

Wiskunde

1 HAVO / VWO

Katern 1 / Theorie

ConTeXt College





© 2025

Het auteursrecht op dit lesmateriaal berust bij Stichting Math4All. Math4All is derhalve de rechthebbende zoals bedoeld in de hieronder vermelde creative commons licentie.

Het lesmateriaal is met zorg samengesteld en getest. Stichting Math4All aanvaardt geen enkele aansprakelijkheid voor onjuistheden en/of onvolledigheden in de module. Ook aanvaardt Math4All geen enkele aansprakelijkheid voor enige schade, voortkomend uit (het gebruik van) dit lesmateriaal

Voor deze module geldt een Creative Commons Naamsvermelding Niet Commercieel 3.0 Nederland Licentie. (zie <http://creativecommons.org/licenses/by/3.0>).

Dit lesmateriaal is open, gratis en vrij toegankelijk lesmateriaal afkomstig van Stichting Math4All en is speciaal ontwikkeld voor het vak wiskunde in het voortgezet onderwijs. Het lesmateriaal op de website www.math4all.nl is afgestemd op kerndoelen wiskunde, tussendoelen wiskunde en eindtermen voor de vakken wiskunde A, B en C. Dit lesmateriaal is mediumneutraal ontwikkeld en op diverse manieren te bekijken en te gebruiken. Voor informatie en vragen kunt u contact opnemen via info@math4all.nl. Ook houden we ons altijd aanbevolen voor suggesties, verbeteringen en/of aanvullingen.

Voorwoord 3

1 Figuren 3

- 1.1 Lijn, lijnstuk, punt 6
- 1.2 Afstanden 9
- 1.3 Passer en cirkel 11
- 1.4 Vlakke figuren 14
- 1.5 Kijklijnen 18
- 1.6 Coördinaten 20

2 Rekenen 23

- 2.1 Decimale getallen 26
- 2.2 Optellen en aftrekken 29
- 2.3 Vermenigvuldigen en delen 32
- 2.4 Afronden 36
- 2.5 Schatten 39
- 2.6 Rekenvolgorde 41

3 Ruimtelijke figuren 43

- 3.1 Ruimtelijke figuren 46
- 3.2 Grensvlakken, ribben en hoekpunten 49
- 3.3 Uitslagen 52
- 3.4 Aanzichten 55
- 3.5 Ruimtelijk tekenen 58
- 3.6 Diagonaalvlakken 61

4 Breuken 63

- 4.1 Wat is een breuk? 66
- 4.2 Van breuk naar decimaal getal 69
- 4.3 Breuken vergelijken 72
- 4.4 Breuken optellen en aftrekken 74
- 4.5 Breuken vermenigvuldigen 76
- 4.6 Breuken delen 78

Register 81

Voorwoord

Het lesmateriaal in dit katern is gebaseerd op het materiaal dat je kunt vinden op de Math4All website www.math4all.nl. In de tekst staan dan ook regelmatig verwijzingen naar die website. Waar je precies moet zijn op die website kun je zien in de kopregel van iedere pagina.

Ieder hoofdstuk bestaat uit een aantal paragrafen en wordt steeds afgesloten met een paragraaf *Totaalbeeld* waar de leerstof wordt samengevat en/of herhaald. Iedere paragraaf is ingedeeld in vaste rubrieken die houvast geven bij de bestudering van het lesmateriaal.

- Verkennen
- Uitleg
- Theorie en Voorbeelden
- Verwerken
- Toepassen

Indien er in het lesmateriaal wordt verwezen naar werkbladen dan kun je deze terugvinden op de website en achterin je katern.

Begrippen

- ▶ punt, lijn, lijnstuk — snijden, evenwijdig, loodrecht
- ▶ afstand — afstand van een punt tot een lijn of een gebied
- ▶ cirkel, middelpunt, straal, diameter, middellijn
- ▶ veelhoek, driehoek, vierhoek — vierkant, rechthoek, ruit, vlieger, parallellogram, trapezium
- ▶ kijklijn
- ▶ assenstelsel, x -as en y -as, oorsprong — coördinaten

Activiteiten

- ▶ de begrippen punt, lijn, lijnstuk, snijden, evenwijdig, loodrecht gebruiken bij het tekenen;
- ▶ afstanden tussen figuren bepalen;
- ▶ werken met de passer om cirkels te tekenen en de begrippen middelpunt, straal en diameter;
- ▶ namen en eigenschappen van vlakke figuren;
- ▶ werken met kijklijnen;
- ▶ werken met coördinaten in een x,y -assenstelsel.

Waar ben ik?



Domein

Meten en tekenen

Hoofdstuk

Figuren

Inhoud

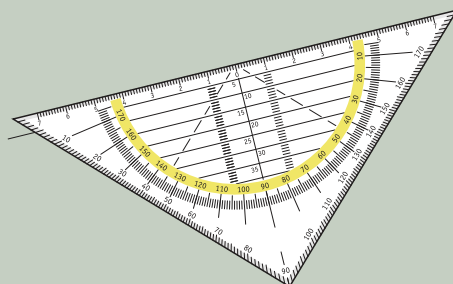
1.1	Lijn, lijnstuk, punt	6
1.2	Afstanden	9
1.3	Passer en cirkel	11
1.4	Vlakke figuren	14
1.5	Kijklijnen	18
1.6	Coördinaten	20



1.1 Lijn, lijnstuk, punt

Inleiding

In de wiskundeles gebruik je bij het tekenen van figuren je een potlood en een geodriehoek. Vaak teken je punten en lijnen en soms worden dat ingewikkelde figuren. In de wiskunde zijn er verschillen tussen lijn, halve lijn en lijnstuk en gebruik je termen als 'evenwijdig' en 'loodrecht'. Op een geodriehoek zie je dergelijke lijnen.



Je leert in dit onderwerp

- onderscheid maken tussen een lijn, een lijnstuk en een punt;
- de ligging van lijnen ten opzichte van elkaar beschrijven met de begrippen: snijdend, snijpunt, loodrecht en evenwijdig;
- het snijpunt van twee (of meer) lijnen bepalen.

Voorkennis

- werken met potlood en liniaal (en gum).

Opgave V1

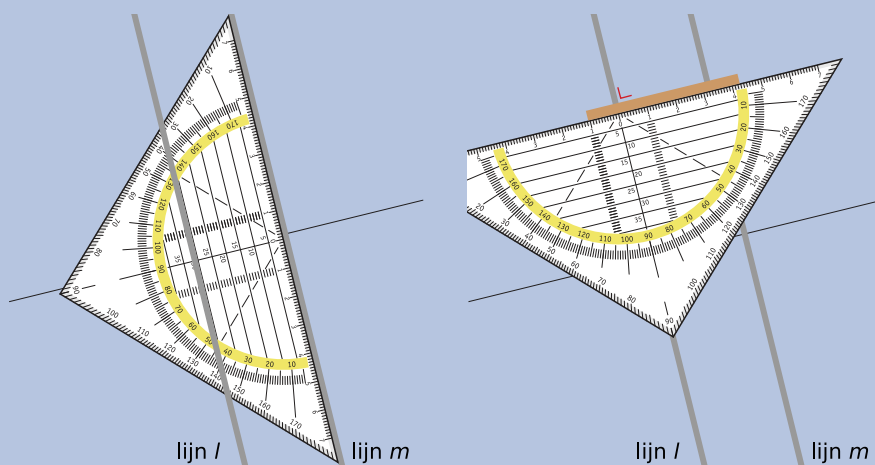
Uitleg

Bekijk de rails in **Opgave V1**.

Omdat het wel handig is als een trein gewoon door kan rijden, liggen de rails overal even wijd van elkaar. In een tekening zouden dat evenwijdige lijnen zijn.

De dwarsliggers liggen dwars onder de rails, ze liggen er loodrecht op de richting van de rails onder.

Met een potlood en een geodriehoek kun je dit mooi tekenen, hier zie je een begin. Let op het gebruik van de lijnen op je geodriehoek.



Opgave 1 Opgave 2 Opgave 3



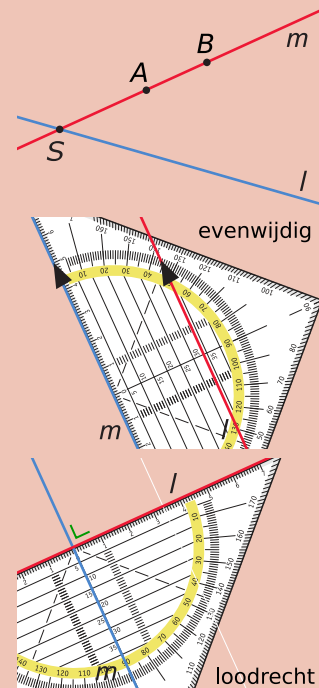
Theorie

In de wiskunde zijn afspraken gemaakt over wat een lijn, een punt en een lijnstuk zijn. Lijnen geef je aan met kleine letters en punten geef je aan met hoofdletters.

- Een **lijn** l is altijd recht en heeft geen dikte, geen beginpunt en geen eindpunt.
- Een **punt** A geeft een positie aan zonder afmeting. Een punt kan op een lijn liggen.
- Een **lijnstuk** is altijd recht en heeft een beginpunt en een eindpunt. Lijnstuk AB heeft als beginpunt A en als eindpunt B .
- De lijn m gaat door de punten A en B . Lijnstuk AB ligt op lijn m . Punt S is het **snijpunt** van de lijnen l en m .

Als de lijnen l en m geen snijpunt hebben zijn ze **evenwijdig** of **parallel**. Ze hebben dan dezelfde richting. Van lijnstukken kun je ook wel zeggen dat ze parallel zijn, dat is namelijk zo als ze op evenwijdige lijnen liggen.

Soms snijden lijnen elkaar **loodrecht**. Omdat op je geodriehoek een lijn voorkomt die loodrecht op de langste zijde staat, kun je nagaan of lijnen loodrecht op elkaar staan.



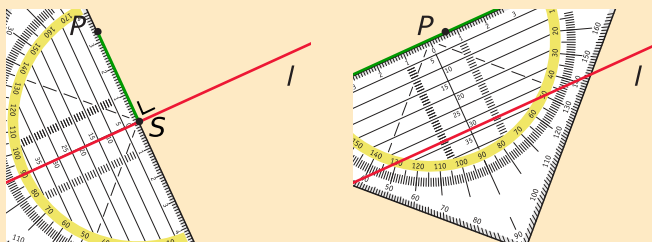
Voorbeeld 1

Teken met je geodriehoek een lijnstuk PS dat loodrecht staat op lijn l .

Teken ook een lijn door P evenwijdig l .

Antwoord

Gebruik je geodriehoek zoals je in de figuren ziet. Let op het rechte hoek teken!

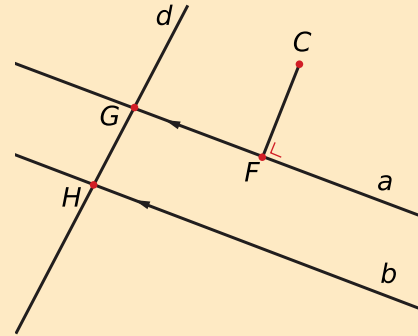


Opgave 4 Opgave 5

**Voorbeeld 2**

Bekijk de figuur.

- a , b en d zijn lijnen.
- a en b zijn evenwijdige lijnen.
- a en d zijn snijdende lijnen.
- b en d zijn snijdende lijnen.
- C , F , G en H zijn punten.
- CF en GH zijn lijnstukken.
- CF staat loodrecht op lijn a .



Je kunt de evenwijdigheid en de loodrechte stand met je geodriehoek controleren. Hier is dat niet nodig omdat de pijltjes in de lijnen de evenwijdigheid laten zien en het 'haakje' de loodrechte stand aangeeft.

Opgave 6

1.2 Afstanden

Inleiding

Het bepalen van afstanden, bijvoorbeeld op een kaart, doe je door de lengte van een lijnstuk op te meten en dan rekening te houden met de schaal van de kaart. Op dit kaartje kun je zo de hemelsbrede afstand van het NS-station naar de Waag in het centrum van Deventer bepalen. De werkelijke afstand over de weg zal iets groter zijn.



Je leert in dit onderwerp

- (wiskundige) afstanden correct meten;
- werken met het begrip schaal en met schaallijnen;
- afstanden op kaartjes meten en omrekenen naar de werkelijkheid.

Voorkennis

- onderscheid maken tussen een lijn, een lijnstuk en een punt;
- de ligging van lijnen ten opzichte van elkaar beschrijven met de begrippen: snijdend, snijpunt, loodrecht en evenwijdig;
- het snijpunt van twee (of meer) lijnen bepalen.

Opgave V1

Uitleg

In de wiskunde versta je onder een afstand altijd de lengte van de kortste verbinding. Bij twee punten op een kaart is dat hemelsbreed gemeten, dus de lengte van het lijnstuk tussen beide punten.

Op deze kaart zie je bij het NS-station een punt (S) en bij de Waag een punt (W). De afstand tussen deze twee punten is de lengte van het lijnstuk SW . Iedere andere verbinding tussen beide punten is langer.

De kortste afstand tussen de Waag en de Emmastraat is de lengte van het kortste lijnstuk dat je vanuit W naar een punt op die straat kunt trekken. Is die straat een rechte lijn l dan teken je dit lijnstuk loodrecht op lijn l . De lengte van het lijnstuk is dan de afstand van punt W tot lijn l . Het lijnstuk ligt op de loodlijn door punt W op lijn l .

Om de werkelijke afstand te berekenen moet je rekening houden met de schaal van de kaart. Die schaal wordt bepaald door het schaallijntje. Op deze kaart is elke cm ongeveer 200 m, dus $200 \times 100 = 20000$ cm. De schaal is daarom $1 : 20000$. Elke gemeten cm is in werkelijkheid 20000 keer zo groot.



Opgave 1 Opgave 2

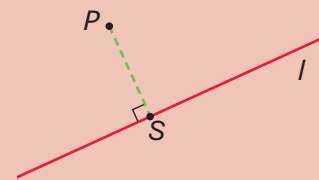
**Theorie**

In de wiskunde versta je onder **afstand** altijd de lengte van de kortste verbinding.

De afstand tussen twee punten A en B is de lengte van het lijnstuk AB . Iedere andere verbinding tussen beide punten is langer.



Je krijgt de kortste verbinding tussen punt P en lijn l als lijnstuk PS loodrecht op lijn l staat. De lengte van lijnstuk PS is dan de afstand van punt P tot lijn l . Het lijnstuk PS ligt dan op de **loodlijn** door punt P op lijn l .



Als punt S ergens anders op de lijn l ligt, wordt de lengte van lijnstuk PS ook groter.

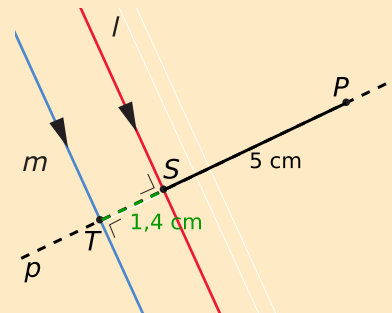
Soms is een figuur op **schaal** getekend. De werkelijke afmetingen zijn dan groter (of kleiner).

Dit wordt aan aangegeven door een **schaallijntje**. Dat is een lijnstukje waar de werkelijke lengte bij staat. Als bijvoorbeeld elke cm in werkelijkheid 100 cm is, is de schaal 1 : 100 (spreek uit: "één op honderd").

Voorbeeld 1

Lijnstuk PS staat loodrecht op lijn l en op lijn m . De lengte van lijnstuk PS is de afstand van punt P tot lijn l . Die afstand is 5 cm.

Lijn p is de loodlijn door P op de evenwijdige lijnen l en m . De afstand tussen beide lijnen is de lengte van lijnstuk ST . Deze afstand wordt dus ook loodrecht op beide lijnen gemeten, hij is 1,4 cm.



Opgave 3 **Opgave 4**

Voorbeeld 2

Je ziet hier de kortste afstand tussen Groot-Britannië en de Europese Unie. Dat is de afstand van Dover naar Calais. Bepaal die afstand met behulp van het kaartje.

Antwoord

Als je de afstand tussen Dover en Calais opmeet, is dit niet de werkelijke afstand. Op de kaart zie je linksonder een schaalijntje. Dit geeft een afstand van 15 km aan. Het lijnstukje past ongeveer 2 keer op het lijnstuk tussen Calais en Dover. Dit betekent dat de afstand tussen Groot-Brittannië en het Europese vasteland ongeveer $2 \times 15 = 30$ km is.

Als de kaart zo groot is dat het schaalijntje een lengte van 1 cm heeft, is elk cm op de kaart 15 km, dat is 15000 m en 1500000 cm. De schaal van de kaart was dan 1 : 1500000.



Opgave 5 **Opgave 6**

1.3 Passer en cirkel

Inleiding

Een echt zuiver rond voorwerp heeft de vorm van een cirkel. Met behulp van een passer kun je een cirkel tekenen als je het middelpunt en de afstand van het middelpunt tot de rand weet.

Je leert in dit onderwerp

- de diameter en de straal van een cirkel met gegeven middelpunt bepalen;
- cirkels tekenen met een passer, op basis van middelpunt en straal of diameter;
- afstanden bepalen door gebruik te maken van eigenschappen van cirkels.

Voorkennis

- de ligging van lijnen, punten, lijnstukken ten opzichte van elkaar beschrijven met de begrippen: snijdend, snijpunt, loodrecht en evenwijdig;
- het begrip afstand en afstanden van punten tot andere punten, lijnen en figuren bepalen;
- werken met het begrip schaal en met schaallijnen.

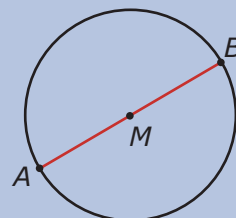
Opgave V1

Uitleg

Met een passer kun je een cirkel tekenen met middelpunt M .

Het middelpunt M ligt zelf niet op de cirkel. De afstand van het middelpunt naar een willekeurig punt op de cirkel heet de straal van de cirkel. De afstand tussen beide passerpunten is de lengte van de straal.

De punten A en B liggen op de cirkel. De lengte van MA (of MB) is de straal. Lijnstuk AB deelt de cirkel in twee gelijke delen. De lengte van lijnstuk AB heet de diameter en is dus twee keer de straal. Lijnstuk AB is een middellijn van de cirkel.



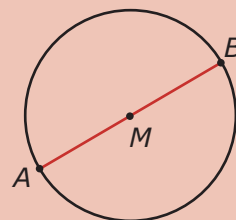
Opgave 1 Opgave 2

Theorie

Je ziet een **cirkel** met **middelpunt** M .

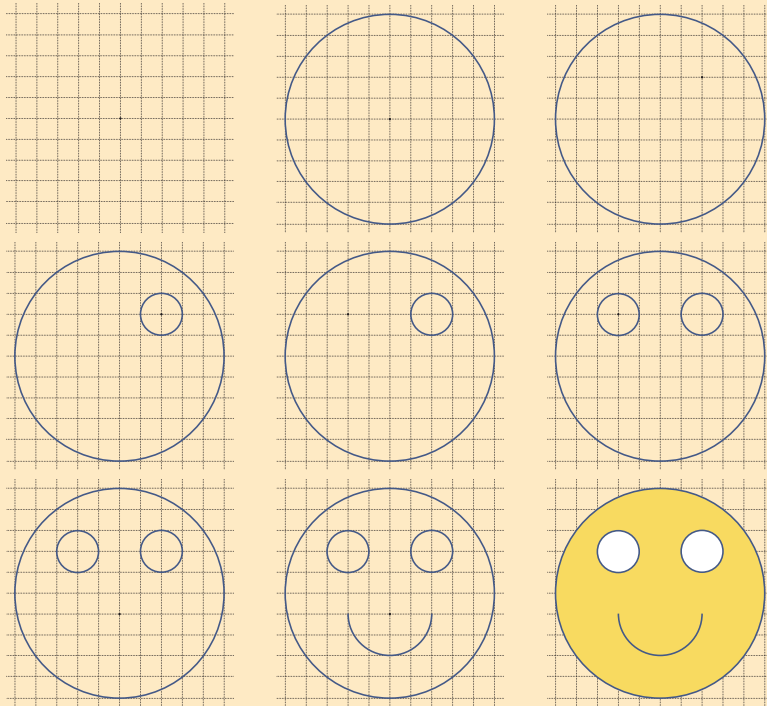
Het middelpunt M ligt zelf niet op de cirkel. De punten A en B liggen wel op de cirkel. Een **straal** is de afstand van het middelpunt naar een willekeurig punt op de cirkel, bijvoorbeeld A of B . De lengte van MA (of MB) is de straal. Lijnstuk AB deelt de cirkel in twee gelijke delen. De lengte van lijnstuk AB heet de **diameter**. De diameter is twee keer de straal. Lijnstuk AB is een **middellijn** van de cirkel.

Een cirkel teken je met een **passer**. De afstand tussen beide passerpunten is de lengte van de straal.



**Voorbeeld 1**

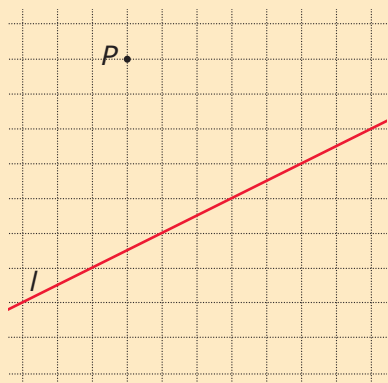
Je ziet hoe je met behulp van cirkels een smiley kunt tekenen.

**Opgave 3** **Opgave 4**

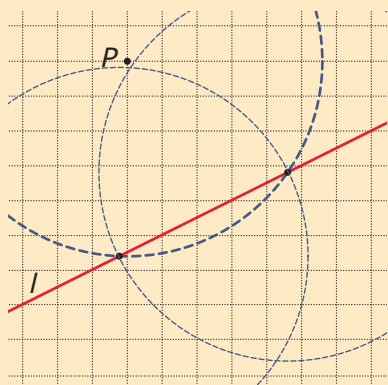


Voorbeeld 2

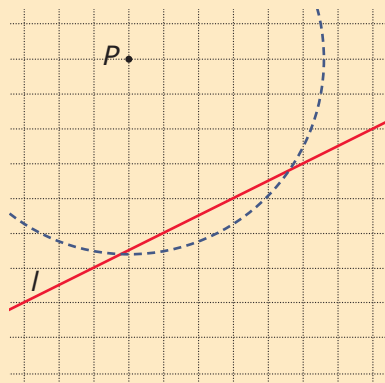
Je ziet hoe je met een passer en een liniaal (dus zonder de rechte hoek van je geodriehoek te gebruiken) een loodlijn door een gegeven punt op een gegeven lijn kunt tekenen. Een loodlijn snijdt een lijn loodrecht.



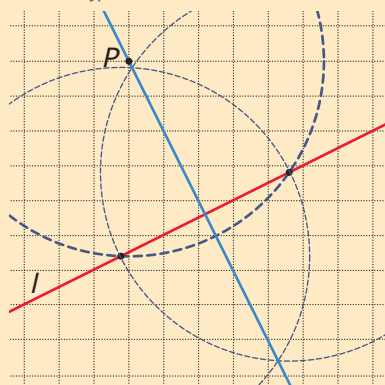
Gegeven is lijn l . Teken een cirkel met middelpunt P . De straal moet groter zijn dan de afstand van punt P tot lijn l . Zorg ervoor dat je twee snijpunten met lijn l krijgt.



Vervolgens kun je de snijpunten van de twee cirkels aangeven. Trek een lijn door de snijpunten en punt P . Nu heb je de loodlijn getekend met je liniaal en passer. Vergeet niet tussen loodlijn en lijn l een loodrecht-tekeningetje te zetten.



Vanuit de snijpunten teken je nu twee even grote cirkels. De grootte van de straal van die cirkels mag je zelf bepalen. Het is handig om als straal precies de afstand tussen de twee snijpunten te nemen.



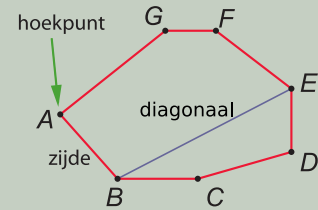
Vervolgens kun je de snijpunten van de twee cirkels aangeven. Trek een lijn door de snijpunten en punt P . Nu heb je de loodlijn getekend met je liniaal en passer. Vergeet niet tussen loodlijn en lijn l een loodrecht-tekeningetje te zetten.

Opgave 5 **Opgave 6**

1.4 Vlakke figuren

Inleiding

Er bestaan veel verschillende vormen, zowel vlak als ruimtelijk. Nu ga je wat namen leren van vlakke figuren, misschien ken je de meeste al. Vierkant en rechthoek zijn heel bekend, misschien vlieger en ruit ook wel. Maar weet je ook wat een parallellogram is...?



Je leert in dit onderwerp

- een aantal soorten vlakke figuren herkennen en de naam benoemen;
- kennismaken met een aantal kenmerken van vlakke figuren;
- op papier een driehoek construeren.

Voorkennis

- de ligging van lijnen, punten, lijnstukken ten opzichte van elkaar beschrijven met de begrippen: snijdend, snijpunt, loodrecht en evenwijdig;
- een cirkel tekenen met gegeven straal of diameter en middelpunt;
- De begrippen vierkant en rechthoek.

Opgave V1

Uitleg

Je ziet een schilderij met allerlei verschillende figuren. Het is handig om er namen voor te hebben.

- Een figuur met drie rechte 'zijanten' en drie 'punten' noem je een driehoek.

Er zijn dan drie zijden en drie hoekpunten. In het schilderij vind je er één (midden bovenaan).

- Een figuur met vier zijden en vier hoekpunten noem je een vierhoek.

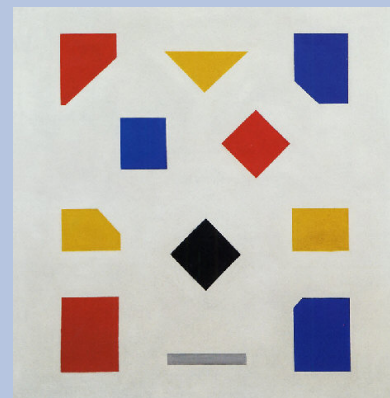
Daarvan zijn er zes. Die hebben niet allemaal dezelfde vorm en dus een verschillende naam:

- Er zijn vier rechthoeken, vierhoeken waarvan alle zijden loodrecht op elkaar staan.
- Er zijn twee vierkanten, vierhoeken waarvan alle zijden loodrecht op elkaar staan én alle zijden even lang zijn.

- Er zijn vier vijfhoeken.

Er zijn driehoeken met verschillende namen. Als er twee even lange zijden zijn heet de driehoek gelijkbenig, als alle drie zijden even lang zijn dan heet de driehoek gelijkzijdig.

En zo heb je ook vierhoeken die verschillende namen hebben. Bekijk de opgaven...

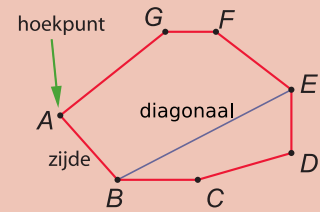


Opgave 1 Opgave 2



Theorie

In de wiskunde heb je te maken met **vlakke figuren**. De meeste vlakke figuren zijn veelhoeken. Een **veelhoek** bestaat uit **hoekpunten** die verbonden zijn door lijnstukken. Deze lijnstukken noem je **zijden**. Je ziet een zevenhoek. Onder een **diagonaal** versta je een lijnstuk dat twee hoekpunten verbindt die niet op dezelfde zijde liggen. Bijvoorbeeld lijnstuk BE .



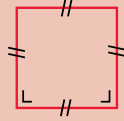
Je ziet een aantal vlakke figuren. Je ziet een **driehoek** en een **cirkel**. De overige vlakke figuren zijn bijzondere vierhoeken: een **vierkant**, een **rechthoek**, een **ruit**, een **parallellogram**, een **trapezium** en een **vlieger**.

Hier zie je de bekendste vlakke figuren. Dezelfde pijltjes in de zijden betekent dat die evenwijdig zijn; evenveel streepjes of v-tjes betekent dat de zijden even lang zijn.

driehoek



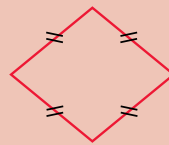
vierkant



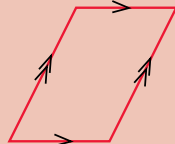
rechthoek



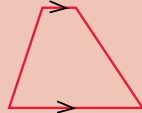
ruit



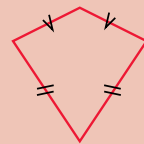
cirkel



parallellogram



trapezium



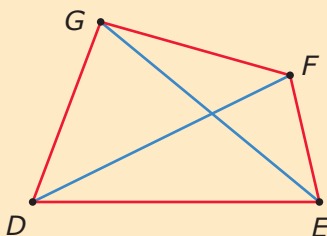
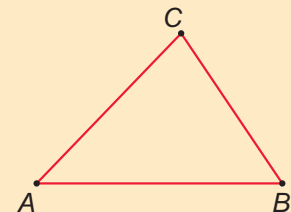
vlieger

Voorbeeld 1

Een driehoek is een veelhoek met drie hoekpunten en drie zijden.

Bekijk driehoek ABC ; notatie $\triangle ABC$.

Een vierhoek is een veelhoek met vier hoekpunten en vier zijden. Je ziet ook een vierhoek $DEFG$. De lijnstukken DF en EG zijn de diagonalen van vierhoek $DEFG$. Elke vierhoek heeft twee diagonalen.

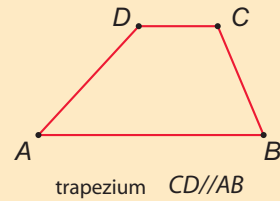
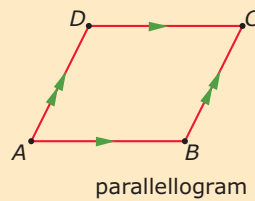
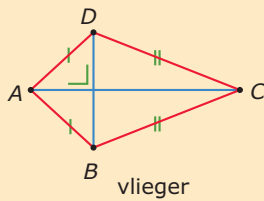
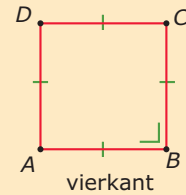
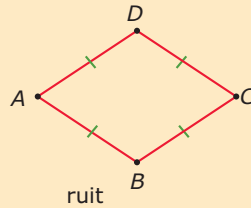
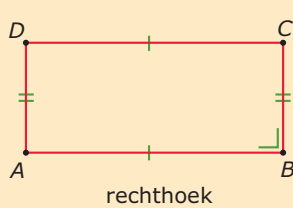


Een cirkel heeft geen zijden en geen hoekpunten. Een cirkel heeft een middelpunt en een straal.

[Opgave 3](#) [Opgave 4](#) [Opgave 5](#)

**Voorbeeld 2**

Bijzondere vierhoeken zijn de rechthoek, de ruit, het vierkant, de vlieger, het parallellogram en het trapezium. Deze vierhoeken zijn bijzonder, omdat ze bepaalde eigenschappen hebben. Zijden met een gelijke lengte worden aangegeven met gelijke streepjes. Evenwijdige zijden worden aangegeven met gelijke pijltjes.



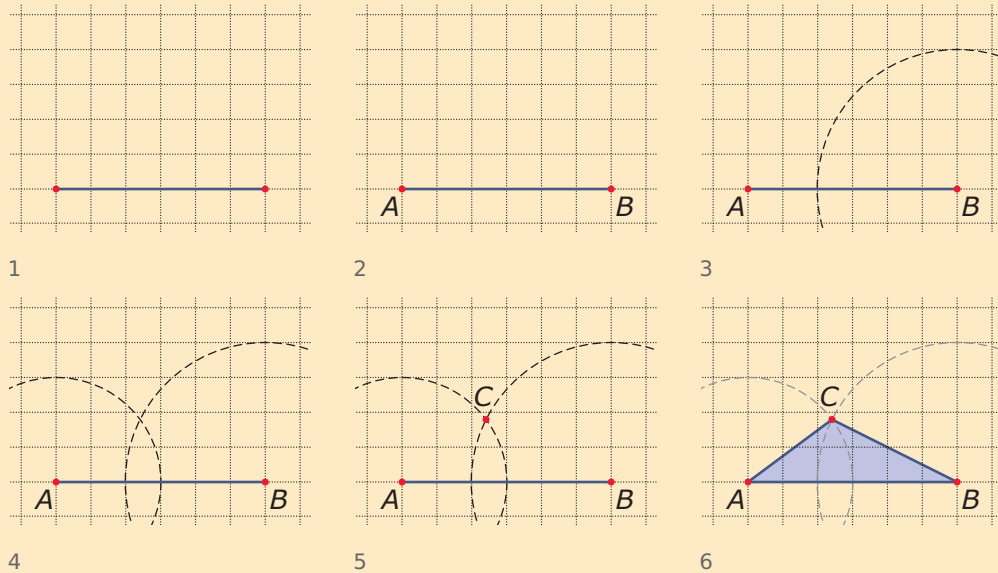
- In een rechthoek staan de zijden loodrecht op elkaar.
- Van een ruit zijn alle zijden even lang.
- Van een vierkant zijn alle zijden even lang en staan de zijden loodrecht op elkaar.
- In een vlieger staan beide diagonalen loodrecht op elkaar en deelt de éne diagonaal de andere doormidden.
- In een parallellogram zijn overstaande zijden evenwijdig (en ook even lang).
- Een trapezium heeft één paar evenwijdige zijden.

Opgave 6 **Opgave 7** **Opgave 8**



Voorbeeld 3

In bruggen zie je vaak driehoeken in de constructie, omdat je een driehoek niet kunt scheef trekken of duwen. Een vierhoek kun je wel scheef trekken of duwen. De gemakkelijkste veelhoek om te tekenen met een passer en een liniaal is een driehoek. Je ziet hoe je in vijf stappen een driehoek kunt tekenen, $\triangle ABC$ heeft als zijden $AB = 6$ cm, $BC = 4$ cm en $AC = 3$ cm.



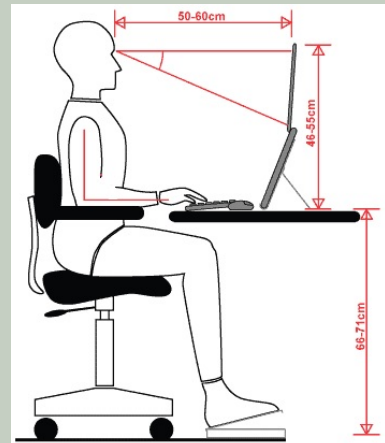
Opgave 9

1.5 Kijklijnen

Inleiding

Vaak wil je weten wat je kunt zien, ook als je binnen bent en naar buiten kijkt, of ergens achter staat.

Soms is het ook nodig om te weten waar je het beste kunt kijken, bijvoorbeeld om het beeldscherm van je computer goed te zien. Daar bestaan richtlijnen voor.



Je leert in dit onderwerp

- kijklijnen tekenen;
- met behulp van kijklijnen bepalen of je dingen kunt zien;
- met behulp van kijklijnen je positie bepalen.

Voorkennis

- de ligging van lijnen, punten, lijnstukken ten opzichte van elkaar beschrijven met de begrippen: snijdend, snijpunt, loodrecht en evenwijdig;
- een cirkel tekenen met gegeven straal of diameter en middelpunt en een driehoek met gegeven zijden tekenen;
- een aantal soorten vlakke figuren herkennen en de naam en enkele eigenschappen benoemen.

Opgave V1

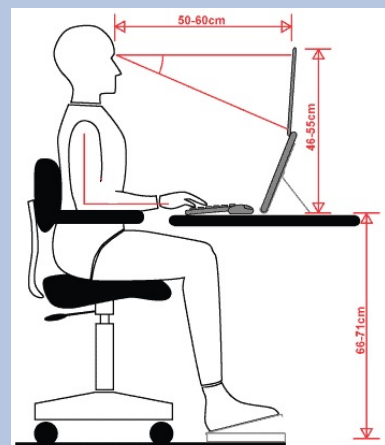
Uitleg

Je ziet hier iemand die met een computer werkt. Om de ideale beeldschermwerkplek weer te geven zijn lijnen getekend. Eigenlijk zijn het lijnstukken, maar in principe kun je ze vanuit het oog aan één kant doortrekken. Dit noem je 'halve lijnen'. Die hebben wel een beginpunt, maar geen eindpunt.

Hier spreek je van kijklijnen.

Ze vormen de buitengrens van het gebied dat je kunt of mag zien.

De twee rode kijklijnen geven het gebied weer waarbinnen je het beeldscherm van de laptop ziet.



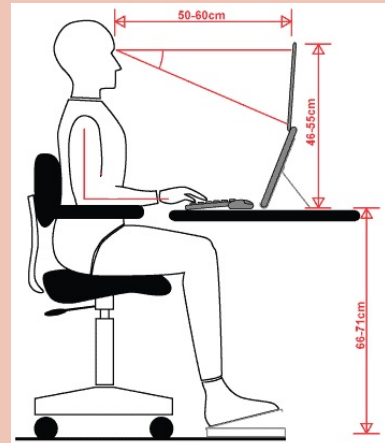
Opgave 1



Theorie

Een **kijklijn** of een **zichtlijn** is een lijn waarlangs je kunt kijken. Omdat een kijklijn wel een beginpunt, maar geen eindpunt heeft, noem je een kijklijn een **halve lijn**. Twee kijklijnen samen vormen de buitengrens van het gebied dat je kunt of wilt of mag zien.

Om de ideale beeldschermwerkplek weer te geven zijn kijklijnen nodig.



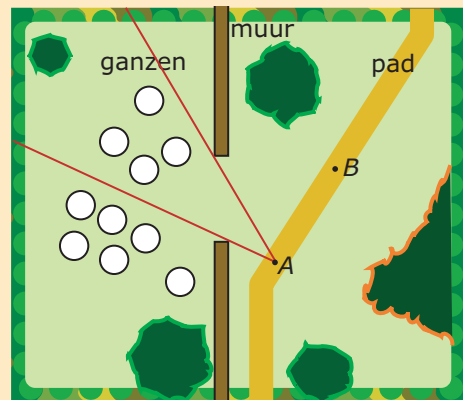
Voorbeeld 1

Met kijklijnen kun je het gebied aangeven dat je kunt zien vanuit de plaats waar je staat. Je ziet een plattegrond van een tuin. *A* en *B* kijken naar ganzen.

Hoeveel ganzen kan *A* zien?

Antwoord

- Je tekent vanuit de plaats waar *A* staat de juiste kijklijnen.
- Je telt het aantal ganzen tussen beide kijklijnen of je kleurt het gebied ertussen.
- Hij of zij kan vier ganzen zien.

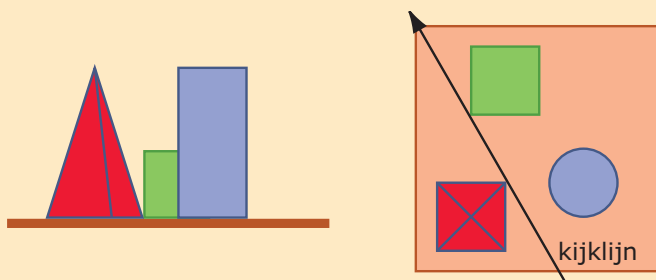


Opgave 2 Opgave 3

Voorbeeld 2

In de linker figuur zie je een piramide, een kubus en een cilinder op een tafel. Met kijklijnen op een plattegrond kun je bepalen waarvandaan je hebt gekeken.

In dit geval zie je dat een hoekpunt van de piramide en een hoekpunt van de kubus recht achter elkaar liggen. Door die twee punten kun je op de plattegrond een kijklijn trekken.



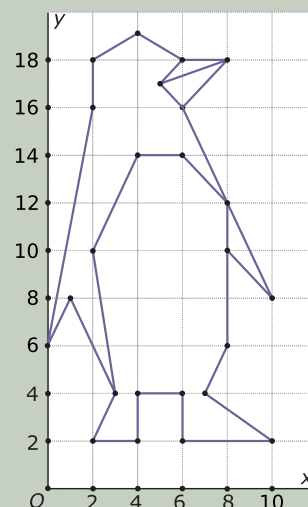
Kun je twee van die kijklijnen trekken, dan kun je precies bepalen vanaf welk punt er is gekeken.

Opgave 4 Opgave 5

1.6 Coördinaten

Inleiding

Om in een plat vlak of in de ruimte nauwkeurig plaats te bepalen zijn roosters ingevoerd. En dan worden die van getallen voorzien, coördinaten heten ze. Je leert nu werken met coördinaten.



Je leert in dit onderwerp

- punten tekenen in een assenstelsel met x-as, y-as en oorsprong;
- een punt in een assenstelsel aangeven met coördinaten;
- wat een roosterpunt is.

Voorkennis

- de ligging van lijnen, punten, lijnstukken ten opzichte van elkaar beschrijven met de begrippen: snijdend, snijpunt, loodrecht en evenwijdig;
- een cirkel tekenen met gegeven straal of diameter en middelpunt en een driehoek met gegeven zijden tekenen;
- een aantal soorten vlakke figuren herkennen en de naam en enkele eigenschappen benoemen.

Opgave V1

Uitleg

Om de plaats van een punt in een vlak vast te leggen, gebruik je een rooster. Maar alleen een rooster is niet genoeg, je moet ook getallen gebruiken en een startpunt kiezen. Omdat er twee basisrichtingen zijn, gebruik je per punt twee getallen. Die getallen heten coördinaten. Het punt ten opzichte waarvan je de positie bepaalt heet de 'oorsprong'.

De plaats van de oorsprong O mag je in principe zelf kiezen. Maar het is handig om er afspraken over te maken zodat ook anderen iets aan je coördinaten hebben. Voorlopig kies je de oorsprong links onderaan je rooster. (Later gaat dat veranderen!)

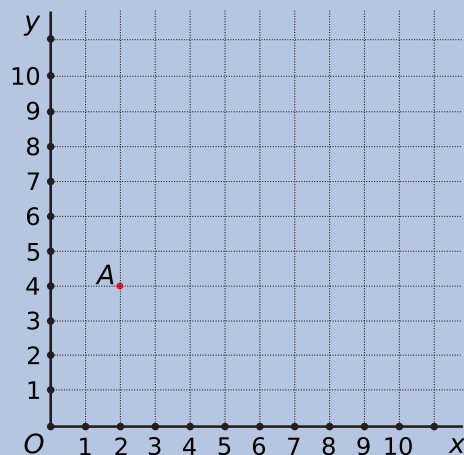
Van daaruit maak je om het tellen te vergemakkelijken twee halve lijnen: de (horizontale) x-as en de (verticale) y-as.

Elk punt krijgt dan een x-coördinaat en een y-coördinaat.

In de figuur kun je de coördinaten van het punt A aflezen: twee getallen tussen haakjes met de x-coördinaat voorop. Dus hier $A(2,4)$.



De punten die precies liggen op een plek waar twee roosterlijnen elkaar snijden, heten roosterpunten. De oorsprong, de x -as en de y -as heten samen het assenstelsel.



Applet

[Opgave 1](#) [Opgave 2](#)

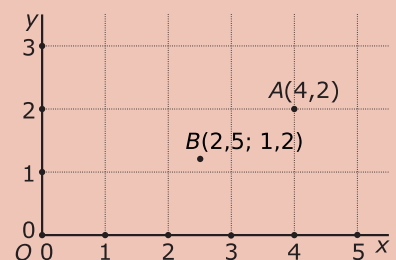
Theorie

Om de plaats van een punt in een vlak vast te leggen, gebruik je een assenstelsel. Zo'n **assenstelsel** heeft twee assen: een **x -as** en een **y -as**. De x -as is de horizontale as en de y -as de verticale as. Het snijpunt van de assen noem je de **oorsprong** O . De plaats van een punt kun je nu aangeven met twee getallen. Je noemt die getallen **coördinaten**: de x -coördinaat en de y -coördinaat.

Je ziet hier dat $O(0,0)$.

Je ziet hier de punten $A(4,2)$ en $B(2,5; 1,2)$.

Punt A is een **roosterpunt**, punt B niet.



Voorbeeld 1

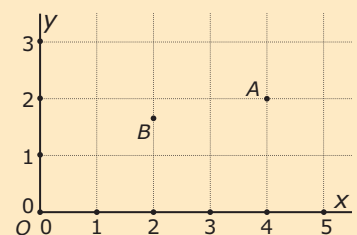
De punten A en O zijn beide roosterpunten in het assenstelsel.

Punt $A(4,2)$ is een roosterpunt.

Punt $O(0,0)$ is ook een roosterpunt.

Punt B ligt niet op het snijpunt van twee roosterlijnen. Punt B is dus geen roosterpunt.

Je schrijft $B(2; 1,7)$. Tussen de coördinaten staat een puntkomma (;) in plaats van een komma (,).

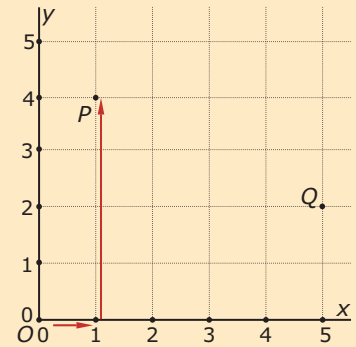


[Opgave 3](#) [Opgave 4](#)

**Voorbeeld 2**

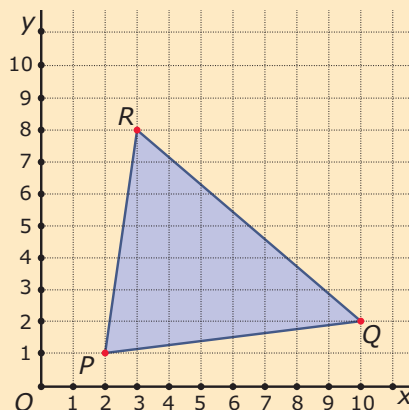
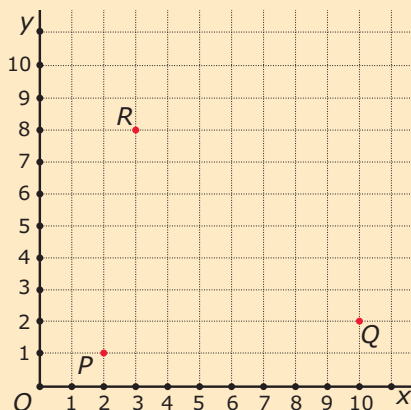
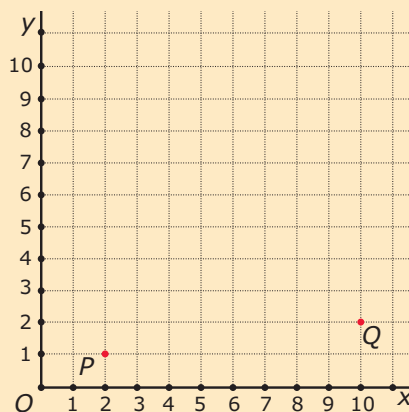
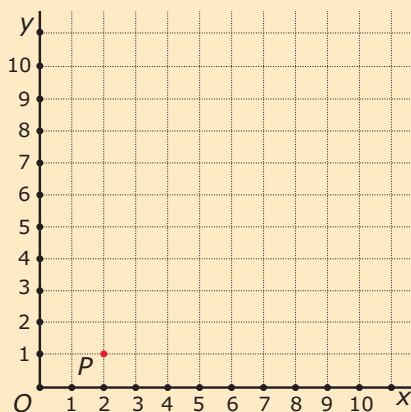
Hoe teken je de punten $P(1,4)$ en $Q(5,2)$ in een assenstelsel?

- Teken de x -as en de y -as. Zorg ervoor dat de assen lang genoeg zijn.
- Zet getallen 0, 1, 2, 3, enzovoort langs de assen.
- Teken de opgegeven punten in het assenstelsel. De oorsprong met coördinaten $(0,0)$ is aangegeven met de letter O . De x -coördinaat staat bij de x -as, dus vanuit de oorsprong naar rechts. De y -coördinaat staat bij de y -as, dus vanuit de oorsprong omhoog.
- Zet hoofdletters bij de punten.

**Opgave 5** **Opgave 6****Voorbeeld 3**

Hoe teken je een veelhoek in een assenstelsel?

- Teken de x -as en de y -as. Zorg ervoor dat de assen lang genoeg zijn.
- Zet getallen 0, 1, 2, 3, enzovoort langs de assen.
- Teken de hoekpunten van de veelhoek in het assenstelsel.
- Verbind de punten in de aangegeven volgorde.



Bekijk hoe met de punten $P(2,1)$, $Q(10,2)$ en $R(3,8)$ driehoek PQR wordt getekend.

Opgave 7 **Opgave 8**



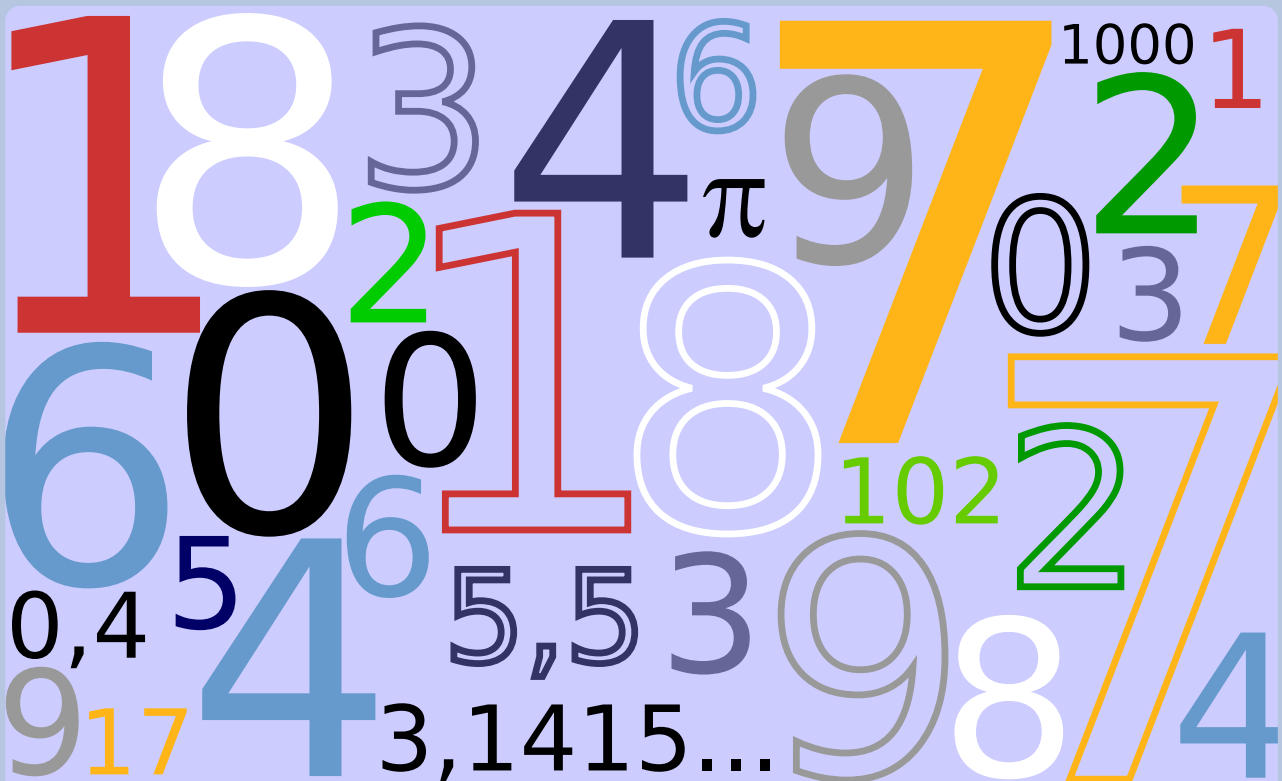
Begrippen

- ▶ decimaal stelsel — decimale komma — getallenlijn — groter/kleiner-tekens
- ▶ som en optelling — verschil en aftrekking
- ▶ product en vermenigvuldiging — quotiënt en deling
- ▶ afronden
- ▶ schatten — orde van grootte
- ▶ rekenvolgorde

Activiteiten

- ▶ het tientallig (decimale) stelsel gebruiken — getallen op een getallenlijn plaatsen — groter/kleiner-tekens gebruiken
- ▶ optellen en aftrekken in het decimale stelsel zowel met als zonder rekenmachine — de begrippen 'som' en 'verschil' gebruiken
- ▶ vermenigvuldigen en delen in de decimale stelsel zowel met als zonder rekenmachine — de begrippen 'product' en 'quotiënt' gebruiken
- ▶ afrondingsregels gebruiken — verstandig afronden in de praktijk — gemiddelde berekenen
- ▶ schatten — orde van grootte bepalen
- ▶ de juiste volgorde van de rekenbewerkingen gebruiken

Cijfers en getallen



Domein

Rekenen

Hoofdstuk

Rekenen

Inhoud

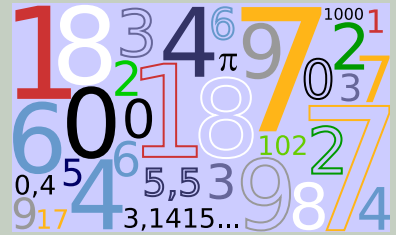
2.1	Decimale getallen	26
2.2	Optellen en aftrekken	29
2.3	Vermenigvuldigen en delen	32
2.4	Afronden	36
2.5	Schatten	39
2.6	Rekenvolgorde	41

2

2.1 Decimale getallen

Inleiding

Weet je nog het verschil tussen cijfers en getallen?
En waar gebruik je ze ook alweer voor? Maakt het bij cijfers
wat uit in welke volgorde ze staan? En bij getallen?



Je leert in dit onderwerp

- wat decimale getallen zijn en hoe ons decimale getallensysteem in elkaar zit;
- hoe je getallen op een getallenlijn kunt plaatsen en hoe je aangeeft dat het éne getal groter|kleiner is dan het andere.

Voorkennis

- getallen gebruiken om te tellen en te rekenen.

Opgave V1

Uitleg

Het getal 16302,54 bestaat uit:

1 tienduizendtal is 1×10000

6 duizendtallen is 6×1000

3 honderdtallen is 3×100

0 tientallen is 0×10

2 eenheden is 2×1

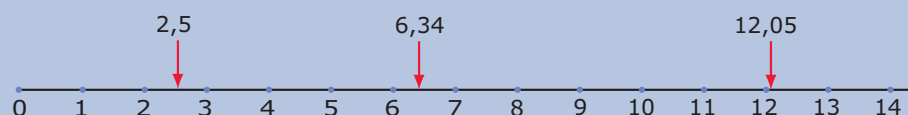
decimale komma

5 tienden is $5 \times 0,1$

4 honderdsten is $4 \times 0,01$

Omdat er 10 cijfers (0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 en 9) worden gebruikt, spreek je van het tientallig stelsel of decimale stelsel. De plaats van het cijfer in het getal bepaalt de waarde ervan. De 0 is nodig om een lege plaats aan te geven. De getallen achter de komma noem je decimalen.

Decimale getallen kun je weergeven op een getallenlijn.





Bij sommige getallen komen er geen cijfers achter de decimale komma (punt). Dan spreek je van gehele getallen. Gehele getallen zijn 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, enzovoorts.

Hoe verder een getal naar rechts ligt op de getallenlijn hoe groter het is:

- 3 is groter dan 2; je schrijft $3 > 2$
- 307,15 is groter dan 62,853; je schrijft $307,15 > 62,853$
- 11,3 is kleiner dan 11,31; je schrijft $11,3 < 11,31$

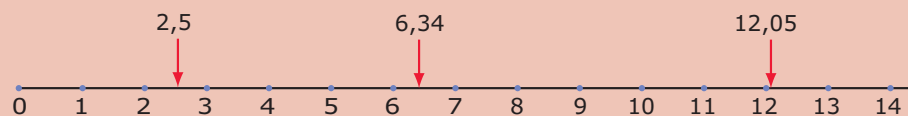
Het getal 3,15 ligt tussen 3,1 en 3,2 in. Dat betekent dat 3,15 groter is dan 3,1 maar kleiner is dan 3,2. Je kunt dit schrijven als $3,1 < 3,15 < 3,2$.

[Opgave 1](#) [Opgave 2](#) [Opgave 3](#) [Opgave 4](#)

Theorie

Omdat er 10 cijfers (0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 en 9) worden gebruikt, spreek je van het **tien-tallig stelsel** of **decimale stelsel**. De plaats van het cijfer in het getal bepaalt de waarde ervan. De 0 is nodig om een lege plaats aan te geven. De getallen achter de komma noem je **decimalen**. De decimale komma staat achter de eenheden en geeft het begin van de tienden, honderdsten, enz., aan. Op rekenmachines en in computerprogramma's wordt vaak in plaats van onze **decimale komma** een punt gebruikt, de Amerikaanse **decimale punt**.

Decimale getallen kun je weergeven op een **getallenlijn**.



Hoe verder een getal naar rechts ligt op de getallenlijn hoe groter het is.

Om dit aan te geven gebruik je de tekens $>$ voor 'groter dan' en $<$ voor 'kleiner dan'.

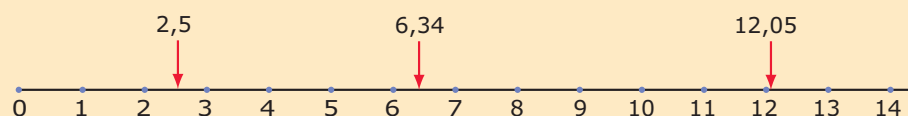
Gehele getallen zijn getallen zonder cijfers achter de komma.

Voorbeeld 1

Ga met behulp van de getallenlijn na:

- 3,13 is kleiner dan 3,31; je schrijft $3,13 < 3,31$
- 0,77 is groter dan 0,76; je schrijft $0,77 > 0,76$
- 4,13 ligt in tussen 4,1 en 4,2; je schrijft $4,1 < 4,13 < 4,2$

Applet



[Opgave 5](#) [Opgave 6](#)

**Voorbeeld 2**

Op rekenmachines en in computerprogramma's wordt vaak in plaats van onze decimale komma een punt gebruikt, de Amerikaanse decimale punt.

Het getal 16302,54 wordt dan 16302.54.

Soms schrijf je in plaats van 16302,54 liever 16.302,54.

Vooraf bij grotere getallen zoals 120.000.000 (120 miljoen) is dat handig.

Amerikanen schrijven dan: 16,302.54 en 120,000,000.

Ze gebruiken de decimale punt en de decimale komma net andersom dan wij dat doen!

Lekker verwarrend, hè?

[Opgave 7](#)[Opgave 8](#)

2.2 Optellen en aftrekken

Inleiding

Met getallen kun je allerlei bewerkingen uitvoeren, zowel met de hand als met de rekenmachine.

En vaak ook gewoon uit het hoofd.

Bijvoorbeeld kun je getallen optellen en van elkaar aftrekken.

Optellen +
som

Aftrekken -
verschil

Je leert in dit onderwerp

- decimale getallen optellen en aftrekken met de hand en met de rekenmachine;
- de begrippen som en verschil gebruiken.

Voorkennis

- wat decimale getallen zijn en hoe ons decimale getallensysteem in elkaar zit;
- hoe je getallen op een getallenlijn kunt plaatsen en hoe je aangeeft dat het éne getal groter|kleiner is dan het andere.

Opgave V1

Uitleg

Je wilt weten hoeveel twee getallen samen zijn. Je moet de getallen optellen. Je krijgt dan de som van deze getallen.

Je wilt weten hoeveel twee getallen verschillen. Je moet de getallen van elkaar aftrekken. Je krijgt het verschil van beide getallen.

Bijvoorbeeld:

$$2,15 + 3,98 = 6,13$$

$$10 - 8,95 = 1,05$$

Handmatig optellen gaat zo.

$\begin{array}{r} 1084 \\ 945 + \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 1084 \\ 945 + \\ \hline 9 \end{array}$ Eenheden: $4 + 5 = 9$	$\begin{array}{r} 1 \\ 1084 \\ 945 + \\ \hline 29 \end{array}$ Tientallen: $8 + 4 = 12$ 2 tientallen, 1 honderdtal
$\begin{array}{r} 11 \\ 1084 \\ 945 + \\ \hline 029 \end{array}$ Honderdtallen: $1 + 0 + 9 = 10$ 0 honderdtallen, 1 duizendtal	$\begin{array}{r} 11 \\ 1084 \\ 945 + \\ \hline 2029 \end{array}$ Duizendtallen: $1 + 1 = 2$	$\begin{array}{r} 11 \\ 1084 \\ 945 + \\ \hline 2029 \end{array}$ De optelling is klaar!

Hier zie je een voorbeeld van handmatig aftrekken.



$\begin{array}{r} 1084 \\ 945 - \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 7 \\ 10\cancel{8}4 \\ 945 - \\ \hline 9 \end{array}$ Eenheden: 4 – 5 gaat niet, extra tiental gebruiken: 14 – 5 = 9	$\begin{array}{r} 7 \\ 10\cancel{8}4 \\ 945 - \\ \hline 39 \end{array}$ Tientallen: 7 – 4 = 3
$\begin{array}{r} 0\ 7 \\ \cancel{1}0\cancel{8}4 \\ 945 - \\ \hline 139 \end{array}$ Honderdtallen: 0 – 9 gaat niet, duizendtal lenen 10 – 9 = 1	$\begin{array}{r} 0\ 7 \\ \cancel{1}0\cancel{8}4 \\ 945 - \\ \hline 139 \end{array}$ Duizendtallen: 0 over	$\begin{array}{r} 0\ 7 \\ \cancel{1}0\cancel{8}4 \\ 945 - \\ \hline 139 \end{array}$ De aftrekking is klaar

Optellen en aftrekken gaat gemakkelijk met je rekenmachine. Let op: je moet wel een punt gebruiken in plaats van de decimale komma!

2.15 + 3.98
6.13

[Opgave 1](#) [Opgave 2](#) [Opgave 3](#)

Theorie

Je kunt op decimale getallen allerlei **bewerkingen** uitvoeren. Twee daarvan zijn

- **Optellen:**

Als je decimale getallen optelt, krijg je de **som** van deze getallen.

Je gebruikt er het teken + ("plus") voor: $198 + 32 = 230$.

- **Aftrekken:**

Als je twee decimale getallen van elkaar aftrekt, krijg je het **verschil** van deze getallen.

Je gebruikt er het teken – ("min") voor: $198 - 32 = 166$.

Bij het aftrekken van twee getallen is de volgorde van belang: bij $198 - 32$ trek je 32 af van 198.

Voorbeeld 1

Op deze kassabon staan zowel optellingen als een aftrekking.

Het getal 18,69 is het totaalbedrag, het bedrag wat je moet betalen.

Het is de som van alle prijzen.

Je hebt € 20,00 betaald.

Het getal € 1,30 is het bedrag dat je terugkrijgt.

Het is het verschil van 20,00 en 18,69.

	EUR
ELSTAR	1,26
SPERZIEBONEN	2,29
PREI KORT	0,99
KOM.KAAS	2,01
0,170 kg a 11,80/kg	
SPRUITEN	0,69
IJSBERGSLA	1,99
CHAMPIGNONS	1,49
BLOEMKOOL	2,29
GRAPEFRUIT	2,69
PERSINAAS	2,99
SUBTOTAAL	18,69
TOTAAL	18,69
CONTANT	20,00
TERUG	1,30
BTW OVER	
21%	0,00
6%	17,69
0%	1,00
TOTAAL	17,69
17:28	03-02-2019

[Opgave 4](#) [Opgave 5](#)



Voorbeeld 2

Bij het met de hand optellen en aftrekken van getallen met decimalen (cijfers achter de komma) moet je rekening houden met de plek van de decimale komma.

Bijvoorbeeld $420,1 - 39,57$ gaat zo:

$\begin{array}{r} 420,1 \\ - 39,57 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 420,10 \\ - 39,57 \\ \hline \end{array}$ Eerst een 0 toevoegen: 420,1 heeft 0 honderdsten	$\begin{array}{r} 0 \\ 420,\cancel{1}0 \\ - 39,57 \\ \hline 3 \end{array}$ Honderdsten: $0 - 7$ gaat niet, dus 1 tiende (= 10 honderdsten) lenen en $10 - 7 = 3$
$\begin{array}{r} 19\ 0 \\ \cancel{4}20,\cancel{1}0 \\ - 39,57 \\ \hline 53 \end{array}$ Tienden: $0 - 5$ gaat niet, dus 1 eenheid (= 10 tienden) lenen en $10 - 5 = 5$	$\begin{array}{r} 19\ 0 \\ \cancel{4}20,\cancel{1}0 \\ - 39,57 \\ \hline 53 \end{array}$ Eenheden: $9 - 9 = 0$ (Denk om de komma!)	$\begin{array}{r} 319\ 0 \\ \cancel{4}20,\cancel{1}0 \\ - 39,57 \\ \hline 80,53 \end{array}$ Tientallen: $1 - 3$ gaat niet, dus 1 honderdtal lenen en $11 - 3 = 8$
$\begin{array}{r} 319\ 0 \\ \cancel{4}20,\cancel{1}0 \\ - 39,57 \\ \hline 80,53 \end{array}$ Honderdtallen: $3 - 0 = 3$	$\begin{array}{r} 319\ 0 \\ \cancel{4}20,\cancel{1}0 \\ - 39,57 \\ \hline 380,53 \end{array}$ Honderdtallen: $3 - 0 = 3$	$\begin{array}{r} 319\ 0 \\ \cancel{4}20,\cancel{1}0 \\ - 39,57 \\ \hline 380,53 \end{array}$ De aftrekking is klaar.

Opgave 6

2.3 Vermenigvuldigen en delen

Inleiding

Met getallen kun je allerlei bewerkingen uitvoeren, zowel met de hand als met de rekenmachine.

En vaak ook gewoon uit het hoofd.

Bijvoorbeeld kun je getallen vermenigvuldigen en delen.

Vermenig- $\times$
vuldigen
product
Delen $\div$
quotiënt $/$

Je leert in dit onderwerp

- decimale getallen vermenigvuldigen en delen met de hand en met de rekenmachine;
- de begrippen product en quotiënt gebruiken;
- de begrippen deelbaarheid, priemgetal en priemfactoren gebruiken.

Voorkennis

- wat decimale getallen zijn en hoe ons decimale getallensysteem in elkaar zit;
- hoe je getallen op een getallenlijn kunt plaatsen en hoe je aangeeft dat het éne getal groter|kleiner is dan het andere;
- getallen (handmatig) optellen en aftrekken en de begrippen som en verschil gebruiken.

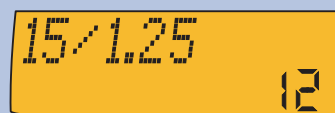
Opgave V1 Opgave V2

Uitleg 1

Wat kosten tien schriften van € 1,25 samen? Je moet vermenigvuldigen om het antwoord te vinden: $10 \times 1,25 = 12,50$. Je krijgt dan het product van deze getallen. Tien schriften kosten € 12,50.

Hoeveel schriften van € 1,25 kun je voor € 15,00 kopen?

Je moet delen om het antwoord te vinden: $15/1,25 = 12$. 12 is het quotiënt van 15 en 1,25. Je ziet dat voor delen het teken $/$ gebruikt wordt en niet langer de dubbele punt (mocht je dit gewend zijn). Voor € 15,00 kun je 12 schriften kopen.



Dergelijke vermenigvuldigingen en delingen kun je met je rekenmachine doen:

1 5 $\div$ 1 $\cdot$ 2 5



Maar je kunt ze ook met de hand uitvoeren.

$\begin{array}{r} 1,25 \\ 37 \times \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 1,25 \\ 37 \times \\ \hline 0,35 \end{array}$ Eerst de eenheden van 37 maal de honderdsten van 1,25: $7 \times 0,05 = 0,35$ De honderdsten zet je vast neer.	$\begin{array}{r} 1,25 \\ 37 \times \\ \hline 1,75 \end{array}$ Dan de eenheden van 37 maal de tienden van 1,25: $7 \times 0,2 = 1,4$ De tienden doe je er vast bij.	$\begin{array}{r} 1,25 \\ 37 \times \\ \hline 8,75 \end{array}$ Dan de eenheden van 37 maal de eenheden van 1,25: $7 \times 1 = 7$ Er komen nog 7 eenheden bij
$\begin{array}{r} 1,25 \\ 37 \times \\ \hline 8,75 \\ 1,50 \end{array}$ Nu de tientallen van 37 maal de honderdsten van 1,25: $30 \times 0,05 = 1,50$	$\begin{array}{r} 1,25 \\ 37 \times \\ \hline 8,75 \\ 7,50 \end{array}$ Nu de tientallen van 37 maal de tienden van 1,25: $30 \times 0,2 = 6,0$	$\begin{array}{r} 1,25 \\ 37 \times \\ \hline 8,75 \\ 37,50 \end{array}$ En nog de tientallen van 37 maal de eenheden van 1,25: $30 \times 1 = 30$	$\begin{array}{r} 1,25 \\ 37 \times \\ \hline 8,75 \\ 37,50 + \\ \hline 46,25 \end{array}$ Tenslotte alles bij elkaar optellen en klaar...

$15,00/1,25 =$	$1500/125 =$	$1500/125 = 10$ $\begin{array}{r} 1500 \\ 1250 \\ \hline \end{array}$ Je kijkt eerst grofweg hoe vaak je 125 van de 1500 kunt aftrekken: $10 \times 125 = 1250$ kan er af	$1500/125 = 10$ $\begin{array}{r} 1500 \\ 1250 - \\ \hline 250 \end{array}$ Je trekt die 1250 van de 1500 af
$1500/125 = 10$ $\begin{array}{r} 1500 \\ 1250 - \\ \hline 250 \end{array}$ Nu kun je nog $2 \times 125 = 250$ van de rest aftrekken	$1500/125 = 12$ $\begin{array}{r} 1500 \\ 1250 - \\ \hline 250 \\ 250 - \\ \hline 0 \end{array}$ Je trekt die $2 \times 125 = 250$ van de rest af	$1500/125 = 12$ $\begin{array}{r} 1500 \\ 1250 - \\ \hline 250 \\ 250 - \\ \hline 0 \end{array}$ Omdat nu een rest van 0 over blijft is de deling klaar: $1500/125 = 12$	

Uitleg 2

Deelbaarheid is een eigenschap van gehele getallen. Je zegt bijvoorbeeld

- 12 is deelbaar door 3, want $12/3 = 4$.
- 17 is niet deelbaar door 3, want $17/3$ komt niet op een geheel getal uit.

Er zijn getallen die alleen deelbaar zijn door 1 en door zichzelf. Die getallen noem je de 'priemgetallen'. Meestal tel je daarbij 1 zelf niet mee.

De eerste priemgetallen zijn: 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, ...

Al in de Oudheid ontdekte men dat elk geheel getal kan worden geschreven als een product van priemgetallen.

Zo is $24 = 2 \times 2 \times 2 \times 3$ en $242 = 2 \times 11 \times 11$.

Dit heet het ontbinden van een getal in priemfactoren. (Als je getallen vermenigvuldigt noem je deze getallen de factoren van de vermenigvuldiging.)

	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

Opgave 1 Opgave 2 Opgave 3 Opgave 4 Opgave 5

**Theorie**

Je kunt op decimale getallen allerlei **bewerkingen** uitvoeren. Twee daarvan zijn

- **Vermenigvuldigen:**

Als je decimale getallen vermenigvuldigt, krijg je het **product** van deze getallen. Je gebruikt er het teken $\times$ ('keer') voor: $19,8 \times 0,32 = 6,336$.

- **Delen:**

Als je twee decimale getallen op elkaar deelt, krijg je het **quotiënt** van deze getallen. Je gebruikt er het teken $/$ ('gedeeld door') voor: $19,8/0,32 = 61,875$.

Bij delen is de volgorde erg van belang, daarom heet hier het getal dat je deelt (hier dus 19,8) het **deeltal** en het getal waar je door deelt (hier 0,32) de **deler**.

Gehele getallen die **deelbaar** zijn door 2 heten **even getallen**.

Gehele getallen groter dan 1 die alleen deelbaar zijn door 1 en door zichzelf heten **priemgetallen**.

Elk geheel getal kun je schrijven als product van priemgetallen. Je zegt dat het getal dan in **priemfactoren** is ontbonden.

Voorbeeld 1

Een pot witkalk kost € 19,95. Je kunt er 12 m² muur mee witten.

Als je 40 m² muur moet witten, dan heb je $40/12 = 3,33333...$ potten verf nodig. Je koopt er dus 4.

Om uit te rekenen wat die vier potten witkalk kosten, doe je $4 \times 19,95 = 79,8$. Je bent dus € 79,80 kwijt aan verf.

[Opgave 6](#) [Opgave 7](#) [Opgave 8](#)

Voorbeeld 2

Je ziet hoe je decimale getallen met de hand vermenigvuldigt en deelt. Soms blijft er bij deling een **rest** ongelijk aan 0 over. Dat betekent dat je een getal overhoudt dat kleiner is dan het getal waar je door deelt, maar niet 0 is.

$\begin{array}{r} 832 \\ 64 \times \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 832 \\ 64 \times \\ \hline 8 \end{array}$ Eerst de eenheden van 64 maal die van 832: $4 \times 2 = 8$	$\begin{array}{r} 832 \\ 64 \times \\ \hline 128 \end{array}$ Dan de eenheden van 64 maal de tientallen van 832: $4 \times 3 = 12$, De 2 is een tiental, de 1 komt straks bij de honderdtallen	$\begin{array}{r} 832 \\ 64 \times \\ \hline 3328 \end{array}$ Dan de eenheden van 64 maal de 100-tallen van 832: $4 \times 8 = 32$, De 2 komt bij het vorige 100-tal, de 3 is een 1000-tal
$\begin{array}{r} 832 \\ 64 \times \\ 3328 \\ \hline 120 \end{array}$ Nu de tientallen van 64 maal de eenheden van 832: $60 \times 2 = 120$ De 20 is 0 eenheden, 2 tientallen, de 1 is een 100-tal	$\begin{array}{r} 832 \\ 64 \times \\ 3328 \\ \hline 1920 \end{array}$ Nu de tientallen van 64 maal de tientallen van 832: $60 \times 30 = 1800$ Dus 8 honderdtallen en 1 duizendtal erbij	$\begin{array}{r} 832 \\ 64 \times \\ 3328 \\ \hline 1920 \end{array}$ Nu de tientallen van 64 maal de 100-tallen van 832: $800 \times 60 = 48000$ Dus 8 duizendtallen en 4 honderdtallen erbij	$\begin{array}{r} 832 \\ 64 \times \\ 3328 \\ \hline 49920 + \\ \hline 53248 \end{array}$ Nog even alles optellen en klaar!



$832/64 =$ 	$832/64 =$ Eerst kijk je grofweg hoe vaak je 64 van 832 kunt aftrekken: $10 \times 64 = 640$ kan er meteen af	$832/64 = 10$ $\begin{array}{r} 640 \\ - \\ \hline 192 \end{array}$ Je trekt 10×64 van de 832 af	$832/64 = 10$ $\begin{array}{r} 640 \\ - \\ \hline 192 \end{array}$ Nu kun je er nog 3×64 van af halen: $3 \times 64 = 192$
$832/64 = 10+3$ $\begin{array}{r} 640 \\ - \\ 192 \\ - \\ \hline 192 \end{array}$ Je haalt $3 \times 64 = 192$ van de overgebleven rest af: $192 - 192 = 0$	$832/64 = 10+3$ $\begin{array}{r} 640 \\ - \\ 192 \\ - \\ 192 \\ - \\ \hline 0 \end{array}$ Omdat $192 - 192 = 0$ komt de deling uit, de rest is 0	$832/64 = 10+3 = 13$ $\begin{array}{r} 640 \\ - \\ 192 \\ - \\ 192 \\ - \\ \hline 0 \end{array}$ Dus $832/64 = 13$	

Opgave 9

Voorbeeld 3

Sommige delingen komen uit als je tot achter de komma doorgaat.

Staartdeling

$$834,00000/64=13,03125$$

$$\begin{array}{r} 640 \\ - \\ \hline 194 \\ - \\ \hline 192 \\ - \\ \hline 2,0 \\ 0,0 \\ - \\ \hline 2,00 \\ 1,92 \\ - \\ \hline 0,080 \\ 0,064 \\ - \\ \hline 0,0160 \\ 0,0128 \\ - \\ \hline 0,00320 \\ 0,00320 \\ - \\ \hline 0 \end{array}$$

Klaar...

Opgave 10

2.4 Afronden

Inleiding

Soms krijg je (bijvoorbeeld na een berekening) getallen met meer decimalen dan gewenst is. In Nederland is het bijvoorbeeld gebruikelijk om het resultaat van een toets weer te geven als een getal vanaf 1,0 tot en met 10,0 en ook in één decimaal nauwkeurig. Cijfers op een rapport zijn daarentegen vaak gehele getallen vanaf 1 t/m 10.

$$5,49 \approx 5,5$$
$$5,49 \approx 5$$

Je leert in dit onderwerp

- decimale getallen correct afronden;
- afronden in praktijksituaties;
- het gemiddelde van een aantal gegeven decimale getallen berekenen.

Voorkennis

- wat decimale getallen zijn en hoe ons decimale getallensysteem in elkaar zit;
- hoe je getallen op een getallenlijn kunt plaatsen en hoe je aangeeft dat het éne getal groter|kleiner is dan het andere;
- rekenen met decimale getallen en de begrippen som, verschil, product en quotiënt gebruiken.

Opgave V1

Uitleg

Een getal dat uit veel cijfers bestaat, wordt daardoor onoverzichtelijk. Je kunt dat getal soms afronden.

Als je een getal wilt afronden op twee decimalen nauwkeurig, dus op twee cijfers achter de komma, dan kijk je naar de derde decimaal:

Is de derde decimaal een 0, 1, 2, 3, of 4, dan rond je af naar beneden.

Dus:

- $17,7834 \approx 17,78$
- $0,67285 \approx 0,67$

Is de derde decimaal een 5, 6, 7, 8, of 9, dan rond je af naar boven.

Dus:

- $12,7864 \approx 12,79$
- $0,67914 \approx 0,68$

Het teken $=$ betekent: 'is gelijk aan'.

Het teken $\approx$ betekent: 'is ongeveer gelijk aan'.

Opgave 1 **Opgave 2** **Opgave 3** **Opgave 4**



Theorie

Bij het **afronden** van een getal maak je het aantal belangrijke cijfers kleiner, waardoor het getal overzichtelijker wordt.

Als je een getal wilt afronden op een bepaald cijfer, dan kijk je naar het eerstvolgende cijfer:

- als dit eerstvolgende cijfer 0, 1, 2, 3, of 4 is, blijft het cijfer waarop je wilt afronden gelijk en worden alle cijfers erna weggelaten;
- als dit eerstvolgende cijfer 5, 6, 7, 8, of 9 is, wordt het cijfer waarop je wilt afronden 1 hoger en worden alle cijfers erna weggelaten.

Je gebruikt het **ongeveer-teken** $\approx$ om aan te geven dat je hebt afgerond.

In praktijksituaties houd je bij het afronden met de omstandigheden rekening.

Het **gemiddelde** van een aantal getallen bereken je door ze op te tellen en te delen door dat aantal. Vaak wordt daarbij afgerond op bijvoorbeeld één decimaal, of op gehelen. Daarbij gebruik je de regels voor correct afronden.

Voorbeeld 1

Je hebt voor een bepaald vak de volgende cijfers gehaald:

- proefwerken (tellen 3 keer mee): 7,5 en 6,9 en 8,1
- overhoringen (tellen 1 keer mee): 8,0 en 5,4
- werkstukje (telt 2 keer mee): 7,5

Reken je rapportcijfer uit als het op één decimaal wordt afgerond.

Welk rapportcijfer krijg je als het op gehelen wordt afgerond?

Antwoord

Je rekent nu je rapportcijfer zo uit:

$$3 \times 7,5 + 3 \times 6,9 + 3 \times 8,1 + 8,0 + 5,4 + 2 \times 7,5 = 95,9.$$

Dit deel je door $3 + 3 + 3 + 1 + 1 + 2 = 13$.

Je vindt een gemiddelde van ongeveer 7,37692....

Je rapportcijfer is een 7,4 als het op één decimaal wordt afgerond.

Je rapportcijfer is een 7 als het op gehelen wordt afgerond.

Opgave 5 **Opgave 6**

**Voorbeeld 2**

Er bestaan meerdere manieren van afronden.

Je rondt in de praktijk niet altijd af naar het getal, dat het dichtst in de buurt van je uitkomst ligt:

- Marieke is 15 jaar en 11 maanden oud. Ze mag nog niet op een brommer rijden, want ze is nog geen 16. Haar leeftijd wordt naar beneden afgerond.
- Voor het bakken van 7 grote pizzabodems heb je 1100 gram bloem nodig. Bloem wordt verkocht in pakken van 1000 gram. Als je 7 pizzabodems wilt bakken, koop je niet 1, maar 2 pakken bloem. Het aantal pakken bloem wordt naar boven afgerond.
- In een glas wijn zit 150 mL. In het restaurant zit de wijn in flessen van 700 mL. Uit één fles haal je maar 4 glazen wijn en geen 5. Het aantal glazen wordt naar beneden afgerond.
- Je gemiddelde rapportcijfer is 6,475. Het rapportcijfer is echter een geheel getal. Nu moet je normaal afronden op gehelen. Je krijgt een 6.

Je moet dus bij afronden altijd aan de praktijk denken en vooral je gezonde verstand gebruiken.

[Opgave 7](#) [Opgave 8](#) [Opgave 9](#)

2.5 Schatten

Inleiding

Als je werkt met een rekenmachine is het nogal van belang om je antwoord te kunnen schatten. Daarmee wordt bedoeld dat je (door eenvoudige berekeningen) een indruk hebt hoe groot je antwoord ongeveer zou moeten zijn. Je kunt dan zien, of je niet een intikfout hebt gemaakt.

Maar je kunt ook bijvoorbeeld schatten hoeveel bezoekers er bij een voorstelling zijn, of hoe hoog een bepaalde toren is, enzovoorts.

Je leert in dit onderwerp

- schatten hoe groot de uitkomst van een berekening ruwweg zou moeten zijn;
- afmetingen en/of aantallen schatten;
- de orde van grootte van een uitkomst bepalen.

Voorkennis

- rekenen met decimale getallen en de begrippen som, verschil, product en quotiënt gebruiken;
- getallen afronden.

Opgave V1 Opgave V2

Uitleg

Je wilt de totale oppervlakte van de muren van je kamer berekenen. Je meet de totale muurlengte en de hoogte van de muur. De berekening van de oppervlakte wordt $15,12 \times 2,65$.

Nu is het verstandig om van tevoren de uitkomst te schatten: het wordt grofweg $15 \times 3 = 45 \text{ m}^2$. Als je rekenmachine als antwoord 4006,8 geeft, weet je dus dat je iets fout hebt ingetikt.

Het kan zelfs nog makkelijker: in dit geval ligt de uitkomst in ieder geval tussen de 10 en de 100. Dat heet de orde van grootte. Omdat je rekenmachine een veel groter getal geeft is er vast iets fout gegaan met de decimale komma.

Opgave 1 Opgave 2 Opgave 3

Theorie

Schatten is grof afronden.

Bij berekeningen is het verstandig om van tevoren de uitkomst te schatten. Je vervangt dan de getallen door getallen die in de buurt liggen en waar je gemakkelijker mee kunt rekenen.

Bij metingen is schatten net zo verstandig. Je weet dan van tevoren waar je meting in de buurt moet zitten.

Soms kun je niet meer zeggen dan dat een getal tussen de 100 en de 1000 of tussen de 1000 en de 10.000 ligt. Je weet dan alleen de **orde van grootte**.

**Voorbeeld 1**

$$48,9 \times 605 \approx 50 \times 600 = 30.000$$

$$151,75 + 509,63 \approx 150 + 510 = 660$$

Je gebruikt op het moment van schatten (grof afronden) het ongeveer-teken.

[Opgave 4](#) [Opgave 5](#)**Voorbeeld 2**

Vaak is het handig om eerst een schatting van een deel te maken en dan het totaal te schatten.

- Een Italiaans restaurant weten hoeveel pizza's ze per maand verkopen. Ze tellen drie dagen hoeveel pizza's ze verkopen en vermenigvuldigen dat aantal met 10.
- Je wilt weten hoeveel spaghetti er nodig is voor 14 personen. Het middelste gat in de spaghetti-telepel geeft een schatting van de hoeveelheid spaghetti voor één persoon. Die hoeveelheid vermenigvuldig je dan met 14.

Soms maak je een schatting door te vergelijken met een afmeting die je kent.

- Je weet hoe lang je zelf bent. Dus zal een deur ongeveer 2 m hoog zijn.
- Een deur is ongeveer 2 m. Dus de verdiepingen van een flat zullen tussen 2,5 m en 3 m inzien. Een flat van 10 verdiepingen zal dus zo'n kleine 30 m hoog zijn.

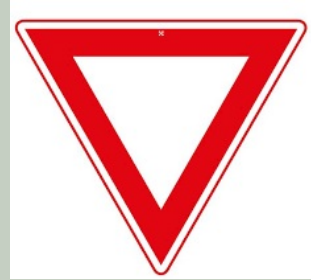
[Opgave 6](#) [Opgave 7](#) [Opgave 8](#)

2.6 Rekenvolgorde

Inleiding

Bij het rekenen moet je een bepaalde volgorde in acht nemen: bij $3 + 8 \times 4$ moet eerst 8×4 worden uitgerekend en daarna pas de optelling uitgevoerd. Ga maar na dat je rekenmachine deze voorrangsregel kent.

En zo zijn er meer afspraken over de rekenvolgorde.



Je leert in dit onderwerp

- werken met de juiste rekenvolgorde.

Voorkennis

- rekenen met decimale getallen en de begrippen som, verschil, product en quotiënt gebruiken;
- getallen afronden en uitkomsten schatten.

Opgave V1

Uitleg

Bij rekenen gelden deze **voorrangsregels**:

1. Eerst uitrekenen wat tussen haakjes staat.
2. Dan vermenigvuldigen en delen van links naar rechts.
3. Tenslotte optellen en aftrekken van links naar rechts.

Dus:

- $(6 + 3) \times 2 = 9 \times 2 = 18$
- $3 \times 8 / 4 = 24 / 4 = 6$
- $6 + 4 - 3 = 10 - 3 = 7$

Verder mag je bij optellen en vermenigvuldigen de volgorde verwisselen:

- $5 + 2 = 2 + 5$
- $5 \times 2 = 2 \times 5$

Bij aftrekken en delen kan dit niet:

- $5 - 2 \neq 2 - 5$
- $5 / 2 \neq 2 / 5$

[Opgave 1](#) [Opgave 2](#) [Opgave 3](#) [Opgave 4](#)

**Theorie**

Bij rekenen gelden deze **voorrangsregels**:

1. Eerst uitrekenen wat tussen haakjes staat.
2. Dan vermenigvuldigen en delen van links naar rechts.
3. Tenslotte optellen en aftrekken van links naar rechts.

Voorbeeld 1

- $35 - 6 + 3 = 29 + 3 = 32$
- $35 - (6 + 3) = 35 - 9 = 26$
- $30/6 \times 5 = 5 \times 5 = 25$
- $30/(6 \times 5) = 30/30 = 1$
- $10 - 2 \times 3 = 10 - 6 = 4$
- $(10 - 2) \times 3 = 8 \times 3 = 24$

[Opgave 5](#) [Opgave 6](#) [Opgave 7](#)

Voorbeeld 2

Aan een tafel in de pizzeria zitten vier mensen. Ze bestellen alle vier een pizza van € 9,00 en een glas cola van € 1,45. Zonder van tevoren te schatten tikt de ober op de kassa $4 \times 9 + 1,45$ in. Hij vindt als bedrag € 37,45.

Aan het eind van de avond, als de bestellingen en de kassa-inkomsten met elkaar vergeleken worden, ontbreekt er een bedrag. Wat is er misgegaan? De bediening is teleurgesteld, want het tekort wordt op de ontvangen fooien in mindering gebracht. De ober ontdekt meteen zijn fout.

Hij had moeten doen: $4 \times 9 + 4 \times 1,45$, of $4 \times (9 + 1,45)$.

[Opgave 8](#) [Opgave 9](#)



Begrippen

- ▶ kubus, balk (of blok), piramide, prisma, bol, cilinder, kegel
- ▶ hoekpunt, ribbe, grensvlak
- ▶ uitslag — bouwplaat
- ▶ voor-, zij-, bovenaanzicht — drieaanzicht
- ▶ parallelprojectie
- ▶ diagonaalvlak — lichaamsdiagonaal — zijvlaksdiaagonaal

Activiteiten

- ▶ enkele ruimtelijke figuren herkennen;
- ▶ hoekpunten, grensvlakken en ribben van ruimtelijke figuren herkennen en benoemen;
- ▶ uitslagen van ruimtelijke figuren herkennen en maken;
- ▶ aanzichten tekenen en vanuit gegeven aanzichten een figuur herkennen;
- ▶ ruimtelijke figuren tekenen (op rooster);
- ▶ diagonalen en diagonaalvlakken in ruimtelijke figuren herkennen en op ware grootte tekenen.

Van alle kanten bekijken



Domein

Meten en tekenen

Hoofdstuk

Ruimtelijke figuren

Inhoud

3.1	Ruimtelijke figuren	46
3.2	Grensvlakken, ribben en hoekpunten	49
3.3	Uitslagen	52
3.4	Aanzichten	55
3.5	Ruimtelijk tekenen	58
3.6	Diagonaalvlakken	61

3

3.1 Ruimtelijke figuren

Inleiding

Ruimtelijke vormen zijn er in overvloed. Je herkent in de foto vast wel de kubus, de balk (het blok), de bol, de kegel, de piramide, de cilinder. Maar weet je ook wat een prisma is? En waar herken je die vormen aan?



Je leert in dit onderwerp

- ruimtelijke figuren herkennen en benoemen;
- ervaringen opdoen met de grensvlakken van ruimtelijke figuren.

Voorkennis

- enkele namen van ruimtelijke vormen, zoals de kubus, de balk, de piramide, de cilinder, de kegel en de bol.

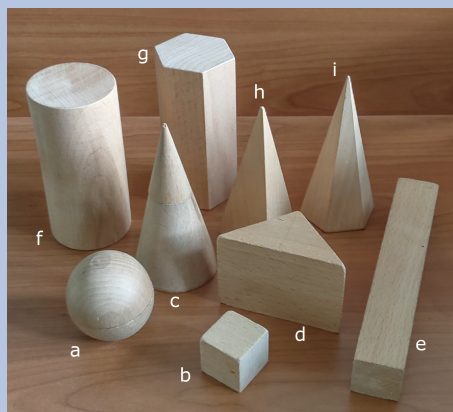
Opgave V1 Opgave V2

Uitleg

Je ziet hier enkele blokken die ruimtelijke vormen hebben. Er zijn nogal veel verschillende vormen mogelijk zoals je ziet. Je spreekt van ruimtelijke figuren. Bekende namen zijn:

- a. a is een bol
- b. b is een kubus
- c. c is een kegel
- d. d is een driezijdig prisma
- e. e is een blok, of balk
- f. f is een cilinder
- g. g is een zeszijdig prisma
- h. h is een vierzijdige piramide
- i. i is een zeszijdige piramide

Van de laatste twee figuren kun je wel herkennen dat het piramides zijn, maar niet hoeveel zijkanten ze hebben.



Opgave 1 Opgave 2 Opgave 3



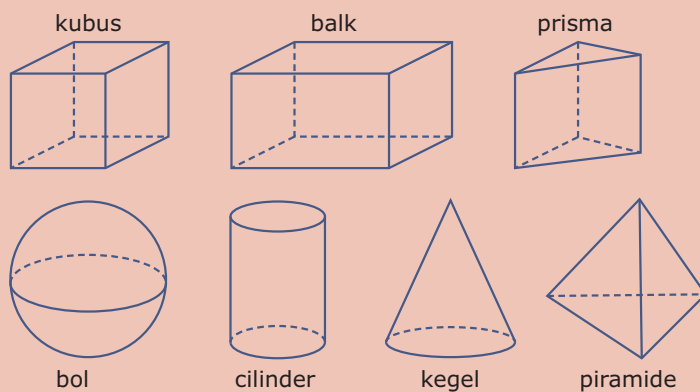
Theorie

De belangrijkste **ruimtelijke figuren** zijn:

- de **kubus**;
- de **balk**;
- het **prisma**;
- de **bol**;
- de **cilinder**;
- de **kegel**;
- de **piramide**.

Ruimtelijke figuren worden ook wel aangeduid als een **lichaam**.

Als de figuur massief is, kun je sommige lijnen niet zien; vaak worden die gestippeld.



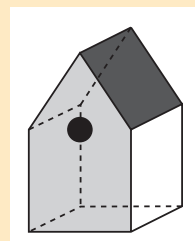
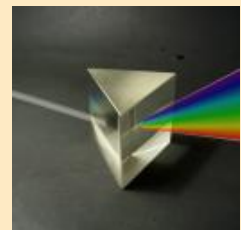
Voorbeeld 1

Een prisma kan de meest uiteenlopende vormen hebben. Er zijn altijd twee precies gelijke, hoekige vlakken die evenwijdig zijn. Deze twee vlakken zijn met elkaar verbonden door andere vlakken. Als deze vlakken rechthoekig zijn, is het een recht prisma.

(Twee vlakken zijn evenwijdig als ze in de ruimte dezelfde richting hebben. En dus overal even ver van elkaar af liggen.)

In dit driehoekige glazen prisma zijn de twee gelijke, evenwijdige vlakken de onderkant en de bovenkant.

Dit vogelhuisje is ook een voorbeeld van een prisma. De voorkant en de achterkant zijn de twee gelijke, evenwijdige vlakken. Alle andere vlakken zijn in werkelijkheid rechthoeken.



Opgave 4 Opgave 5

**Voorbeeld 2**

Een piramide is een bekende figuur. Denk aan de piramides van de oude Egyptische farao's. Er is altijd precies één veelhoekig grondvlak. Alle andere vlakken zijn driehoeken die in één punt (de top van de piramide) uitkomen.

Op de foto zie je de piramides van Gizeh. Het grondvlak is een vierkant. Alle andere vlakken zijn driehoeken.

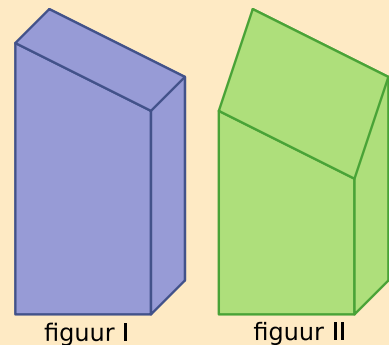
Ook als het grondvlak een andere veelhoek is, spreek je van een piramide zolang alle andere vlakken maar driehoeken zijn die in de top samenkomen.

Opgave 6 **Opgave 7****Voorbeeld 3**

Twee ruimtelijke figuren kunnen soms veel op elkaar lijken, terwijl de ene wel een bekende wiskundige ruimtelijke figuur is en de ander niet. Kijk maar eens naar de figuren.

Figuur I is prisma.

Figuur II lijkt er sterk op, maar is het toch niet.



figuur I

figuur II

Opgave 8 **Opgave 9**

3.2 Grensvlakken, ribben en hoekpunten

Inleiding

Ruimtelijke vormen zijn er in overvloed. Je kunt nu deze figuren wel een naam geven. Maar je wilt ook hun hoekpunten, ribben, grensvlakken kunnen benoemen en zien hoeveel er van zijn. Dat heb je nodig om de eigenschappen van deze figuren te kunnen benoemen.



Je leert in dit onderwerp

- hoekpunten, grensvlakken en ribben van ruimtelijke figuren herkennen en benoemen;
- het aantal hoekpunten, grensvlakken en ribben van ruimtelijke figuren berekenen.

Voorkennis

- de belangrijkste namen van ruimtelijke figuren, zoals kubus, balk, piramide, prisma, cilinder, kegel en bol en deze figuren herkennen.

Opgave V1 Opgave V2

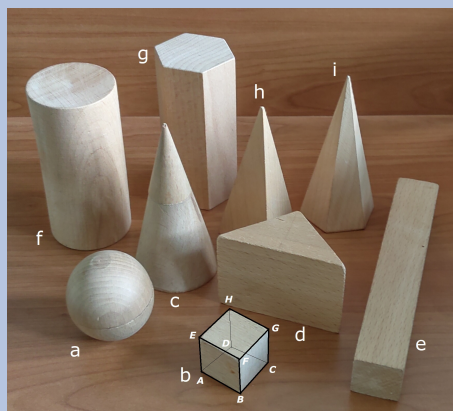
Uitleg

Je ziet hier houten uitvoeringen van ruimtelijke figuren. Om over hun eigenschappen te kunnen praten moet je enkele afspraken maken.

Neem bijvoorbeeld de kubus.

Die heeft zes zijkanten, die grensvlakken worden genoemd.

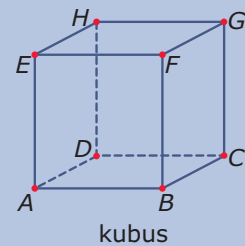
Verder heeft hij acht hoekpunten. Door die hoekpunten van letters te voorzien, kun je bijvoorbeeld spreken over grensvlak $ABCD$. Je plaatst die letters meestal zoals je in de figuur ziet: begin linksonder aan de voorkant met A en voorzie dan het grondvlak tegen de klok in van B , C en D . Voor het bovenzvlak begin je linksboven aan de voorkant met E en dan plaats je de andere letters tegen de klok in.





De rechte randen van de ruimtelijke figuur heten ribben. Nu kun je bijvoorbeeld spreken over ribbe AB , etc.

Van een kubus zijn alle grensvlakken platte vlakken, een bol bijvoorbeeld heeft alleen één gebogen grensvlak en geen ribben, een kegel heeft één plat cirkelvormig grensvlak (het grondvlak) en één gebogen grensvlak. De kegel heeft één hoekpunt, de top.



Opgave 1 Opgave 2 Opgave 3

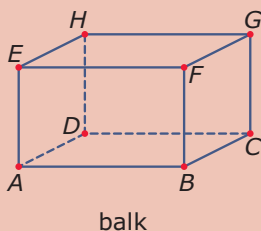
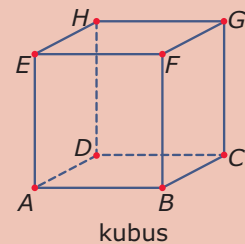
Theorie

De hoekpunten van een ruimtelijke figuur, een **lichaam**, geef je aan met hoofdletters. Zo kun je de figuur zelf, maar ook de vlakken duidelijk aangeven. De hoofdletters moeten in een logische volgorde staan.

De **kubus** $ABCD.EFGH$ heeft zes platte **grensvlakken** die allemaal de vorm van een vierkant hebben. $ABCD$ is zo'n grensvlak. Lijnstuk AB noem je een **ribbe**, omdat het de snijlijn van twee platte grensvlakken is. Elke kubus heeft twaalf gelijke ribben. Punt E noem je een **hoekpunt**. Elke kubus heeft acht hoekpunten.

Een kubus is een voorbeeld van een **regelmatig lichaam**. Dat is een lichaam waarvan alle ribben, alle vlakken en alle hoeken gelijk zijn.

Een **balk** $ABCD.EFGH$ heeft ook zes platte grensvlakken. Het zijn allemaal rechthoeken. Twee tegenover elkaar liggende grensvlakken zijn hetzelfde. Er zijn weer twaalf ribben en acht hoekpunten.

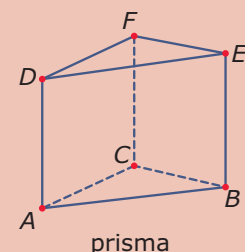
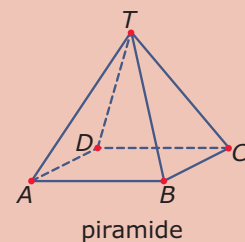


De **vierzijdige piramide** $ABCD.T$ heeft vijf platte grensvlakken. Het **grondvlak** $ABCD$ is een vierkant. De vier opstaande grensvlakken zijn driehoeken. De vier opstaande ribben zijn hier even lang. Elke piramide heeft als grondvlak een veelhoek. De **top** van de piramide ligt boven die veelhoek.

Als de top recht boven het midden van een regelmatig grondvlak (zoals een vierkant) ligt, dan noem je het een **regelmatige (vierzijdige) piramide**. In dat geval zijn de ribben naar de top toe even lang.

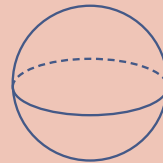
Dit **rechte drieszijdige prisma** $ABC.DEF$ heeft vijf platte grensvlakken. Het onder- en het bovenzak zijn gelijke driehoeken. De opstaande grensvlakken zijn hier rechthoeken.

Bij elk **prisma** zijn onder- en bovenzak dezelfde veelhoek. Alle opstaande ribben zijn gelijk en lopen evenwijdig. Maar de opstaande grensvlakken hoeven geen rechthoeken te zijn: als het parallellogrammen zijn, wordt het een **scheef prisma**.





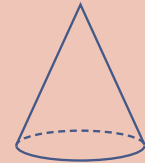
De **bol**, de **cilinder** en de **kegel** hebben allen één gebogen grensvlak. Een bol heeft geen ribben. Een cilinder heeft wel een grondcirkel, een mantel en een bovcirkel, maar geen ribben, omdat de randen gebogen zijn. Een kegel heeft een grondcirkel, een mantel en een top.



bol



cilinder



kegel

Herken je in een figuur meer dan één ruimtelijk figuur, dan spreek je van een **samengesteld ruimtelijk figuur** of een **samengesteld lichaam**.

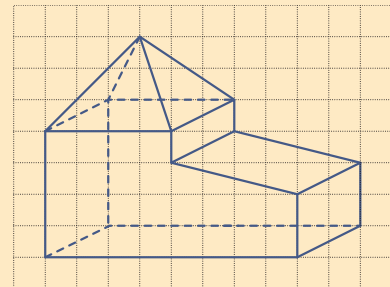
Voorbeeld 1

Bekijk de samengestelde ruimtelijke figuur. Deze is op te delen in:

- een kubus
- een vierzijdige piramide
- een vierzijdig prisma

(of alleen in een prisma en een piramide).

Je kunt het aantal ribben (22), het aantal hoekpunten (13) en het aantal grensvlakken (11) gemakkelijk tellen omdat je 'door de figuur heen kunt kijken'. Het wordt lastiger als je de achterkant van de figuur niet kunt zien.

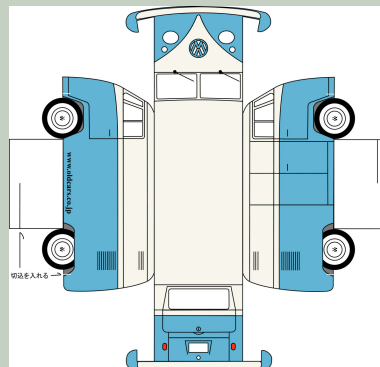


Opgave 4 **Opgave 5**

3.3 Uitslagen

Inleiding

Ruimtelijke figuren kun je vaak zelf maken vanuit een bouwplaat(je).



Je leert in dit onderwerp

- uitslagen van ruimtelijke figuren herkennen en/of beoordelen op juistheid;
- correcte uitslagen van ruimtelijke figuren maken;
- ruimtelijke figuren bouwen met behulp van bouwplaten.

Voorkennis

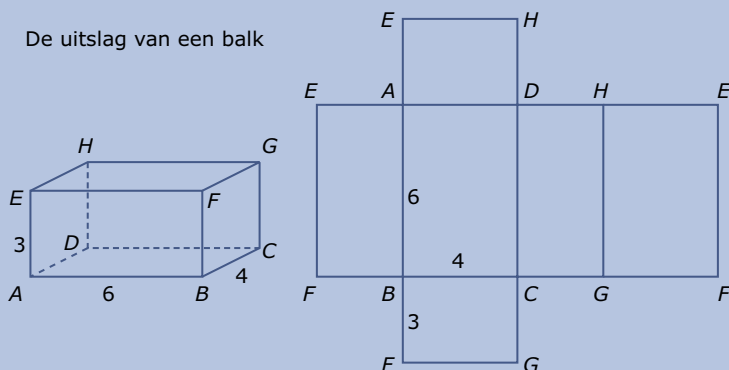
- de belangrijkste namen van ruimtelijke figuren, zoals kubus, balk, piramide, prisma, cilinder, kegel en bol en deze figuren herkennen;
- hoekpunten, grensvlakken en ribben van ruimtelijke figuren herkennen en benoemen;
- het aantal hoekpunten, grensvlakken en ribben van ruimtelijke figuren berekenen.

Opgave V1

Uitleg

Hier zie je een uitslag van een balk. Een uitslag bestaat uit alle grensvlakken aan elkaar en wordt op ware grootte getekend. De uitslag moet met terugvouwen altijd weer het oorspronkelijke ruimtelijke figuur opleveren. Van een ruimtelijke figuur kun je verschillende uitslagen maken. Maar je kunt ook gemakkelijk een foute uitslag maken.

De uitslag van een balk



Als je de uitslag op geschikte plaatsen van plakrandjes voorziet, kun je (als het goed is) de ruimtelijke figuur zelf bouwen. Je noemt zo'n uitslag met plakrandjes een bouwplaat.

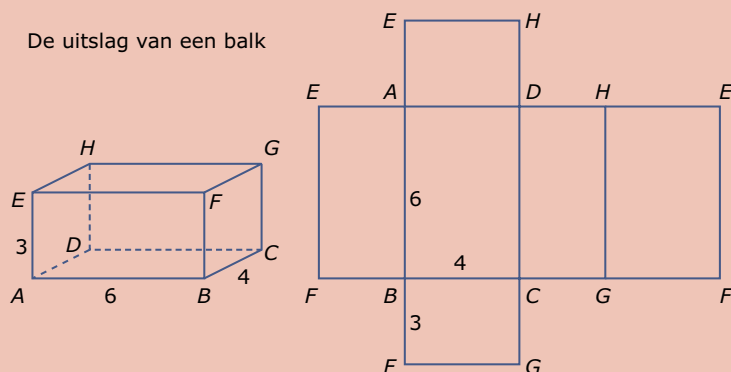
Opgave 1 Opgave 2



Theorie

Een ruimtelijke figuur kun je openknippen en uitvouwen tot één plat figuur. Je hebt dan een soort **bouwplaat**. Een echte bouwplaat heeft echter plakranden en kan uit meerdere losse onderdelen bestaan. De bouwplaat van een ruimtelijke figuur zonder plakranden heet **uitslag**. Een uitslag bestaat uit alle grensvlakken aan elkaar en wordt op ware grootte getekend. De uitslag moet met terugvouwen altijd weer het oorspronkelijke ruimtelijke figuur opleveren. Van een ruimtelijke figuur kun je verschillende uitslagen maken.

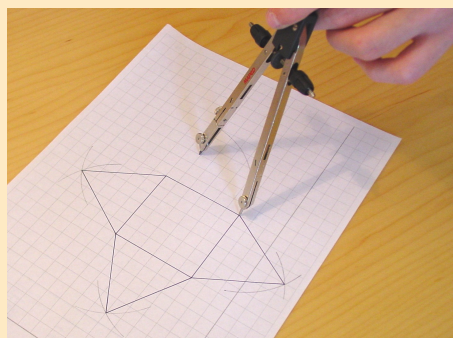
De uitslag van een balk



Voorbeeld 1

Het tekenen van een uitslag van een kubus of een balk is niet moeilijk. Elk grensvlak is immers een rechthoek of een vierkant.

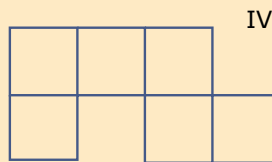
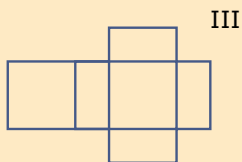
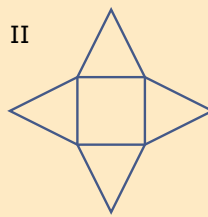
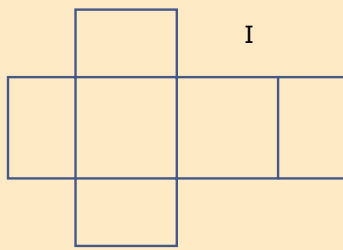
Maar het tekenen van een uitslag van een prisma of piramide is lastiger. Op de foto zie je iemand met behulp van een passer een uitslag construeren van een regelmatige vierzijdige piramide waarvan alle ribben 6 cm lang zijn en waarvan het grondvlak een vierkant is. De passer is nodig om de top van de piramide op de juiste plaats in de uitslag te krijgen. De top van de piramide zie je vier keer in de uitslag.



[Opgave 3](#) [Opgave 4](#)

**Voorbeeld 2**

Sommige 'uitslagen' lijken wel goed, maar blijken bij het vouwen niet de gewenste ruimtelijke figuur te vormen. Je ziet twee goede en twee foute uitslagen. Zie je dat de uitslagen I en IV nooit in elkaar kunnen worden gezet?



Opgave 5 **Opgave 6** **Opgave 7**

3.4 Aanzichten

Inleiding

Ruimtelijke figuren bekijk je vaak recht van voren, recht van boven, of van opzij om een goed beeld ervan te krijgen. Ook in de bouwkunde wordt hier vaak gebruik van gemaakt. Toch heb je dan niet altijd scherp hoe het object er precies uit ziet.



Je leert in dit onderwerp

- aanzichten van een figuur tekenen;
- vanuit gegeven aanzichten een figuur herkennen en andersom;
- afmetingen van een ruimtelijke figuur opmeten in een daarvoor geschikt aanzicht;
- vanuit een drieaanzicht van een figuur een uitslag tekenen en andersom.

Voorkennis

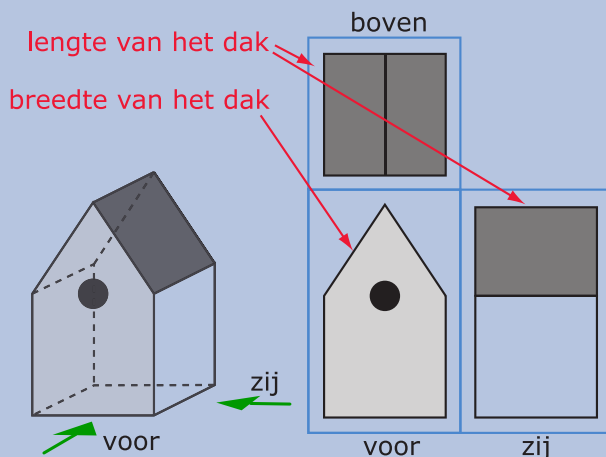
- de belangrijkste namen van ruimtelijke figuren, zoals kubus, balk, piramide, prisma, cilinder, kegel en bol en deze figuren herkennen;
- hoekpunten, grensvlakken en ribben van ruimtelijke figuren herkennen, berekenen en benoemen;
- correcte uitslagen van ruimtelijke figuren herkennen en maken.

Opgave V1

Uitleg

Om een goed beeld van een ruimtelijke figuur te krijgen, kijk je er van verschillende kanten naar. Je stelt je daarbij voor dat de hele figuur in een doorzichtige balk past. Op de voorkant van de balk teken je wat je van die kant ziet: het vooraanzicht. Op de bovenkant komt het bovenaanzicht. Op de zijkant komt het (rechter) zijaanzicht. Als je deze drie aanzichten in één figuur zet zoals hier, spreek je van een drieaanzicht van de figuur.

Je ziet een vogelhuisje met daarnaast het drieaanzicht.





In het bovenaanzicht kun je de lengte van het dak opmeten. De breedte van het dak wordt niet op ware grootte weergegeven in het bovenaanzicht.

Om de breedte van het dak te kunnen opmeten heb je het vooraanzicht nodig.

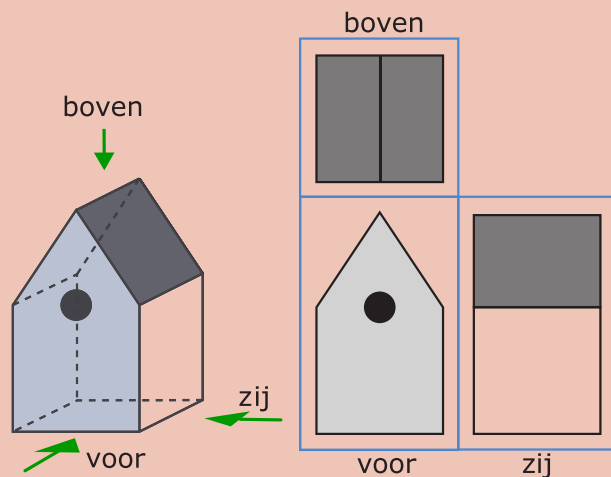
Als je een ribbe van een ruimtelijk figuur wilt opmeten in een aanzicht, moet je dus goed kijken in welk aanzicht dat kan.

Opgave 1 Opgave 2

Theorie

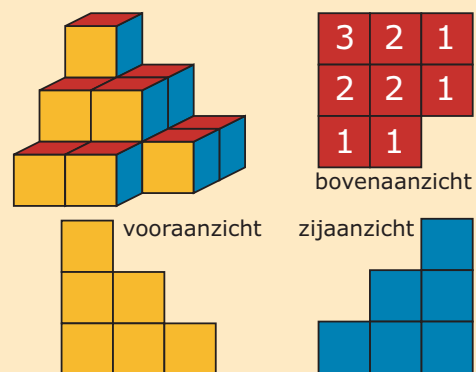
Je ziet hier het **vooraanzicht**, het **bovenaanzicht** en het (rechter)**zijaanzicht** van een vogelhokje. Als je deze drie **aanzichten** in één figuur zet, op zo'n manier als hiernaast, spreek je van een **drieaanzicht** van de figuur.

In het **drieaanzicht** van het vogelhuisje kun je de afmetingen van het dak opmeten. Dat kan niet in elk aanzicht: in sommige aanzichten zijn deze afmetingen niet te zien of zijn ze niet op ware grootte getekend.



Voorbeeld 1

Je ziet drie aanzichten van een stapel kubussen. Om volledig te zijn, zie je in het bovenaanzicht hoeveel kubussen er op elkaar liggen. Eigenlijk zijn dan het vooraanzicht en het zijaanzicht overbodig geworden. Maar als je niet in één van de aanzichten aangeeft hoeveel kubussen er boven elkaar (of achter elkaar, of naast elkaar) liggen, heb je vaak aan de aanzichten alleen niet genoeg informatie om de kubusstapel te bouwen.

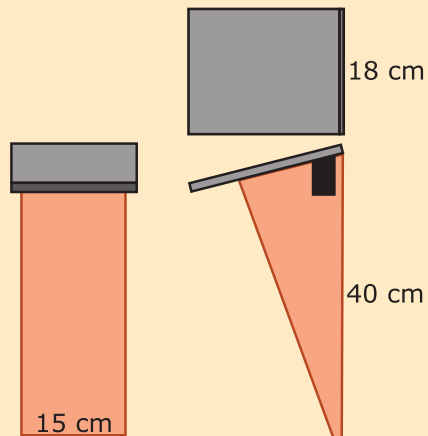


Opgave 3 Opgave 4 Opgave 5



Voorbeeld 2

Je ziet een nestkast bestemd voor de boomkruiper. Het drieaanzicht staat ernaast, getekend op schaal 1 : 10.



In welke aanzichten kun je de afmetingen van het deksel van deze nestkast vinden of opmeten?

Antwoord

De breedte van het deksel kun je vinden in het bovenaanzicht of het vooraanzicht: 18 cm.

De lengte van het deksel kun je opmeten in het zijaanzicht.

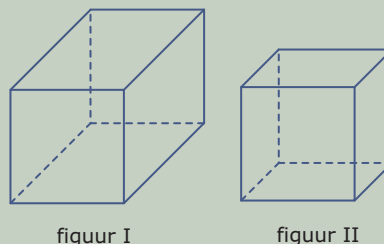
Houd bij het opmeten wel rekening met de schaal waarop de figuur is getekend.

[Opgave 6](#) [Opgave 7](#)

3.5 Ruimtelijk tekenen

Inleiding

Van welke figuur zeg je dat het een kubus is? En van welke figuur zijn alle ribben even lang? En hoe zit het met de evenwijdigheid van de ribben? Kortom: wat is de beste tekening van een kubus?



figuur I

figuur II

Je leert in dit onderwerp

- ruimtelijke figuren op roosterpapier tekenen, het begrip parallelprojectie;
- informatie over ruimtelijke figuren aflezen uit een tekening op roosterpapier.

Voorkennis

- de belangrijkste namen van ruimtelijke figuren, zoals kubus, balk, piramide, prisma, cilinder, kegel en bol en deze figuren herkennen;
- hoekpunten, grensvlakken en ribben van ruimtelijke figuren herkennen, berekenen en benoemen;
- correcte uitslagen en aanzichten van ruimtelijke figuren herkennen en maken;
- vanuit gegeven aanzichten een figuur herkennen en de figuur of zijn uitslag tekenen.

Opgave V1

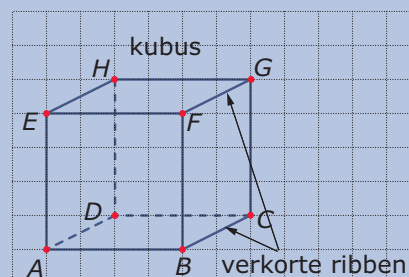
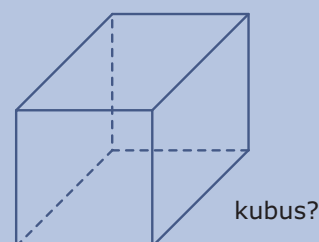
Uitleg

Van een kubus zijn alle ribben gelijk. Dit zou dus een ruimtelijke tekening van een kubus moeten zijn. Alle ribben zijn echt even lang getekend! Toch lijkt hij niet op een kubus. Dat komt doordat lijnstukken die 'naar achteren lopen' langer lijken. Daar moet je bij het tekenen van ruimtelijke figuren rekening mee houden:

- lijnstukken die 'naar achteren lopen' teken je korter dan ze in werkelijkheid zijn;
- lijnstukken die 'naar achteren lopen' teken je schuin naar achteren.

Deze tweede figuur lijkt wel op een kubus. Maar je moet wel weten dat het een kubus moet voorstellen! Want in werkelijkheid staan ribben AB en BC loodrecht op elkaar, maar in de figuur zit daar geen rechte hoek. Bovendien zijn niet alle ribben even lang getekend, terwijl dat bij een echte kubus wel zo is. Wel zijn altijd evenwijdige lijn(stukk)en ook evenwijdig in de figuur.

Bekijk in de figuur hoe je een lijnstuk kunt tekenen dat in werkelijkheid recht naar achteren loopt.





In de tekening zie je hoe dit bijvoorbeeld voor het hoekpunt C van ribbe BC is gedaan. Ribbe BC is in werkelijkheid vier hokjes lang. Maar je gaat vanaf B eerst twee hokjes naar rechts en één hokje omhoog. Deze aanpak kun je in elke tekening van een ruimtelijke figuur toepassen.

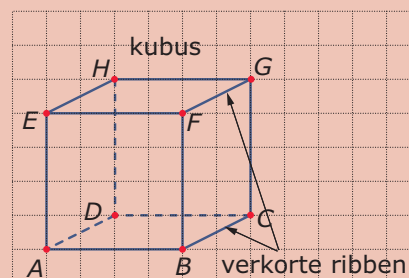
Opgave 1 **Opgave 2**

Theorie

Bij een **ruimtelijke tekening** gebruik je de evenwijdigheid van de ribben van de figuur. Ook in de tekening blijven evenwijdige ribben evenwijdig. Dat noem je een **parallelprojectie**, omdat “parallel” een ander woord is voor “evenwijdig”.

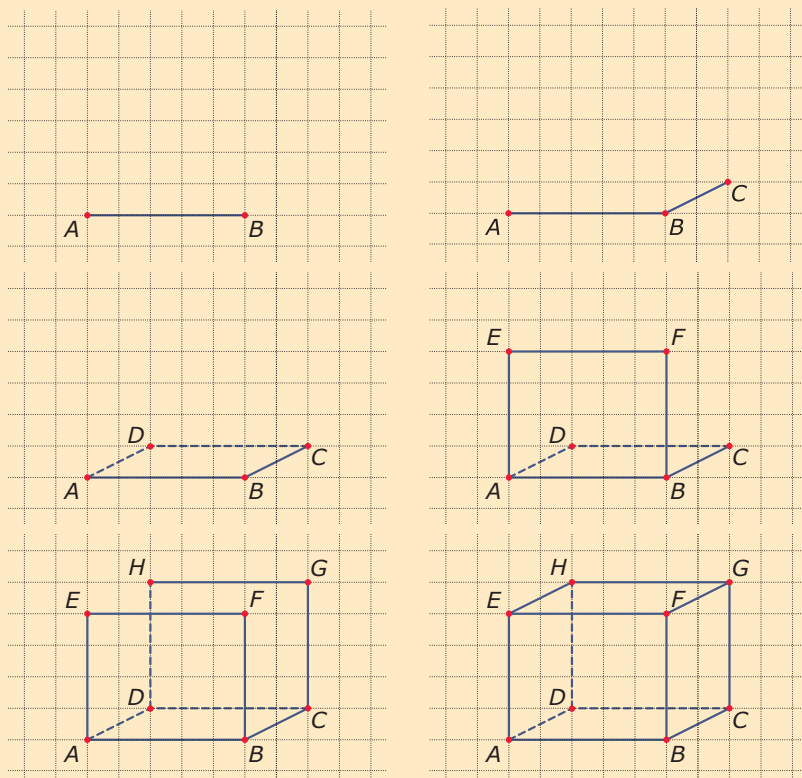
Je ziet hier een kubus in parallelprojectie getekend op een rooster.

Om de evenwijdigheid te behouden maak je van de roosterhokjes gebruik. Lijnen die naar achteren lopen worden verkort.



Voorbeeld 1

Je ziet hoe je zelf op roosterpapier een balk $ABCD.EFGH$ met $AB = 5$, $BC = 4$ en $AE = 4$ kunt tekenen.

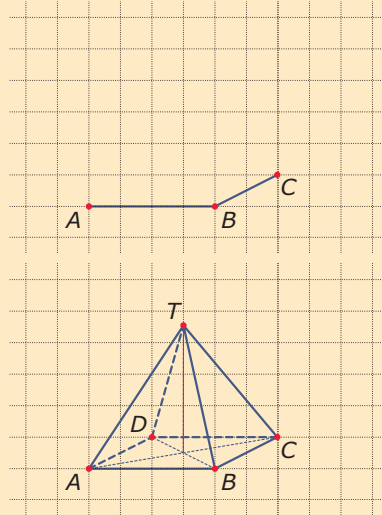
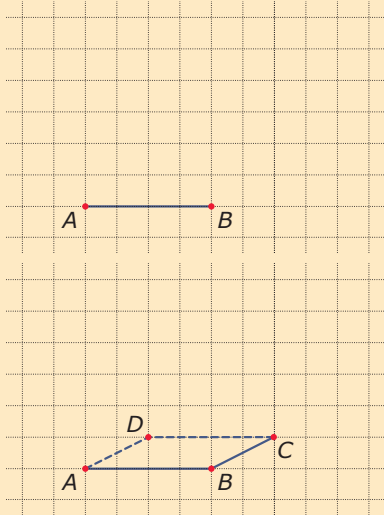


Opgave 3 **Opgave 4**

**Voorbeeld 2**

Hoe teken je een piramide? Vaak is het grondvlak van een piramide een vierkant en zit de top van de piramide recht boven het midden van dit grondvlak. Je kunt de top niet zomaar ergens neerzetten, hij moet wel op de goede plaats zitten.

Je ziet hoe je zelf op roosterpapier zo'n regelmatige vierzijdige piramide kunt tekenen. Het grondvlak $ABCD$ is een vierkant van 4 bij 4 en de top T ligt 4 boven het midden van het grondvlak.

**Opgave 5** **Opgave 6**

3.6 Diagonaalvlakken

Inleiding

In dit drinkpakje zit vlak bij een hoekpunt van het bovenvlak een plek waar je het rietje in kunt steken. Zo'n rietje moet wel tot op de bodem komen. Hoe bepaal je hoe lang zo'n rietje minstens moet zijn?



Je leert in dit onderwerp

- (lichaams)diagonalen en diagonaalvlakken in ruimtelijke figuren herkennen en benoemen;
- (lichaams)diagonalen en diagonaalvlakken op ware grootte tekenen en zo lengtes meten.

Voorkennis

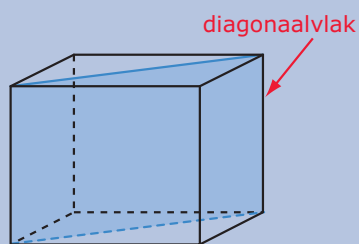
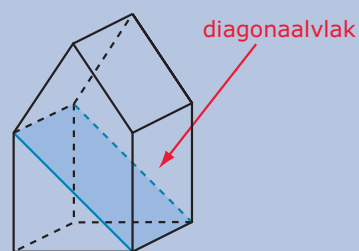
- de belangrijkste namen van ruimtelijke figuren, zoals kubus, balk, piramide, prisma, cilinder, kegel en bol en deze figuren herkennen en deze tekenen (op roosterpapier);
- hoekpunten, grensvlakken en ribben van ruimtelijke figuren herkennen, berekenen en benoemen;
- correcte uitslagen en aanzichten van ruimtelijke figuren herkennen en maken;
- vanuit gegeven aanzichten een figuur herkennen en de figuur of zijn uitslag tekenen.

Opgave V1

Uitleg

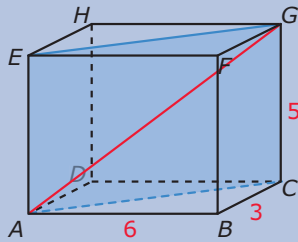
Je ziet een balk en een prisma. In beide figuren is een diagonaalvlak getekend. Een diagonaalvlak verbindt twee ribben met elkaar, maar is geen grensvlak van de figuur. Je kunt in veel ruimtelijke figuren diagonaalvlakken tekenen.

Een lichaamsdiagonaal van een ruimtelijke figuur is een diagonaal van een diagonaalvlak. Het mag geen ribbe van de figuur zijn.





In de balk hieronder is AG een lichaamsdiagonaal. Het is een diagonaal van het diagonaalvlak $ACGE$. Iedere balk heeft vier lichaamsdiagonalen, die allemaal even lang zijn. Een diagonaal zoals AC is geen lichaamsdiagonaal, maar een zijvlaksdiaagonaal.



Als je de lengte van een lichaamsdiagonaal wilt bepalen, moet je een diagonaalvlak tekenen op ware grootte.

[Opgave 1](#) [Opgave 2](#) [Opgave 3](#)

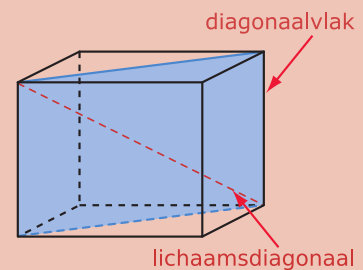
Theorie

Je ziet een **diagonaalvlak** getekend in een balk. Een diagonaalvlak verbindt twee ribben met elkaar, maar is geen grensvlak van de figuur. Je kunt in veel ruimtelijke figuren diagonaalvlakken tekenen.

Een **lichaamsdiagonaal** van een ruimtelijke figuur is een diagonaal van een diagonaalvlak.

Als je de lengte van een lichaamsdiagonaal wilt meten, moet je een diagonaalvlak **op ware grootte tekenen**.

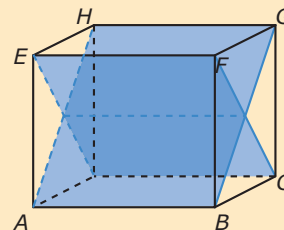
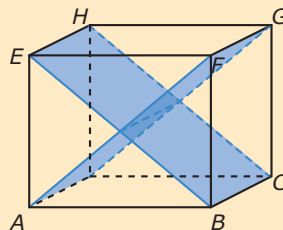
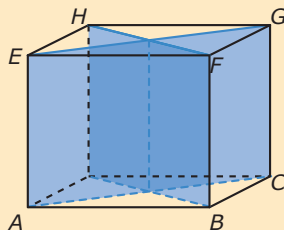
Een diagonaal die in een grensvlak van de figuur ligt heet een **zijvlaksdiaagonaal**. Als je van zo'n zijvlaksdiaagonaal de lengte wilt meten, dan teken je dit zijvlak op ware grootte.



Voorbeeld 1

Een balk heeft zes diagonaalvlakken en vier lichaamsdiagonalen. Elke lichaamsdiagonaal ligt dus in drie verschillende diagonaalvlakken.

HB is een lichaamsdiagonaal en ligt in de diagonaalvlakken $BFHD$, $BCHE$ en $BGHA$. In welke diagonaalvlakken ligt lichaamsdiagonaal EC ?



Antwoord

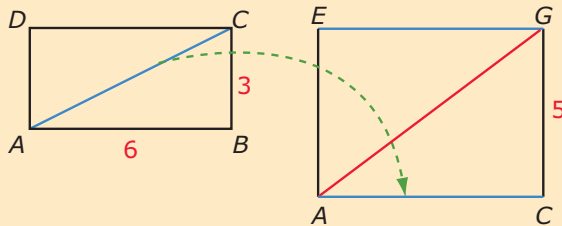
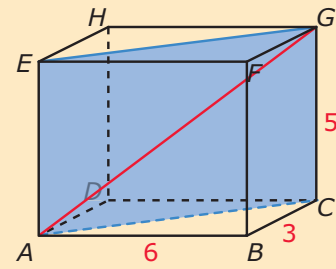
In $ACGE$, $EBCH$ en $CFED$.

[Opgave 4](#) [Opgave 5](#)



Voorbeeld 2

Het diagonaalvlak $ACGE$ in deze balk heeft in werkelijkheid de vorm van een rechthoek. De breedte van dit diagonaalvlak is gelijk aan de lengte van lijnstuk AE . De lengte van dit diagonaalvlak is gelijk aan de lengte van de diagonaal AC van grensvlak $ABCD$. Om het diagonaalvlak te kunnen tekenen zoals het er in werkelijkheid uitziet, moet je de lengte van AC meten. En daarvoor teken je eerst $ABCD$ zoals hij in werkelijkheid is: een rechthoek van 6 bij 3. Dat heet 'op ware grootte tekenen'.



In rechthoek $ACGE$ kun je nu de lichaamsdiagonaal AG meten.

[Opgave 6](#) [Opgave 7](#) [Opgave 8](#) [Opgave 9](#)

Begrippen

- ▶ breuk, samengestelde breuk — teller, noemer, deelstreep
- ▶ decimaal als breuk — tienden, honderdsten, enz.
- ▶ gelijknamig
- ▶ breuken optellen/afrekken
- ▶ breuken vermenigvuldigen
- ▶ breuken delen

Activiteiten

- ▶ de begrippen breuk, teller en noemer gebruiken;
- ▶ breuken omrekenen naar decimale getallen en omgekeerd;
- ▶ breuken vergelijken door gelijknamig maken;
- ▶ breuken optellen en afrekken;
- ▶ breuken vermenigvuldigen;
- ▶ breuken delen.

Voorzichtig! Breekbaar...



BREEKBAAR



Domein

Rekenen

Hoofdstuk

Breuken

Inhoud

- 4.1 Wat is een breuk? 66
- 4.2 Van breuk naar decimaal getal 69
- 4.3 Breuken vergelijken 72
- 4.4 Breuken optellen en aftrekken 74
- 4.5 Breuken vermenigvuldigen 76
- 4.6 Breuken delen 78

4

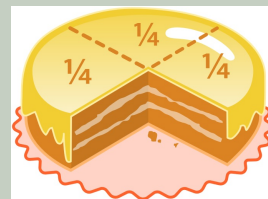
4.1 Wat is een breuk?

Inleiding

Weet je wat bij rekenen onder een breuk wordt verstaan?

En waar gebruik je breuken ook alweer voor? Is er verschil tussen een breuk en een deling?

En wat is een samengestelde breuk?



Je leert in dit onderwerp

- de begrippen breuk (met teller en noemer) en samengestelde breuk;
- breuken vereenvoudigen.

Voorkennis

- wat decimale getallen zijn en hoe ons decimale getallensysteem in elkaar zit;
- hoe je getallen op een getallenlijn kunt plaatsen en hoe je aangeeft dat het éne getal groter|kleiner is dan het andere;
- rekenen met decimale getallen, zowel met de hand als met de rekenmachine, in de juiste rekenvolgorde;
- afronden en schatten, de orde van grootte bepalen.

Opgave V1 Opgave V2

Uitleg

Deze balk is in 12 gelijke delen verdeeld. 7 daarvan $\frac{7}{12}$ zijn gekleurd. Dat is $\frac{7}{12}$ deel.

$\frac{7}{12}$ heet een breuk. 7 is de teller en 12 is de noemer.

De noemer is de naamgever: het zijn twaalfde delen, kortweg twaalfden.

De teller telt hoeveel twaalfden er zijn: er zijn zeven twaalfden.

Je ziet: $\frac{7}{12} = \frac{14}{24}$. 7 van de 12 is hetzelfde gedeelte als $\frac{14}{24}$ 14 van de 24.

Zo geldt ook: $\frac{2}{5} = \frac{4}{10} = \frac{6}{15} = \frac{8}{20}$. Je kunt teller en noemer met hetzelfde getal vermenigvuldigen zonder dat de waarde van de breuk verandert.

Omgekeerd is $\frac{8}{20}$ gelijk aan $\frac{2}{5}$, dus je kunt ook teller en noemer door hetzelfde getal delen zonder dat de waarde van de breuk verandert. Het vereenvoudigen van een breuk is het zoeken naar een gelijke breuk met de kleinst mogelijke teller en noemer.

Heb je behalve $\frac{7}{12}$ deel ook nog 2 gehele rechthoeken rood gekleurd, dan is dat samen $2 + \frac{7}{12}$. Dat schrijf je als $2\frac{7}{12}$. (Dit laatste is eigenlijk een hele rare notatie: een plus-teken mag je nooit weglaten, dan is niet duidelijk hoe je moet rekenen!)

Opgave 1 Opgave 2 Opgave 3 Opgave 4



Theorie

$\frac{7}{12}$ heet een **breuk**, spreek uit 'zeven twaalfden'.

7 is de **teller** en 12 is de **noemer**.

Van de balk is $\frac{7}{12}$ deel gekleurd.



$\frac{7}{12}$ en $\frac{14}{24}$ geven hetzelfde deel weer: $\frac{7}{12} = \frac{14}{24}$.

Dus omgekeerd kun je zeggen $\frac{14}{24} = \frac{7}{12}$.

Je hebt dan $\frac{14}{24}$ **vereenvoudigd** tot $\frac{7}{12}$ door teller en noemer door hetzelfde getal 2 te delen.

$2 + \frac{7}{12}$ schrijf je als $2\frac{7}{12}$. Dit is een **samengestelde breuk**.

Als je $\frac{31}{12} = \frac{24}{12} + \frac{7}{12} = 2 + \frac{7}{12} = 2\frac{7}{12}$ schrijft, haal je de **gehelen uit een breuk**.

Voorbeeld 1

"Van mensen van rond de 30 jaar oud dragen al vier op de tien personen een bril of contactlenzen."

Dit is een uitspraak die is te vinden in een artikel van het **Centraal Bureau voor de Statistiek**.

Hoeveel personen in een groep van 200 dertigjarigen zouden er een bril of contactlenzen moeten dragen?

Antwoord

De uitspraak betekent dat $\frac{4}{10}$ deel van de dertigjarigen een bril of contactlenzen dragen.

In een groep van 200 dertigjarigen zijn dat er $\frac{4}{10} \times 200$.

Omdat $\frac{1}{10} \times 200 = 20$, zijn er $4 \times 20 = 80$ personen in die groep die een bril of contactlenzen dragen.

[Opgave 5](#) [Opgave 6](#)

Voorbeeld 2

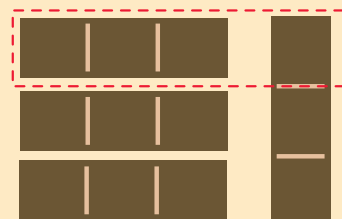
Je koopt met twee vrienden een pakje met vier repen chocola.

Je verdeelt deze 4 repen dus met 3 personen, ieder even veel. Hoeveel krijgt elk?

Antwoord

Ieder krijgt dan $\frac{4}{3}$ deel.

Dat is meer dan een hele reep: $\frac{4}{3} = 1 + \frac{1}{3} = 1\frac{1}{3}$.



[Opgave 7](#) [Opgave 8](#) [Opgave 9](#)

**Voorbeeld 3**

Hier zie je hoe een breuk systematisch wordt vereenvoudigd.

$$\frac{24}{36} = \frac{12}{18} = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}$$

Opgave 10

4.2 Van breuk naar decimaal getal

Inleiding

Bij decimale getallen zijn de decimalen tienden, honderdsten, duizendsten, enzovoorts.

Daarom kun je decimale getallen schrijven als breuken.

En omgekeerd kun je breuken schrijven als decimale getallen. Alleen heb je daar soms wel heel veel decimalen voor nodig...

$$0,1 = \frac{1}{10}$$

$$0,01 = \frac{1}{100}$$

$$0,001 = \frac{1}{1000}$$

$$0,0001 = \frac{1}{10000}$$

Je leert in dit onderwerp

- breuken en decimale getallen in elkaar omzetten;
- breuken gebruiken als exacte antwoorden vereist zijn.

Voorkennis

- rekenen met decimale getallen, zowel met de hand als met de rekenmachine, in de juiste rekenvolgorde;
- de begrippen breuk (met teller en noemer) en samengestelde breuk kennen;
- breuken vereenvoudigen.

Opgave V1

Uitleg

Je weet:

- $\frac{1}{10} = 0,1$
- $\frac{2}{10} = 0,2$
- $\frac{12}{100} = 0,12$

Breuken met noemer 10, 100, 1000, ... kun je als decimaal getal schrijven.

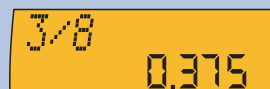
Ook andere breuken kun je als decimaal getal schrijven:

- $\frac{1}{2} = \frac{1 \times 5}{2 \times 5} = \frac{5}{10} = 0,5$
- $\frac{1}{4} = \frac{1 \times 25}{4 \times 25} = \frac{25}{100} = 0,25$
- $\frac{3}{8} = \dots = \frac{375}{1000} = 0,375$

Je ziet dat je er dan eerst een breuk met als noemer 10, of 100, of 1000, ... van moet maken. Je rekenmachine doet dit snel met een deling:

3 ÷ 8 =

levert meteen 0,375 op.



Opgave 1 Opgave 2 Opgave 3

**Theorie**

Als de noemer 10, 100, 1000, ... is, kun je de **breuk als decimaal getal** schrijven:

$$\frac{13}{100} = 0,13; \frac{2}{10} = 0,2; \frac{123}{1000} = 0,123.$$

Bij andere breuken kan dat ook door de deling uit te voeren, met de hand of met een rekenmachine.

Soms gaat het aantal decimalen eindeloos door:

$$\frac{2}{7} = 0,28571428571428... = 0,\underline{285714}.$$

Dan werk je vaak met een benadering: $\frac{2}{7} \approx 0,286$.

Worden er **exacte uitkomsten** gevraagd, mag je niet benaderen en blijft de breuk staan.

Voorbeeld 1

Je wilt $\frac{3}{5}$ als decimaal getal (kommagetal) schrijven.

Dat kan op twee manieren:

- $\frac{3}{5} = \frac{6}{10} = 0,6$.
- Met de rekenmachine: $\boxed{3} \boxed{\div} \boxed{5} \boxed{=}$ levert meteen 0,6 op.

Je wilt $3\frac{4}{5}$ als decimaal getal schrijven. $3\frac{4}{5}$ betekent: $3 + \frac{4}{5}$.

Dat kan op twee manieren:

- $3\frac{4}{5} = 3 + \frac{4}{5} = 3 + \frac{8}{10} = 3 + 0,8 = 3,8$.
- Met de rekenmachine: $\boxed{3} \boxed{+} \boxed{4} \boxed{\div} \boxed{5} \boxed{=}$ levert meteen 3,8 op.

Opgave 4 **Opgave 5** **Opgave 6**

Voorbeeld 2

Je wilt $1\frac{1}{3}$ als decimaal getal (kommagetal) schrijven.

$1\frac{1}{3}$ betekent: $1 + \frac{1}{3}$.

Je kunt van $\frac{1}{3}$ niet een breuk maken met tienden, honderdsten, enz.

- Met de rekenmachine: $\boxed{1} \boxed{+} \boxed{1} \boxed{\div} \boxed{3} \boxed{=}$ levert 1,3333333333333333... op.
- Je kunt ook $\frac{1}{3}$ uitrekenen met een **staartdeling**.

Niet alle rekenmachines laten evenveel drieën zien. Er zijn oneindig veel drieën, dat geef je aan als: $1,\underline{3}$.

Je kunt soms ook **afronden**. Bijvoorbeeld op twee decimalen: $1\frac{1}{3} \approx 1,33$.

Ga na dat $2\frac{7}{13} = 2,\underline{538461} \approx 2,54$.



Je ziet dat de breuk er eenvoudiger uit ziet dan de niet afgeronde decimale versie van dit getal. Daarom is het verstandig om breuken te laten staan als een **exact** antwoord vereist is.

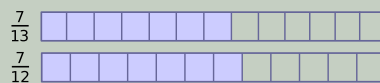
[Opgave 7](#)[Opgave 8](#)[Opgave 9](#)

4.3 Breuken vergelijken

Inleiding

Wat is meer, $\frac{7}{12}$ of $\frac{7}{13}$?

Hoe kun je in het algemeen breuken vergelijken? Moet je dan steeds zo'n plaatje maken?



Je leert in dit onderwerp

- breuken met elkaar vergelijken door (als nodig) gelijknamig maken.

Voorkennis

- rekenen met decimale getallen, zowel met de hand als met de rekenmachine, in de juiste rekenvolgorde;
- de begrippen breuk (met teller en noemer) en samengestelde breuk kennen;
- breuken vereenvoudigen en als decimaal getal schrijven.

Opgave V1

Uitleg

Als je wilt weten welk deel groter is, moet je breuken vergelijken.

$\frac{5}{12}$ deel is minder dan $\frac{7}{12}$ deel. Je schrijft:

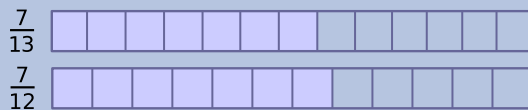
$$\frac{5}{12} < \frac{7}{12}.$$

$\frac{7}{12}$ deel is meer dan $\frac{7}{13}$ deel. Je schrijft: $\frac{7}{12} > \frac{7}{13}$.

Als je $\frac{2}{3}$ en $\frac{3}{4}$ met elkaar wilt vergelijken zonder een plaatje te maken, kun je de breuken het best eerst gelijknamig maken. Je maakt dan de noemers van beide breuken gelijk:

- $\frac{2}{3} = \frac{4}{6} = \frac{6}{9} = \frac{8}{12}$
- $\frac{3}{4} = \frac{6}{8} = \frac{9}{12}$

Dus: $\frac{2}{3} < \frac{3}{4}$.



Opgave 1 Opgave 2 Opgave 3

Theorie

Wil je **breuken met elkaar vergelijken** dan moet je ze eerst **gelijknamig maken**. Je maakt dan de noemers van beide breuken gelijk. Je zoekt dan het **kleinste gemeenschappelijke veelvoud (KGV)** van beide noemers, zie **Voorbeeld 1**. Je kunt er ook decimale getallen van maken.

**Voorbeeld 1**

Wat is meer $\frac{3}{10}$ of $\frac{2}{7}$?

Antwoord

Breuken kun je vergelijken door ze gelijknamig te maken.

Je zoekt dan eerst het kleinste getal dat zowel een veelvoud van 10 als een veelvoud van 7 is.

Dat getal heet het kleinste gemeenschappelijke veelvoud (KGV) van 10 en 7.

In de tabel hiernaast zie je dat dit getal 70 is.

$$\frac{3}{10} = \frac{21}{70} \text{ en } \frac{2}{7} = \frac{20}{70}, \text{ dus } \frac{3}{10} > \frac{2}{7}.$$

Je kunt de breuken ook vergelijken door ze eerst beide om te zetten naar een decimaal getal: $\frac{3}{10} = 0,3$ en $\frac{2}{7} = 0,285714$.

Ook nu zie je snel welke van beide het grootst is.

10	7
20	14
30	21
40	28
50	35
60	42
70	49
	56
	63
	70

[Opgave 4](#) [Opgave 5](#) [Opgave 6](#)

Voorbeeld 2

In klas 1A hebben 3 van de 20 leerlingen voor een wiskundetoets een onvoldoende gehaald.

In klas 1B hebben voor dezelfde toets 4 van de 30 leerlingen een onvoldoende gehaald.

Mag je zeggen dat er in 1B naar verhouding meer onvoldoendes zijn?

Er zijn wel meer onvoldoendes, maar ook meer leerlingen...

Antwoord

In 1A heeft $\frac{3}{20}$ deel een onvoldoende.

In 1B heeft $\frac{4}{30}$ deel een onvoldoende.

Om beide breuken te kunnen vergelijken maak je ze gelijknamig:

$$\frac{3}{20} = \frac{9}{60} \text{ en } \frac{4}{30} = \frac{8}{60}.$$

Dus voor deze toets zijn in 1B naar verhouding de minste onvoldoendes gehaald. (Complimenten voor 1B.)

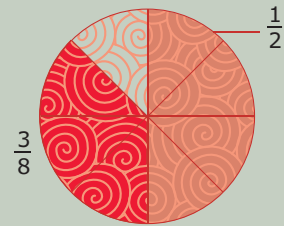
[Opgave 7](#) [Opgave 8](#) [Opgave 9](#)

4.4 Breuken optellen en aftrekken

Inleiding

Hoeveel is $\frac{1}{2}$ en $\frac{3}{8}$ samen?

En hoeveel is het verschil van beide?



Je leert in dit onderwerp

- breuken optellen en aftrekken.

Voorkennis

- rekenen met decimale getallen, zowel met de hand als met de rekenmachine, in de juiste rekenvolgorde;
- de begrippen breuk (met teller en noemer) en samengestelde breuk kennen;
- breuken vereenvoudigen en als decimaal getal schrijven;
- breuken met elkaar vergelijken.

Opgave V1

Uitleg

Gelijknamige breuken kun je eenvoudig bij elkaar optellen of van elkaar aftrekken:

- $\frac{3}{7} + \frac{2}{7} = \frac{5}{7}$
- $\frac{5}{7} - \frac{2}{7} = \frac{3}{7}$

Als breuken niet gelijknamig zijn, moet je ze eerst gelijknamig maken!

Opgave 1 Opgave 2

Theorie

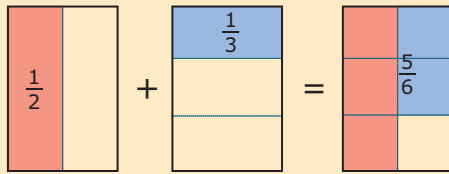
Wil je **breuken optellen of aftrekken** dan moet je ze eerst **gelijknamig maken**. Je maakt dan de noemers van beide breuken gelijk. Je zoekt dan het **kleinste gemeenschappelijke veelvoud (KGV)** van beide noemers, zie het **Voorbeeld 1**.

Bij samengestelde breuken werk je eerst de gehelen weg, zie het **Voorbeeld 2**.

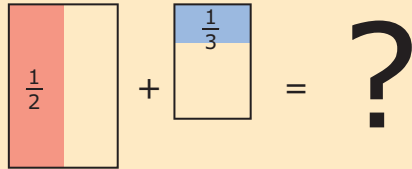


Voorbeeld 1

$$\bullet \quad \frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{3}{6} + \frac{2}{6} = \frac{5}{6}.$$



Denk er wel om dat beide breuken delen van hetzelfde geheel moeten zijn!



[Opgave 3](#) [Opgave 4](#) [Opgave 5](#)

Voorbeeld 2

$$\bullet \quad 2\frac{1}{2} + 1\frac{1}{3} = 2 + \frac{1}{2} + 1 + \frac{1}{3} = 2 + \frac{3}{6} + 1 + \frac{2}{6} = 3 + \frac{5}{6} = 3\frac{5}{6}.$$

$$\bullet \quad 2\frac{1}{2} - 1\frac{1}{3} = 2 + \frac{1}{2} - 1 - \frac{1}{3} = 2 + \frac{3}{6} - 1 - \frac{2}{6} = 1 + \frac{1}{6} = 1\frac{1}{6}.$$

Je kunt ook je rekenmachine gebruiken bij het rekenen met breuken. Je gebruikt dan de 'breukentoets' om breuken in te voeren. Die toets kan er zo uitzien: 

Hier zie je hoe dat gaat bij $2\frac{1}{2} - 1\frac{1}{3}$:

levert meteen $1\frac{1}{6}$ op.

[Opgave 6](#) [Opgave 7](#) [Opgave 8](#)

Voorbeeld 3

Van de 30 leerlingen in klas 1B komt $\frac{2}{5}$ deel met de fiets en $\frac{1}{6}$ deel met de bus.
De rest is lopend.

Dat betekent dat $\frac{2}{5} + \frac{1}{6} = \frac{12}{30} + \frac{5}{30} = \frac{17}{30}$ deel met een vervoermiddel komt.

En dus komt $\frac{13}{30}$ deel lopend.

Van de 20 leerlingen in klas 1A komt $\frac{1}{2}$ deel lopend.

Van de 25 leerlingen van klas 1C komt $\frac{2}{5}$ deel lopend.

Je kunt nu NIET beide breuken optellen om te bepalen welk deel van beide klassen samen lopend komt.

Beide breuken slaan niet op hetzelfde geheel, de éne breuk hoort bij 1A met 20 leerlingen, de andere bij 1C met 25 leerlingen!

Toch kun je wel uitrekenen dat het $\frac{4}{9}$ deel van 1A en 1C samen lopend komt.

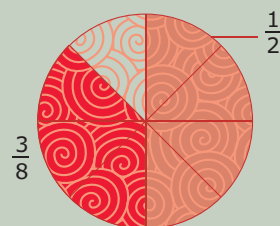
[Opgave 9](#) [Opgave 10](#)

4.5 Breuken vermenigvuldigen

Inleiding

Hier zie je dat $\frac{3}{8}$ deel hetzelfde is als $\frac{3}{4}$ van $\frac{1}{2}$. Kijk maar goed naar de figuur.

Maar wat heeft dit te maken met het vermenigvuldigen van breuken?



Je leert in dit onderwerp

- breuken vermenigvuldigen.

Voorkennis

- rekenen met decimale getallen, zowel met de hand als met de rekenmachine, in de juiste rekenvolgorde;
- de begrippen breuk (met teller en noemer) en samengestelde breuk kennen;
- breuken vereenvoudigen, als decimaal getal schrijven en met elkaar vergelijken;
- breuken optellen en aftrekken.

Opgave V1

Uitleg

$\frac{3}{5}$ deel van 35 kun je als volgt berekenen:

- $\frac{1}{5}$ deel van 35 is 7;
- $\frac{3}{5}$ deel is 3 keer $\frac{1}{5}$ deel, dus $3 \times 7 = 21$.

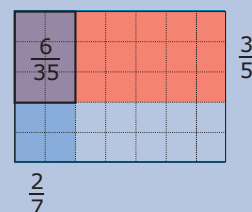
En $\frac{2}{7}$ deel van $\frac{3}{5}$ deel is zo $\frac{2}{7} \times 21 = 6$. En 6 is $\frac{6}{35}$ deel van 35.

Je ziet dat $\frac{2}{7}$ van $\frac{3}{5}$ hetzelfde is als $\frac{6}{35}$. Dus: $\frac{2}{7} \times \frac{3}{5} = \frac{2 \times 3}{7 \times 5} = \frac{6}{35}$.

Zo kun je breuken vermenigvuldigen: je vermenigvuldigt de tellers met elkaar en de noemers met elkaar.

Opmerking:

In plaats van het teken $\times$ wordt voor vermenigvuldigen ook wel $\cdot$ gebruikt: $2 \cdot 3 = 2 \times 3$.



Opgave 1 Opgave 2



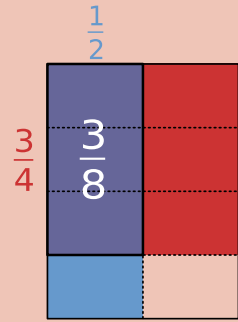
Theorie

Bij het **vermenigvuldigen van breuken** gaat het om het bepalen van een deel van een gedeelte, bijvoorbeeld $\frac{3}{4} \times \frac{1}{2}$ betekent $\frac{3}{4}$ van $\frac{1}{2}$.

In de figuur zie je dat $\frac{3}{4} \times \frac{1}{2} = \frac{3 \times 1}{4 \times 2} = \frac{3}{8}$.

Dus zo kun je breuken vermenigvuldigen: je vermenigvuldigt de tellers met elkaar en de noemers met elkaar.

In de wiskunde wordt voor vermenigvuldigen in plaats van het bekende teken $\times$ meestal het teken $\cdot$ gebruikt.



Voorbeeld 1

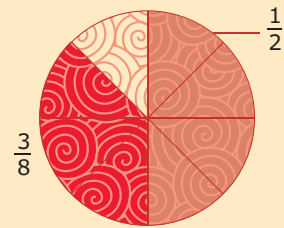
Je wilt $\frac{3}{4}$ deel van een halve pizza eten. Je ziet aan de figuur dat je dan $\frac{3}{8}$ deel van de hele pizza opeet.

Je kunt dit ook zo uitrekenen: $\frac{3}{4} \times \frac{1}{2} = \frac{3 \times 1}{4 \times 2} = \frac{3}{8}$.

Ook kun je de breukentoets van je rekenmachine gebruiken:

3 **A%** **4** **×** **1** **A%** **2** **=**

levert meteen $\frac{3}{8}$.



[Opgave 3](#) [Opgave 4](#) [Opgave 5](#)

Voorbeeld 2

Soms zijn er ook helen betrokken bij de vermenigvuldiging. Die werk je dan eerst weg.

$2\frac{1}{7} \times 5\frac{3}{4}$ doe je zo:

- $2\frac{1}{7} = 2 + \frac{1}{7} = \frac{14}{7} + \frac{1}{7} = \frac{15}{7}$.
- $5\frac{3}{4} = 5 + \frac{3}{4} = \frac{23}{4}$.
- $\frac{15}{7} \times \frac{23}{4} = \frac{345}{28} = 12\frac{9}{28}$.

Kijk ook hoe dit met je rekenmachine gaat.

[Opgave 6](#) [Opgave 7](#)

4.6 Breuken delen

Inleiding

Als je je afvraagt hoeveel munten van 50 cent er in € 3,50 passen, ben je breuken aan het delen. Je berekent dan $3\frac{1}{2} \div \frac{1}{2}$. En wat komt daar uit?

Je leert in dit onderwerp

- breuken delen.

Voorkennis

- rekenen met decimale getallen, zowel met de hand als met de rekenmachine, in de juiste rekenvolgorde;
- de begrippen breuk (met teller en noemer) en samengestelde breuk kennen;
- breuken vereenvoudigen, als decimaal getal schrijven en met elkaar vergelijken;
- breuken optellen, aftrekken en vermenigvuldigen.

Opgave V1 Opgave V2

Uitleg

Als je een getal deelt door een breuk, kijk je hoe vaak die breuk in dat getal past. Zo kun je de uitkomst van $14 \div \frac{1}{2}$ voorstellen als het antwoord op de vraag: "Hoeveel halve euro's passen er in 14 hele euro's?" Je ziet dan dat $14 \div \frac{1}{2} = 28$.

Je kunt ook twee breuken op elkaar delen.

Een munt van € 0,50 is $\frac{1}{2}$ euro. Een munt van € 0,10 is $\frac{1}{10}$ euro.

Stel je wilt weten hoeveel munten van € 0,10 er gaan in een munt van € 0,50. Dan reken je eigenlijk uit: $\frac{1}{2} \div \frac{1}{10}$. De uitkomst is 5 zoals je wel weet. Dus: $\frac{1}{2} \div \frac{1}{10} = 5$.

Dit komt omdat $\frac{1}{2} = \frac{5}{10}$.

Dus: $\frac{1}{2} \div \frac{1}{10} = \frac{5}{10} \div \frac{1}{10} = 5/1 = 5$.

Je ziet dat het handig is om beide breuken gelijknamig te maken.

Als je twee breuken op elkaar wilt delen maak je ze eerst gelijknamig.

Opgave 1 Opgave 2

**Theorie**

Bij het **delen van breuken** gaat het om de vraag hoe vaak de deler in het deeltal past, bijvoorbeeld $\frac{3}{4} / \frac{1}{2}$ betekent: hoe vaak past $\frac{1}{2}$ in $\frac{3}{4}$?

Je kunt dit gemakkelijk zien door beide breuken gelijknamig te maken: $\frac{3}{4} / \frac{1}{2} = \frac{3}{4} / \frac{2}{4} = \frac{3}{2}$. En inderdaad past $\frac{1}{2}$ precies $1\frac{1}{2}$ keer in $\frac{3}{4}$.

LET OP:

Het deelteken / (net als andere deeltakens) levert bij het delen van breuken eigenlijk problemen op met de rekenvolgorde: $\frac{3}{4} / \frac{1}{2}$ moet eigenlijk zijn $\frac{3}{4} / \left(\frac{1}{2}\right)$.

De haken worden vaak weggelaten als de bedoeling duidelijk is. Bij twijfel kun je ze beter wel gebruiken.

In plaats van bijvoorbeeld $\frac{3}{4} / \frac{1}{2}$ wordt ook wel $\frac{3}{4} \div \frac{1}{2}$ gebruikt.

Dit laatste deelteken zie je vaak op rekenmachines.

Voorbeeld 1

- $12 / \frac{1}{2} = \frac{24}{2} / \frac{1}{2} = 24 / 1 = 24$
- $5 / \frac{2}{3} = \frac{15}{3} / \frac{2}{3} = 15 / 2 = 7\frac{1}{2}$

Die delingen kun je ook op de rekenmachine maken met behulp van de breukentoets.

$5 / \frac{2}{3}$ gaat dan zo: 5 $\div$ 2 A% 3 =

[Opgave 3](#) [Opgave 4](#) [Opgave 5](#)

Voorbeeld 2

- $\frac{2}{5} / \frac{3}{7} = \frac{14}{35} / \frac{15}{35} = \frac{14}{15}$.
- $1\frac{2}{5} / 2\frac{3}{7} = \frac{7}{5} / \frac{17}{7} = \frac{49}{35} / \frac{85}{35} = \frac{49}{85}$.

Dit kan ook op de rekenmachine met behulp van de breukentoets.

$1\frac{2}{5} / 2\frac{3}{7}$ gaat dan zo: 1 A% 2 A% 5 $\div$ 2 A% 3 A% 7 =

[Opgave 6](#) [Opgave 7](#) [Opgave 8](#)



Register

a

aanzichten 56
afronden 37, 70
afstand 10
aftrekken 30
assenstelsel 21

b

balk 47, 50
bewerkingen 30, 34
bol 47, 51
bouwplaat 53
bovenaanzicht 56
breuk 67
breuk als decimaal getal 70
breuk vereenvoudigen 67
breuken delen 79
breuken optellen en aftrekken 74
breuken vergelijken 72
breuken vermenigvuldigen 77

c

cilinder 47, 51
cirkel 11, 15
coördinaten 21

d

delen 34
de gehelen uit een breuk halen 67
decimale komma 27
decimale punt 27
decimale stelsel 27
decimalen 27
deelbaarheid 34
deeltal 34
deler 34
diagonaal 15
diagonaalvlak 62
diameter 11
drieaanzicht 56
driehoek 15

e

even getallen 34
evenwijdige lijnen 7
exact 71

exacte uitkomsten 70

g

gehele getallen 27
gelijknamig maken 72, 74
gemiddelde 37
getallenlijn 27
grensvlak 50
grondvlak 50

h

halve lijn 19
hoekpunt 15, 50

k

kgv 72, 74
kegel 47, 51
kijklijnen 19
kubus 47, 50

l

lichaam 47, 50
lichaamsdiagonaal 62
lijn 7
lijnstuk 7
loodlijn 10
loodrechte stand 7

m

middellijn 11
middelpunt 11

n

noemer 67

o

ongeveerteken 37
oorsprong 21
optellen 30
orde van grootte 39

p

parallelle lijnen 7
parallellogram 15
parallelprojectie 59
passer 11
piramide 47
priemfactoren 34
priemgetallen 34

prisma 47, 50

product 34

punt 7

q

quotiënt 34

r

recht driezijdig prisma 50

rechthoek 15

regelmatig lichaam 50

regelmatige (vierzijdige) piramide 50

rest 34

ribbe 50

roosterpunt 21

ruimtelijke figuren 47

ruimtelijke tekening 59

ruit 15

s

schatten 39

samengesteld lichaam 51

samengesteld ruimtelijk figuur 51

samengestelde breuk 67

schaal 10

schaallijn 10

scheef prisma 50

snijpunt 7

som 30

staartdeling 70

straal 11

t

tekenen op ware grootte 62

teller 67

tientallig stelsel 27

top 50

trapezium 15

u

uitslag 53

v

vermenigvuldigen 34

veelhoek 15

verschil 30

vierkant 15

vierzijdig piramide 50

vlakke figuur 15

vlieger 15

vooraanzicht 56

voorrangsregels 41

voorrangsregels rekenen 42

x

x-as 21

y

y-as 21

z

zichtlijnen 19

zijaanzicht 56

zijde 15

zijvlakdiagonaal 62

Het lesmateriaal in deze reader is gebaseerd op het materiaal dat ook op de Math4All website staat.

De reader is gegenereerd met de Math4All maatwerkdienst. De inhoud en de volgorde van de onderwerpen in deze reader zijn gekozen door docenten van het ConTeXt College.

Stichting Math4All

Inhoud Katern 1

- 1. Figuren**
- 2. Rekenen**
- 3. Ruimtelijke figuren**
- 4. Breuken**



www.math4all.nl

