 \times 28 = 84$ euro.

Opgave 3

Voorbeeld 2

Er zijn ook mensen die folders rondbrengen.
Daarvoor krijgen ze een vast bedrag en daar bovenop een bedrag per folder.
Bijvoorbeeld een vast bedrag van € 2,50.
En nog € 0,10 per folder.

aantal folders	0	1	2	5	10	100
verdiensten (in €)	2,50	2,60	2,70	3,00	3,50	12,50

Dit is geen verhoudingstabel: de verdiensten bij 2 folders zijn niet 2 keer zoveel als bij 1 folder.
Dat komt omdat er telkens een vast bedrag van € 2,50 bij komt. Zonder dat vaste bedrag was er wel sprake van een verhoudingstabel.

Als je trouwens in een uur 100 folders kunt rondbrengen, zijn de verdiensten per uur nog niet zo slecht!

Opgave 4 Opgave 5 Opgave 6

2.2 Rekenen met verhoudingstabellen

Inleiding

Verhoudingstabellen zijn bij berekeningen die gaan over verhoudingen een nuttig hulpmiddel. De situatie wordt er vaak overzichtelijk van. Bovendien kun je in verhoudingstabellen handig werken als je in de bovenrij en in de onderrij hetzelfde doet. Het gaat er om dat je de verhoudingen gelijk laat.

Je leert in dit onderwerp

- hoe je in verhoudingstabellen handig kunt rekenen.

Voorkennis

- rekenen (optellen, aftrekken, vermenigvuldigen en delen) met decimale getallen en met breuken en alle begrippen die daarbij horen;
- het begrip verhoudingstabel en dergelijke tabellen opstellen in daarvoor geschikte situaties.

Opgave V1

Uitleg

In de volgende verhoudingstabel wordt gerekend door:

- bovenste en bijbehorende onderste getallen met hetzelfde getal te vermenigvuldigen;
- bovenste en bijbehorende onderste getallen door hetzelfde getal te delen;
- bovenste en bijbehorende onderste getallen samen te nemen.

De verhouding in deze tabel blijft steeds 1 : 4.

gewerkte uren	1	4	12	6	2	21
verdiensten (in €)	4	16	48	24	8	84

Verhoudingstabellen zijn erg handig om verhoudingen te vergelijken. Vaak ga je dan 'terugrekenen naar hetzelfde getal', meestal 1. Bekijk bij **Voorbeeld 2** hoe dat gaat.

Opgave 1 Opgave 2

Theorie

Je kunt **rekenen in een verhoudingstabel** door:

- bovenste en bijbehorende onderste getallen met hetzelfde getal te vermenigvuldigen;
- bovenste en bijbehorende onderste getallen door hetzelfde getal te delen;
- bovenste en bijbehorende onderste getallen samen te nemen.

Met verhoudingstabellen kun je heel goed verhoudingen vergelijken, zie **Voorbeeld 2**.

Voorbeeld 1

In deze verhoudingstabel wordt gerekend door:

- bovenste en bijbehorende onderste getallen met hetzelfde getal te vermenigvuldigen;
- bovenste en bijbehorende onderste getallen door hetzelfde getal te delen;

De verhouding in deze tabel blijft steeds 1 : 4.

x 4 x 3 : 2 : 3

gewerkte uren	1	4	12	6	2	21
verdiensten (in €)	4	16	48	24	8	84

x 4 x 3 : 2 : 3

In deze verhoudigingstabel wordt gerekend door:

- bovenste en bijbehorende onderste getallen samen te nemen;

De verhouding in deze tabel blijft steeds 1 : 4.

samennemen: optellen

gewerkte uren	1	4	12	6	2	21
verdiensten (in €)	4	16	48	24	8	84

samennemen: optellen

Opgave 3 **Opgave 4** **Opgave 5** **Opgave 6**

Voorbeeld 2

In het winkelcentrum zijn twee supermarkten.
Bij supermarkt I koop je 14 appels voor € 4,20.
Bij supermarkt II koop je 10 appels voor € 2,80.
In welke supermarkt zijn de appels per stuk goedkoper?

Antwoord

Maak twee verhoudingstabellen en reken daarin terug naar 1 appel.

Supermarkt I			
Prijs (in €)	4,20	2,10	0,30
Aantal appels	14	7	1

Supermarkt II		
Prijs (in €)	2,80	0,28
Aantal appels	10	1

Als je de twee verhoudingstabellen met elkaar vergelijkt, dan zie je dat de prijs per appel in supermarkt II lager is dan in supermarkt I.

Verhoudingen kun je vergelijken met verhoudingstabellen.
Het is dan vaak handig om ‘terug te rekenen naar 1’.

Opgave 7 **Opgave 8**

2.3 Procenten

Inleiding

Je ziet hier het procentteken.
Eén procent is eenhonderdste deel ergens van.
Rekenen met procenten is dus eigenlijk rekenen met breuken met een noemer van 100.

Je leert in dit onderwerp

- het begrip procent;
- een percentage van een gegeven getal berekenen.

Voorkennis

- rekenen (optellen, aftrekken, vermenigvuldigen en delen) met decimale getallen en met breuken en alle begrippen die daarbij horen;
- rekenen met verhoudingstabellen in daarvoor geschikte situaties.

Opgave V1

Uitleg

Het Franse ‘pro cent’ betekent ‘per honderd’.
Dus 1 **procent** betekent 1 van elke 100.
Dan wordt dat dus $\frac{1}{100}$ deel van het totaal. Je schrijft: $1\% = \frac{1}{100}$.

Dus 1% van 500 is $\frac{1}{100}$ deel van 500. Dat is $\frac{1}{100} \times 500 = 5$.

En 12% van 500 is $\frac{12}{100}$ deel van 500. Dat is $\frac{12}{100} \times 500 = 60$.

12% is een **percentage** van 500.

Opgave 1 Opgave 2 Opgave 3

Theorie

1 **procent** is $\frac{1}{100} = 0{,}01$. Dus 1% ergens van is $\frac{1}{100}$ deel daarvan.

Als je 21% van 125 wilt uitrekenen, dan is 21 het gevraagde **percentage** van 125.
Je berekent het met deze verhoudingstabel, of zo: $\frac{21}{100} \times 125 = 26{,}25$.

getal	125	1,25	26,25
procent	100	1	21

Je past in de tabel het **via 1 rekenen** toe: eerst delen door 100 en dan vermenigvuldigen met 21.

Voorbeeld 1

Je wilt uitrekenen hoeveel 24 procent van € 60,00 is. Dat kan op meerdere manieren:

- $24\% = \frac{24}{100}$, dus 24% van € 60,00 is $\frac{24}{100} \times 60 = 14{,}40$.
- $24\% = \frac{24}{100} = 0{,}24$, dus 24% van € 60,00 is $0{,}24 \times 60{,}00 = 14{,}40$.
- 24% is 24 van elke 100. Met een verhoudingstabel vind je:

deel	24	...	14,4
geheel	100	1	60

Je ziet dat je 'via 1 rekent': eerst delen door 100 en dan vermenigvuldigen met 60.

Dus 24 procent van € 60,00 is € 14,40.

Opgave 4 Opgave 5 Opgave 6

Voorbeeld 2

Je hebt een computer met een harde schrijf met een opslagruimte van 800 Gigabyte.
Je ziet bij 'Eigenschappen' dat daarvan 62,9% is gebruikt.
Je wilt weten hoeveel Gb (Gigabyte) er bezet is en dus ook hoeveel er nog vrij is.

Antwoord

Je rekent 62,9% van 800 uit: $0{,}629 \times 800 = 503{,}2$.
Er is dus 503,2 Gb bezet.
En er is daarom nog $800 - 503{,}2 = 296{,}8$ Gb vrij beschikbaar.

Opgave 7 Opgave 8

2.4 Procentrekenen

Inleiding

Procenten worden veel gebruikt. Ook vaak bij allerlei berekeningen. Soms wil je resultaten vergelijken van groepen die niet even groot zijn. Dan is het werken met percentages handig. En soms weet je hoeveel procent een bepaald gedeelte is en wil je weten hoe groot de totale groep is.
Je gaat nu zien, hoe je zoiets aanpakt.

Je leert in dit onderwerp

- berekenen hoeveel procent een bepaald deel van het geheel is;
- het geheel berekenen als je weet hoeveel procent een gegeven deel is.

Voorkennis

- rekenen (optellen, aftrekken, vermenigvuldigen en delen) met decimale getallen en met breuken en alle begrippen die daarbij horen;
- rekenen met verhoudingstabellen in daarvoor geschikte situaties;
- het begrip procent en een percentage van een gegeven getal berekenen.

Opgave V1

Uitleg

Wil je weten welk percentage 4 van de 50 is?

4 van de 50 kun je op verschillende manieren omrekenen in een percentage:

- 4 van de 50 is $4/50$ deel. En $\frac{4}{50} = 0{,}08 = 8\%$.
- Met een verhoudingstabel en via 1 rekenen.

deel	4	...	8
geheel	50	1	100

Ook nu zie je dat 4 van de 50 gelijk is aan 8%.

Opgave 1 Opgave 2 Opgave 3

Theorie

In de volgende situaties kun je **rekenen met procenten**:

- Je wilt van verschillende hoeveelheden of bedragen een even groot deel uitrekenen, zie **Voorbeeld 1**;
- Je wilt twee delen van verschillende hoeveelheden eerlijk vergelijken, zie **Voorbeeld 2**.
- Je wilt bij een gegeven percentage vanuit het deel het geheel berekenen, zie **Voorbeeld 3**.

In plaats van met procenten rekenen zeg je ook wel: met percentages werken. Een **percentage** is een aantal procent: 15% is een percentage van 15.

Voorbeeld 1

Een bekende schrijver krijgt 15% van de verkoopprijs van elk van zijn boeken.
Hij heeft een paar boeken geschreven die voor € 16,00 worden verkocht. Hij heeft ook boeken geschreven die voor € 10,00 worden verkocht.
Van de boeken van € 16,00 zijn er in een bepaald jaar 14.000 verkocht.
Van de boeken van € 10,00 zijn er dat jaar 36.000 verkocht.
Hoeveel heeft de schrijver in totaal daaraan verdiend?

Antwoord

Je kunt bijvoorbeeld zo rekenen:

- Boeken van € 16,00 leveren $0{,}15 \times 16 = 2{,}40$ euro per boek op.
  In totaal wordt dat $14.000 \times 2{,}40 = 33.600$ euro.
- Boeken van € 10,00 leveren $0{,}15 \times 10 = 1{,}50$ euro per boek op.
  In totaal wordt dat $36.000 \times 1{,}50 = 54.000$ euro.

Dat is in totaal $33.600 + 54.000 = 87.600$ euro.

Je ziet het: je moet schrijver worden en goed verkopen!

Opgave 4 Opgave 5 Opgave 6

Voorbeeld 2

In klas 1A hebben 3 van de 20 leerlingen voor een wiskundetoets een onvoldoende gehaald. In klas 1B hebben voor dezelfde toets 4 van de 30 leerlingen een onvoldoende gehaald.
Mag je zeggen dat er in 1B naar verhouding meer onvoldoendes zijn?

Antwoord

Dit probleem kun je oplossen met behulp van percentages.

3 van de 20 kun je op verschillende manieren omrekenen in een percentage:

- 3 van de 20 is $\frac{3}{20}$ deel.
  En $\frac{3}{20} = 0{,}15 = 15\%$.
- Met een verhoudingstabel en via 1 rekenen:

deel	3	...	15
geheel	20	1	100

  Ook nu zie je dat 3 van de 20 gelijk is aan 15%.

Zo kun je ook 4 van de 30 omrekenen naar $13{,}333...\%$.
Omdat in klas 1A het percentage onvoldoende 15 is en in klas 1B $13{,}333...$, zijn er in 1B naar verhouding minder onvoldoendes.

Opgave 7 Opgave 8

Voorbeeld 3

Dit jaar is 60% van alle leden van een vereniging op de jaarvergadering. Er waren 129 aanwezigen.

Wil je nu weten hoeveel leden die vereniging heeft, dan moet je bedenken dat 60% van dat aantal 129 is. Dus 1% is $\frac{129}{60}$ en 100% is $\frac{129}{60} \times 100 = 215$.

Deze vereniging telde 215 leden.

Opgave 9 Opgave 10

2.5 Procenten eraf en erbij

Inleiding

Bij korting gaat er vaak een bepaald percentage van de winkelprijs af. Maar hoeveel moet je dan betalen?
En als de prijs wordt verhoogd met een bepaald bedrag, welk percentage komt er dan bij?
Als er eerst 10% van de prijs afgaat en daarna komt er bij de nieuwe prijs weer 10% bij, betaal je dan de oorspronkelijke prijs?

Je leert in dit onderwerp

- berekenen hoeveel erbij komt of eraf gaat als het percentage bekend is;
- berekenen hoeveel procent erbij komt of eraf gaat als de bedragen bekend zijn.

Voorkennis

- rekenen (optellen, aftrekken, vermenigvuldigen en delen) met decimale getallen en met breuken en alle begrippen die daarbij horen;
- rekenen met verhoudingstabellen in daarvoor geschikte situaties;
- het begrip procent en rekenen met procenten.

Opgave V1 Opgave V2

Uitleg

Bij het werken met procenten gaat het vaak om

- Percentage eraf:
  Als je op een elektrische scooter van € 1600 een korting van 40% van de prijs krijgt, moet je nog 60% betalen. Dat kost je dus $0{,}6 \times 1600 = 1080$ euro.
- Percentage erbij:
  Als een rijwielhandel een stijging van de winst van 15% voorziet, dan komt er 15% bij en wordt de winst 115%. Als de winst afgelopen jaar € 120.000 bedroeg, dan rekent men dit jaar op $1{,}15 \times 120.000 = 138.000$ euro winst.

Je kunt dergelijke berekeningen ook maken met behulp van verhoudingstabellen.

Opgave 1 Opgave 2 Opgave 3

Theorie

Bij het werken met procenten gaat het vaak om

- Een **percentage erbij**:
  Een winkelier koopt zijn artikelen voor een bepaalde inkoopprijs.
  Hij wil ze dan verkopen voor een verkoopprijs die bijvoorbeeld 20% hoger ligt.
  Hij moet dan bij elk artikel 20% van de inkoopprijs optellen, zie **Voorbeeld 1**.
- Een **percentage eraf**:
  Een winkelier doet bepaalde artikelen in de uitverkoop.
  Van alle verkoopprijzen gaat bijvoorbeeld 40% af, zie **Voorbeeld 2**.

Een bijzondere toepassing hiervan is de btw (Belasting Toegevoegde Waarde).
Deze belasting moet een ondernemer betalen over de producten die hij verkoopt of de diensten die hij levert. Hij berekent deze btw aan de klant, maar draagt daarna het bedrag aan de overheid af. Er zijn verschillende tarieven, het bekendst is het 21% tarief. Zie **Voorbeeld 3**.

Voorbeeld 1

Een winkelier koopt broeken van een bepaald merk voor € 40,00 per stuk.
Hij wil een winst maken van 20 procent. Hij wil dus 20% bij € 40,00 optellen.
Hoeveel rekent hij voor zo'n broek?

Antwoord

Je kunt dit op drie manieren berekenen:

- 20% van $40{,}00$ is $0{,}20 \times 40{,}00 = 8{,}00$.
  En $40{,}00 + 8{,}00 = 48{,}00$ euro.
- Met een verhoudingstabel (eventueel via 1 rekenen):

deel	40	...	8
geheel	100	1	20

  En $40{,}00 + 8{,}00 = 48{,}00$ euro.
- De 40 euro stelt 100% voor. Er komt 20% bij, samen 120%.
  120% van $40{,}00$ is $1{,}20 \times 40{,}00 = 48{,}00$.

Hij verkoopt deze broeken dus voor € 48,00.

Opgave 4 Opgave 5

Voorbeeld 2

Het is uitverkoop.
Op de broek van € 48,00 krijg je 25% korting. Er gaat 25% van de prijs af.
Hoe duur is de broek tijdens de uitverkoop?

Antwoord

Je kunt dit op drie manieren berekenen:

- 25% van 48,00 is $0{,}25 \times 48{,}00 = 12{,}00$.
  En $48{,}00 - 12{,}00 = 36{,}00$ euro.
- Met een verhoudingstabel (eventueel via 1 rekenen):

deel	48	...	12
geheel	100	1	25

  En $48{,}00 - 12{,}00 = 36{,}00$ euro.
- De 48 euro stelt 100% voor. Er gaat 25% af, dus de nieuwe prijs is 75% van de oude.
  75% van 48,00 is $0{,}75 \times 48{,}00 = 36{,}00$.

De prijs van deze broeken is in de uitverkoop dus € 36,00.

Opgave 6 Opgave 7 Opgave 8

Voorbeeld 3

Btw is de afkorting voor ‘belasting toegevoegde waarde’. Die belasting betaal je bij het kopen van luxe-artikelen.

Je zus koopt een elektrische scooter.
De winkelier verkoopt deze voor € 2250,00. Dit is de prijs zonder btw, dat heet exclusief btw.
Hij moet echter 21% btw rekenen: de scooter kost je daarom 21% meer.
Hij kost dan: $1{,}21 \times 2250{,}00 = 2722{,}50$. En dat is inclusief btw.

Meestal zet de winkelier de prijs al meteen inclusief btw op het artikel.
Je koopt een fiets en je betaalt € 900,00 inclusief 21% btw.
Hoeveel btw heb je dan betaald?

Antwoord

De verkoopprijs van de winkelier is 100%. Hij moet er 21% bij doen, dus je betaalt 121%.
Die 121% is 900,00 euro.

Dus 1% is $\frac{900}{121} = 7{,}43801...$

Dat betekent dat de btw $21 \times 7{,}43801... \approx 156{,}20$ euro bedraagt.
(Je kunt ook met een verhoudingstabel via 1 rekenen.)
Denk er om dat je nu NIET 21% van 900,00 kunt uitrekenen en dat van de 900,00 aftrekken. Die 900,00 is namelijk niet 100%.

Opgave 9 Opgave 10 Opgave 11

Begrippen

- omtrek — lengte-eenheid — omtrek cirkel
- meter, standaardmaat lengte — voorvoegsels
- oppervlakte — oppervlakte-eenheid, vierkante meter
- inhoud, volume — volume-eenheid, kubieke meter
- volume-eenheid, kubieke meter, liter

Activiteiten

- de omtrek bepalen van vooral roosterfiguren en van cirkels;
- werken met verschillende lengtematen en eenheden omrekenen;
- de oppervlakte bepalen van vooral roosterfiguren en werken met verschillende oppervlaktematen en eenheden omrekenen;
- de inhoud bepalen van een balk, een prisma en een cilinder;
- werken met verschillende inhoudsmaten en eenheden (behalve m^3 ook liter) omrekenen.

Hoe groot is het?

Domein

Meten en tekenen

Hoofdstuk

Omtrek, oppervlakte en inhoud

Inhoud

3

3.1 Omtrek

Inleiding

Als je wilt weten hoeveel meter hekwerk je nodig hebt om een stuk land te omheinen, of je wilt weten hoe groot je buikomvang of je hoofdomvang is, dan heb je het over de omtrek van een voorwerp. Soms kun je zo'n omtrek nauwkeurig vaststellen, soms moet je meer schatten.

Je leert in dit onderwerp

- de omtrek bepalen van figuren door de lengtes van de zijden bij elkaar op te tellen;
- de lengte van schuine en kromme stukken van een roosterfiguur schatten en benaderen;
- de omtrek van een cirkel berekenen.

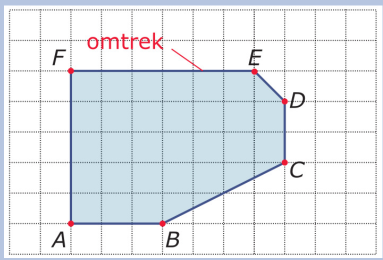
Voorkennis

- de namen en enkele basiseigenschappen van vlakke en ruimtelijke figuren;
- diameter en straal van een cirkel herkennen.

Opgave V1 Opgave V2

Uitleg 1

De omtrek van een figuur bepaal je door een figuur 'om te trekken' en de lengte van de buitenrand te bepalen. Dat doe je door van alle stukken buitenrand de lengtes bij elkaar op te tellen. Soms weet je die, soms kun je die bepalen met behulp van een rooster, soms moet je gewoon meten of zelfs schatten.



De gemeten lengtes geef je aan in een afgesproken lengte-eenheid (bijvoorbeeld in centimeter).

Soms zijn roosterfiguren op schaal getekend. Dan staat er bij het rooster welke eenheid de breedte van een hokje voor moet stellen, bijvoorbeeld 1 kilometer. In dat geval moet je de gemeten lengte omrekenen.

Bij een schuin stuk omtrek meet je de lengte met een liniaal. Bij kromme stukken omtrek schat je de lengte.

Uitleg 2

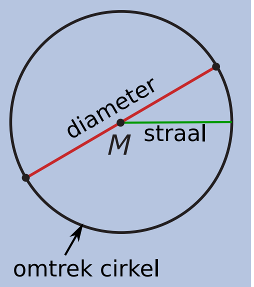
Applet

Je ziet de hoe je de omtrek van een cirkel kunt benaderen: je zet een punt P op de cirkel en rolt die cirkel tot dit punt precies één hele omwenteling heeft gemaakt. Je kunt dit ook zelf doen met een cilinder.

Je ziet dat de omtrek van een cirkel iets meer dan 3 keer de diameter is.

Nauwkeurig meten levert op dat de omtrek van elke cirkel ongeveer $3{,}14...\times$ de diameter is. Dit was al in de Oudheid bekend. Dit getal werd π (spreek uit: “pi”) genoemd. Het is later nauwkeuriger berekend: $\pi = 3{,}14159265...$

Onthoud: *omtrek cirkel* $= 3{,}14159265...\times$ *diameter*



π heeft oneindig veel decimalen.

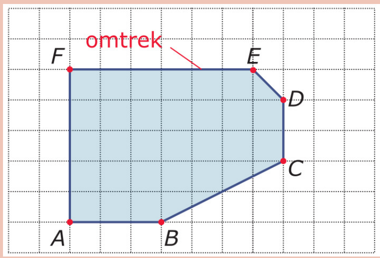
Omdat *diameter* $= 2\times$ *straal* kun je de omtrek van een cirkel ook berekenen met:
omtrek cirkel $= 2\pi\times$ *straal*

Van een cirkel met een diameter van 8 cm is de straal 4 cm. De omtrek van deze cirkel is:
omtrek (cirkel) $= \pi \times 8 \approx 25{,}1$ cm of
omtrek (cirkel) $= 2\pi \times 4 \approx 25{,}1$ cm.

Opgave 1 Opgave 2 Opgave 3 Opgave 4

Theorie

Je bepaalt de **omtrek** van een figuur door hem ‘om te trekken’ en de lengte van de buitenrand te meten. Dat doe je door van alle stukken buitenrand de lengte te meten (of, bij kromme lijnen, te schatten) en vervolgens deze lengtes bij elkaar op te tellen.



De gemeten lengtes geef je aan in een afgesproken **lengte-eenheid** (bijvoorbeeld in centimeter).

Soms zijn roosterfiguren op schaal getekend. Dan staat er bij het rooster welke eenheid de breedte van een hokje voor moet stellen, bijvoorbeeld 1 kilometer. In dat geval moet je de gemeten lengte omrekenen.

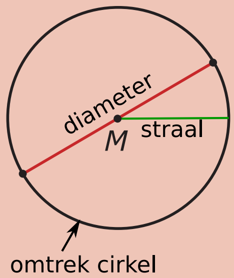
De **omtrek van een cirkel** kun je berekenen vanuit de diameter van de cirkel:

omtrek cirkel $= \pi\times$ *diameter cirkel*

of

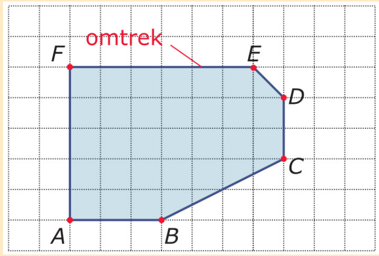
omtrek cirkel $= 2\pi\times$ *straal cirkel*

Hierin is $\pi = 3{,}14159265...$ het getal ‘pi’.



Voorbeeld 1

In dit rooster is de lengte-eenheid gelijk aan de lengte van een roostervierkantje. De omtrek kun je dus bepalen door van elk lijnstuk het aantal lengte-eenheden te bepalen en daarna al deze lengte-eenheden bij elkaar op te tellen:



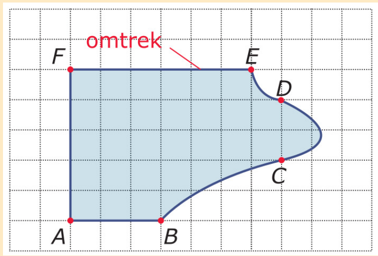
- $AB = 3$ lengte-eenheden
- $BC \approx 4{,}5$ lengte-eenheden
- $CD = 2$ lengte-eenheden
- $DE \approx 1{,}5$ lengte-eenheden
- $EF = 6$ lengte-eenheden
- $FA = 5$ lengte-eenheden

De omtrek is dus ongeveer 22 lengte-eenheden.

Opgave 5 Opgave 6

Voorbeeld 2

In dit rooster stelt de lengte van een roostervierkantje 1 cm voor. Daarmee bepaal je de lengte van de omtrek van de figuur:



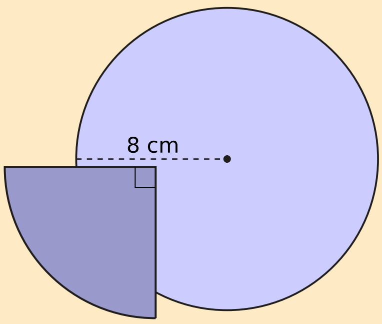
- $AB = 3$ cm
- $BC \approx 4{,}5$ cm
- $CD \approx 3{,}5$ cm
- $DE \approx 1{,}5$ cm
- $EF = 6$ cm
- $FA = 5$ cm

De omtrek is dus ongeveer $23{,}5$ cm. Dit is een vrij grove schatting, vanwege de kromme lijnstukken.

Opgave 7

Voorbeeld 3

Hier zie je een cirkelvormig stuk karton met een straal van 8 cm en een kwart van eenzelfde kartonnen cirkel. Ze liggen deels op elkaar.



Bereken:

- de omtrek van de hele kartonnen cirkel;
- de omtrek van het kwart van deze kartonnen cirkel.

Rond alle antwoorden af op twee decimalen.

Antwoord

De straal van de cirkel is 8 cm. De diameter is twee keer de straal, dus 16 cm.

Dus *omtrek (cirkel)* $= \pi \times 16 \approx 50{,}265...$

De omtrek van de hele cirkel is ongeveer $50{,}27$ cm.

De omtrek van een kwart kartonnen cirkel is een kwart van de omtrek van de hele cirkel plus twee keer de lengte van de straal. Dus:

omtrek (kwart cirkel) $\approx \frac{50{,}265...}{4} + 8 + 8 \approx 28{,}566...$

De omtrek van de kwart cirkel is ongeveer $28{,}57$ cm.

Opgave 8

3.2 Lengtematen

Inleiding

Je ziet hoe hier de omtrek van een babyhoofdje wordt gemeten. Het gaat om een lengte en dus om een geschikte lengtemaat. De standaardmaat voor lengte is de meter. Waarom wordt hier niet met meters gewerkt, maar met centimeters? En wat zijn dat ook al weer?

Je leert in dit onderwerp

- lengtes uitdrukken in de belangrijkste lengte-eenheden;
- verschillende lengte-eenheden in elkaar omrekenen.

Voorkennis

- de namen en enkele basiseigenschappen van vlakke en ruimtelijke figuren;
- de omtrek van een figuur bepalen door meten en rekenen (en soms schatten);
- diameter en straal van een cirkel herkennen en daarmee de omtrek van een cirkel berekenen.

Opgave V1 Opgave V2

Uitleg

De standaard lengte-eenheid is de meter. Elke meter van een meetlat of rolmaat moet even groot zijn als de standaardmeter die wordt bewaard in het Internationale Instituut voor Maten en Gewichten in Parijs.

Voor veelvouden van een meter, of delen van een meter, worden voorvoegsels gebruikt. In de tabel zie je de bekendste.

lengte	**voorvoegsel**	**symbool**
duizend meter = 1000 m	kilo (k)	km
honderd meter = 100 m	hecto (h)	hm
tien meter = 10 m	deca (da)	dam
een meter = 1 m	-	m
een tiende meter = 0,1 m	deci (d)	dm
een honderdste meter = 0,01 m	centi (c)	cm
een duizendste meter = 0,001 m	milli (m)	mm

Wil je een bepaalde lengte weergeven in een andere eenheid dan is aangegeven, dan moet je de aangegeven waarde omrekenen.

:10 :10 :10 :10 :10 :10

mm cm dm m dam hm km

×10 ×10 ×10 ×10 ×10 ×10

Voorbeelden:

- 6,3 km = 6,3 × 1000 m = 6300 m
- 100 cm = 100 × 0,01 m = 1 m
- 12 dam = 12 × 10 m = 120 m = 120 × 100 cm = 12000 cm

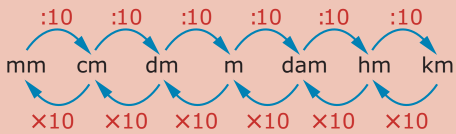
Dit omrekenen doe je in stappen van 10, bekijk de figuur.

Opgave 1 Opgave 2

Theorie

Een **meter** is de **standaardmaat** voor de lengte. De meter is dus de standaard **lengte-eenheid**. Elke meter van een meetlat of rolmaat moet even groot zijn als de standaardmeter die wordt bewaard in het Internationale Instituut voor Maten en Gewichten in Parijs.

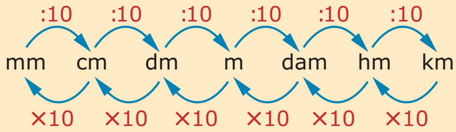
Voor veelvouden van een meter, of delen van een meter, worden voorvoegsels gebruikt. In de tabel zie je de bekendste. In de figuur kun je zien hoe je in stappen van 10 **eenheden kunt omrekenen**.



lengte	voorvoegsel	symbool
duizend meter = 1000 m	kilo (k)	km
honderd meter = 100 m	hecto (h)	hm
tien meter = 10 m	deca (da)	dam
een meter = 1 m	-	m
een tiende meter = 0,1 m	deci (d)	dm
een honderdste meter = 0,01 m	centi (c)	cm
een duizendste meter = 0,001 m	milli (m)	mm

Voorbeeld 1

Hier zie je enkele lengtematen op een rij, van klein (mm) naar groot (km).



De pijltjes erbij geven aan hoe je de eenheden in elkaar kunt omrekenen:

- De pijl van cm naar mm met ×10 erbij betekent: vermenigvuldig het aantal cm met 10 als je het aantal mm wilt weten.
- De pijl van hm naar km met /10 erbij betekent: deel het aantal hm door 10 als je het aantal km wilt weten.

Het omrekenen van de ene lengtemaat naar de andere gaat dus in stappen van 10:

- 1250 mm = 125,0 cm = 12,5 dm = 1,25 m = 0,125 dam = 0,0125 hm = 0,00125 km
- 0,1045 km = 1,045 hm = 10,45 dam = 104,5 m = 1045 dm = 10450 cm = 104500 mm

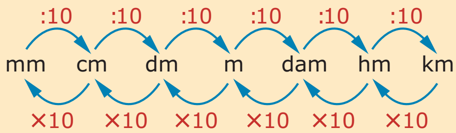
Opgave 3 Opgave 4

Voorbeeld 2

Hoeveel dm is 0,834 km +581 mm?

Antwoord

Om twee lengtes bij elkaar op te tellen, moet je ze eerst omzetten naar dezelfde lengte-eenheid.



Eerst reken je de beide lengtes om naar decimeter.

In de figuur staan enkele lengtematen op een rij, van klein naar groot.

De pijltjes geven aan hoe de lengtematen worden omgerekend.

0,834 km = 8,34 hm = 83,4 dam = 834 m = 8340 dm.
581 mm = 58,1 cm = 5,81 dm.

Omrekenen van de ene lengtemaat naar de andere gaat steeds in stappen van 10.

Nu de lengte-eenheden gelijk zijn, kun je ze bij elkaar optellen.
8340 dm +5,81 dm = 8345,81 dm.

Opgave 5 Opgave 6

Voorbeeld 3

Een wandelaar loopt met een snelheid van 5 kilometer per uur. Hoeveel meter legt hij af in 1 seconde?

Antwoord

Er zijn twee gangbare maten voor snelheid: kilometer per uur (km/h) en meter per seconde (m/s).
Je moet bij het omrekenen van km/h naar m/s niet alleen de eenheid van lengte veranderen, maar ook de eenheid van tijd. Het rekenen met tijd gaat niet in stappen van 10.

Voor de tijd geldt: 1 uur = 60 minuten = $60 \times 60 = 3600$ seconden.

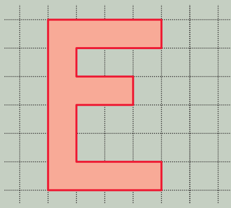
Dus 5 km/h = $\frac{5000}{3600}$ m/s ≈ $1{,}38$ m/s.

Opgave 7 Opgave 8

3.3 Oppervlakte en oppervlaktematen

Inleiding

Om te bepalen hoeveel vierkante meter verf er nodig is voor deze letter E bepaal je hoeveel roosterhokjes van 1 bij 1 m er op de figuur passen. Bij zo'n letter is dat gewoon een kwestie van tellen. Maar soms ligt dat wat lastiger...



Je leert in dit onderwerp

- de oppervlakte berekenen van vlakke figuren door verdelen in rechthoeken en halve rechthoeken of door omlijsten;
- verschillende oppervlakte-eenheden in elkaar omrekenen.

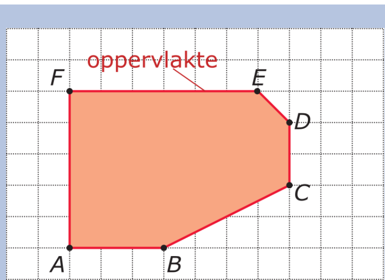
Voorkennis

- de namen en enkele basiseigenschappen van vlakke en ruimtelijke figuren;
- de omtrek van een figuur bepalen door meten en rekenen (en soms schatten) en werken met lengtematen;
- diameter en straal van een cirkel herkennen en daarmee de omtrek van een cirkel berekenen.

Opgave V1 Opgave V2

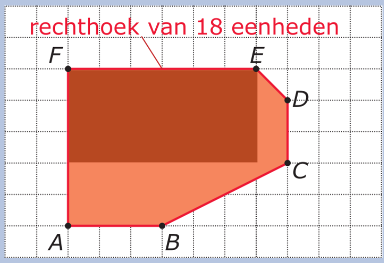
Uitleg 1

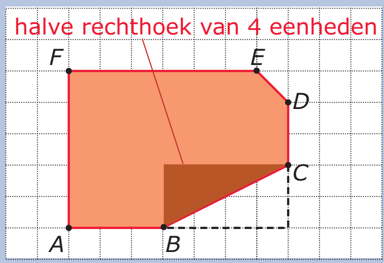
De oppervlakte van een figuur is de grootte van het gebied binnen de lijnen (zijden) van de figuur. Je telt hoeveel oppervlakte-eenheden er op passen. De oppervlakte-eenheid is meestal een vierkantje, bijvoorbeeld van 1 cm bij 1 cm, zoals het rooster bij deze figuur.
Elk roosterhokje is 1 cm^2 (vierkante centimeter).

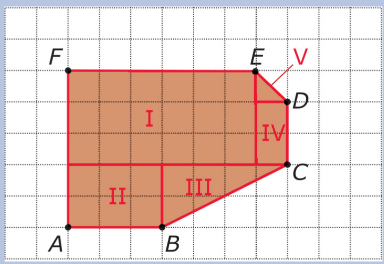


Om de oppervlakte ervan te berekenen, verdeel je hem in rechthoeken en halve rechthoeken. Bij veel figuren kan dat. Het aantal oppervlakte-eenheden van de gekleurde rechthoek is $6 \times 3 = 18$. Dat van de gekleurde halve rechthoek is $4 \times 2/2 = 4$.

Zo kun je de oppervlakte van de totale figuur bepalen.



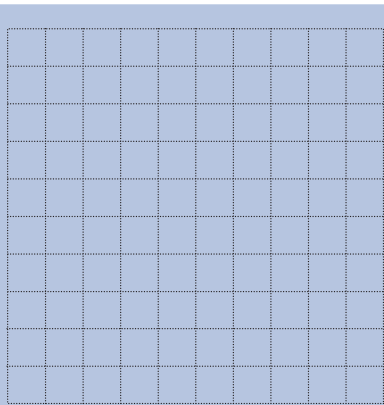




Uitleg 2

De standaard oppervlakte-eenheid is de vierkante meter (m^2), een vierkant van 1 meter bij 1 meter.

Stel je voor dat dit een vierkant van 1 meter bij 1 meter is.



In 1 m passen 10 dm.
In een vierkant van 1 m bij 1 m passen dus 10×10 vierkantjes van 1 dm bij 1 dm.
Dus $1\ m^2 = 100 \times 1\ dm^2 = 100\ dm^2$.

Zo is ook: $1\ m^2 = 100\ cm \times 100\ cm = 10000\ cm^2$.

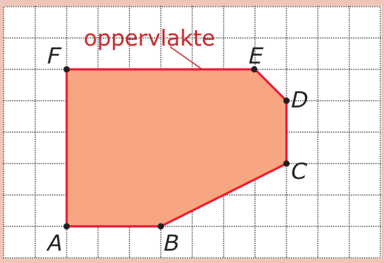
Bij het omrekenen van oppervlakte-eenheden kun je stapsgewijs vermenigvuldigen met $10 \times 10 = 100$.

:100 :100 :100 :100 :100 :100
mm^2 cm^2 dm^2 m^2 dam^2 hm^2 km^2
×100 ×100 ×100 ×100 ×100 ×100

Opgave 1 Opgave 2 Opgave 3 Opgave 4

Theorie

De **oppervlakte** van een figuur is de grootte van het gebied binnen de lijnen van de figuur. Je telt hoeveel oppervlakte-eenheden er op passen. De **oppervlakte-eenheid** is meestal een vierkantje, bijvoorbeeld van 1 cm bij 1 cm, met een oppervlakte van 1 cm^2 (vierkante centimeter).



Van een rechthoek kun je snel tellen hoeveel oppervlakte-eenheden hij heeft:
oppervlakte rechthoek = lengte × breedte.

Veel figuren kun je slim verdelen in rechthoeken en halve rechthoeken. Zo kun je gemakkelijk de oppervlakte berekenen. Ook kun je een figuur soms omlijsten met een grote rechthoek en daar dan rechthoeken en halve rechthoeken van af trekken.

De standaard oppervlakte-eenheid is de vierkante meter, notatie m^2.

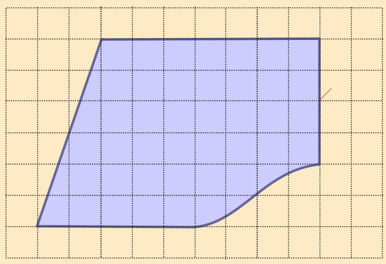
Bij het omrekenen van oppervlakte-eenheden kun je stapsgewijs vermenigvuldigen met $10 \times 10 = 100$ of delen door 100. Zie figuur.

$$\mathrm{mm}^2 \xrightarrow{:100} \mathrm{cm}^2 \xrightarrow{:100} \mathrm{dm}^2 \xrightarrow{:100} \mathrm{m}^2 \xrightarrow{:100} \mathrm{dam}^2 \xrightarrow{:100} \mathrm{hm}^2 \xrightarrow{:100} \mathrm{km}^2$$

$$\mathrm{mm}^2 \xleftarrow{\times 100} \mathrm{cm}^2 \xleftarrow{\times 100} \mathrm{dm}^2 \xleftarrow{\times 100} \mathrm{m}^2 \xleftarrow{\times 100} \mathrm{dam}^2 \xleftarrow{\times 100} \mathrm{hm}^2 \xleftarrow{\times 100} \mathrm{km}^2$$

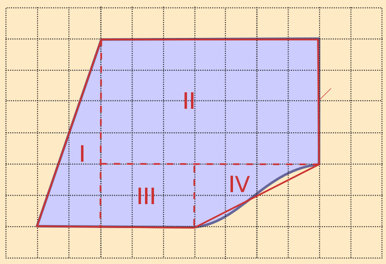
Voorbeeld 1

Op dit rooster is de oppervlakte-eenheid een roosterhokje.
Bepaal de oppervlakte van het gekleurde gebied.



Antwoord

Verdeel het gebied zo goed mogelijk in hele en halve rechthoeken, I, II, III en IV.



- De oppervlakte van I is: $2 \times 6/2 = 6$ roosterhokjes.
- De oppervlakte van II is: $7 \times 4 = 28$ roosterhokjes.
- De oppervlakte van III is: $3 \times 2 = 6$ roosterhokjes.
- De oppervlakte van IV is ongeveer: $4 \times 2/2 = 4$ roosterhokjes.

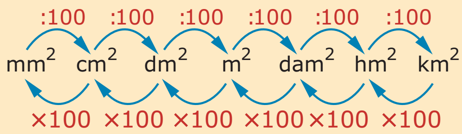
De oppervlakte van het gebied is dus ongeveer $6 + 28 + 6 + 4 = 44$ roosterhokjes.

Als elk hokje een vierkant van 10 m bij 10 m voorstelt, heeft dat hokje een oppervlakte van 100 m^2. De oppervlakte van het gebied is dan gelijk aan 44×100 m^2 = 4400 m^2.

Opgave 5 Opgave 6

Voorbeeld 2

In de figuur zie je enkele oppervlaktematen op een rij, van klein naar groot.



De pijltjes erbij geven aan hoe je de eenheden in elkaar kunt omrekenen:

- De pijl van cm^2 naar mm^2 met $\times 100$ erbij betekent: vermenigvuldig het aantal cm^2 met 100 als je het aantal mm^2 wilt weten.
- De pijl van hm^2 naar km^2 met $/100$ erbij betekent: deel het aantal hm^2 door 100 als je het aantal km^2 wilt weten.

Het omrekenen van de ene oppervlaktemaat naar de andere gaat dus in stappen van 100, bijvoorbeeld:

- $104{,}5$ m^2 $= 10450$ dm^2 $= 1045000$ cm^2 $= 104500000$ mm^2.
- $104{,}5$ m^2 $= 1{,}045$ dam^2 $= 0{,}01045$ hm^2 $= 0{,}0001045$ km^2.

Bedenk: hoe kleiner de eenheid wordt, des te groter het getal (en omgekeerd) moet zijn om hetzelfde te hebben.

Opgave 7 Opgave 8 Opgave 9

Voorbeeld 3

In 2015 was Malta met 1319 inwoners per km^2 het dichtstbevolkte land binnen de EU. Dan volgden Nederland met 495 mensen per km^2 en België met 364 mensen per km^2.

In Canada (het op Rusland na grootste land van de wereld) woonden in 2021 ongeveer 38250000 mensen op een oppervlakte van 9984670 km^2.

Hoeveel inwoners had Canada toen uitgedrukt in mensen per km^2?

Antwoord

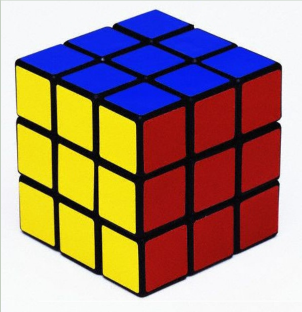
38250000 inwoners per 9984670 km^2 $= \frac{38250000}{9984670}$ inwoners per km^2 $\approx 3{,}83$ inwoners per km^2.

Opgave 10 Opgave 11

3.4 Inhoud

Inleiding

Hier zie je een kubus van Rubik.
Je kunt vast wel bedenken uit hoeveel kubusjes hij bestaat.



Je leert in dit onderwerp

- de inhoud bepalen van ruimtelijke figuren door ze op te delen in balken en halve balken;
- de inhoud berekenen van balk, prisma en cilinder vanuit het grondvlak en de hoogte.

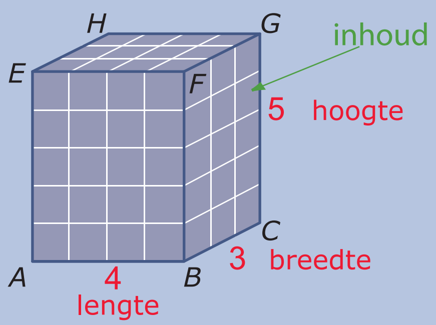
Voorkennis

- de namen en enkele basiseigenschappen van vlakke en ruimtelijke figuren;
- de omtrek van een figuur bepalen door meten en rekenen (en soms schatten) en werken met lengtematen;
- de oppervlakte berekenen van vlakke figuren door verdelen in rechthoeken en halve rechthoeken of door omlijsten;
- verschillende oppervlakte-eenheden in elkaar omrekenen.

Opgave V1

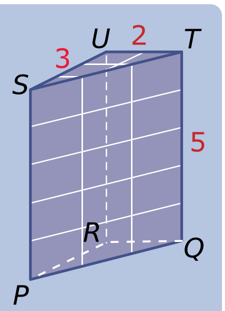
Uitleg

Een 3D-figuur of lichaam zoals deze balk $ABCD.EFGH$ heeft drie dimensies, namelijk lengte, breedte en hoogte. De inhoud of het volume ervan bepaal je door te tellen hoeveel eenheidskubussen van 1 bij 1 bij 1 er in passen.



In de balk $ABCD.EFGH$ passen $4 \times 3 \times 5 = 60$ eenheidskubussen.
Als een eenheidskubus 1 m bij 1 m bij 1 m voorstelt, dan heeft een eenheidskubus een inhoud van 1 m^3 (spreek uit: kubieke meter).
De balk $ABCD.EFGH$ heeft dan een inhoud van 60 m^3.

Om de inhoud van de halve balk $PQR.STU$ te berekenen, kun je er een hele balk omheen tekenen met een grondvlak van 2 bij 3 en een hoogte van 5. De inhoud van $PQR.STU$ is $\frac{1}{2} \times 2 \times 3 \times 5 = 15$ eenheidskubussen.



Van een balk en een halve balk kun je de inhoud berekenen door de oppervlakte van het grondvlak met de hoogte te vermenigvuldigen.

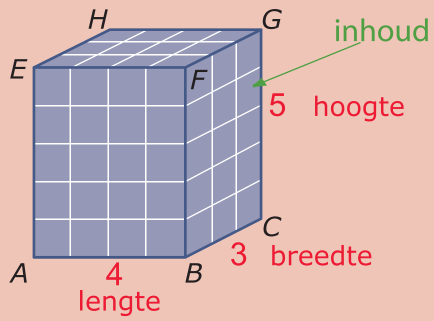
Veel prisma's kun je in balken en halve balken verdelen.
Dan is: *inhoud (prisma)= oppervlakte grondvlak × hoogte*.

Let er wel op dat het grondvlak van een prisma niet altijd het ondervlak is. Een prisma kan op zijn kant liggen!

Opgave 1 Opgave 2

Theorie

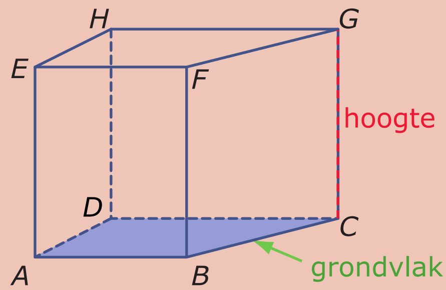
Een 3D-figuur of lichaam heeft drie dimensies, namelijk lengte, breedte en hoogte.



Om de **inhoud** van een lichaam te bepalen, tel je hoeveel **inhoudseenheden** er in passen. De inhoudseenheid is meestal een kubusje, bijvoorbeeld van 1 cm bij 1 cm bij 1 cm. In plaats van inhoud zeg je ook wel **volume**.

Bij een balk kun je het aantal **eenheidskubussen** snel tellen.
Je vindt het volume zo:
inhoud = lengte × breedte × hoogte
= oppervlakte grondvlak × hoogte.

De inhoud van veel ruimtelijke figuren kun je berekenen door ze op te delen in hele en halve balken.



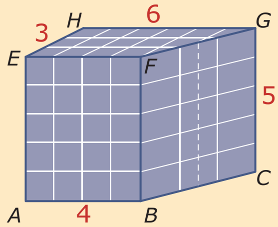
Dat geldt ook voor een prisma met ribben loodrecht op het grondvlak.
Voor zo'n prisma geldt:
inhoud (prisma)= oppervlakte grondvlak × hoogte.

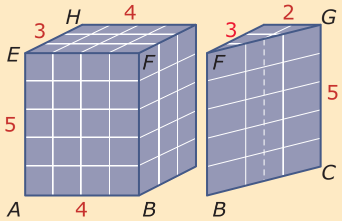
Let er wel op dat het grondvlak van een prisma niet altijd het ondervlak is. Een prisma kan op zijn kant liggen!

De inhoud van een cilinder kun je ook op deze manier uitrekenen.

Voorbeeld 1

Om de inhoud van prisma $ABCD.EFGH$ te bepalen, kun je hem verdelen in een hele balk en een halve balk. Je kunt ook gebruik maken van grondvlak en hoogte.





Bereken het volume van dit prisma op twee manieren.

Antwoord

De inhoud van prisma $ABCD.EFGH$ kun je bepalen door het volume van de balk en dat van de halve balk apart uit te rekenen:

- de inhoud van de balk van 4 bij 3 bij 5 is $4 \times 3 \times 5 = 60$;
- de inhoud van de halve balk van 2 bij 3 bij 5 is: $\frac{1}{2} \times 2 \times 3 \times 5 = 15$.

De totale inhoud van prisma $ABCD.EFGH$ is dus: $60 + 15 = 75$ eenheden.

Je kunt ook gebruik maken van *inhoud (prisma)= oppervlakte grondvlak* × *hoogte*.

- de oppervlakte van grondvlak $ABCD$ is $4 \times 3 + \frac{1}{2} \times 2 \times 3 = 15$;
- de hoogte is: 5.

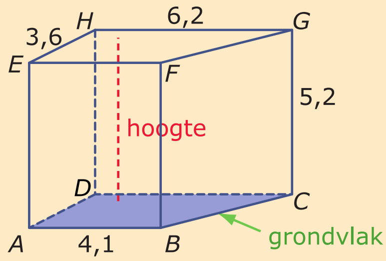
De totale inhoud van prisma $ABCD.EFGH$ is dus: $15 \times 5 = 75$ eenheden.

Als elke eenheidskubus 1 m bij 1 m bij 1 m is, heeft een eenheidskubus een inhoud van 1 m^3. Dus het volume van $ABCD.EFGH$ is dan $75 \times 1 = 75$ m^3.

Opgave 3

Voorbeeld 2

Wanneer de afmetingen van een balk geen geheel aantal eenheidskubussen zijn, dan werk je met delen van eenheidskubussen.



Het grondvlak van dit prisma kun je verdelen in een rechthoek van $4{,}1$ bij $3{,}6$ en een halve rechthoek van $2{,}1$ bij $3{,}6$.

- De oppervlakte van de rechthoek is: $4{,}1 \times 3{,}6 = 14{,}76$
- De oppervlakte van de halve rechthoek is $\frac{1}{2} \times 2{,}1 \times 3{,}6 = 3{,}78$.

De inhoud van dit prisma is daarom: $18{,}54 \times 5{,}2 = 96{,}408$ eenheidskubussen.

Opgave 4 Opgave 5 Opgave 6 Opgave 7

3.5 Inhoudsmaten

Inleiding

Dit is een maatbeker. Zo'n ding is bedoeld om inhouden mee te meten. Maar er staan nogal bijzondere meeteenheden op.
Je gaat nu met verschillende inhoudsmaten werken.

Je leert in dit onderwerp

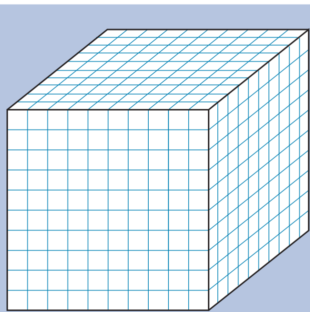
- verschillende inhoudseenheden in elkaar omrekenen, zoals cm^3, m^3;
- werken met liter en daarvan afgeleide inhoudsmaten.

Voorkennis

- de namen en enkele basiseigenschappen van vlakke en ruimtelijke figuren;
- de omtrek van een figuur bepalen door meten en rekenen (en soms schatten) en werken met lengtematen;
- de oppervlakte berekenen van vlakke figuren en werken met oppervlaktematen;
- de inhoud (het volume) van een balk en een recht prisma (en cilinder) bepalen.

Opgave V1

Uitleg



De kubieke meter (m^3) is de standaardmaat voor inhoud (volume). Een kubieke meter is eigenlijk een kubus van 1 m bij 1 m bij 1 m.

Een kubus van 1 m bij 1 m bij 1 m kun je opdelen in kleinere kubussen van bijvoorbeeld 1 dm bij 1 dm bij 1 dm.

Je ziet: $1\ m^3 = 10\ dm \times 10\ dm \times 10\ dm = 1000\ dm^3$.

Zo is ook: $1\ m^3 = 100\ cm \times 100\ cm \times 100\ cm = 1000000\ cm^3$.

Omrekenen van volume-eenheden gaat kennelijk in stappen van 1000.

:1000 :1000 :1000 :1000 :1000 :1000

mm^3 cm^3 dm^3 m^3 dam^3 hm^3 km^3

×1000 ×1000 ×1000 ×1000 ×1000 ×1000

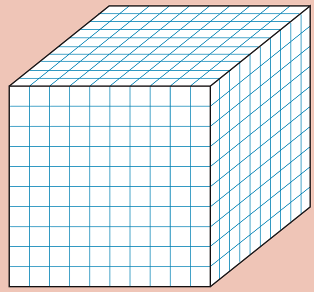
Een andere belangrijke inhoudsmaat is de liter (L).
1 liter is precies 1 dm^3.
Dus: 1 m^3 = 1000 dm^3 = 1000 L.

Bij de inhoudsmaat liter kun je weer met voorvoegsels werken, zoals:
1 L = 10 dL = 100 cL = 1000 mL.
Merk op:
1 mL = 0,001 L = 0,001 dm^3 = 1 cm^3.

Opgave 1 Opgave 2 Opgave 3

Theorie

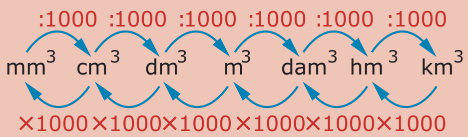
De standaard **inhoudseenheid** of **volume-eenheid** is de kubieke meter (m^3). Een **kubieke meter** is eigenlijk een kubus van 1 m bij 1 m bij 1 m.



Je ziet: 1 m^3 = 10 dm ×10 dm ×10 dm = 1000 dm^3.

Zo is ook: 1 dm^3 = 10 cm ×10 cm ×10 cm = 1000 cm^3.

Je kunt dus stapsgewijs omrekenen door met 1000 te vermenigvuldigen of erdoor te delen.

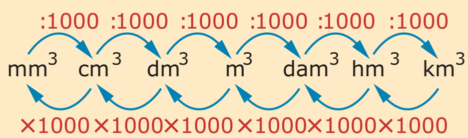


Een andere belangrijke inhoudsmaat is de **liter** (L).
1 liter is precies 1 dm^3
En: 1 m^3 = 1000 dm^3 = 1000 L.

Bij de inhoudsmaat liter kun je weer met voorvoegsels werken, dus:
1 L = 10 dL = 100 cL = 1000 mL.

Voorbeeld 1

Je ziet de inhoudsmaten op een rij die gebaseerd zijn op lengtematen, van klein (mm^3) naar groot (km^3).



De pijltjes erbij geven aan hoe je ze in elkaar kunt omrekenen:

- De pijl van cm^3 naar mm^3 met ×1000 erbij betekent: vermenigvuldig het aantal cm^3 met 1000 als je het aantal mm^3 wilt weten.
- De pijl van hm^3 naar km^3 met /1000 erbij betekent: deel het aantal hm^3 door 1000 als je het aantal km^3 wilt weten.

Het omrekenen van deze inhoudsmaten gaat dus in stappen van 1000:

- 1 m^3 = 1000 dm^3 = 1000000 cm^3 = 1000000000 mm^3.
- 104,5 m^3 = 104500 dm^3 = 104500000 cm^3 = 104500000000 mm^3.

Opgave 4 Opgave 5 Opgave 6

Voorbeeld 2

Een handige manier om de inhoud van een (niet al te groot) lichaam te bepalen is met behulp van een maatbeker. Je vult een maatbeker voor een deel met water en leest de inhoud af. Dan dompel je het lichaam in het water onder en lees je nogmaals de inhoud af. Het verschil tussen beide waardes is de inhoud van het lichaam.

Vooral als de afmetingen van een lichaam onregelmatig zijn, is dit een handige methode. Het voorwerp moet wel helemaal onder water zitten en er mag geen water over de rand weglopen!

Je werkt dan met liters (L) of milliliters (mL).

Er geldt: $1 \text{ L} = 10 \text{ dL} = 100 \text{ cL} = 1000 \text{ mL}$ en $1 \text{ L} = 1 \text{ dm}^3$.

Opgave 7 Opgave 8 Opgave 9 Opgave 10

Begrippen

- negatief getal, positief getal — tegengestelde — assenstelsel met negatieve getallen
- optellen met negatieve getallen
- aftrekken met negatieve getallen
- vermenigvuldigen met negatieve getallen
- delen met negatieve getallen

Activiteiten

- negatief getal, positief getal, tegengestelde, assenstelsel met negatieve getallen;
- positieve en negatieve getallen optellen;
- positieve en negatieve getallen aftrekken;
- positieve en negatieve getallen vermenigvuldigen;
- positieve en negatieve getallen delen;

Niet zo negatief...

Domein

Rekenen

Hoofdstuk

Negatieve getallen

Inhoud

4

4.1 Wat is negatief?

Inleiding

Je ziet hier de waterstand in Hoorn. Hij wordt gemeten ten opzichte van NAP (Normaal Amsterdams Peil).

De waterstand lijkt naar beneden toe op te lopen. Maar dat is niet zo: deze waterstanden zijn negatief, want ze liggen *onder* NAP. Hoe lager, hoe verder onder NAP.

Je leert in dit onderwerp

- wat een negatief getal is en een negatief getal als tegengestelde van een positief getal herkennen;
- de getallenlijn en het coördinatenrooster uitbreiden met negatieve getallen.

Voorkennis

- rekenen (optellen, aftrekken, vermenigvuldigen en delen) met decimale getallen en met breuken en alle begrippen die daarbij horen.

Opgave V1 Opgave V2

Uitleg

Mensen beginnen vaak maar ergens te tellen: ze kiezen een nulpunt 0. Bijvoorbeeld:

- Bij een thermometer volgens **Anders Celsius (1701—1744)** was 0 °C de temperatuur van smeltend ijs, hoewel...
- Bij de hoogte van het land was 0 meter het nulpunt van het **NAP (Normaal Amsterdams Peil)**

De ellende is alleen dat de temperatuur ook wel eens lager is dan 0 °C, en dat niet iedereen boven NAP woont in Nederland. Kortom: er is behoefte aan getallen onder 0.

Bijvoorbeeld is 3 een positief getal en -3 een negatief getal (spreek uit: ‘min drie’).
3 en -3 noem je elkaars tegengestelde; ze liggen beide evenver van 0.

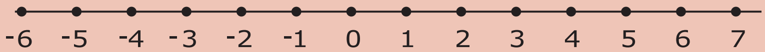
-6 -5 -4 -3 -2 -1 0 1 2 3 4 5 6 7

Hier zie je een getallenlijn met rechts van 0 de positieve getallen en links van 0 de negatieve getallen.

Opgave 1 Opgave 2 Opgave 3

Theorie

Getallen groter dan nul heten **positieve getallen**.
Getallen kleiner dan nul heten **negatieve getallen**.
3 is een positief getal en -3 is een negatief getal.
Voor een negatief getal gebruik je het teken - (spreek uit: ‘min’).
3 en -3 zijn elkaars **tegengestelde**; ze liggen beide evenver van 0.



Hier zie je een **getallenlijn** met rechts van 0 de positieve getallen en links van 0 de negatieve getallen. Het getal 0 is niet positief, maar ook niet negatief.

Voorbeeld 1

Op de rekenmachine voer je -3 in met behulp van een speciale toets: (-) 3

Uit gemakzucht schrijf je in plaats van -3 ook wel met het gewone minteken -3.
Dat is natuurlijk verwarrend, maar het gebeurt heel veel.

Opgave 4

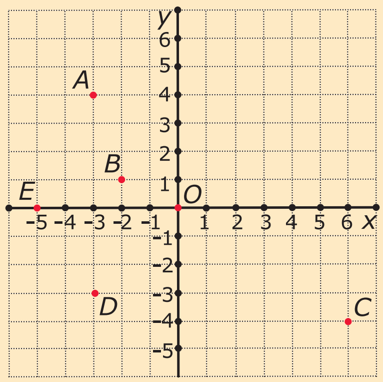
Voorbeeld 2

Applet

In het assenstelsel begon je tot nu toe steeds linksonder met $(0,0)$.
Je kunt dan alleen naar rechts en omhoog.
Maar heel vaak wil je ook naar links en naar beneden kunnen.
Daarvoor gebruik je negatieve getallen.
In dit assenstelsel zie je: $O(0,0)$ (de oorsprong) en $A(\text{-}3,4)$.

Verder zie je de punten:
$B(\text{-}2,1)$ $C(6,\text{-}4)$ $D(\text{-}3,\text{-}3)$ $E(\text{-}5,0)$

Je ziet hoe negatieve getallen in een assenstelsel worden gebruikt.



Opgave 5 Opgave 6 Opgave 7

4.2 Negatieve getallen optellen

Inleiding

Nu je negatieve getallen hebt leren kennen, wil je er ook mee kunnen rekenen. Om je dat goed te kunnen voorstellen moet je je een beweging langs de getallenlijn voorstellen, bijvoorbeeld met behulp van een motortje dat kan blazen (optellen) en zuigen (aftrekken) en de standen omhoog (positief) en omlaag (negatief) kent.

Je leert in dit onderwerp

- optellen met positieve en negatieve getallen.

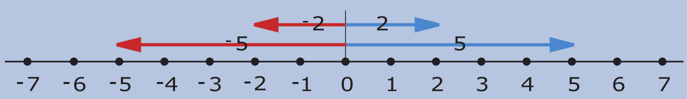
Voorkennis

- rekenen (optellen, aftrekken, vermenigvuldigen en delen) met decimale getallen en met breuken en alle begrippen die daarbij horen;
- wat een negatief getal is en een negatief getal als tegengestelde van een positief getal herkennen;
- de getallenlijn uitbreiden met negatieve getallen.

Opgave V1 Opgave V2

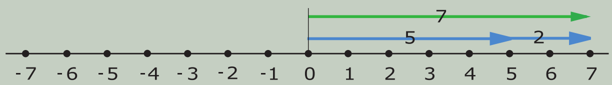
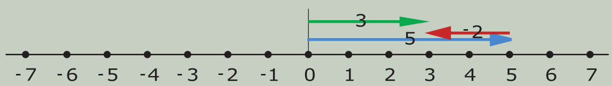
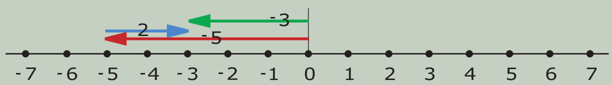
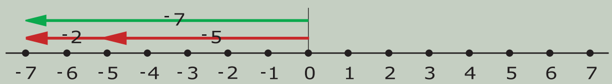
Uitleg

Positieve en negatieve getallen kun je voorstellen door pijlen op een getallenlijn. Hier zie je de getallen 5, 2, -5 en -2. Elk pijltje heeft een ‘staart’ met de juiste lengte en een ‘kop’ (de pijlpunt) die de richting positief of negatief aangeeft.



Applet

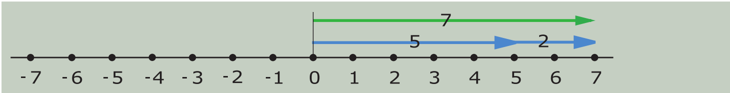
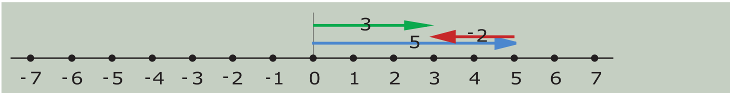
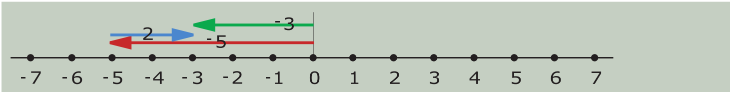
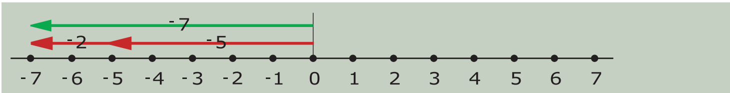
Bij het optellen van getallen begin je in 0 en leg je de pijlen ‘staart aan kop’:

5 + 2 = 7	
5 + -2 = 3	
-5 + 2 = -3	
-5 + -2 = -7	

Opgave 1 Opgave 2 Opgave 3

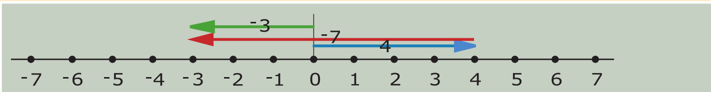
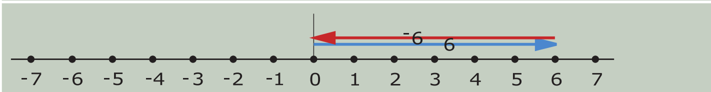
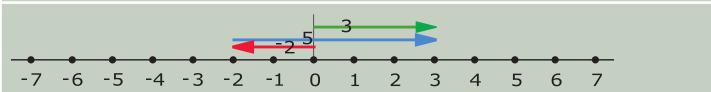
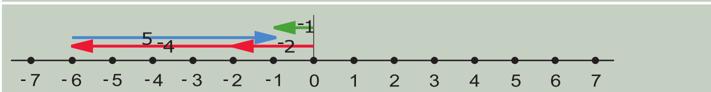
Theorie

Het **optellen van positieve en negatieve getallen** gaat zo:

$5 + 2 = 7$	
$5 + -2 = 3$	
$-5 + 2 = -3$	
$-5 + -2 = -7$	

Voorbeeld 1

Hier zie je nog enkele optellingen uitgebeeld:

$4 + -7 = -3$	
$6 + -6 = 0$	
$-2 + 5 = 3$	
$-2 + -4 + 5 = -1$	

Opgave 4 Opgave 5

Voorbeeld 2

Zodra de getallen wat minder eenvoudig worden reken je met je rekenmachine.

$3{,}15 + -12{,}4 = -9{,}25$

Dit doe je op de rekenmachine zo:

3 · 1 5 + (-) 1 2 · 4 =

Op de rekenmachine voer je -12,4 in met behulp van de negatief-toets.

Opgave 6 Opgave 7

4.3 Negatieve getallen aftrekken

Inleiding

Nu je negatieve getallen hebt leren kennen, wil je er ook mee kunnen rekenen. Om je dat goed te kunnen voorstellen moet je je beweging langs de getallenlijn voorstellen, bijvoorbeeld met behulp van een motortje dat kan blazen (optellen) en zuigen (aftrekken) en de standen omhoog (positief) en omlaag (negatief) kent.

Je leert in dit onderwerp

- optellen en aftrekken met positieve en negatieve getallen.

Voorkennis

- rekenen (optellen, aftrekken, vermenigvuldigen en delen) met decimale getallen en met breuken en alle begrippen die daarbij horen;
- wat een negatief getal is en een negatief getal als tegengestelde van een positief getal herkennen;
- de getallenlijn uitbreiden met negatieve getallen en optellen met positieve en negatieve getallen.

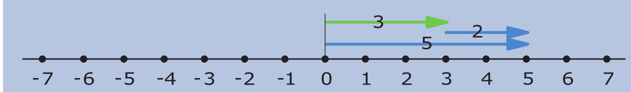
Opgave V1 Opgave V2 Opgave V3

Uitleg

Applet

Hier zie je hoe je het aftrekken van twee getallen door pijlen kunt uitbeelden:

$5 - 2 = 3$



Je begint met de eerste pijl weer in 0. De tweede pijl moet je als het ware ‘terug lopen’. Je doorloopt hem dus achterstevoren. In de applet kun je meer situaties bekijken.

Ook kun je nagaan, dat $5 - 2 = 5 + -2$

En dit kun je ook voor andere situaties gemakkelijk zichtbaar maken.
In feite zijn optellen en aftrekken bewerkingen die sterk met elkaar samenhangen.
Er geldt:

Aftrekken is hetzelfde als optellen van het tegengestelde.

Dit stelt je in staat om in rekenopgaven het aantal tekens te verminderen:

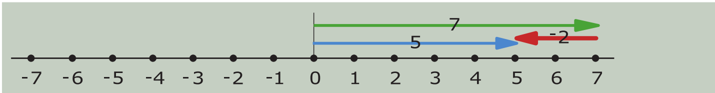
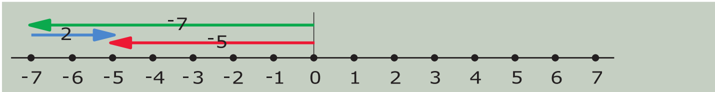
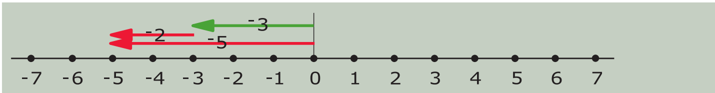
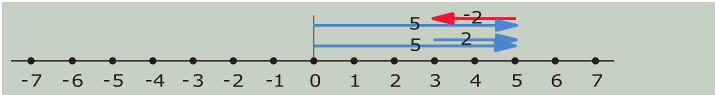
$12 + -2 + -4 = 12 - 2 - 4 = 6$

$12 - -5 = 12 + 5 = 17$

Opgave 1 Opgave 2 Opgave 3 Opgave 4

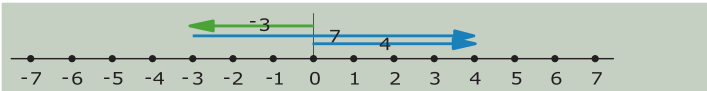
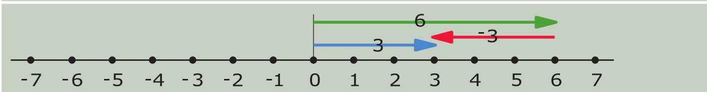
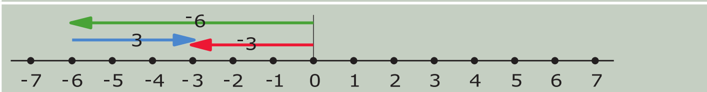
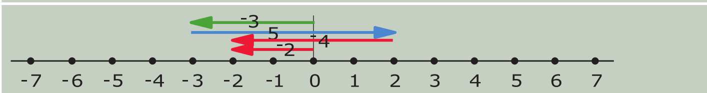
Theorie

Het **aftrekken van positieve en negatieve getallen** gaat zoals je hieronder ziet. Verder zie je dat het aftrekken van een getal hetzelfde resultaat heeft als het optellen van het tegengestelde van dat getal.

5 – -2 = 7	
-5 – 2 = -7	
-5 – -2 = -3	
5 – 2 = 5 + -2	

Voorbeeld 1

Hier zie je nog enkele aftrekkingen uitgebeeld:

4 – 7 = -3	
3 – -3 = 6	
-3 – 3 = -6	
-2 – -4 – 5 = -3	

Opgave 5 Opgave 6

Voorbeeld 2

Zodra de getallen wat minder eenvoudig worden reken je met je rekenmachine.

3,15 – -12,4 = 15,55

Dit doe je op de rekenmachine zo:

3 · 1 5 — (-) 1 2 · 4 =

Let extra goed op de twee verschillende mintekens op je rekenmachine.
De toets voor ‘aftrekken’ is een andere dan die voor ‘negatief maken’.
Op de rekenmachine voer je -12,4 in met behulp van de negatief-toets.

Opgave 7 Opgave 8

4.4 Negatieve getallen vermenigvuldigen

Inleiding

Als je herhaaldelijk hetzelfde getal moet optellen, dan maak je daar een vermenigvuldiging van: $5 + 5 + 5 + 5 = 4 \times 5$.

Zo doe je dat ook als die getallen negatief zijn.

Je leert in dit onderwerp

- vermenigvuldigen met positieve en negatieve getallen.

Voorkennis

- rekenen (optellen, aftrekken, vermenigvuldigen en delen) met decimale getallen en met breuken en alle begrippen die daarbij horen;
- wat een negatief getal is en een negatief getal als tegengestelde van een positief getal herkennen;
- de getallenlijn uitbreiden met negatieve getallen en optellen en aftrekken met positieve en negatieve getallen.

Opgave V1 Opgave V2 Opgave V3

Uitleg

Het **vermenigvuldigen** van twee getallen is gebaseerd op het herhaald optellen:

- $3 \times 2 = 6$ want $3 \times 2 = 2 + 2 + 2 = 6$
- $3 \times \text{-}2 = \text{-}6$ want $3 \times \text{-}2 = \text{-}2 + \text{-}2 + \text{-}2 = \text{-}6$
- $\text{-}3 \times 2 = \text{-}6$ want dit moet het tegenovergestelde van $3 \times 2 = 6$ opleveren
- $\text{-}3 \times \text{-}2 = 6$ want dit moet het tegenovergestelde van $3 \times \text{-}2 = \text{-}6$ opleveren

×	pos	neg
pos	pos	neg
neg	neg	pos

Dit zijn alleen maar afspraken, zoek er niets achter!
Ze zijn alleen wel zo gemaakt, dat ze passen in het systeem van het rekenen met positieve getallen en ook in de bijbehorende regelmaat.
In het schema zie je hoe je positieve en negatieve getallen vermenigvuldigt.

Opgave 1 Opgave 2 Opgave 3

Theorie

Het **vermenigvuldigen van positieve en negatieve getallen** is in feite herhaaldelijk optellen:

$4 \times -5 = -5 + -5 + -5 + -5$

en

$-4 \times -5 = -(-5 + -5 + -5 + -5)$

Dit overzicht laat zien of bij het vermenigvuldigen van twee getallen (positief of negatief) het eindresultaat positief of negatief is.

×	pos	neg
pos	pos	neg
neg	neg	pos

Bij ingewikkelder berekeningen moet je weer om de **voorrangsregels** denken.

Voorbeeld 1

Hier zie je nog enkele vermenigvuldigingen.

Als je goed kijkt zie je dat als je -5 met een steeds kleiner getal vermenigvuldigt, de uitkomst steeds groter wordt. En ook dat als je 5 met een steeds kleiner getal vermenigvuldigt, de uitkomst steeds kleiner wordt.

De afspraken over het vermenigvuldigen zijn zo, dat die regelmaat steeds blijft gelden.

$3 \times -5 = -15$	$3 \times 5 = 15$
$2 \times -5 = -10$	$2 \times 5 = 10$
$1 \times -5 = -5$	$1 \times 5 = 5$
$0 \times -5 = 0$	$0 \times 5 = 0$
$-1 \times -5 = 5$	$-1 \times 5 = -5$
$-2 \times -5 = 10$	$-2 \times 5 = -10$
$-3 \times -5 = 15$	$-3 \times 5 = -15$

Bij ingewikkelder berekeningen moet je weer om de voorrangsregels denken:

$12 - 4 \times (3 - 5 \times -2) =$

$12 - 4 \times (3 - -10) =$

$12 - 4 \times 13 = -40$

Opgave 4 Opgave 5 Opgave 6

Voorbeeld 2

Zodra de getallen wat minder eenvoudig worden reken je met je rekenmachine.

$3{,}15 \times -12{,}4 = -39{,}06$

Dit doe je op de rekenmachine zo:

3 · 1 5 × (-) 1 2 · 4 =

$12 - 4 \times (3 - 5 \times -2) = -40$

kan zo met de rekenmachine:

1 2 − 4 × (3 − 5 × (-) 2) =

Opgave 7 Opgave 8

4.5 Negatieve getallen delen

Inleiding

Om het rekenen met positieve en negatieve getallen compleet te maken, ga je nu bekijken hoe het zit met delen als er ook negatieve getallen in het spel zijn.
En hoe zit het met het getal 0?

Je leert in dit onderwerp

- delen met positieve en negatieve getallen.

Voorkennis

- rekenen (optellen, aftrekken, vermenigvuldigen en delen) met decimale getallen en met breuken en alle begrippen die daarbij horen;
- wat een negatief getal is en een negatief getal als tegengestelde van een positief getal herkennen;
- de getallenlijn uitbreiden met negatieve getallen en optellen, aftrekken en vermenigvuldigen met positieve en negatieve getallen.

Opgave V1

Uitleg

Het **delen** van twee getallen is gebaseerd op het vermenigvuldigen:

- $\frac{6}{2} = 3$ want $3 \times 2 = 6$
- $\frac{6}{-2} = -3$ want $-3 \times -2 = 6$
- $\frac{-6}{2} = -3$ want $-3 \times 2 = -6$
- $\frac{-6}{-2} = 3$ want $3 \times -2 = -6$

Dit zijn alleen maar afspraken, zoek er niets achter!
Ze zijn alleen wel zo gemaakt, dat ze passen in het systeem van het rekenen met positieve getallen en ook in de bijbehorende regelmaat.

In dit schema zie je hoe je positieve en negatieve getallen op elkaar deelt:

/	pos	neg
pos	pos	neg
neg	neg	pos

Let er wel op dat dit schema alleen geldt voor positieve en negatieve getallen, niet voor het getal 0.

Opgave 1 Opgave 2 Opgave 3 Opgave 4

Theorie

Het **delen van positieve en negatieve getallen** kijk je hoe vaak de deler in het deeltal past:

$20/5 = 4$ want 5 past 4 keer in de 20
en
$20/\text{-}5 = \text{-}4$ want 5 past -4 keer in de 20

Dit overzicht laat zien of bij het delen van twee getallen (positief of negatief) het eindresultaat positief of negatief is.

/	pos	neg
pos	pos	neg
neg	neg	pos

Let er wel op dat dit schema alleen geldt voor positieve en negatieve getallen, niet voor het getal 0. Als je 0 door welk getal dan ook (behalve 0 zelf) deelt, komt er 0 uit.
En **delen door 0 heeft geen uitkomst**.

Bij ingewikkelder berekeningen moet je weer om de **voorrangsregels** denken.

Voorbeeld 1

Hier zie je nog enkele delingen. Bij ingewikkelder berekeningen moet je weer om de **voorrangsregels** denken.

- $\frac{20}{\text{-}4} = \text{-}5$
- $\frac{6}{4+\text{-}2} = \frac{6}{2} = 3$
- $\frac{6+12}{\text{-}9} = \frac{18}{\text{-}9} = \text{-}2$
- $6 + \frac{12}{\text{-}3} = 6 + \text{-}4 = 2$
- $8 - \frac{4\times\text{-}3}{2} = 8 - \frac{\text{-}12}{2} = 8 - \text{-}6 = 8 + 6 = 14$

Opgave 5 Opgave 6

Voorbeeld 2

Zodra de getallen wat minder eenvoudig worden reken je met je rekenmachine.

$3{,}15/\text{-}12{,}4 \approx \text{-}0{,}254$ (afgerond op drie decimalen)

Dit doe je op de rekenmachine zo:

3 · 1 5 ÷ (-) 1 2 · 4 =

$8 - \frac{4\times\text{-}3}{2} = 14$

kan zo met de rekenmachine:

8 − (4 × (-) 3) ÷ 2 =

Opgave 7 Opgave 8 Opgave 9

Register

Het lesmateriaal in deze reader is gebaseerd op het materiaal dat ook op de Math4All website staat.

De reader is gegenereerd met de Math4All maatwerkdienst. De inhoud en de volgorde van de onderwerpen in deze reader zijn gekozen door docenten van het ConTeXt College.

Stichting Math4All

Inhoud Katern 2

www.math4all.nl