

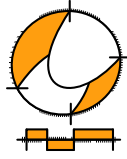
Wiskunde / PGA

1 VMBO / docentmateriaal

Diagrammen

ConTeXt College





© 2024

Het auteursrecht op dit lesmateriaal berust bij Stichting Math4All. Math4All is derhalve de rechthebbende zoals bedoeld in de hieronder vermelde creative commons licentie.

Het lesmateriaal is met zorg samengesteld en getest. Stichting Math4All aanvaardt geen enkele aansprakelijkheid voor onjuistheden en/of onvolledigheden in de module. Ook aanvaardt Math4All geen enkele aansprakelijkheid voor enige schade, voortkomend uit (het gebruik van) dit lesmateriaal

Voor deze module geldt een Creative Commons Naamsvermelding Niet Commercieel 3.0 Nederland Licentie. (zie <http://creativecommons.org/licenses/by/3.0>).

Dit lesmateriaal is open, gratis en vrij toegankelijk lesmateriaal afkomstig van Stichting Math4All en is speciaal ontwikkeld voor het vak wiskunde in het voortgezet onderwijs. Het lesmateriaal op de website www.math4all.nl is afgestemd op kerndoelen wiskunde, tussendoelen wiskunde en eindtermen voor de vakken wiskunde A, B en C. Dit lesmateriaal is mediumneutraal ontwikkeld en op diverse manieren te bekijken en te gebruiken. Voor informatie en vragen kunt u contact opnemen via info@math4all.nl. Ook houden we ons altijd aanbevolen voor suggesties, verbeteringen en/of aanvullingen.

Voorwoord

Het lesmateriaal in dit katern is gebaseerd op het materiaal dat je kunt vinden op de Math4All website www.math4all.nl. In de tekst staan dan ook regelmatig verwijzingen naar die website. Waar je precies moet zijn op die website kun je zien in de kopregel van iedere pagina.

Ieder hoofdstuk bestaat uit een aantal paragrafen en wordt steeds afgesloten met een paragraaf *Totaalbeeld* waar de leerstof wordt samengevat en/of herhaald.

PGA

PGA staat voor 'probleemgestuurde aanpak'. Je begeleidt dan als docent de leerlingen die in kleine groepjes aan wiskundige problemen werken en op die manier een eigen theoretisch kader opstellen. Dit gebeurt voornamelijk op de wijze die wordt beschreven in het boek *Building Thinking Classrooms in Mathematics* van Peter Liljedahl. Dit boek is ook in het Nederlands beschikbaar. Het is verstandig om dit boek vooraf door te werken, maar je kunt ook beginnen met deze **beknopte handleiding**.

De PGA wordt ondersteund door verwerkings- en toepassingsopgaven waarmee de leerling kan nagaan of de stof wordt beheersd. Deze opgaven worden op drie niveaus aangeboden. De niveau aanduiding staat in de marge naast de opgave.

- ★ het basale niveau, dat iedereen zou moeten behalen
- ★ ★ een iets pittiger niveau, waarin iets meer uitdaging zit en die de leerling alleen hoeft te maken als er genoeg tijd voor is
- ★ ★ ★ een bijzondere toepassing of een echt pittige opgave die een leerling alleen maakt als de rest veel te gemakkelijk was

In de bijlage staat een "**Leerdoelentabel**" waarin staat aangegeven door welke opgave het specifieke leerdoel wordt afgedekt en op welk niveau dit gebeurt. Als je deze tabel aan de leerlingen uitreikt, kunnen ze hun eigen vorderingen bijhouden.

Opgaven uit de samenvattende paragraaf *Totaalbeeld* worden voorafgegaan door een T.

1

Diagrammen

| | | |
|------------|--|-----------|
| 1.1 | Schema's | 6 |
| 1.2 | Afstandstabellen | 13 |
| 1.3 | Frequentietabel | 21 |
| 1.4 | Beeld-, staaf- en lijndiagram | 29 |
| 1.5 | Cirkeldiagram en steelbladdiagram | 40 |
| 1.6 | Totaalbeeld | 49 |

1.1 Schema's

Inleiding

Yusra gaat met haar moeder op bezoek bij familie in Amsterdam. Natuurlijk gaan ze met het OV.

Het laatste stuk nemen ze met de metro vanaf het Centraal Station naar de Jan van Galenstraat. Vandaar is het maar een paar minuten lopen.

Yusra bekijkt dit schema van de Amsterdamse metro.

Het is een voorbeeld van een infographic, een plaatje om informatie zo overzichtelijk mogelijk weer te geven.



Figuur 1.1

Je leert in dit onderwerp

- informatie aflezen uit schema's, waaronder grafen;
- grafen herkennen en tekenen en bepalen of ze gelijk zijn door het aantal knooppunten en wegen te tellen;
- het verschil tussen gerichte en ongerichte grafen herkennen.

Voorkennis

- getallen gebruiken om te tellen en te rekenen.

Voor de docent

Bij het onderdeel 'Schema's' gaat het er om schema's te gebruiken om gegevens overzichtelijk vast te leggen, met name om het gebruiken van grafen. Het begrip 'graaf' wordt in de eerste opdracht direct genoemd, het vergelijken van grafen en het vinden van routes erin zit in de tweede opdracht en daar wordt ook het begrip 'gerichte graaf' geïntroduceerd.

Gewenste materialen:

- Maak desgewenst vooraf een kopie van de informatiebladen bij de eerste en de tweede opdracht.
- Schrijfmateriaal voor op de verticale werkvlakken en eventueel plakband om de informatiebladen eraan op te hangen.

Opdracht 1.1

Dit is een metrokaart van Amsterdam. Het woord 'kaart' is eigenlijk onjuist, want je kunt er niet op zien waar de metrolijnen precies in Amsterdam lopen. Zo'n schematische figuur heet wel een 'graaf'.

Welke metrolijnen kunnen Yousra en haar moeder vanaf het Centraal Station nemen om naar de Jan van Galenstraat te komen? Beschrijf al hun mogelijkheden, inclusief eventuele overstappen. Ga er vanuit dat ze geen nodeloze ommetjes maken.

Wat is het nut van zo'n graaf en wat kan Yousra op deze metrokaart niet zien over haar rit? Geef minstens drie dingen aan.

Toelichting

Geef de opdracht mondeling. Kopieer vooraf het **Informatieblad** en deel dit uit. Dit informatieblad kan ook worden gebruikt bij het tweede onderdeel.

Leerlingen kunnen de opdracht vast wel uitvoeren. Daarbij is het handig om ook de termen 'knooppunt' en 'verbinding' mondeling te introduceren. Stel desgewenst vragen als "Welke knooppunten heeft deze graaf?", "Kun je deze graaf ook anders tekenen?" en "Is er sprake van éénrichtingsverkeer?".

Uitwerking

Er zijn op het C.S. vier mogelijkheden:

Lijn 51 gaat rechtstreeks van het C.S. naar de Jan van Galenstraat.

Lijn 52 gaat naar metrostation Zuid en daar kun je dan overstappen op lijn 51 of lijn 50.

Lijnen 53 en 54 gaan naar metrostation Spaklerweg en daar kun je overstappen op lijn 51.

Het nut van zo'n graaf is dat je gemakkelijk kunt zien welke stations met elkaar zijn verbonden.

Ze kan niet zien hoeveel de rit kost, hoe lang de rit is/duurt en hoe de rit er precies uit ziet op een kaart van Amsterdam, waar de stations liggen.

Maar ze kan ook niet zien hoe laat de metro vertrekt, of het erg druk is, of er zitplaats voor haar is, etc.

Opdracht 1.2

De zeven Canarische eilanden: Tenerife, Gran Canaria, Las Palmas, Gomera, Hierro, Fuerteventura en Lanzarote horen bij Spanje en liggen voor de kust van Marokko.

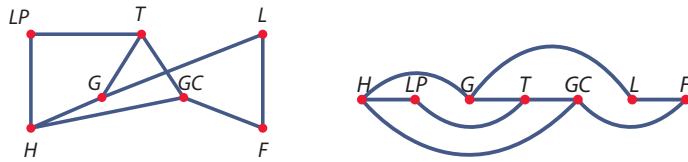
Je ziet twee figuren die de bootverbindingen tussen de Canarische eilanden weergeven. Zo'n figuur heet een 'graaf'. Hoewel ze er nogal verschillend uitzien, zijn ze gelijk. De bootverbindingen gaan in beide richtingen, want er staan geen pijlen in deze grafen.



Figuur 1.2



Figuur 1.3



graaf 1

graaf 2

Figuur 1.4

Hoe kun je nagaan dat deze twee grafen gelijk zijn?

Teken zelf ook zo'n graaf, maar laat hem lijken op de kaart van de Canarische eilanden.

De maatschappij die de bootverbindingen tussen de Canarische eilanden onderhoudt, besluit om de route $T \rightarrow LP \rightarrow H \rightarrow G \rightarrow T$ alleen in die volgorde te varen. Er ontstaat dan eenrichtingsverkeer: als je van Las Palmas naar Tenerife wilt, moet je langs Hierro en Gomera, dat is langer varen. Hoe geef je dit in je graaf aan?

Stippel een route uit vanaf Tenerife waarbij je elk ander eiland precies één keer aandoet en waarbij je weer in Tenerife eindigt. Welk van de grafen is daarbij het handigst?

— **Toelichting** —

Geef de opdracht mondeling en in vier stappen. Kopieer de gegevens vooraf vanaf het **Werkblad** en deel dit uit.

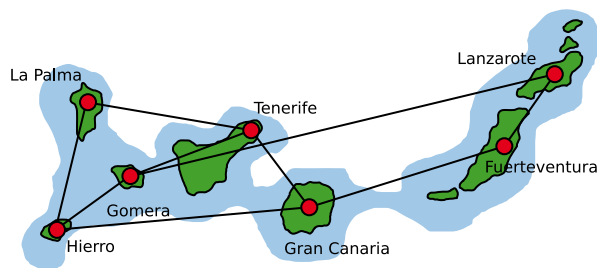
Leerlingen kunnen het eerste en het tweede deel van de opdracht vast wel uitvoeren. Herhaal de termen 'knooppunt' en 'verbinding' nog een keer. Stel desgewenst vragen als "Welke knooppunten hebben beide grafen?", "Hoe kun je een overzicht van de verbindingen maken?" en/of "Is een tabel met verbindingen tussen de knooppunten handig?"

De route uitstippelen zal wel even puzzelen zijn. Ga na afloop na of er echte verschillende rondreizen zijn gevonden en waar de verschillen zitten.

— **Uitwerking** —

Ga na dat ze dezelfde knooppunten en dezelfde wegen hebben.

Een derde graaf zou er zo uit kunnen zien:



Figuur 1.5

De rondreis vanuit Tenerife zou er zo uit kunnen zien: $T \rightarrow LP \rightarrow H \rightarrow G \rightarrow L \rightarrow F \rightarrow GC \rightarrow T$.

Opdracht 1.3

Bekijk wat iedereen heeft gemaakt en heeft bedacht over het werken met schema's zoals grafen.

Maak een eigen overzicht van wat je hebt geleerd.

Toelichting

Loop samen met de leerlingen alle bedenkzels na. Bevraag leerlingen of ze elkaars gedachtenspinsels kunnen toelichten. Samen zouden jullie naar een overzicht van de theorie moeten komen. Ieder schrijft het voor zichzelf op.

In het theorieblok zouden de termen 'graaf', 'gerichte/ongerichte graaf', 'knooppunt' en 'verbinding' voor moeten komen.

Uitwerking

Het theorieblok geeft het gewenste overzicht.

Theorie

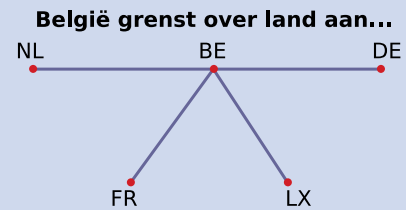
Om te onthouden

Een **schema** is een vereenvoudigde weergave van de werkelijkheid, vaak met punten, pijlen, routes en gebieden erin. Een speciaal soort schema is de **graaf**. Een graaf bestaat uit **knooppunten** en verbindingslijnen tussen de knooppunten, de **wegen**. Dat hoeven geen echte wegen te zijn. Als de knooppunten eilanden zijn, dan kunnen de wegen bootverbindingen zijn.

Als de knooppunten landen zijn, dan kan een weg bijvoorbeeld betekenen: 'grenst aan'. Kijk maar eens naar deze graaf.

Twee grafen zijn gelijk als:

- ze dezelfde knooppunten hebben;
- in dezelfde knooppunten dezelfde wegen samenkomen.



Figuur 1.6

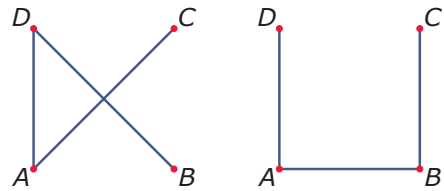
Soms is in een graaf de richting belangrijk. Je spreekt van een **gerichte graaf**.

Verwerken

★ Opgave 1.1

Bekijk de twee grafen.

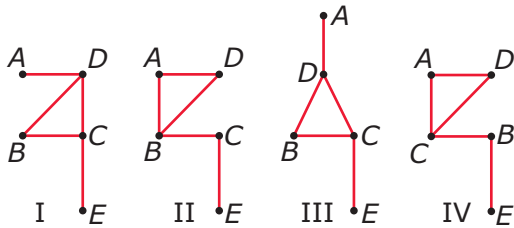
- Hoeveel knooppunten heeft graaf 1? En graaf 2?
- Hoeveel wegen heeft graaf 1? Hoeveel wegen heeft graaf 2?
- Zijn beide grafen gelijk? Licht je antwoord toe.



Figuur 1.7

★ Opgave 1.2

Welke van de grafen zijn gelijk?



Figuur 1.8

★ Opgave 1.3

Een school heeft acht brugklassen: B1A tot en met B1H. Er wordt een sportdag gehouden. Een onderdeel daarvan is het voetbaltoernooi waarin een team van zes leerlingen uit een klas, twee keer tegen het team van elke andere klas speelt: één keer 'uit' en één keer 'thuis'.

- Teken een graaf waarin alle wedstrijden voorkomen.
- Hoeveel wegen heeft deze graaf?
- Hoeveel wedstrijden zijn er?
- Wat verandert er aan de graaf als er een halve competitie wordt gespeeld?

★ Opgave 1.4

In deze tabel staan de rechtstreekse vliegverbindingen tussen een zestal steden in de Verenigde Staten.

- Is het nodig dat je weet waar de steden in de Verenigde Staten liggen om een graaf bij deze tabel te tekenen? Licht je antwoord toe.
- Teken een bijpassende graaf.
- Je vliegt van Los Angeles naar Miami. Hoeveel tussenlandingen maak je minimaal?

| Vliegverbindingen v.v. |
|---------------------------|
| Los Angeles - Chicago |
| Los Angeles - Kansas City |
| Kansas City - New York |
| Kansas City - Chicago |
| Kansas City - Houston |
| New York - Miami |
| New York - Chicago |
| New York - Houston |
| Houston - Miami |

Tabel 1.1

★★ **Opgave 1.5**

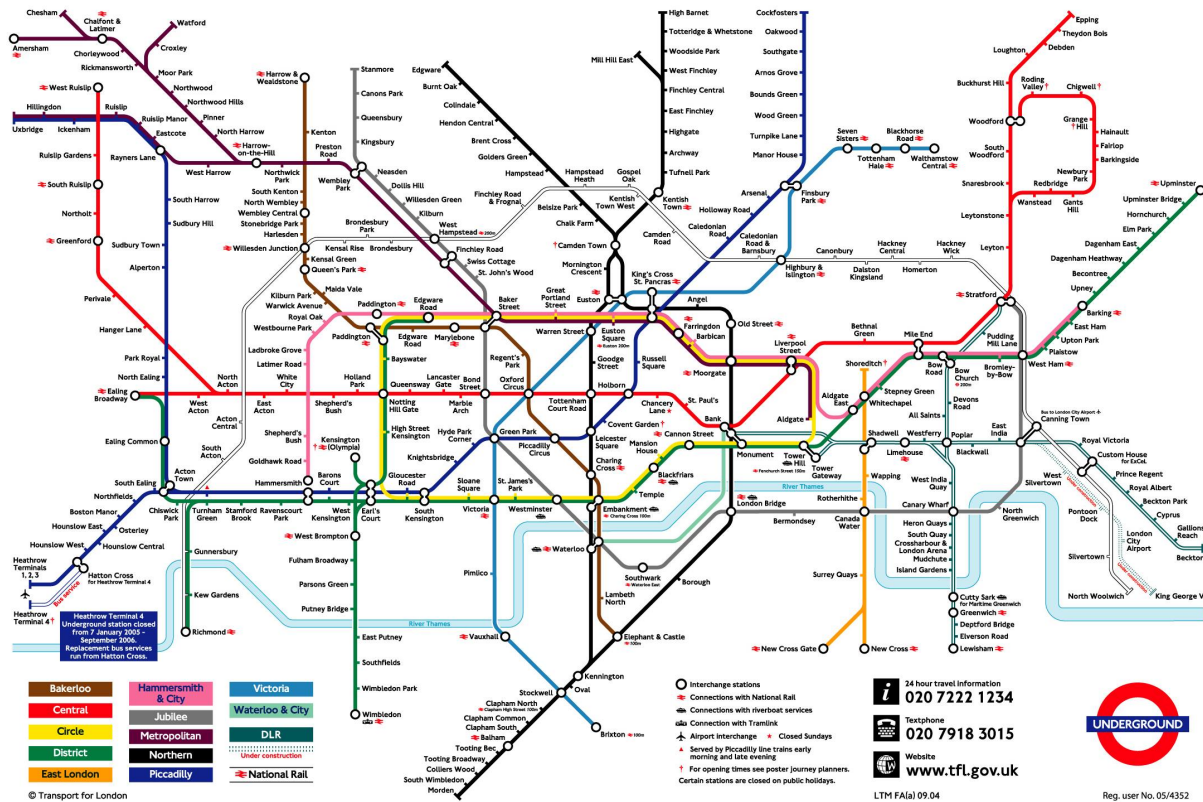
Eva is tijdens haar vakantie op een camping in Frankrijk. Op de camping ontmoet ze een aantal andere kampeers. Kate spreekt Engels en Frans. Jorge spreekt Spaans en Frans. Sören spreekt Deens, Duits en Engels. Helmut alleen Duits. Heidi spreekt Duits en Frans. Jef spreekt Nederlands en Frans. Eva zelf spreekt Nederlands, Duits en Engels.

- a Teken een graaf met de kampeers als knooppunten. Teken tussen twee kampeers een verbinding als er een taal is die ze beiden spreken.
- b Wie kan met de meeste mensen in hun eigen taal spreken?

Toepassen

★★ **Opgave 1.6: De metro van Londen**

Bekijk het schema van het metronet van Londen, de Underground. Op het **werkblad** staat een grotere versie.



Figuur 1.9

- a Wat geeft dit schema weer?
- b Waaraan kun je zien dat er in dit schema dertien metroverbindingen zijn?
- c Hoe zie je dat er een overstap naar de trein (National Railway) mogelijk is op een bepaald station?
- d Je komt aan op vliegveld Heathrow en je wilt naar de Tower Bridge, vlak bij Tower Hill. Hoe doe je dit volgens deze metrokaart met de Underground?

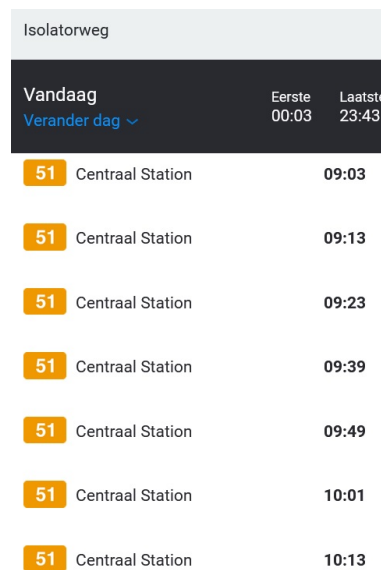
1.2 Afstandstabellen

Inleiding

Yousra bekijkt op haar telefoon de reistijden van metrolijn 51 vanaf het Centraal Station naar de Isolatorweg. Bij de Jan van Galenstraat gaan zij en haar moeder er uit.

Ze krijgt deze tabel met tijden waarop ze de metro kunnen pakken op het Centraal Station.

Ze vraagt zich af hoe het Gemeentelijk Vervoersbedrijf in Amsterdam dergelijke tabellen maakt. Ze moeten dan toch iets weten van onderlinge afstanden, de snelheid waarmee metrotreinen rijden, en dergelijke...



The screenshot shows a mobile app interface for metro line 51. At the top, it says 'Isolatorweg'. Below that, there's a dark header with 'Vandaag' and a dropdown arrow, and 'Verander dag'. To the right of the header, it shows 'Eerste 00:03' and 'Laatste 23:43'. The main part of the screen is a list of departure times from 'Centraal Station' to 'Isolatorweg'. Each entry starts with a yellow square containing the number '51', followed by the station name and the departure time.

| | Eerste | Laatste |
|---------------------|--------|---------|
| 51 Centraal Station | 00:03 | 23:43 |
| 51 Centraal Station | | 09:03 |
| 51 Centraal Station | | 09:13 |
| 51 Centraal Station | | 09:23 |
| 51 Centraal Station | | 09:39 |
| 51 Centraal Station | | 09:49 |
| 51 Centraal Station | | 10:01 |
| 51 Centraal Station | | 10:13 |

Figuur 2.1

Je leert in dit onderwerp

- bij grafen afstandstabellen maken en informatie daaruit aflezen.

Voorkennis

- werken met gerichte en ongerichte grafen;
- herkennen wanneer grafen gelijk zijn.

Voor de docent

Bij het onderdeel 'Astandstabellen' gaat het er om bij grafen waarin getallen (tijden, afstanden, e.d.) worden genoemd een tabel te maken.

Gewenste materialen:

- Maak desgewenst vooraf een kopie van de informatiebladen bij de eerste en de tweede opdracht.
- Schrijfmateriaal voor op de verticale werkvlakken en eventueel plakband om de informatiebladen eraan op te hangen.

Opdracht 2.1

Dit is een graaf met de metrolijnen van Amsterdam.

Kun je aan de figuur zien welke metrolijn het langst en/of het snelst is?

Welke gegevens geeft het GVB (Gemeentelijk Vervoersbedrijf) nodig om een goed schema voor reistijden te maken? Probeer er een aantal te noemen.

Toelichting

Geef de opdracht mondeling. Kopieer de gegevens vooraf vanaf het **Werkblad** en deel dit uit of gebruik hetzelfde werkblad als in het voorgaande onderdeel.

Leerlingen kunnen de opdracht vast wel uitvoeren. Het belang ervan is de koppeling met de realiteit, met het laten zien wat het nut van dergelijke wiskunde is.

Uitwerking

Nee, ze zijn niet op de juiste plek op een plattegrond van Amsterdam getekend en je weet ook niet of je op elke metrolijn dezelfde snelheid kunt aanhouden

Wellicht de afstand tussen twee metrostations langs de metrolijn. Maar in ieder geval gegevens over hoe lang je over elke verbinding tussen twee stations doet. Verder nog de tijd die je telkens neemt voor in- en uitstappen. En ook hoeveel sporen er liggen en waar elke trein zich op elk moment bevindt. En wellicht passagiersaantallen.

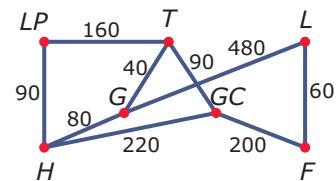


Figuur 2.2

Opdracht 2.2

Je ziet hier de afstanden van rechtstreekse bootverbindingen tussen de zeven Canarische eilanden: Tenerife, Gomera, Gran Canaria, Las Palmas, Hierro, Fuerteventura en Lanzarote. Alle afstanden zijn afgerond op tientallen km.

Maak hierbij een afstandentabel (een tabel met de rechtstreekse verbindingen tussen twee punten) en onderzoek daarmee welke route van Tenerife naar Hierro het kortst is.



Figuur 2.3

De maatschappij die de bootverbindingen tussen de Canarische eilanden onderhoudt, besluit om de route $T \rightarrow LP \rightarrow H \rightarrow G \rightarrow T$ alleen in die volgorde te varen. Er ontstaat dan eenrichtingsverkeer: als je van Las Palmas naar Tenerife wilt, moet je langs Hierro en Gomera, dat is 50 km langer varen.

Maak hierbij een nieuwe graaf en een nieuwe afstandentabel. Verandert er iets aan de kortste route van Hierro naar Tenerife?

Toelichting

Geef de opdracht mondeling en in twee stappen. Kopieer eventueel de graaf vooraf vanaf het **Werkblad** en deel dit uit.

Hierbij gaat het enerzijds om het kunnen maken en gebruiken van een afstandentabel en anderzijds om het verschil tussen een ongerichte en een gerichte graaf. Mogelijke hulpvragen “Hoe kun je in de tabel aangeven dat er geen (rechtstreekse) verbinding is tussen twee punten?”, “Hoe kun je richting aangeven in zo'n graaf?” en “Wat verandert er in de tabel?” (het gaat dan om het ‘van/naar’ principe).

Uitwerking

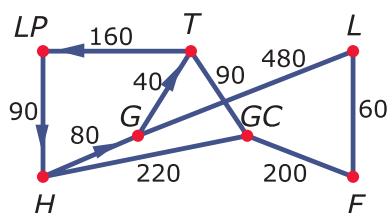
De tabel wordt zo:

| | <i>T</i> | <i>G</i> | <i>GC</i> | <i>LP</i> | <i>H</i> | <i>F</i> | <i>L</i> |
|-----------|----------|----------|-----------|-----------|----------|----------|----------|
| <i>T</i> | - | 40 | 90 | 160 | - | - | - |
| <i>G</i> | 40 | - | - | - | 80 | - | 480 |
| <i>GC</i> | 90 | - | - | - | 220 | 200 | - |
| <i>LP</i> | 160 | - | - | - | 90 | - | - |
| <i>H</i> | - | 80 | 220 | 90 | - | - | - |
| <i>F</i> | - | - | 200 | - | - | - | 60 |
| <i>L</i> | - | 480 | - | - | - | 60 | - |

Tabel 2.1

Je kunt van Tenerife naar Hierro via Gomera, Gran Canaria en Las Palmas. De route via Gomera is het kortst.

De nieuwe graaf wordt:



Figuur 2.4

De nieuwe afstandentabel wordt:

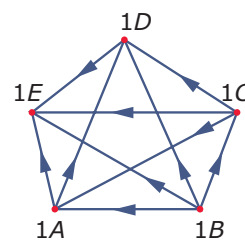
| | van | | | | | | |
|-----------|----------|----------|-----------|-----------|----------|----------|----------|
| naar | <i>T</i> | <i>G</i> | <i>GC</i> | <i>LP</i> | <i>H</i> | <i>F</i> | <i>L</i> |
| <i>T</i> | - | 40 | 90 | - | - | - | - |
| <i>G</i> | - | - | - | - | 80 | - | 480 |
| <i>GC</i> | 90 | - | - | - | 220 | 200 | - |
| <i>LP</i> | 160 | - | - | - | - | - | - |
| <i>H</i> | - | - | 220 | 90 | - | - | - |
| <i>F</i> | - | - | 200 | - | - | - | 60 |
| <i>L</i> | - | 480 | - | - | - | 60 | - |

Tabel 2.2

Je kunt nu van Tenerife naar Hierro alleen nog via Gran Canaria en Las Palmas. De route via Las Palmas is het kortst.

Opdracht 2.3

Tijdens een sportdag spelen de eerste klassen (1A tot en met 1E) een volleybaltoernooi. De gymleraar heeft met deze gerichte graaf het verloop van het toernooi bijgehouden. In die graaf zie je bijvoorbeeld dat 1A van 1D heeft gewonnen.



Figuur 2.5

Als je wint, krijg je een punt. Als je verliest, krijg je nul punten. Maak een puntentabel voor dit toernooi en bepaal daarmee de klas die heeft gewonnen.

— Toelichting —

Geef de opdracht mondeling. Kopieer eventueel de gegevens vooraf vanaf het **Werkblad** en deel die uit.

Deze opdracht gaat over het interpreteren van een gerichte graaf. Het is goed om het begrip ‘gerichte graaf’ onder de aandacht te brengen. Mogelijke hulpvragen zijn “Hoe zie je dat 1A van 1D heeft gewonnen?” en “Hoe zet je de tabel op? Hoeveel rijen en hoeveel kolommen heb je nodig”.

— Uitwerking —

Zie tabel, klas 1B heeft het hoogste aantal punten behaald, namelijk 4.

| | | van | | | | |
|------|----|-----|----|----|----|----|
| | | 1A | 1B | 1C | 1D | 1E |
| naar | 1A | - | 1 | 1 | 0 | 0 |
| | 1B | 0 | - | 0 | 0 | 0 |
| | 1C | 0 | 1 | - | 0 | 0 |
| | 1D | 1 | 1 | 1 | - | 0 |
| | 1E | 1 | 1 | 1 | 1 | - |

Tabel 2.3

Opdracht 2.4

Bekijk wat iedereen heeft gemaakt en heeft bedacht over het werken met grafen en bijpassende tabellen.

Maak een eigen overzicht van wat je hebt geleerd.

— Toelichting —

Loop samen met de leerlingen alle bedenksels na. Bevraag leerlingen of ze elkaars gedachtenspinsels kunnen toelichten. Samen zouden jullie naar een overzicht van de theorie moeten komen. Ieder schrijft het voor zichzelf op.

— Uitwerking —

Het theorieblok geeft het gewenste overzicht.

Theorie

Om te onthouden

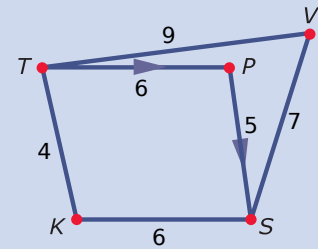
Bij de wegen tussen de knooppunten van een **graaf** kunnen getallen horen. Bijvoorbeeld hun onderlinge afstand, of hun onderlinge reistijd, of iets dergelijks.

Je kunt dan bij de graaf een **tabel** maken, bijvoorbeeld een afstandstabel of een reistijden-tabel.

Soms is in een graaf de richting belangrijk. Je spreekt van een **gerichte graaf**. Hier zie je een afstandstabel bij de graaf ernaast.

| | | naar | | | | |
|-----|---|------|---|---|---|---|
| | | T | K | S | V | P |
| van | T | - | 4 | - | 9 | 6 |
| | K | 4 | - | 6 | - | - |
| | S | - | 6 | - | 7 | - |
| | V | 9 | - | 7 | - | - |
| | P | - | - | 5 | - | - |

Tabel 2.4



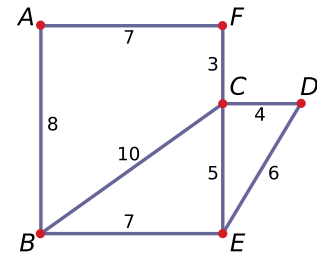
Figuur 2.6

Verwerken

★ Opgave 2.1

Bekijk de graaf met afstanden.

- Hoeveel knooppunten heeft deze graaf?
- Welke is de kortste route van C naar A en hoe groot is de afstand?
- Welke is de kortste route van A naar E en hoe groot is de afstand?
- Maak een afstandstabel bij deze graaf. Neem telkens de kortste weg.



Figuur 2.7

★ Opgave 2.2

Op een eiland liggen vier dorpen: Middendorp, Paaldorp, Randdorp en Uitdorp. In de tabel vind je de afstanden tussen de dorpen in kilometers.

- Een automobilist rijdt eerst van Middendorp naar Paaldorp, dan van Paaldorp naar Randdorp en vervolgens van Randdorp naar Uitdorp. Hoeveel kilometer rijdt de automobilist?
- Teken een bijpassende graaf zo, dat de afstanden tussen de knooppunten overeenkomen met de afstanden in de tabel.

| | M | P | R | U |
|---|----|----|----|----|
| M | - | 10 | 25 | 50 |
| P | 10 | - | 15 | 40 |
| R | 25 | 15 | - | 25 |
| U | 50 | 40 | 25 | - |

Tabel 2.5

Tussen deze vier dorpen vonden in 2010 de volgende verhuizingen plaats: Vanuit Paaldorp verhuisden 6 personen naar Randdorp, 2 personen naar Middendorp en 3 naar Uitdorp. Vanuit Middendorp verhuisden 6 personen naar Paaldorp, 2 naar Randdorp en 2 naar Uitdorp. Vanuit Uitdorp verhuisden 6 personen naar Middendorp en 3 naar Randdorp. Vanuit Randdorp verhuisden 5 mensen naar Uitdorp en 4 naar Middendorp.

- Teken hierbij een gerichte graaf.
- Van welk dorp is het aantal inwoners door deze verhuizingen het meest afgenomen?

★ Opgave 2.3

Tijdens een voetbaltoernooi zijn PSV, Bayern München, Real Madrid en Juventus in één poule ingedeeld. Na drie speelronden hebben alle clubs een keer tegen elkaar gespeeld. De stand is als volgt:

| | gespeeld | gewonnen | gelijk | verloren | punten |
|----------------|----------|----------|--------|----------|--------|
| PSV | 3 | 2 | 1 | 0 | 7 |
| Bayern München | 3 | 1 | 2 | 0 | 5 |
| Real Madrid | 3 | 0 | 2 | 1 | 2 |
| Juventus | 3 | 0 | 1 | 2 | 1 |

Tabel 2.6

- Hoeveel punten krijgt een team bij een overwinning?
- Maak een gerichte graaf met de voetbalteams als knooppunten. Geef in de graaf aan wie van wie gewonnen heeft en wie tegen wie gelijkgespeeld heeft.

★★ **Opgave 2.4**

In een stad rijden drie trams: lijn 1, lijn 2 en lijn 3. In de drie tramgrafen zie je langs welke haltes de trams rijden. De trams rijden in beide richtingen. Claudia wil met de tram van de Sportlaan naar de Kruisweg.



Figuur 2.8

Kan dat? En zo ja, hoe? Leg je antwoord uit.

★★ **Opgave 2.5**

In de tabel zie je welke rechtstreekse vliegverbindingen er zijn tussen een zestal steden in de U.S.A.

- a** Zoek de afstanden tussen deze steden op.
- b** Ga uit van een vliegsnelheid van 1000 km per uur. Teken een bijpassende graaf en zet de vliegtijden tussen de knooppunten in je graaf.
- c** Je vliegt van Los Angeles naar Miami. Hoeveel tijd ben je minstens kwijt?

| Vliegverbindingen v.v. |
|---------------------------|
| Los Angeles - Chicago |
| Los Angeles - Kansas City |
| Kansas City - New York |
| Kansas City - Chicago |
| Kansas City - Houston |
| New York - Miami |
| New York - Chicago |
| New York - Houston |
| Houston - Miami |

Tabel 2.7

Toepassen

★★ Opgave 2.6: Kanaaleilanden

Hier zie je een kaartje van de Kanaaleilanden Jersey, Guernsey, Alderney, Herm en Sark. Je wilt tussen deze eilanden verbindingen per boot organiseren. Gebruik de havens van St. Peter Port, Herm, Sark, St. Helier en St. Annes.



Figuur 2.9

- Maak eerst een afstandsgraaf en een afstandstabel. Geef de afstanden in gehele km nauwkeurig, gebruik de kaart op het **werkblad**.
- Je kunt met een gemiddelde snelheid van 40 km/uur varen. Maak een bijpassende reistijdentabel.
De eilandjes Herm en Sark liggen vlak bij Guernsey. Je vaart niet naar beide heen en weer, maar liever de route Guernsey → Herm → Sark → Guernsey.
- Pas je afstandstabel hierop aan.
- Stel je hebt twee boten en je wilt varen vanaf 6:00 uur 's morgens tot 22:00 uur 's avonds. Maak dan een compleet routeschema.

1.3 Frequentietabel

Inleiding

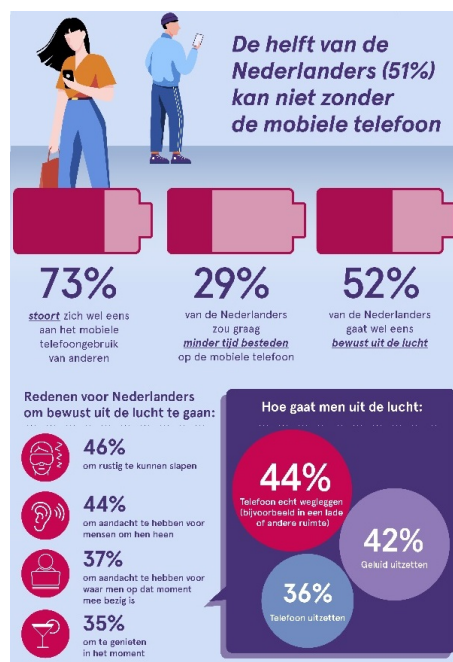
Yusra bekijkt meer infographics.

Ze ziet dit op een infographic over het telefoongebruik in Nederland.

Maar hoe komt de maker van dit plaatje aan die getallen en wat betekenen ze precies?

En hoe maak je er een mooie infographic van?

Yusra gaat zelf maar eens op zoek naar gegevens die je overzichtelijk kunt weergeven. Ze zoekt gegevens van haar eigen school.



Figuur 3.1

Je leert in dit onderwerp

- de begrippen frequentie en relatieve frequentie;
- werken met een frequentietabel om het gemiddelde te berekenen;
- werken met frequentietabellen om gegevens te vergelijken.

Voorkennis

- getallen gebruiken om te tellen en te rekenen;
- rekenen met procenten.

Voor de docent

Bij het onderdeel 'Frequentietabel' gaat het over het werken met frequenties, relatieve frequenties en de bijbehorende tabellen. Het begrip '(relatieve) frequentie' is wellicht nieuw. Belangrijk is voldoende aandacht te schenken aan het gebruiken van dergelijke tabellen bij het berekenen van een gemiddelde en bij het vergelijken van zaken.

Gewenste materialen:

- Er zijn informatiebladen bij de eerste twee opdrachten.
- Schrijfmateriaal en plakmateriaal voor op de verticale werkvlakken.
- Bij dit onderdeel zit ook een practicum voor het leren werken met een spreadsheet (MS-Excel, OO-calc, Google Sheets).

Opdracht 3.1

Yousra heeft rapportcijfers gevonden van klas B1H van enkele jaren geleden.

Je ziet de rapportcijfers voor het vak science van klas B1H.

| | | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 6 | 6 | 5 | 4 | 7 | 7 | 7 | 8 | 6 | 6 | 6 | 6 | 8 | 7 | 7 |
| 9 | 5 | 7 | 7 | 5 | 7 | 6 | 7 | 6 | 6 | 7 | 5 | 7 | 8 | |

Tabel 3.1

Om het gemiddelde te berekenen kun je beter een frequentietabel maken. Dat is een tabel waarin achter elk cijfer zijn ‘frequentie’ (dat is het aantal keer dat het voorkomt) staat. Bereken met zo'n tabel het gemiddelde van deze cijfers van klas B1H voor science.

Toelichting

Geef de opdracht mondeling. Kopieer de gegevens vooraf vanaf het [Werkblad](#) en deel dit uit.

De term ‘frequentie’ is wellicht nieuw. Ook hebben sommige leerlingen misschien nog nooit een frequentietabel gezien. Stel desgewenst vragen als “Wat is het laagste cijfer voor science en hoe vaak komt dat voor?”, “En wat is het volgende rapportcijfer en hoe vaak komt dat voor?”, “Hoe kun je op die manier een frequentietabel maken?” en/of “Hoe bereken je vanuit een frequentietabel het gemiddelde?”.

Uitwerking

De frequentietabel wordt:

| science | |
|---------|------------|
| cijfer | frequentie |
| 4 | 1 |
| 5 | 4 |
| 6 | 9 |
| 7 | 11 |
| 8 | 3 |
| 9 | 1 |
| totaal | 29 |

Tabel 3.2

Het gemiddelde is: $\frac{4 \cdot 1 + 5 \cdot 4 + 6 \cdot 9 + 7 \cdot 11 + 8 \cdot 3 + 9 \cdot 1}{29} = 6,4827\dots$

Afgerond op één cijfer achter de komma dus een 6,5 gemiddeld.

Opdracht 3.2

Frequentietabellen zijn ook handig om de resultaten van twee series waarnemingen te vergelijken. Hier zie je de resultaten voor het vak science van klas B1H en klas B1J.

| Resultaten science klas B1H | | Resultaten science klas B1J | |
|-----------------------------|------------|-----------------------------|------------|
| cijfer | frequentie | cijfer | frequentie |
| 4 | 1 | 4 | 0 |
| 5 | 4 | 5 | 4 |
| 6 | 9 | 6 | 8 |
| 7 | 11 | 7 | 6 |
| 8 | 3 | 8 | 5 |
| 9 | 1 | 9 | 2 |
| totaal | 29 | totaal | 25 |

Tabel 3.3

Je wilt beide groepen vergelijken. Waarom kun je dan het beste werken met percentages? Maak tabellen met percentages en probeer conclusies te trekken als: In klas ... waren naar verhouding het meeste voldoende. Maar je kunt meer uitspraken doen!

Toelichting

Geef de opdracht mondeling. Kopieer de gegevens vooraf vanaf het [Werkblad](#) en deel dit uit.

De term 'relatieve frequentie' is vast nog onbekend, het is handig om die tijdens het werken aan deze opdracht te laten vallen. Stel desgewenst vragen als "Waarom kun je slecht frequenties vergelijken in dit geval?", "Hoe zet je de frequenties om naar percentages?", "Hoe kun je op die manier een relatieve frequentietabel maken?" en/of "Hoe kun je nu conclusies trekken?".

Uitwerking

Je kunt het beste met percentages werken omdat beide groepen verschillend van grootte zijn.

Maak eerst relatieve frequentietabellen.

| Resultaten science klas B1H | | | Resultaten science klas B1J | | |
|-----------------------------|------------|--------------------------|-----------------------------|------------|--------------------------|
| cijfer | frequentie | relatieve frequentie (%) | cijfer | frequentie | relatieve frequentie (%) |
| 4 | 1 | 3,4 | 4 | 0 | 0,0 |
| 5 | 4 | 13,8 | 5 | 4 | 16,0 |
| 6 | 9 | 31,0 | 6 | 8 | 32,0 |
| 7 | 11 | 37,9 | 7 | 6 | 24,0 |
| 8 | 3 | 10,3 | 8 | 5 | 20,0 |
| 9 | 1 | 3,4 | 9 | 2 | 8,0 |
| totaal | 29 | 100 | totaal | 25 | 100 |

Tabel 3.4

Hieruit kunnen conclusies worden getrokken als:

- In B1H waren naar verhouding het meeste onvoldoendes, 17,2% tegen 16,0% in B1J.
- In B1J waren naar verhouding het meeste voldoende, 84,0% tegen 82,8% in B1H.
- ...

Opdracht 3.3

Bekijk wat iedereen heeft gemaakt en heeft bedacht over het werken met frequenties, relatieve frequenties (meestal percentages) en de bijbehorende tabellen.

Maak een eigen overzicht van wat je hebt geleerd.

— Toelichting —

Loop samen met de leerlingen alle bedenksels na. Bevraag leerlingen of ze elkaars gedachtenspinsels kunnen toelichten. Samen zouden jullie naar een overzicht van de theorie moeten komen. Ieder schrijft het voor zichzelf op.

Zorg ervoor dat de leerlingen in hun theorieblok een voorbeeld van het berekenen van een gemiddelde met behulp van een frequentietabel en een voorbeeld van het vergelijken van twee frequentietabellen met behulp van relatieve frequenties hebben.

— Uitwerking —

Het theorieblok geeft het gewenste overzicht.

Theorie

Om te onthouden

Je kunt getallen overzichtelijker weergeven door te tellen hoeveel ervan voorkomen. Je krijgt dan een **frequentietabel**. De getallen noem je de **waarnemingen**. Hier zie je de frequentietabel van de science-cijfers van B1A.

De **frequentie** is het aantal keren dat een bepaalde waarneming voorkomt. Een frequentietabel heet ook wel een **frequentieverdeling**.

Soms wil je twee series getallen vergelijken als het totale aantal waarnemingen verschillend is.

Dan kun je de frequenties het beste omrekenen naar **relatieve frequenties**:

$$\text{relatieve frequentie} = \frac{\text{frequentie}}{\text{totaal aantal waarnemingen}}$$

Meestal wordt de relatieve frequentie weergegeven als percentage.

| science | |
|---------|------------|
| cijfer | frequentie |
| 4 | 1 |
| 5 | 4 |
| 6 | 9 |
| 7 | 11 |
| 8 | 3 |
| 9 | 1 |
| totaal | 29 |

Tabel 3.5

Verwerken

★ Opgave 3.1

In de tabel zie je de gemiddelde cijfers en de eindcijfers van de leerlingen uit B1H voor zeven vakken.

| B1H | | ne | | en | | fa | | ak | | gs | | wi | | sc | |
|----------|----------|-----|----|-----|----|-----|----|-----|----|-----|----|-----|----|-----|----|
| leerling | geslacht | RE | RE | RE | RE | RE | RE | RE | RE | RE | RE | RE | RE | RE | RE |
| 1 | v | 6,7 | 7 | 4,4 | 4 | 5,6 | 6 | 6,6 | 7 | 6,8 | 7 | 5,6 | 6 | 5,8 | 6 |
| 2 | v | 5,6 | 6 | 5,3 | 5 | 6,1 | 6 | 7,1 | 7 | 6,8 | 7 | 6,3 | 6 | 6,4 | 6 |
| 3 | m | 8,1 | 8 | 6,7 | 7 | 5,8 | 6 | 7,2 | 7 | 7,6 | 8 | 5,3 | 5 | 5,4 | 5 |
| 4 | m | 8,5 | 9 | 5,1 | 5 | 6,1 | 6 | 6,1 | 6 | 6,1 | 6 | 5,6 | 6 | 4,3 | 4 |
| 5 | m | 4,9 | 5 | 9,7 | 10 | 6,6 | 7 | 8,0 | 8 | 7,5 | 8 | 6,4 | 6 | 7,0 | 7 |
| 6 | v | 6,2 | 6 | 9,4 | 9 | 7,2 | 7 | 6,6 | 7 | 7,8 | 8 | 7,1 | 7 | 7,1 | 7 |
| 7 | m | 7,1 | 7 | 7,9 | 8 | 7,9 | 8 | 6,6 | 7 | 6,6 | 7 | 7,4 | 7 | 6,5 | 7 |
| 8 | v | 6,9 | 7 | 3,9 | 4 | 6,5 | 7 | 7,5 | 8 | 7,4 | 7 | 8,1 | 8 | 7,9 | 8 |
| 9 | m | 7,7 | 8 | 6,0 | 6 | 6,6 | 7 | 6,7 | 7 | 7,6 | 8 | 6,5 | 7 | 6,1 | 6 |
| 10 | m | 6,8 | 7 | 6,2 | 6 | 7,0 | 7 | 7,1 | 7 | 6,8 | 7 | 6,8 | 7 | 6,1 | 6 |
| 11 | v | 5,3 | 5 | 7,1 | 7 | 5,2 | 5 | 6,0 | 6 | 6,4 | 6 | 5,3 | 5 | 5,6 | 6 |
| 12 | v | 5,8 | 6 | 6,9 | 7 | 7,1 | 7 | 7,3 | 7 | 7,4 | 7 | 7,6 | 8 | 6,4 | 6 |
| 13 | m | 6,2 | 6 | 8,1 | 8 | 7,9 | 8 | 8,4 | 8 | 8,2 | 8 | 8,1 | 8 | 8,2 | 8 |
| 14 | m | 7,3 | 7 | 3,4 | 3 | 5,1 | 5 | 6,2 | 6 | 6,5 | 7 | 6,4 | 6 | 7,3 | 7 |
| 15 | m | 7,0 | 7 | 6,8 | 7 | 7,1 | 7 | 7,0 | 7 | 5,5 | 6 | 7,0 | 7 | 7,2 | 7 |
| 16 | v | 8,5 | 9 | 6,4 | 6 | 8,0 | 8 | 9,1 | 9 | 8,8 | 9 | 9,3 | 9 | 9,1 | 9 |
| 17 | v | 9,4 | 9 | 5,8 | 6 | 6,9 | 7 | 7,1 | 7 | 7,3 | 7 | 6,4 | 6 | 5,4 | 5 |
| 18 | m | 8,1 | 8 | 6,5 | 7 | 6,9 | 7 | 7,6 | 8 | 7,6 | 8 | 7,3 | 7 | 6,6 | 7 |
| 19 | v | 7,0 | 7 | 7,2 | 7 | 8,0 | 8 | 7,4 | 7 | 8,7 | 9 | 8,8 | 9 | 7,2 | 7 |
| 20 | v | 6,7 | 7 | 8,8 | 9 | 7,2 | 7 | 6,1 | 6 | 6,2 | 6 | 3,4 | 3 | 4,6 | 5 |
| 21 | v | 7,4 | 7 | 7,2 | 7 | 7,3 | 7 | 7,6 | 8 | 7,3 | 7 | 7,2 | 7 | 7,1 | 7 |
| 22 | v | 6,4 | 6 | 5,8 | 6 | 6,4 | 6 | 6,9 | 7 | 6,2 | 6 | 6,5 | 7 | 6,0 | 6 |
| 23 | m | 7,9 | 8 | 6,8 | 7 | 6,0 | 6 | 7,4 | 7 | 7,7 | 8 | 6,1 | 6 | 6,9 | 7 |
| 24 | m | 6,6 | 7 | 6,1 | 6 | 6,9 | 7 | 5,8 | 6 | 5,9 | 6 | 7,2 | 7 | 6,1 | 6 |
| 25 | m | 6,4 | 6 | 6,4 | 6 | 6,0 | 6 | 5,4 | 5 | 4,6 | 5 | 5,3 | 5 | 5,8 | 6 |
| 26 | m | 5,9 | 6 | 7,7 | 8 | 7,7 | 8 | 7,5 | 8 | 7,1 | 7 | 8,0 | 8 | 6,8 | 7 |
| 27 | v | 6,9 | 7 | 7,3 | 7 | 6,2 | 6 | 6,2 | 6 | 6,3 | 6 | 5,8 | 6 | 5,1 | 5 |
| 28 | m | 8,8 | 9 | 6,9 | 7 | 7,2 | 7 | 8,0 | 8 | 7,5 | 8 | 7,6 | 8 | 7,2 | 7 |
| 29 | m | 6,7 | 7 | 8,2 | 8 | 7,6 | 8 | 7,9 | 8 | 8,1 | 8 | 7,2 | 7 | 8,2 | 8 |

Figuur 3.2

- Maak een frequentietabel voor de gehele eindcijfers voor wiskunde. Gebruik de eindcijfers 3 tot en met 10.
- Bereken het gemiddelde van die gehele eindcijfers in één decimaal nauwkeurig.
- Maak een tabel met relatieve frequenties van de eindcijfers voor het vak wiskunde. Bereken ook daarmee het gemiddelde eindcijfer in één decimaal nauwkeurig.

★ Opgave 3.2

Gebruik de eindcijfers van de leerlingen uit B1H uit de voorgaande opgave.

- Maak een tabel met relatieve frequenties van de gehele eindcijfers voor het vak Frans.
- Bereken het gemiddelde eindcijfer voor Frans in één decimaal nauwkeurig.
- Vergelijk de relatieve frequentieverdelingen van wiskunde en Frans. Kun je conclusies trekken?

★ Opgave 3.3

Klas B1C bestaat uit twaalf meisjes en vijftien jongens. Hun lengtes zijn in centimeters:

- meisjes: 151, 157, 163, 162, 158, 149, 168, 155, 153, 162, 164 en 160
- jongens: 160, 169, 170, 153, 161, 154, 147, 164, 155, 158, 149, 168, 152, 157 en 153

- Bereken voor de meisjes en de jongens afzonderlijk de gemiddelde lengte (het 'groeps-gemiddelde'). Rond af op één decimaal.
- Kun je deze gegevens overzichtelijk weergeven met behulp van frequentietabellen? Leg uit, waarom wel/niet.

★★ Opgave 3.4

In 2013 is gekeken naar de herkomst van leerlingen in de brugklas. De resultaten staan in de tabel.

| | vmbo | havo/vwo |
|---------------|------|----------|
| basisschool A | 13 | 11 |
| basisschool B | 17 | 20 |
| basisschool C | 21 | 11 |
| basisschool D | 22 | 21 |

Tabel 3.6

Maak van deze tabel een relatieve frequentietabel met de relatieve frequenties per basisschool.

Kun je iets zeggen over de uitstroom van de verschillende basisscholen?

Toepassen

Yousra vindt het berekenen van het gemiddelde van veel cijfers maar een tijdrovend werkje. Ze gaat leren werken met een **rekenbladprogramma (spreadsheet)** zoals Excel of Open Office Calc, of Google Sheets, of ...

Heb je nog nooit met zo'n programma gewerkt? Bekijk dan eerst het **Practicum**.

Als je al weet hoe je met cellen in spreadsheets werkt, hoe je met de inhoud van cellen kunt rekenen, hoe kopiëren gaat, en dergelijke, dan kun je meteen aan de slag.

★★ Opgave 3.5: Werken met een spreadsheet

Wanneer je het gemiddelde van veel gegevens moet berekenen, dan doe je dit meestal niet meer met de hand. Een spreadsheet bewijst dan goede diensten. In het **Practicum** kun je zien hoe dat moet met behulp van frequentietabellen.

- Maak zelf een frequentietabel van de gehele eindcijfers voor wiskunde.
- Zoek uit hoe je van een rij gegevens het gemiddelde door Excel kunt laten berekenen.
- Bereken het gemiddelde voor wiskunde met behulp van de frequentietabel. Bereken dit gemiddelde ook met de niet afgeronde rapportcijfers. Verklaar het eventuele verschil.
- Je kunt nu **Opgave 3.1** heel goed met Excel maken. Een goede oefening...

Practicum: Werken met een rekenblad

Het is handig als je goed kunt **werken met een spreadsheet (rekenbladprogramma)** zoals MS-Excel, Open Office-Calc, of Google-sheets.

Als je nog nooit met zo'n programma hebt gewerkt, doe dan eerst dit één van deze practica. Je moet nauwkeurig uitvoeren wat daar staat, print de tekst eventueel. Werk samen met iemand anders, maar zorg wel dat je alles wat er gebeurt ook zelf alleen kunt!

- **Basistechnieken MS-Excel**
- **Basistechnieken Open Office Calc**
- **Basistechnieken Google spreadsheets**

Deze spreadsheets kunnen ook **frequentietabellen** voor je maken. Je hoeft dan niet met de hand te tellen.

Dat leer je in het eerste deel van deze practica:

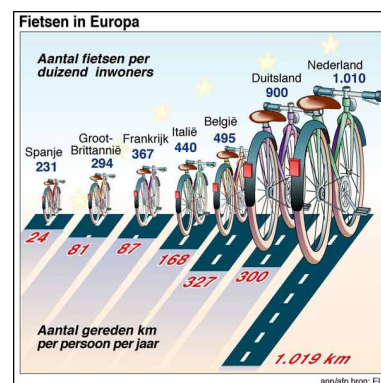
- [Frequentieverdelingen in MS-Excel](#)
- [Frequentieverdelingen in Open Office Calc](#)
- [Frequentieverdelingen in Google spreadsheets](#)

1.4 Beeld-, staaf- en lijndiagram

Inleiding

Yousra komt ook deze infographic tegen over fietsen in enkele Europese landen. De figuur is al wat ouder, want er waren toen nog geen e-bikes. Bekijk maar eens goed welke informatie de figuur te bieden heeft.

Als het goed is zie je een diagram dat uit staven (stroken) bestaat en een diagram dat uit beelden (plaatjes) bestaat.



Figuur 4.1

Je leert in dit onderwerp

- informatie aflezen uit een beelddiagram, een staafdiagram en een lijndiagram;
- een staafdiagram maken;
- een lijndiagram maken;

Voorkennis

- getallen gebruiken om te tellen en te rekenen;
- het gemiddelde uitrekenen van een serie getallen ook met behulp van een frequentietabel;
- werken met (relatieve) frequentietabellen.

Voor de docent

Bij het onderdeel 'Beeld-, staaf- en lijndiagram' gaat het over het werken met beelddiagrammen, staafdiagrammen en lijndiagrammen en de voors en tegens van dergelijke visualisaties van frequentietabellen. De begrippen 'beelddiagram' en 'staaf/lijndiagram' zijn wellicht nieuw. Belangrijk is voldoende aandacht te schenken aan fouten die hierbij kunnen worden gemaakt.

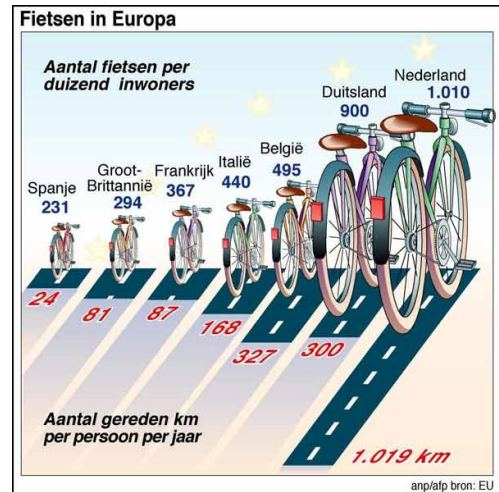
Gewenste materialen:

- Er zijn werkbladen met informatie voor de eerste twee opdrachten, bij de derde opdracht wordt dezelfde info gebruikt als bij de tweede. Die twee opdrachten horen bij elkaar.
- Schrijfmateriaal en plakmateriaal voor op de verticale werkvlakken.

Opdracht 4.1

Figuren zoals deze zijn bedoeld om informatie overzichtelijk weer te geven. Hier zie je een 'beelddiagram' (van jaren geleden) over fietsen in zeven landen in Europa.

- Welk land had toen vermoedelijk de meeste fietsen? Welke informatie ontbreekt om dit met zekerheid te kunnen zeggen? Hoeveel kilometer fietsten we toen per persoon in Nederland per jaar ongeveer?
- Benoem zoveel mogelijk zaken die hier niet goed worden weergegeven. Maak daar dan zelf steeds een correct 'staafdiagram' van.
- Waarom kun je bij deze figuur geen gemiddelden berekenen?



Figuur 4.2

Toelichting

Geef de opdracht mondeling en in drie stappen. Kopieer de gegevens vooraf vanaf het **Werkblad** en deel dit uit.

De term 'staafdiagram' is wellicht nieuw, benoem dan gewoon wat dit is. In dit geval zou je kunnen zeggen dat ze de fietsen moeten vervangen door even brede staafjes met een correcte hoogte. Stel desgewenst vragen als "Wat vinden jullie van de weergave van de aantallen fietsen per 1000 inwoners?", "En van de aantallen fietskilometers per inwoner?" en/of "Hoe kun je betere staafdiagrammen maken?".

Uitwerking

Vermoedelijk Duitsland, want daar zijn 900 fietsen per 1000 inwoners en Duitsland heeft veel meer inwoners dan Nederland. Die informatie ontbreekt echter.

In NL fietsten we toen 1019 km per jaar.

Fouten:

- In het onderste deel van de figuur zou de lengte van de weg de grootte van de waarde weer moeten geven, maar dat klopt niet.
- En hoe zit het met het bovenste deel van de figuur, kloppen de hoogtes van de fietsen wel ongeveer met de waardes die erbij staan, maar wat doe je dan met de dikte van de fiets?

Misschien vinden de leerlingen nog andere zaken.

Ze worden aangezet tot het zelf maken van staafdiagrammen die wel juist zijn.

Je kunt geen gemiddelden berekenen, omdat er landen worden vergeleken en je niet simpel van landen met verschillende aantallen inwoners een gemiddeld aantal fietskilometers per jaar kunt berekenen (omdat je niet weet hoeveel inwoners die landen hadden toen deze figuur is gemaakt).

Opdracht 4.2

In deze tabel staan alle rapportcijfers van B1H, afgerond op één decimaal en afgerond op hele cijfers.

| B1H | | ne | | en | | fa | | ak | | gs | | wi | | sc | |
|----------|----------|-----|----|-----|----|-----|----|-----|----|-----|----|-----|----|-----|----|
| leerling | geslacht | RE | RE | RE | RE | RE | RE | RE | RE | RE | RE | RE | RE | RE | RE |
| 1 | v | 6,7 | 7 | 4,4 | 4 | 5,6 | 6 | 6,6 | 7 | 6,8 | 7 | 5,6 | 6 | 5,8 | 6 |
| 2 | v | 5,6 | 6 | 5,3 | 5 | 6,1 | 6 | 7,1 | 7 | 6,8 | 7 | 6,3 | 6 | 6,4 | 6 |
| 3 | m | 8,1 | 8 | 6,7 | 7 | 5,8 | 6 | 7,2 | 7 | 7,6 | 8 | 5,3 | 5 | 5,4 | 5 |
| 4 | m | 8,5 | 9 | 5,1 | 5 | 6,1 | 6 | 6,1 | 6 | 6,1 | 6 | 5,6 | 6 | 4,3 | 4 |
| 5 | m | 4,9 | 5 | 9,7 | 10 | 6,6 | 7 | 8,0 | 8 | 7,5 | 8 | 6,4 | 6 | 7,0 | 7 |
| 6 | v | 6,2 | 6 | 9,4 | 9 | 7,2 | 7 | 6,6 | 7 | 7,8 | 8 | 7,1 | 7 | 7,1 | 7 |
| 7 | m | 7,1 | 7 | 7,9 | 8 | 7,9 | 8 | 6,6 | 7 | 6,6 | 7 | 7,4 | 7 | 6,5 | 7 |
| 8 | v | 6,9 | 7 | 3,9 | 4 | 6,5 | 7 | 7,5 | 8 | 7,4 | 7 | 8,1 | 8 | 7,9 | 8 |
| 9 | m | 7,7 | 8 | 6,0 | 6 | 6,6 | 7 | 6,7 | 7 | 7,6 | 8 | 6,5 | 7 | 6,1 | 6 |
| 10 | m | 6,8 | 7 | 6,2 | 6 | 7,0 | 7 | 7,1 | 7 | 6,8 | 7 | 6,8 | 7 | 6,1 | 6 |
| 11 | v | 5,3 | 5 | 7,1 | 7 | 5,2 | 5 | 6,0 | 6 | 6,4 | 6 | 5,3 | 5 | 5,6 | 6 |
| 12 | v | 5,8 | 6 | 6,9 | 7 | 7,1 | 7 | 7,3 | 7 | 7,4 | 7 | 7,6 | 8 | 6,4 | 6 |
| 13 | m | 6,2 | 6 | 8,1 | 8 | 7,9 | 8 | 8,4 | 8 | 8,2 | 8 | 8,1 | 8 | 8,2 | 8 |
| 14 | m | 7,3 | 7 | 3,4 | 3 | 5,1 | 5 | 6,2 | 6 | 6,5 | 7 | 6,4 | 6 | 7,3 | 7 |
| 15 | m | 7,0 | 7 | 6,8 | 7 | 7,1 | 7 | 7,0 | 7 | 5,5 | 6 | 7,0 | 7 | 7,2 | 7 |
| 16 | v | 6,9 | 7 | 6,4 | 6 | 8,0 | 8 | 9,1 | 9 | 8,8 | 9 | 9,3 | 9 | 9,1 | 9 |
| 17 | v | 9,4 | 9 | 5,8 | 6 | 6,9 | 7 | 7,1 | 7 | 7,3 | 7 | 6,4 | 6 | 5,4 | 5 |
| 18 | m | 8,1 | 8 | 6,5 | 7 | 6,9 | 7 | 7,6 | 8 | 7,6 | 8 | 7,3 | 7 | 6,6 | 7 |
| 19 | v | 7,0 | 7 | 7,2 | 7 | 8,0 | 8 | 7,4 | 7 | 8,7 | 9 | 8,8 | 9 | 7,2 | 7 |
| 20 | v | 6,7 | 7 | 8,8 | 9 | 7,2 | 7 | 6,1 | 6 | 6,2 | 6 | 3,4 | 3 | 4,6 | 5 |
| 21 | v | 7,4 | 7 | 7,2 | 7 | 7,3 | 7 | 7,6 | 8 | 7,3 | 7 | 7,2 | 7 | 7,1 | 7 |
| 22 | v | 6,4 | 6 | 5,8 | 6 | 6,4 | 6 | 6,9 | 7 | 6,2 | 6 | 6,5 | 7 | 6,0 | 6 |
| 23 | m | 7,9 | 8 | 6,8 | 7 | 6,0 | 6 | 7,4 | 7 | 7,7 | 8 | 6,1 | 6 | 6,9 | 7 |
| 24 | m | 6,6 | 7 | 6,1 | 6 | 6,9 | 7 | 5,8 | 6 | 5,9 | 6 | 7,2 | 7 | 6,1 | 6 |
| 25 | m | 6,4 | 6 | 6,4 | 6 | 6,0 | 6 | 5,4 | 5 | 4,6 | 5 | 5,3 | 5 | 5,8 | 6 |
| 26 | m | 5,9 | 6 | 7,7 | 8 | 7,7 | 8 | 7,5 | 8 | 7,1 | 7 | 8,0 | 8 | 6,8 | 7 |
| 27 | v | 6,9 | 7 | 7,3 | 7 | 6,2 | 6 | 6,2 | 6 | 6,3 | 6 | 5,8 | 6 | 5,1 | 5 |
| 28 | m | 8,8 | 9 | 6,9 | 7 | 7,2 | 7 | 8,0 | 8 | 7,5 | 8 | 7,6 | 8 | 7,2 | 7 |
| 29 | m | 6,7 | 7 | 8,2 | 8 | 7,6 | 8 | 7,9 | 8 | 8,1 | 8 | 7,2 | 7 | 8,2 | 8 |

Figuur 4.3

Maak tabellen met percentages en probeer conclusies te trekken als: In klas ... waren naar verhouding het meeste voldoende. Maar je kunt meer uitspraken doen!

- Waarom heeft het geen zin om een staafdiagram te maken van de eindcijfers op één decimaal voor een bepaald vak? Maak met behulp van de gegeven tabel een staafdiagram van de gehele eindcijfers voor wiskunde.
- Maak ook een staafdiagram met deze cijfers voor wiskunde en science in één figuur. Zijn er duidelijke verschillen?

Toelichting

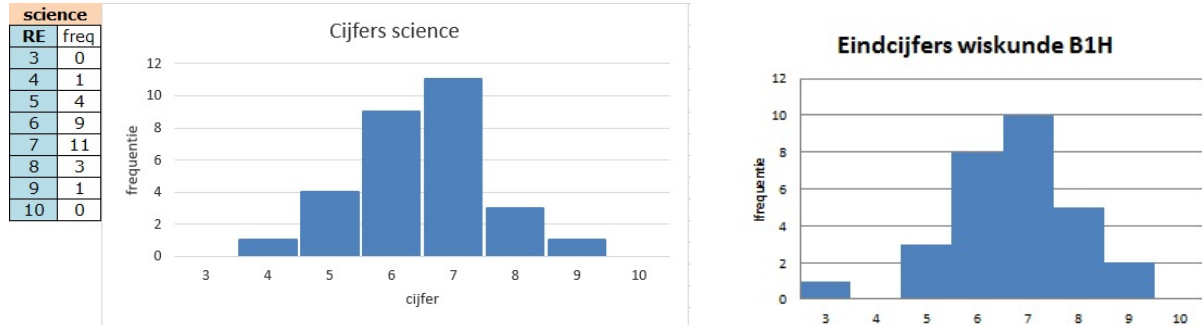
Geef de opdracht mondeling. Kopieer de gegevens vooraf vanaf het **Werkblad** en deel dit uit.

De term 'staafdiagram' zou na de vorige opdracht bekend moeten zijn, vertel eventueel nog eens hoe zoiets eruit ziet. Stel hulpvragen als "Waarom is een staafdiagram overzichtelijker dan een frequentietabel?", "Hoe zet je een frequentietabel om naar een staafdiagram? Wat zet je bij de assen?" en/of "Hoe kun je nu conclusies trekken?".

Uitwerking

Voor het maken van een staafdiagram van de eindcijfers op één decimaal zijn er te veel verschillende cijfers (die elk een frequentie van 1 hebben). Je krijgt dan een heel breedgerekt staafdiagram dat geen handig overzicht biedt.

Maak vervolgens (relatieve) frequentietabellen van de gehele eindcijfers.



Figuur 4.4

De verdelingen lijken erg op elkaar, dus er zijn geen duidelijke verschillen.

Opdracht 4.3

Gebruik de tabel met alle rapportcijfers van B1H van de vorige opdracht

Je kunt van een staafdiagram een lijndiagram maken door de middens van de bovenkanten van de staven door lijnstukken met elkaar te verbinden.

- Maak lijndiagrammen met deze cijfers voor wiskunde en science in één figuur. Zijn er duidelijke verschillen?
- Wanneer is een lijndiagram handiger dan een staafdiagram?

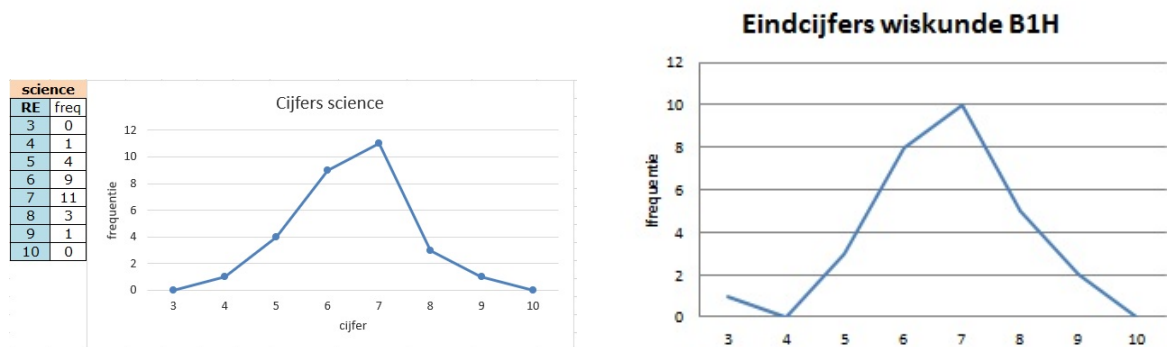
Toelichting

Geef de opdracht mondeling, hij sluit aan bij de vorige.

De term 'lijndiagram' wordt kort beschreven. Stel hulpvragen als "Waarom is een lijndiagram overzichtelijker dan een frequentietabel en (soms) dan een staafdiagram?", "Hoe zet je een frequentietabel om naar een lijndiagram? Wat zet je bij de assen?" en/of "Hoe kun je nu conclusies trekken? Gaat dat gemakkelijker dan bij een staafdiagram?".

Uitwerking

Maak vervolgens (relatieve) frequentietabellen van de gehele eindcijfers.



Figuur 4.5

Er zijn wel iets meer zichtbare verschillen, maar nog steeds geen grote.



Opdracht 4.4

Bekijk wat iedereen heeft gemaakt en heeft bedacht over het werken met beelddiagrammen, staafdiagrammen en lijndiagrammen. Let goed op of er fouten in die diagrammen voorkomen.

Maak een eigen overzicht van wat je hebt geleerd.

Toelichting

Loop samen met de leerlingen alle bedenksels na. Bevraag leerlingen of ze elkaars gedachtenspingsels kunnen toelichten. Samen zouden jullie naar een overzicht van de theorie moeten komen. Ieder schrijft het voor zichzelf.

Uitwerking

Het theorieblok geeft het gewenste overzicht.

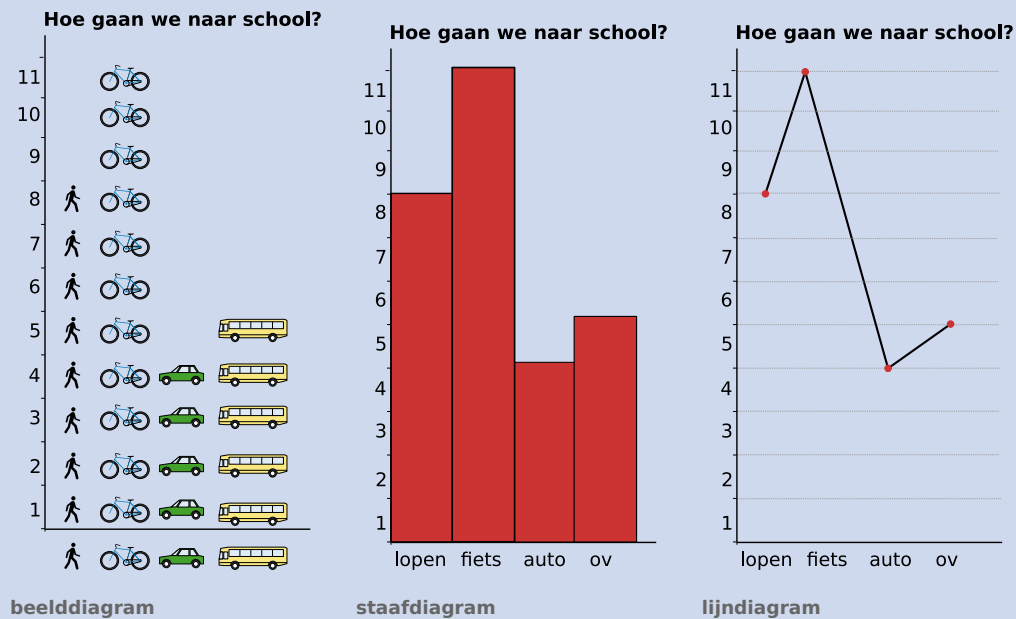
Theorie

Om te onthouden

Een **diagram** is een grafische voorstelling van gegevens. Diagrammen kunnen er heel verschillend uitzien. De belangrijkste zijn:

- **beelddiagram** (Engels: 'pictograph');
- **staafdiagram** (Engels: 'bar graph');
- **lijndiagram** (Engels: 'line graph');

Dit beelddiagram laat zien hoeveel leerlingen van een klas met een bepaald vervoermiddel naar school komen. Dit is de frequentie van dat vervoermiddel.



Figuur 4.6

Verwerken

★ Opgave 4.1

Bekijk de eindcijfers van klas B1H voor de vakken aardrijkskunde en geschiedenis.

- Maak een staafdiagram van de cijfers voor aardrijkskunde en van de cijfers voor geschiedenis.
- Teken de lijndiagrammen van de cijfers voor deze vakken in één figuur.
- Kun je een conclusie trekken? Heeft het berekenen van gemiddelden daarbij betekenis?

| | ak gs | |
|----|-------|----|
| RE | ak | gs |
| 3 | 0 | 0 |
| 4 | 0 | 0 |
| 5 | 1 | 1 |
| 6 | 6 | 6 |
| 7 | 13 | 8 |
| 8 | 8 | 8 |
| 9 | 1 | 2 |
| 10 | 0 | 0 |

Figuur 4.7

★ Opgave 4.2

Je ziet de weersverwachting voor een bepaalde periode in Utrecht.

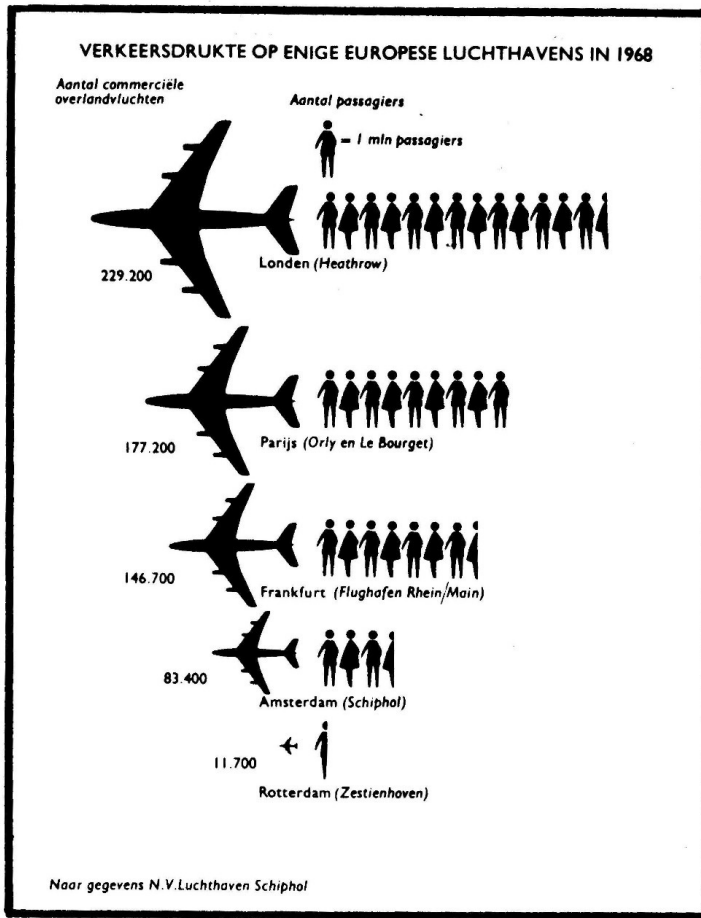
| Meerdaagse verwachting Utrecht | | | | | | | |
|--------------------------------|----------------|-----------------|-----------------|------------------|------------------|----------------|------------------|
| | Zondag 27-6 | Maandag 28-6 | Dinsdag 29-6 | Woensdag 30-6 | Donderdag 1-7 | Vrijdag 2-7 | Zaterdag 3-7 |
| Maximum (°C) | 26 | 28 | 26 | 27 | 30 | 30 | 31 |
| Minimum (°C) | 12 | 13 | 15 | 13 | 15 | 17 | 18 |
| Weer | | | | | | | |
| Wind | ◀ 2 Bft | ◀ 2 Bft | ▼ 2 Bft | ▶ 2 Bft | ▲ 3 Bft | ▼ 2 Bft | ▶ 2 Bft |
| Neerslag | 0 mm | 0,7 mm | 1,8 mm | 0 mm | 0 mm | 3,4 mm | 1,7 mm |
| | Zondag 4-7 | Maandag 5-7 | Dinsdag 6-7 | Woensdag 7-7 | Donderdag 8-7 | Vrijdag 9-7 | Zaterdag 10-7 |
| Maximum (°C) | 31 | 22 | 24 | 26 | 32 | 33 | 23 |
| Minimum (°C) | 19 | 13 | 12 | 16 | 20 | 20 | 13 |
| Weer | | | | | | | |
| Wind | ▶ 4 Bft | ◀ 2 Bft | ▶ 3 Bft | ◀ 3 Bft | ◀ 3 Bft | ◀ 3 Bft | ▼ 2 Bft |
| Neerslag | 3,3 mm | 6 mm | 0 mm | 0 mm | 0 mm | 1,2 mm | 23,3 mm |

Figuur 4.8

- Teken een lijndiagram met daarin de maximum en minimum temperaturen in deze periode.
- Maak ook een lijndiagram van het aantal millimeter neerslag per dag.
- Waarom past bij dit soort gegevens een lijndiagram het beste?

★ **Opgave 4.3**

Dit diagram geeft een verband weer tussen het aantal passagiers en het aantal commerciële vluchten per luchthaven in 1968.

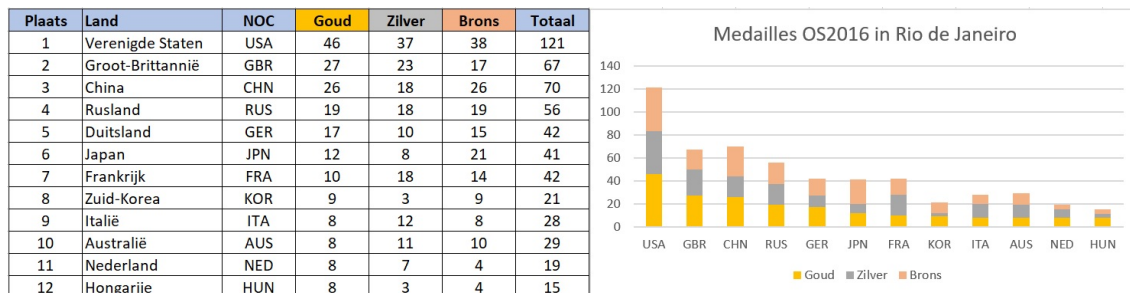


Figuur 4.9

- a Hoeveel passagiers vervoerde een gemiddelde commerciële vlucht van London Heathrow in 1968?
- b Maak een staafdiagram waarin je het aantal passagiers per luchthaven weergeeft.

★ **Opgave 4.4**

Bekijk het gestapeld staafdiagram van de medailles die zijn behaald op de Olympische Spelen van 2016 in Rio de Janeiro. Alleen de hoogstgeklasseerde landen zijn in beeld.



Figuur 4.10

- a Welk land behaalde de meeste medailles?
- b Waarom ligt hier een gestapeld staafdiagram het meest voor de hand?

★ **Opgave 4.5**

Bekijk de gegevens van de Nederlandse provincies.

- a Maak een relatieve frequentietabel van de inwoneraantallen van de provincies. Rond af op hele percentages.
- b Teken een bijpassend staafdiagram.
- c Waarom heeft een lijndiagram in dit geval geen toegevoegde waarde?
- d Waarom heeft het geen zin om een gemiddeld inwoneraantal per provincie te berekenen?

| provincie | | bevolking |
|---------------------|----|-----------|
| Groningen | GR | 583.990 |
| Friesland (Fryslân) | FR | 647.672 |
| Drenthe | DR | 492.167 |
| Overijssel | OV | 1.156.431 |
| Flevoland | FL | 416.546 |
| Gelderland | GE | 2.071.972 |
| Utrecht | UT | 1.342.158 |
| Noord-Holland | NH | 2.853.359 |
| Zuid-Holland | ZH | 3.673.893 |
| Zeeland | ZL | 383.032 |
| Noord-Brabant | NB | 2.544.806 |
| Limburg | LI | 1.116.137 |

Figuur 4.11

Toepassen

Yousra heeft nu inmiddels gezien hoe je informatie kunt weergeven in tabellen en diagrammen.

Ze kan ook werken met een rekenbladprogramma zoals MS-Excel, of OO-calc, Google Sheets, of nog iets anders.

Tijd om nu ook te onderzoeken hoe je daarmee staaf- of lijndiagrammen kunt maken, bekijk het **Practicum**. Je kunt dit dan toepassen in **Opgave 4.6**.

★★ **Opgave 4.6: Sportprestaties brugklassers**

Bekijk de gegevens over de sportprestaties van 74 brugklassers in het Excel-bestand **Sportprestaties**. Je kunt het ook in andere spreadsheets openen.

De prestaties op de 50 m sprint (s), het verspringen (cm) en het vergooien met een gewicht van 200 gram (m) zijn gegeven. Reken gemiddelden uit en maak diagrammen waarmee je de prestaties van de jongens (m) en de meisjes (v) kunt vergelijken. Trek daar conclusies uit. Bekijk in het **Practicum** hoe je diagrammen maakt in een spreadsheet.

Welk diagram past het beste bij deze gegevens, zodat je de prestaties van de jongens en de meisjes in één oogopslag kunt vergelijken?

Zou je alle prestaties van de drie sporten in één diagram kwijt kunnen? Licht je antwoord toe.



Opgave 4.7: Infographic: Rookgedrag

De volgende infographic gaat over roken wereldwijd en in de Verenigde Staten.



Figuur 4.12

- Waarom wordt informatie vaak in een infographic verpakt?
- Zoek in de infographic op hoeveel procent van de totale wereldbevolking rookt.
- Klopt dit percentage met het bruin ingekleurde deel van de sigaret dat eronder staat afgebeeld?
- Je ziet wel vaker dat beeld en informatie niet met elkaar overeenkomen. Is dat erg?



Practicum: Werken met spreadsheets

Een **lijndiagram** en een **staafdiagram** kun je maken met elke spreadsheet.

Het is nuttig om dit zelf te leren doen. Bekijk:

- [Frequentieverdelingen in MS-Excel](#)
- [Frequentieverdelingen in Open Office Calc](#)
- [Frequentieverdelingen in Google spreadsheets](#)

Hier vind je nog een paar Excel-bestanden met gegevens om mee te werken. Je kunt ze ook in andere spreadsheets openen.

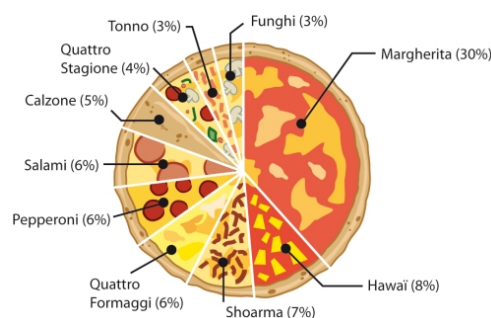
- [Gegevens NL provincies 2010](#)
- [Gegevens 154 leerlingen](#)
- [Enkele rapportcijfers van B1H](#)
- [Sportprestaties brugklassers](#)

1.5 Cirkeldiagram en steelbladdiagram

Inleiding

Yusra heeft leren werken met beelddiagrammen, lijndiagrammen en staafdiagrammen.

Maar ze ziet ook nog andere soorten diagrammen. Bijvoorbeeld dit diagram in de vorm van een cirkel.



Figuur 5.1

Je leert in dit onderwerp

- een (dubbel) steelbladdiagram maken en er gegevens uit aflezen;
- uit een (dubbel) steelbladdiagram het modale getal aflezen;
- een cirkeldiagram maken en er gegevens uit aflezen.

Voorkennis

- het gemiddelde uitrekenen van een serie getallen;
- werken met (relatieve) frequentietabellen;
- lijn-, staaf- en beelddiagrammen maken en er gegevens uit aflezen.

Voor de docent

Bij het onderdeel 'Cirkeldiagram en steelbladdiagram' gaat het over het werken met cirkeldiagrammen en steelbladdiagrammen en de voors en tegens van dergelijke visualisaties van frequentietabellen. De begrippen 'cirkeldiagram' en 'steelbladdiagram' zijn wellicht nieuw. Belangrijk is ook om aandacht te schenken aan fouten die hierbij kunnen worden gemaakt.

Gewenste materialen:

- Er zijn werkbladen met informatie voor de eerste drie opdrachten, die kunnen vooraf worden gekopieerd.
- Schrijfmateriaal en plakmateriaal voor op de verticale werkvlakken, wellicht ook passers voor op de whiteboards.

Opdracht 5.1

Dit 'steelbladdiagram' laat zien welke cijfers er in een bepaalde klas zijn gehaald.

Om het gemiddelde cijfer te berekenen, moet je de cijfers allemaal optellen en delen door 30.

- Hoeveel cijfers waren er boven de 6,0? En welk cijfer werd het meest gehaald?
- Welk voordeel heeft een steelbladdiagram boven een staafdiagram?
- Waarom kun je bij deze figuur het gemiddelde exact berekenen en bij een staafdiagram vaak niet?

| | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|--|--|
| 2 | 3 | | | | | | | | | |
| 3 | 9 | 9 | | | | | | | | |
| 4 | 4 | 4 | | | | | | | | |
| 5 | 0 | 0 | 1 | 5 | 5 | 9 | 9 | | | |
| 6 | 2 | 4 | 4 | 4 | 6 | 6 | 8 | 9 | | |
| 7 | 1 | 3 | 7 | | | | | | | |
| 8 | 2 | 6 | 6 | 6 | 6 | 6 | | | | |
| 9 | 5 | | | | | | | | | |

Figuur 5.2

Toelichting

Geef de opdracht mondeling en in drie stappen. Kopieer de gegevens vooraf vanaf het **Werkblad** en deel dit uit.

De term ‘steelbladdiagram’ is vast nieuw, benoem wat de steel en wat het blad is. Stel eventueel hulpvragen als “Hoe lees je een behaald cijfer af?”, “Wat zit er in de stam en wat in een blad?”.

Benoem na afloop ook het begrip ‘modale cijfer’, het cijfer dat het vaakst voorkomt.

Uitwerking

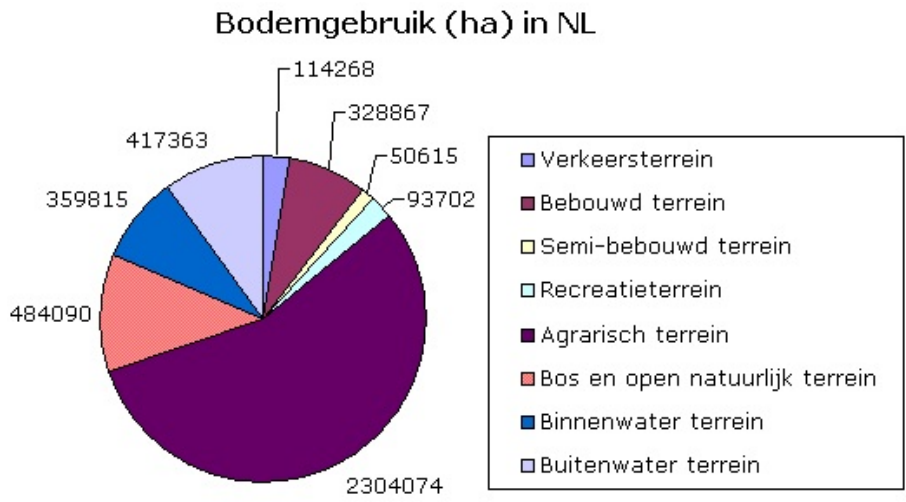
Er zijn 18 cijfers boven de 6,0.

De 8,6 werd het meest gehaald, dat is het modale cijfer.

Om het gemiddelde cijfer te berekenen, moet je de cijfers allemaal optellen en delen door 30. Het zijn allemaal ook echt de cijfers die de leerlingen hebben gekregen voor de toets. Bij een staafdiagram rond je ze meestal eerst af om een bruikbare frequentietabel te kunnen maken.

Opdracht 5.2

Een andere zeer overzichtelijke figuur is het ‘cirkeldiagram’. Je ziet er een van het bodemgebruik in Nederland. Je kunt er onder andere in aflezen dat in Nederland 484090 ha (hectare) van de totale bodem ‘bos en open natuurlijk terrein’ was.



Figuur 5.3

Laat zien hoe je berekent hoeveel procent van de Nederlandse bodem ten tijde van dit diagram tot de sector ‘bos en open natuurlijk terrein’ hoorde. Hierbij hoort een ‘sectorhoek’, hoe bereken je die?

Toelichting

Geef de opdracht mondeling. Kopieer de gegevens vooraf vanaf het **Werkblad** en deel dit uit.

De term ‘cirkeldiagram’ is wellicht nieuw, maar zeker is het begrip ‘sectorhoek’ nieuw. Stel hulpvragen als “Hoeveel bedraagt het totale grondoppervlak?”, “Welke hoek is de sector hoek bij ‘bos en open natuurlijk terrein’?” en/of “Hoeveel graden beslaat het hele cirkeldiagram?”.

Een goede vervolgvraag is “Hoeveel bedragen het percentage en de sectorhoek bij ‘Agrarisch terrein’?”.

Uitwerking

Het totaal is $114268 + 328867 + 50615 + 93702 + 2304074 + 484090 + 359815 + 417363 = 4152794$ hectare.

484090 ha bos en open natuurlijk terrein is $\frac{484090}{4152794} \approx 0,117$ van het totaal, dus 11,7%.

De sectorhoek is $0,117 \times 360^\circ \approx 42^\circ$.

Opdracht 5.3

Deze tabel van het bodemgebruik in Nederland in 2003 is afkomstig van het **Centraal Bureau voor de Statistiek**.

Hierin is $1 \text{ ha} = 1 \text{ hectare} = 1 \text{ hm}^2 = 10.000 \text{ m}^2$.

| | oppervlakte (ha) |
|--------------------------------|------------------|
| Verkeesterrein | 114268 |
| Bebouwd terrein | 328867 |
| Semi-bebouwd terrein | 50615 |
| Recreatieterrein | 93702 |
| Agrarisch terrein | 2304074 |
| Bos en open natuurlijk terrein | 484090 |
| Binnenwater | 359815 |
| Buitenwater | 417363 |

Tabel 5.1

Maak er een cirkeldiagram bij. Benoem de verschillen met het cirkeldiagram van de vorige opdracht.

Toelichting

Geef de opdracht mondeling, hij sluit aan bij de vorige. De tabel staat op dit **Werkblad**.

De termen ‘cirkeldiagram’ en ‘sectorhoek’ hebben de leerlingen als het goed is meegekregen uit de voorgaande opdracht. Stel hulpvragen als “Hoe kun je bijpassende sectorhoeken berekenen?”, “Hoe zet je een frequentietabel om in een tabel met sectorhoeken?” en/of “Hoe verdeel je de cirkel in de juiste hoeken?”.

Een bijzondere uitdaging zou zijn om te vragen naar het verschil in oppervlakte tussen het cirkeldiagram van deze opdracht en dat van de vorige. En hoe dit verschil dan tot uitdrukking zou moeten komen in de tekening als het diagram uit de voorgaande opgave een straal van 10 zou hebben. (Vermoedelijk gaat deze laatste vraag voor leerjaar 1 te ver, wellicht meer iets voor leerjaar 2.)

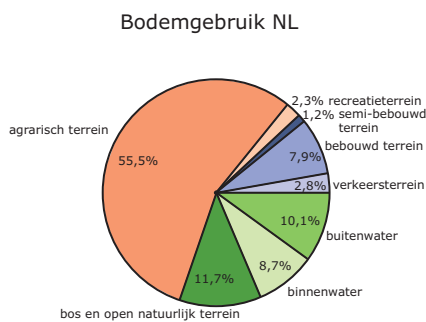
Uitwerking

Maak eerst deze tabel.

| | oppervlakte (ha) | percentage (%) | sectorhoek (°) |
|--------------------------------|------------------|----------------|----------------|
| Verkeesterrein | 114268 | 2,8 | 10 |
| Bebouwd terrein | 328867 | 7,9 | 29 |
| Semi-bebouwd terrein | 50615 | 1,2 | 4 |
| Recreatieterrein | 93702 | 2,3 | 8 |
| Agrarisch terrein | 2304074 | 55,5 | 200 |
| Bos en open natuurlijk terrein | 484090 | 11,7 | 42 |
| Binnenwater | 359815 | 8,7 | 31 |
| Buitenwater | 417363 | 10,1 | 36 |
| Totale bodemoppervlakte | 4152794 | 100 | 360 |

Tabel 5.2

Hierbij hoort dit cirkeldiagram.



Figuur 5.4

De sectorhoeken verschillen iets met het vorige diagram. Maar belangrijk is dat eigenlijk ook de oppervlakte van dit diagram iets zou moeten verschillen met dat van het vorige.

Opdracht 5.4

Bekijk wat iedereen heeft gemaakt en heeft bedacht over het werken met steelbladdiagrammen en cirkeldiagrammen. Kijk ook of de uitdrukking ‘modaal’ voorbij is gekomen en waar dat dan voor wordt gebruikt.

Maak een eigen overzicht van wat je hebt geleerd.

Toelichting

Loop samen met de leerlingen alle bedenksels na. Bevraag leerlingen of ze elkaars gedachtenspinsels kunnen toelichten. Samen zouden jullie naar een overzicht van de theorie moeten komen. Ieder schrijft het voor zichzelf op.

Uitwerking

Het theorieblok geeft het gewenste overzicht.

Theorie

Om te onthouden

Je kunt cijfers soms weergeven in een **steelbladdiagram** (Engels: 'stem-and-leaf-plot'). De gehelen staan in de **steel**, de decimalen op een **blad** (een naar rechts stekend rijtje cijfers). De 5,1 vind je met de 5 in de steel en de 1 als derde cijfer in het blad ernaast. De 8,6 werd het meest werd gehaald. Dat noem je het **modale cijfer**.

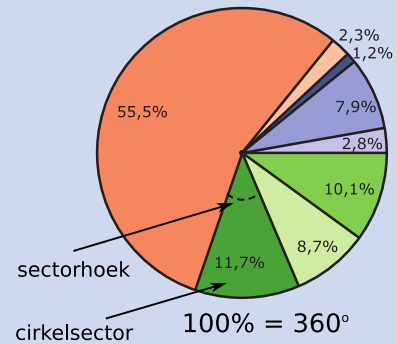
| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|--|
| 2 | 3 | | | | | | | | |
| 3 | 9 | 9 | | | | | | | |
| 4 | 4 | 4 | | | | | | | |
| 5 | 0 | 0 | 1 | 5 | 5 | 9 | 9 | | |
| 6 | 2 | 4 | 4 | 4 | 6 | 6 | 8 | 9 | |
| 7 | 1 | 3 | 7 | | | | | | |
| 8 | 2 | 6 | 6 | 6 | 6 | 6 | | | |
| 9 | 5 | | | | | | | | |

Figuur 5.5

Een ander zeer overzichtelijke figuur is het **cirkeldiagram**. Om zo'n cirkeldiagram te kunnen maken, bepaal je de **sectorhoeken** van de verschillende **sectoren** (taartpunten):

$$\text{sectorhoek} = \frac{\text{hoeveelheid behorend bij sector}}{\text{totale hoeveelheid}} \cdot 360^\circ.$$

Zo hoort bij 11,7% een sectorhoek van: $\frac{11,7}{100} \cdot 360^\circ \approx 42^\circ$.



Figuur 5.6

Verwerken

★ Opgave 5.1

In dit steelbladdiagram is de hoeveelheid neerslag (mm) in de septembermaanden van 1901 tot en met 2000 weergegeven. Je ziet bijvoorbeeld dat er twee jaren zijn geweest met 68 mm neerslag in de maand september.

De hoeveelheid neerslag in de septembermaanden van 1901 tot en met 2000

| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|----|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|--|--|--|--|--|--|----|----|---|---|---|---|
| 0 | 3 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | 11 | 0 | 0 | 5 | 6 |
| 1 | 0 | 3 | 8 | | | | | | | | | | | | | | | | | 12 | 1 | 9 | | |
| 2 | 1 | 4 | 4 | 4 | 6 | 7 | 8 | 9 | | | | | | | | | | | 13 | 9 | | | | |
| 3 | 2 | 2 | 3 | 4 | 4 | 6 | 6 | 6 | 7 | 9 | 9 | 9 | | | | | | | 14 | 2 | 6 | 9 | | |
| 4 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 2 | 3 | 3 | 3 | 4 | 9 | 9 | | | | | | | 15 | 5 | | | | |
| 5 | 0 | 2 | 2 | 3 | 4 | 5 | 7 | 9 | 9 | | | | | | | | | | 16 | | | | | |
| 6 | 1 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 8 | 9 | | | | | | | | | | 17 | | | | | |
| 7 | 0 | 1 | 1 | 2 | 3 | 3 | 7 | 9 | 9 | 9 | | | | | | | | | 18 | 6 | | | | |
| 8 | 0 | 1 | 1 | 2 | 2 | 3 | 5 | 6 | 6 | | | | | | | | | | 19 | | | | | |
| 9 | 0 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 7 | | | | | | | | | | | | 20 | | | | | |
| 10 | 1 | 1 | 3 | 4 | 9 | 9 | | | | | | | | | | | | | 21 | 1 | 3 | | | |

Figuur 5.7

- Hoeveel jaren viel er in september minder dan 30 mm regen?
- Wat is de modale hoeveelheid neerslag in september?
- Er waren drie jaren met extreem veel neerslag in september. Hoeveel neerslag viel er toen?

★ Opgave 5.2

Bekijk het dubbelzijdig steelbladdiagram van de LDL-cholesterolniveaus in milligrammen per deciliter in het bloed van rokers en niet-rokers. De getallen in de stam zijn tientallen, de getallen in de bladen zijn eenheden. Een hoog cholesterolgehalte betekent een hogere kans op hart- en vaatziekten.

| | rokers | | | | | niet rokers | | | | | | | | |
|--|--------|---|---|---|---|-------------|----|----|----|---|---|---|---|---|
| | | | | | | 10 | 0 | 8 | | | | | | |
| | | | | | 1 | 11 | 1 | 5 | 8 | 9 | | | | |
| | | | | 3 | 0 | 12 | 3 | 6 | 6 | 8 | 8 | 9 | 9 | |
| | | | | 4 | 2 | 0 | 13 | 0 | 1 | 7 | 7 | 8 | 8 | 9 |
| | | | | 6 | 5 | 3 | 1 | 14 | 0 | 1 | 1 | 5 | 6 | 9 |
| | | | | 9 | 7 | 6 | 5 | 0 | 15 | 2 | 2 | 4 | | |
| | 9 | 7 | 6 | 4 | 2 | 1 | 16 | 0 | 1 | 8 | | | | |
| | 9 | 8 | 7 | 4 | 3 | 17 | 4 | 6 | | | | | | |
| | | | 6 | 5 | 3 | 0 | 18 | 1 | | | | | | |
| | | | | 7 | 5 | 1 | 19 | | | | | | | |
| | | | | | 5 | 5 | 20 | | | | | | | |

Figuur 5.8

- Mensen met een cholesterolgehalte van 129 of minder hebben een ideaal cholesterolniveau. Hoeveel rokers zijn dat?
- Mensen met een cholesterolgehalte vanaf 130 tot 160 hebben een verhoogd cholesterolniveau. Hoeveel rokers zijn dat?
- Mensen met een cholesterolgehalte vanaf 160 tot 190 hebben een hoog cholesterolniveau. Hoeveel rokers zijn dat?
- Mensen met een cholesterolgehalte vanaf 190 hebben een extreem hoog cholesterolniveau. Hoeveel rokers zijn dat?
- Trek een conclusie.

★ **Opgave 5.3**

Bekijk de cijfers voor wiskunde van brugklas B1H in de tabel. Je wilt de prestaties van de jongens met die van de meisjes vergelijken.

| B1H | | ne | | en | | fa | | ak | | gs | | wi | | sc | |
|----------|----------|-----|---|-----|----|-----|---|-----|---|-----|---|-----|---|-----|---|
| leerling | geslacht | RE | | RE | | RE | | RE | | RE | | RE | | RE | |
| 1 | v | 6,7 | 7 | 4,4 | 4 | 5,6 | 6 | 6,6 | 7 | 6,8 | 7 | 5,6 | 6 | 5,8 | 6 |
| 2 | v | 5,6 | 6 | 5,3 | 5 | 6,1 | 6 | 7,1 | 7 | 6,8 | 7 | 6,3 | 6 | 6,4 | 6 |
| 3 | m | 8,1 | 8 | 6,7 | 7 | 5,8 | 6 | 7,2 | 7 | 7,6 | 8 | 5,3 | 5 | 5,4 | 5 |
| 4 | m | 8,5 | 9 | 5,1 | 5 | 6,1 | 6 | 6,1 | 6 | 6,1 | 6 | 5,6 | 6 | 4,3 | 4 |
| 5 | m | 4,9 | 5 | 9,7 | 10 | 6,6 | 7 | 8,0 | 8 | 7,5 | 8 | 6,4 | 6 | 7,0 | 7 |
| 6 | v | 6,2 | 6 | 9,4 | 9 | 7,2 | 7 | 6,6 | 7 | 7,8 | 8 | 7,1 | 7 | 7,1 | 7 |
| 7 | m | 7,1 | 7 | 7,9 | 8 | 7,9 | 8 | 6,6 | 7 | 6,6 | 7 | 7,4 | 7 | 6,5 | 7 |
| 8 | v | 6,9 | 7 | 3,9 | 4 | 6,5 | 7 | 7,5 | 8 | 7,4 | 7 | 8,1 | 8 | 7,9 | 8 |
| 9 | m | 7,7 | 8 | 6,0 | 6 | 6,6 | 7 | 6,7 | 7 | 7,6 | 8 | 6,5 | 7 | 6,1 | 6 |
| 10 | m | 6,8 | 7 | 6,2 | 6 | 7,0 | 7 | 7,1 | 7 | 6,8 | 7 | 6,8 | 7 | 6,1 | 6 |
| 11 | v | 5,3 | 5 | 7,1 | 7 | 5,2 | 5 | 6,0 | 6 | 6,4 | 6 | 5,3 | 5 | 5,6 | 6 |
| 12 | v | 5,8 | 6 | 6,9 | 7 | 7,1 | 7 | 7,3 | 7 | 7,4 | 7 | 7,6 | 8 | 6,4 | 6 |
| 13 | m | 6,2 | 6 | 8,1 | 8 | 7,9 | 8 | 8,4 | 8 | 8,2 | 8 | 8,1 | 8 | 8,2 | 8 |
| 14 | m | 7,3 | 7 | 3,4 | 3 | 5,1 | 5 | 6,2 | 6 | 6,5 | 7 | 6,4 | 6 | 7,3 | 7 |
| 15 | m | 7,0 | 7 | 6,8 | 7 | 7,1 | 7 | 7,0 | 7 | 5,5 | 6 | 7,0 | 7 | 7,2 | 7 |
| 16 | v | 8,5 | 9 | 6,4 | 6 | 8,0 | 8 | 9,1 | 9 | 8,8 | 9 | 9,3 | 9 | 9,1 | 9 |
| 17 | v | 9,4 | 9 | 5,8 | 6 | 6,9 | 7 | 7,1 | 7 | 7,3 | 7 | 6,4 | 6 | 5,4 | 5 |
| 18 | m | 8,1 | 8 | 6,5 | 7 | 6,9 | 7 | 7,6 | 8 | 7,6 | 8 | 7,3 | 7 | 6,6 | 7 |
| 19 | v | 7,0 | 7 | 7,2 | 7 | 8,0 | 8 | 7,4 | 7 | 8,7 | 9 | 8,8 | 9 | 7,2 | 7 |
| 20 | v | 6,7 | 7 | 8,8 | 9 | 7,2 | 7 | 6,1 | 6 | 6,2 | 6 | 3,4 | 3 | 4,6 | 5 |
| 21 | v | 7,4 | 7 | 7,2 | 7 | 7,3 | 7 | 7,6 | 8 | 7,3 | 7 | 7,2 | 7 | 7,1 | 7 |
| 22 | v | 6,4 | 6 | 5,8 | 6 | 6,4 | 6 | 6,9 | 7 | 6,2 | 6 | 6,5 | 7 | 6,0 | 6 |
| 23 | m | 7,9 | 8 | 6,8 | 7 | 6,0 | 6 | 7,4 | 7 | 7,7 | 8 | 6,1 | 6 | 6,9 | 7 |
| 24 | m | 6,6 | 7 | 6,1 | 6 | 6,9 | 7 | 5,8 | 6 | 5,9 | 6 | 7,2 | 7 | 6,1 | 6 |
| 25 | m | 6,4 | 6 | 6,4 | 6 | 6,0 | 6 | 5,4 | 5 | 4,6 | 5 | 5,3 | 5 | 5,8 | 6 |
| 26 | m | 5,9 | 6 | 7,7 | 8 | 7,7 | 8 | 7,5 | 8 | 7,1 | 7 | 8,0 | 8 | 6,8 | 7 |
| 27 | v | 6,9 | 7 | 7,3 | 7 | 6,2 | 6 | 6,2 | 6 | 6,3 | 6 | 5,8 | 6 | 5,1 | 5 |
| 28 | m | 8,8 | 9 | 6,9 | 7 | 7,2 | 7 | 8,0 | 8 | 7,5 | 8 | 7,6 | 8 | 7,2 | 7 |
| 29 | m | 6,7 | 7 | 8,2 | 8 | 7,6 | 8 | 7,9 | 8 | 8,1 | 8 | 7,2 | 7 | 8,2 | 8 |

Figuur 5.9

- a Maak een tweezijdig steelbladdiagram van de niet afgeronde cijfers voor wiskunde.
- b Vergelijk de cijfers van de jongens met die van de meisjes. Zijn er duidelijke verschillen? Vergelijk de gemiddelden, maar kijk ook naar de spreiding van de getallen.
- c Wat maakt deze vergelijking lastig?

★ **Opgave 5.4**

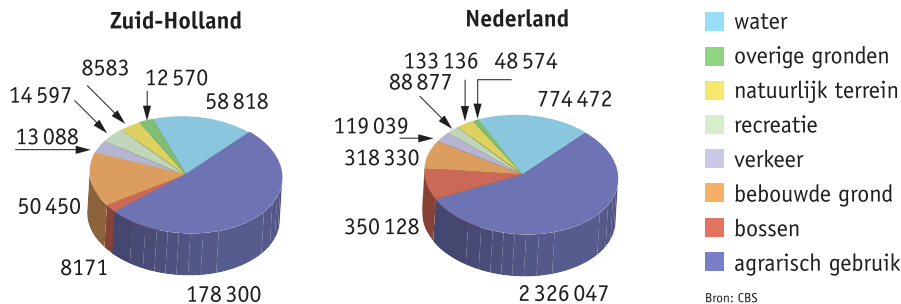
Klas B1H bestaat uit dertien meisjes en zestien jongens. De schoenmaten zijn achtereenvolgens:

- meisjes: 38, 37, 38, 36, 37, 38, 40, 37, 39, 37, 36, 37, 39
- jongens: 36, 38, 42, 40, 41, 39, 38, 37, 37, 40, 39, 41, 42, 41, 38, 39

- a Maak een frequentietabel met de gegevens voor de schoenmaten van de jongens en de meisjes.
- b Teken de bijbehorende cirkeldiagrammen.

★ **Opgave 5.5**

Cirkeldiagrammen pas je vaak toe als je twee situaties met elkaar wilt vergelijken. Bekijk hoe het bodemgebruik van Zuid-Holland (ha) wordt vergeleken met dat van heel Nederland. De gegevens zijn uit 2006.



Figuur 5.10

- Was toen in Zuid-Holland veel van de bodem bestemd voor 'agrarisch gebruik' of juist niet, als je dat met heel Nederland vergelijkt? Licht je antwoord toe.
- Welk soort bodemgebruik was toen in Zuid-Holland naar verhouding veel groter dan in heel Nederland? Licht je antwoord toe.
- Bereken de sectorhoek die hoort bij 'bossen' in het cirkeldiagram van Zuid-Holland. Rond af op één decimaal.
- Welk percentage van het bodemgebruik voor 'agrarische doeleinden' in Nederland lag toen in Zuid-Holland? Laat je berekening zien. Rond af op één decimaal.
- Welk percentage van het bodemgebruik voor 'bebouwing' in Nederland lag toen in Zuid-Holland? Geef een berekening. Rond af op één decimaal.

Toepassen

★★ **Opgave 5.6: Brugklascijfers met een spreadsheet**

Gebruik het bestand met cijfers van B1H, zie het [Practicum](#).

- Je wilt een steelbladdiagram van bijvoorbeeld de cijfers voor wiskunde in één decimaal nauwkeurig maken. Hoe zou je dat doen?
- Maak zelf cirkeldiagrammen van de gehele cijfers voor de vakken wiskunde en science.
- Met welke soort diagrammen kun je de cijfers voor wiskunde en science het gemakkelijkst met elkaar vergelijken?

★★★ **Opgave 5.7: Bevolkingspiramide**

[Bekijk de videoclip: bevolkingspiramide.](#)

Bron: schooltv.nl

Je kunt zo'n bevolkingspiramide opvatten als liggende staafdiagrammen, maar ook als een tweezijdig steelbladdiagram.

- Schrijf in eigen woorden op wat een bevolkingspiramide is.
- Zoek bevolkingspiramides van Nederland in 2000, 2020 en eventueel een voorspelling voor 2040 of 2050. Probeer een conclusie te trekken.



Practicum: Werken met een rekenblad

Een **lijndiagram**, een **staafdiagram** en een **cirkeldiagram** kun je maken met elke **spreadsheet**.

Het is nuttig om dit zelf te leren doen. Bekijk:

- [Frequentieverdelingen in MS-Excel](#)
- [Frequentieverdelingen in Open Office Calc](#)
- [Frequentieverdelingen in Google spreadsheets](#)

Hier vind je nog een paar Excel-bestanden met gegevens om mee te werken. Je kunt ze ook in andere spreadsheets openen.

- [Gegevens NL provincies 2010](#)
- [Gegevens 154 leerlingen](#)
- [Enkele rapportcijfers van B1H](#)
- [Sportprestaties brugklassers](#)

1.6 Totaalbeeld

Samenvatten

Begrippenlijst

- schema — graaf — knooppunten en wegen — gerichte graaf
- afstandstabel
- (relatieve) frequentie — (relatieve) frequentietabel — gemiddelde
- beelddiagram — staafdiagram — lijndiagram
- steelbladdiagram — cirkeldiagram — sector en sectorhoek

Activiteitenlijst

- schema's waaronder grafen bekijken en er informatie uit aflezen
- werken met tabellen voor afstanden en reistijden in grafen
- werken met frequenties, frequentietabellen en relatieve frequenties om gegevens te kunnen vergelijken — gemiddelden berekenen
- beelddiagrammen, staafdiagrammen en lijndiagrammen maken en gebruiken
- steelbladdiagrammen en cirkeldiagrammen maken en gebruiken

Opgave 6.1

In een dierentuin zijn beschermde plaatsen voor verschillende groepen dieren: onder andere de tijgers (bij T), de vlinders (bij V), de panda's (bij P), de slangen (bij S) en de krokodillen (bij K). Tussen de plaatsen waar deze diergroepen zitten bestaan de volgende wandelpaden: van de tijgers naar de vlindertuin, de panda's en de krokodillen. Van de vlindertuin naar de slangenkuil en van de slangenkuil naar de panda's en de krokodillen.

- a Teken een graaf met de ontmoetingsplaatsen als knooppunten en de wandelpaden als wegen.
- b Wellicht heb je zelf een heel andere graaf gemaakt in het antwoord bij a is getekend. Wanneer zijn twee grafen gelijk?
- c Is het mogelijk een wandeling langs alle ontmoetingsplaatsen te maken zonder een weg twee keer te gebruiken? Leg je antwoord uit.

Opgave 6.2

Dit is een kaart van de negen bewoonde eilanden van de Azoren, een Portugese eilandengroep midden in de Atlantische Oceaan. De hoofdstad is Ponta Delgada.



Figuur 6.1

Een scheepvaartmaatschappij onderzoekt of het bootverbindingen tussen de vijf plaatsen Ponta Degada (*P*), Vila do Porto (*V*), Sao Mateus (*M*), Horta (*H*) en Sao Sebastiao (*S*) kan onderhouden. Je ziet in de figuur welke verbindingen ze op het oog hebben, de geschatte vaarafstanden in km staan er bij.

- a Hoeveel km bedraagt de kortste verbinding tussen *H* en *V*?
- b Vul deze tabel met kortste afstanden in.

| | <i>P</i> | <i>V</i> | <i>M</i> | <i>H</i> | <i>S</i> |
|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| <i>P</i> | | | | | |
| <i>V</i> | | | | | |
| <i>M</i> | | | | | |
| <i>H</i> | | | | | |
| <i>S</i> | | | | | |

Tabel 6.1

Omdat er veel belangstelling is voor verkeer tussen *M* en *V* wordt daar een extra bootverbinding voor bedacht. De lengte van de rechtstreekse verbinding *MV* wordt daardoor 320 km.

- c Op welke routes wordt de reisafstand nu korter?

Opgave 6.3

Hier zie je de rapportcijfers voor het vak Frans van B1K.

| | | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 6 | 6 | 8 | 9 | 5 | 7 | 6 | 7 | 7 | 3 | 9 | 6 | 7 | 5 | 7 |
| 8 | 7 | 5 | 6 | 8 | 6 | 7 | 6 | 7 | 5 | 7 | 8 | 7 | 6 | 7 |

Tabel 6.2

- a Maak hiervan een frequentietabel en een relatieve frequentietabel.
- b Welk cijfer is het modale cijfer?
- c Bereken het gemiddelde van de rapportcijfers van deze klas.

Opgave 6.4

Bekijk de rapportcijfers voor het vak Frans van B1K uit de vorige opgave nog eens.

- a Gebruik de relatieve frequentietabel van de vorige opgave om een bijpassend staafdiagram te tekenen.
- b Maak ook een bijpassend lijndiagram.

Opgave 6.5

Dit steelbladdiagram laat zien hoeveel vogels er per dag op een bepaalde voederplaats werden gesignaleerd. Dit zijn alle dagen in één maand van het jaar.

| | |
|---|---------------------------------|
| 0 | 1 2 3 5 6 7 |
| 1 | 5 7 9 |
| 2 | 1 1 3 4 5 5 6 6 6 6 7 7 7 8 9 9 |
| 3 | 0 0 5 7 |

Figuur 6.2

- a Welke maand is dat? En wat is er voor bijzonders met het jaar waaruit deze gegevens komen?
- b Hoeveel bedraagt het modale aantal vogels?
- c Hoeveel dagen in deze maand kwamen er meer dan 30 vogels op deze voederplaats?

Opgave 6.6

Aan 3500 Nederlanders werd gevraagd met welk vervoermiddel ze op vakantie gingen. Met de eigen auto gingen er 2450, met het vliegtuig 525, met het openbaar vervoer 350 en met de fiets 175.

- a Hoeveel procent van de Nederlandse vakantiegangers gaat met de fiets?
- b Maak een cirkeldiagram bij deze gegevens.
Neem aan dat er 10 miljoen Nederlanders op vakantie gaan.
- c Geef een schatting van het aantal dat niet met eigen vervoer (de eigen auto of de fiets) gaat.

Testen

★ Opgave 6.7

Je ziet de tijden (gemeten in seconden) die op de 60 meter sprinten bij gymnastiek door klas 2F zijn gelopen.

| jongens | | | meisjes | | |
|---------|------|------|---------|------|------|
| 9,7 | 9,2 | 9,5 | 9,6 | 10,6 | 9,6 |
| 9,4 | 9,7 | 9,1 | 9,5 | 9,4 | 9,6 |
| 8,9 | 9,9 | 10,3 | 9,6 | 11,2 | 11,4 |
| 9,5 | 10,2 | 9,2 | 9,7 | 9,5 | 9,6 |

Tabel 6.3

- a Maak van deze gegevens een dubbelzijdig steelbladdiagram.
- b Wat is de modale waarneming voor de hele klas? En bij de jongens?
- c Wat is de gemiddelde tijd bij de meisjes?
- d Kun je zeggen dat de jongens sneller zijn dan de meisjes?

★ **Opgave 6.8**

Bekijk de vijf treingrafen.

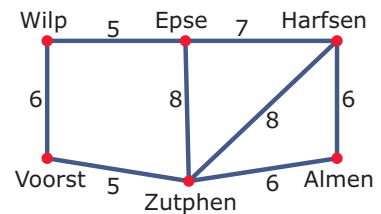


Figuur 6.3

- a Maak van de vijf grafen één gecombineerde graaf.
- b Hoeveel knopen en wegen heeft de gecombineerde graaf?
- c Plan een rondreis waarin je zo veel mogelijk steden aandoet. Je mag niet twee keer in dezelfde stad komen. Vertrekpunt en eindpunt moeten dezelfde stad zijn.

★ **Opgave 6.9**

In de buurt van Zutphen liggen de dorpen Almen, Harfsen, Epse, Wilp en Voorst. In deze graaf zie je hoeveel kilometer de steden (via de weg) uit elkaar liggen.



Figuur 6.4

- a Teken een afstandentabel met de kortste afstanden bij deze graaf. Zet de dorpen in de volgende volgorde: Zutphen, Almen, Harfsen, Epse, Wilp en Voorst.
- b Als je van Harfsen naar Wilp gaat, ga je via Epse. Hoe zie je dat in de graaf?
- c Je wilt op de fiets met begin- en eindpunt Zutphen een rondrit langs alle dorpjes maken. Hoeveel kilometer moet je minimaal fietsen?

Er wordt aan de weg gewerkt: de weg tussen Epse en Harfsen wordt geheel afgesloten en de weg tussen Zutphen en Almen wordt eenrichtingsverkeer: je kunt nog wel direct van Zutphen naar Almen, maar niet meer direct van Almen naar Zutphen.

- d Voor je fietstocht moet je nu waarschijnlijk een nieuwe route kiezen. Welke route kies je?
- e Hoeveel kilometer is de nieuwe rondrit?

★ **Opgave 6.10**

In de frequentietabel zie je de rapportcijfers voor het vak Engels van klas B1A.

| | | | | | | | | |
|------------|---|---|---|---|----|---|---|----|
| cijfer | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| frequentie | 1 | 2 | 2 | 7 | 12 | 4 | 2 | 1 |

Tabel 6.4

- a Hoeveel leerlingen zitten er in deze klas?
- b Bereken in één decimaal nauwkeurig het gemiddelde rapportcijfer van klas B1A.

In de frequentietabel zie je de rapportcijfers voor het vak Engels van klas B1B.

| | | | | | | | | |
|------------|---|---|---|---|----|---|---|----|
| cijfer | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| frequentie | 0 | 0 | 2 | 6 | 11 | 5 | 2 | 1 |

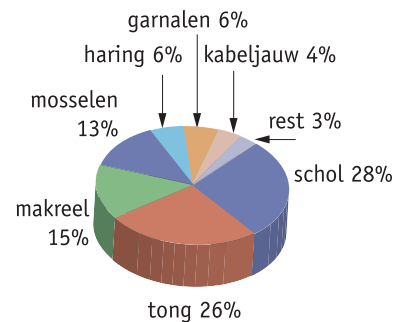
Tabel 6.5

- c Bereken in één decimaal nauwkeurig het gemiddelde rapportcijfer van klas B1B.
- d Maak lijndiagrammen van de relatieve frequenties in één figuur om de resultaten van beide klassen te kunnen vergelijken.
- e Bereken het gemiddelde voor het vak Engels gerekend over beide klassen samen vanuit de gemiddelden die je eerder per klas hebt uitgerekend. Laat je berekening zien. Rond af op één decimaal.

★ **Opgave 6.11**

In 1990 werd er door de Nederlandse vissersvloot voor € 400 miljoen aan vis aangevoerd. In dit cirkeldiagram vind je de verdeling over verschillende soorten.

Bereken de bijbehorende sectorhoeken en de bijbehorende waarden in miljoenen euro's. Rond af op hele cijfers.



Figuur 6.5

★ **Opgave 6.12**

Je ziet hoe de lengtes van een vrouwenbasketbalteam worden vergeleken met die van een mannenteam. De lengtes zijn in inches gegeven. Een inch is 2,54 cm.

| Player Height | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|---------------|---|---|---|---|---|------|------------|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Women's Team | | | | | | Stem | Men's Team | | | | | | | | | | |
| | | | 9 | 8 | 5 | 6 | | | | | | | | | | | |
| 7 | 6 | 5 | 5 | 4 | 4 | 3 | 2 | 7 | 2 | 4 | 4 | 6 | 7 | 7 | 8 | 9 | 9 |
| | | | | | | | | 8 | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 4 | 5 | | |

Key:
 Women's: 5|6| = 65-inch-tall woman
 Men's: |7|2 = 72-inch-tall man

Figuur 6.6

- a Uit hoeveel spelers bestaat het vrouwenteam?
- b Hoeveel centimeter is de langste vrouw van het vrouwenteam?
- c Hoeveel centimeter is de langste man van het mannenteam?
- d Waarom kun je geen modale lengtes vaststellen in deze teams?
- e Bepaal de gemiddelde lengte van de vrouwen en die van de mannen in centimeters.
- f Kun je concluderen dat de mannen meer lengte in het team hebben?

Toepassen

Je hebt kennis gemaakt met **infographics**, een soort van kleine posters om middels tabellen en diagrammen informatie overzichtelijk weer te geven. In de volgende opgaven zie je er voorbeelden van.

Misschien is het een leuk idee om zelf een onderwerp te kiezen en daar een zo mooi en informatief mogelijke infographic over te maken!

★ ★

Opgave 6.13: Wereldkaart bevolkingsdichtheid

Onder de bevolkingsdichtheid versta je het aantal mensen per km^2 in een bepaald land of een bepaald gebied. Deze wereldkaart geeft informatie over de bevolkingsdichtheid.

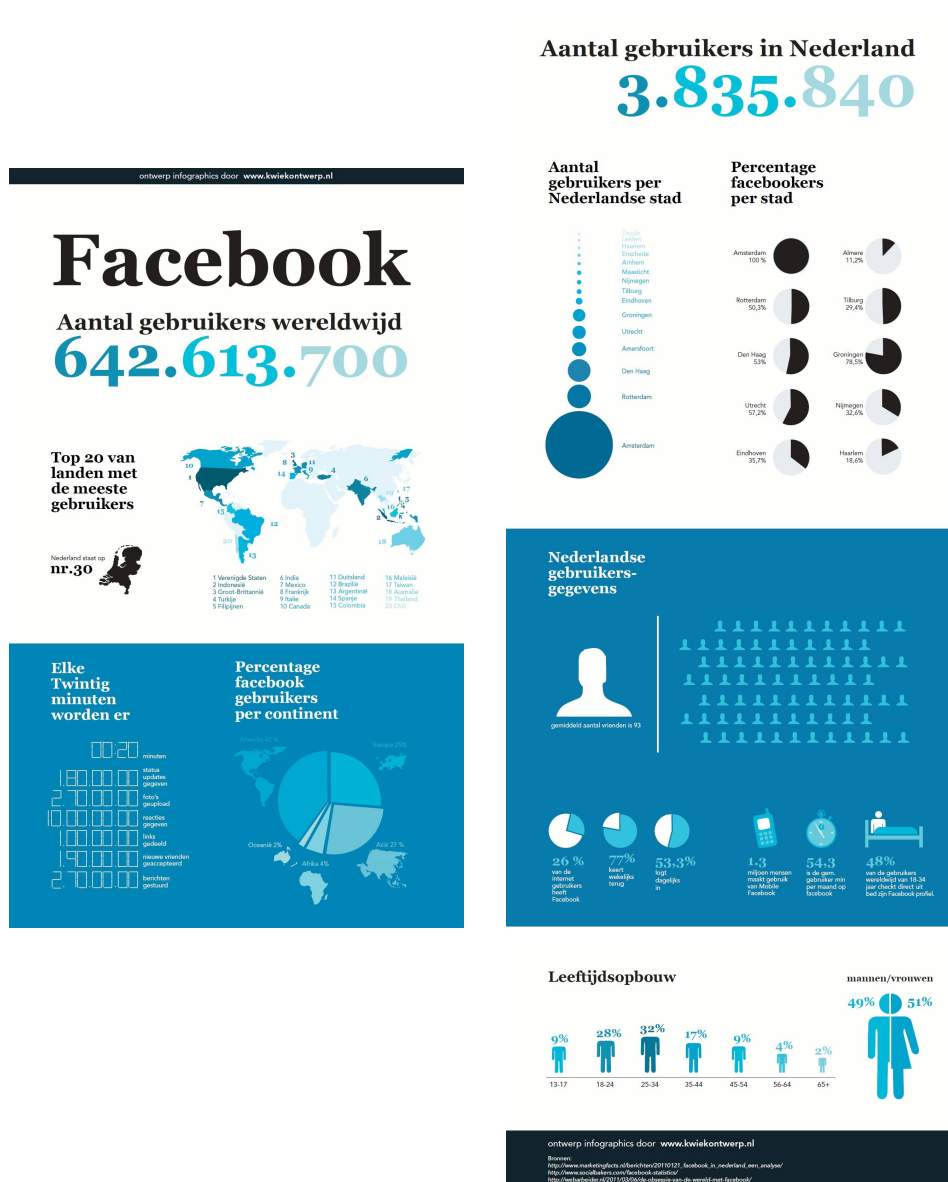


Figuur 6.7

Hoe geeft deze kaart informatie over de bevolkingsdichtheid? Noem een paar in het oog springende voorbeelden van heel dichtbevolkte en heel dunbevolkte landen.

Opgave 6.14: Facebook in Nederland

Hier zie je een infographic over het gebruik van Facebook, met name in Nederland. De gegevens zijn van maart 2011.



Figuur 6.8

- Vergelijk het aantal gebruikers wereldwijd met dat in Nederland. Hoeveel procent is het gebruik in Nederland van het gebruik wereldwijd?
- De wereldbevolking is in 2011 meer dan 7 miljard mensen geworden. Hoeveel procent daarvan was Facebook gebruiker?
- Op de infographic staat hoeveel procent van de internetgebruikers ook Facebook gebruikt. Over hoeveel internetgebruikers hebben we het dan?
- Klopt het cirkeldiagram 'Percentage Facebookers per continent' wel?
- Waarom zou het mooier zijn geweest als de series cirkeldiagrammen 'Gebruikers per Nederlandse stad' en 'Facebookers per stad' als één geheel zouden zijn gepresenteerd?
- Geef ook commentaar op het onderste diagram 'Leeftijdsoverbouw'.

Leerdoelentabel

In het achter de opgave kun je aangeven hoe je de opgave hebt gemaakt:

✓ goed gemaakt — **S** wel begrepen maar een slordige fout gemaakt — **H** hulp nodig gehad — **G** samen met groepje goed gemaakt — **X** fout gemaakt en niet goed begrepen — **N** niet bekeken

| | | | | |
|----------|--|---|--|--------------------------------|
| 1 | Schema's | ★ | ★★ | ★★★ |
| | Informatie aflezen uit schema's, waaronder (gerichte) grafen. | 1.1 <input type="checkbox"/> 1.2 <input type="checkbox"/> 1.3 <input type="checkbox"/> 1.4 <input type="checkbox"/> T6.8 <input type="checkbox"/> T6.9 <input type="checkbox"/> | 1.5 <input type="checkbox"/> 1.6 <input type="checkbox"/> | |
| | (gerichte) grafen herkennen en tekenen. | 1.1 <input type="checkbox"/> 1.2 <input type="checkbox"/> 1.3 <input type="checkbox"/> 1.4 <input type="checkbox"/> T6.8 <input type="checkbox"/> | 1.5 <input type="checkbox"/> | |
| | Bepalen of (gerichte) grafen gelijk zijn, door knooppunten en verbindingen tellen. | 1.1 <input type="checkbox"/> 1.2 <input type="checkbox"/> T6.8 <input type="checkbox"/> | | |
| 2 | Afstandstabellen | ★ | ★★ | ★★★ |
| | Bij grafen afstandstabellen maken en informatie daaruit aflezen. | 2.1 <input type="checkbox"/> 2.2 <input type="checkbox"/> 2.3 <input type="checkbox"/> T6.9 <input type="checkbox"/> | 2.4 <input type="checkbox"/> 2.5 <input type="checkbox"/> 2.6 <input type="checkbox"/> | |
| 3 | Frequentietabel | ★ | ★★ | ★★★ |
| | De begrippen frequentie en relatieve frequentie. | 3.1 <input type="checkbox"/> 3.2 <input type="checkbox"/> 3.3 <input type="checkbox"/> T6.10 <input type="checkbox"/> | 3.4 <input type="checkbox"/> 3.5 <input type="checkbox"/> | |
| | Werken met een frequentietabel om het gemiddelde te berekenen. | 3.1 <input type="checkbox"/> 3.2 <input type="checkbox"/> 3.3 <input type="checkbox"/> T6.10 <input type="checkbox"/> | 3.5 <input type="checkbox"/> | |
| | Werken met frequentietabellen om gegevens te vergelijken. | 3.2 <input type="checkbox"/> T6.10 <input type="checkbox"/> | 3.4 <input type="checkbox"/> | |
| 4 | Beeld-, staaf- en lijndiagram | ★ | ★★ | ★★★ |
| | Informatie aflezen uit een diagram. | 4.1 <input type="checkbox"/> 4.2 <input type="checkbox"/> 4.3 <input type="checkbox"/> 4.4 <input type="checkbox"/> 4.5 <input type="checkbox"/> T6.10 <input type="checkbox"/> | 4.7 <input type="checkbox"/> T6.13 <input type="checkbox"/> | T6.14 <input type="checkbox"/> |
| | Een staafdiagram maken. | 4.1 <input type="checkbox"/> 4.3 <input type="checkbox"/> 4.4 <input type="checkbox"/> 4.5 <input type="checkbox"/> | 4.6 <input type="checkbox"/> | |
| | Een lijndiagram maken. | 4.1 <input type="checkbox"/> 4.2 <input type="checkbox"/> 4.5 <input type="checkbox"/> T6.10 <input type="checkbox"/> | 4.6 <input type="checkbox"/> | |
| 5 | Cirkeldiagram en steelbladdiagram | ★ | ★★ | ★★★ |
| | Een (dubbel) steelbladdiagram maken en er gegevens uit aflezen. | 5.1 <input type="checkbox"/> 5.2 <input type="checkbox"/> 5.3 <input type="checkbox"/> T6.7 <input type="checkbox"/> T6.12 <input type="checkbox"/> | 5.6 <input type="checkbox"/> | 5.7 <input type="checkbox"/> |
| | Uit een (dubbel) steelbladdiagram het modale getal aflezen. | 5.1 <input type="checkbox"/> T6.7 <input type="checkbox"/> T6.12 <input type="checkbox"/> | | |
| | Een cirkeldiagram maken en er gegevens uit aflezen. | 5.4 <input type="checkbox"/> 5.5 <input type="checkbox"/> T6.11 <input type="checkbox"/> | 5.6 <input type="checkbox"/> | T6.14 <input type="checkbox"/> |

Het lesmateriaal in deze reader is gebaseerd op het materiaal dat ook op de Math4All website staat.

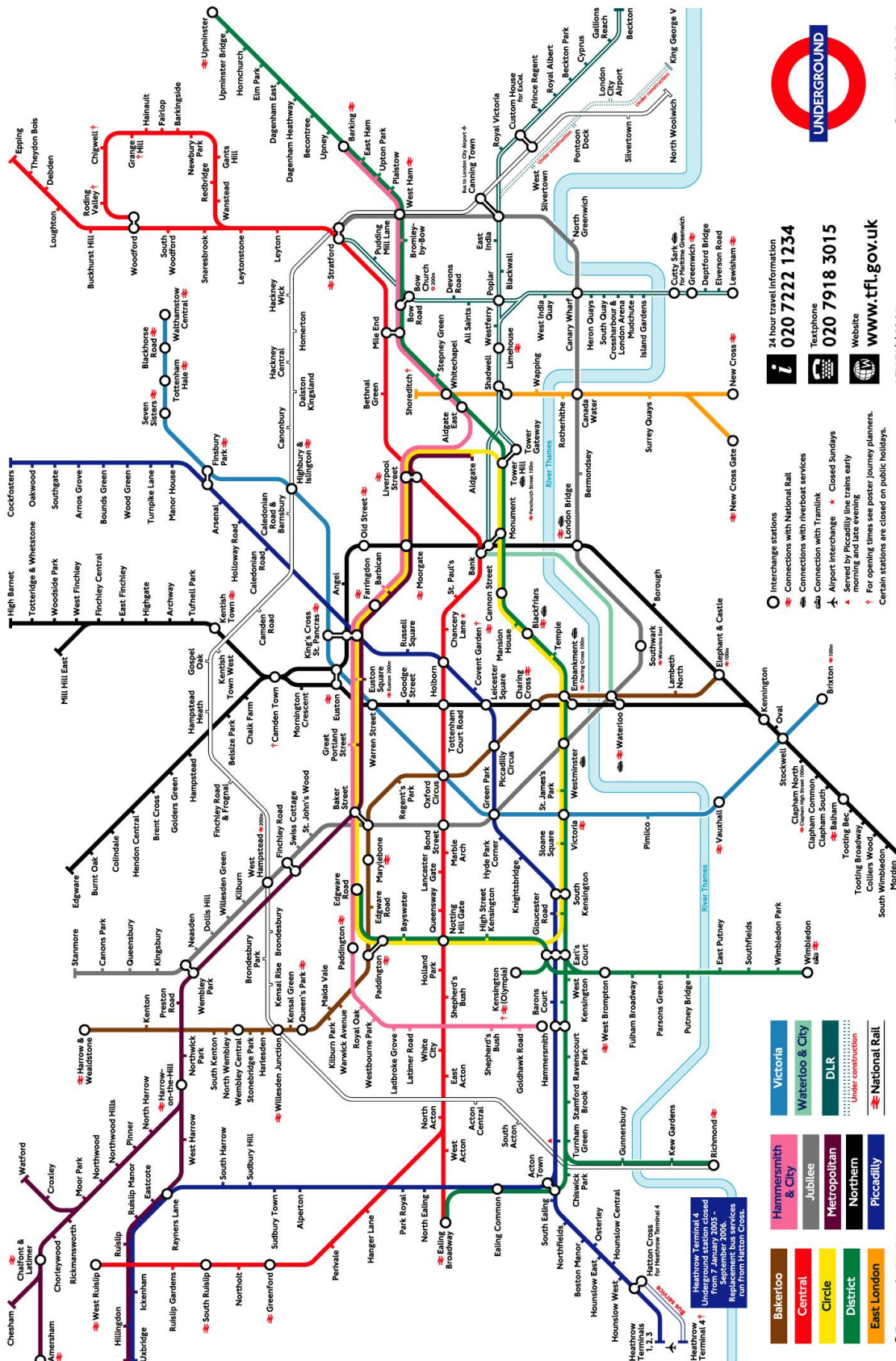
De reader is gegenereerd met de Math4All maatwerkdienst. De inhoud en de volgorde van de onderwerpen in deze reader zijn gekozen door docenten van het ConTeXt College.

Stichting Math4All



www.math4all.nl





24 hour travel information
020 7222 1234
 Telephone
020 7918 3015
 Textphone
 Website
www.tfl.gov.uk

- Interchange stations
- Connections with National Rail
- Connections with ferryboat services
- Connection with Tramlink
- Airport interchange
- Served by Piccadilly line trains early in the morning
- For opening times see poster: journey planners
- Closed Sundays
- Some stations are closed on public holidays

| | | |
|--|--|--|
| | | |
| | | |
| | | |
| | | |
| | | |

Reg. user No. 05/4352

LTM F(A) 09/04

Werkblad bij Opgave 2.6 op pagina 20.



Informatieblad bij Opdracht 1.1

Dit is een metrokaart van Amsterdam.

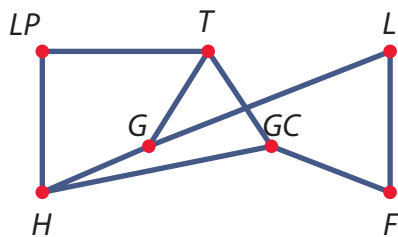


Informatieblad bij Opdracht 1.2

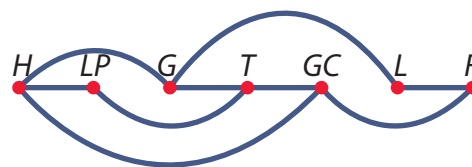
De zeven Canarische eilanden: Tenerife, Gran Canaria, Las Palmas, Gomera, Hierro, Fuerteventura en Lanzarote horen bij Spanje en liggen voor de kust van Marokko.



Je ziet twee figuren die de bootverbindingen tussen de Canarische eilanden weergeven. Zo'n figuur heet een 'graaf'. Hoewel ze er nogal verschillend uitzien, zijn ze gelijk. De bootverbindingen gaan in beide richtingen, want er staan geen pijlen in deze grafen.



graaf 1



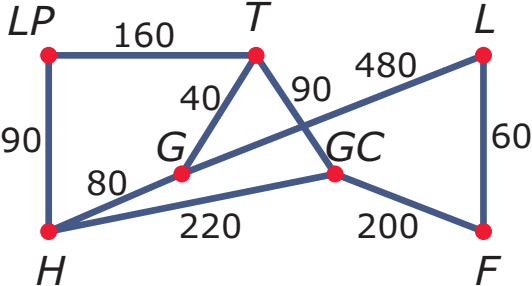
graaf 2

Informatieblad bij Opdracht 2.1

Dit is een graaf met de metrolijnen van Amsterdam.

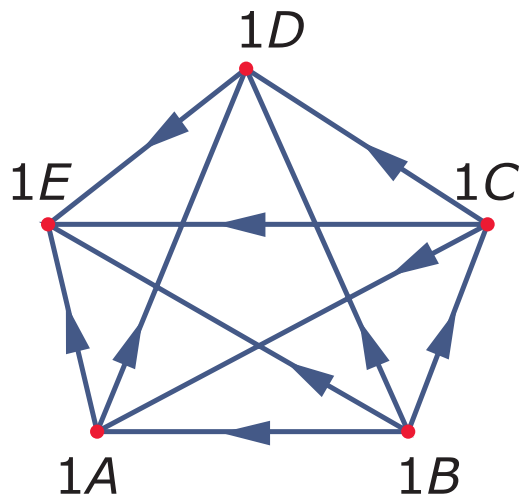


Informatieblad bij Opdracht 2.2



Informatieblad bij Opdracht 2.3

Tijdens een sportdag spelen de eerste klassen (1A tot en met 1E) een volleybaltoernooi. De gymleraar heeft met deze gerichte graaf het verloop van het toernooi bijgehouden. In die graaf zie je bijvoorbeeld dat 1A van 1D heeft gewonnen.



Informatieblad bij Opdracht 3.1

Je ziet de rapportcijfers voor het vak science van klas B1H.

| | | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 6 | 6 | 5 | 4 | 7 | 7 | 7 | 8 | 6 | 6 | 6 | 6 | 8 | 7 | 7 |
| 9 | 5 | 7 | 7 | 5 | 7 | 6 | 7 | 6 | 6 | 7 | 5 | 7 | 8 | |

Informatieblad bij Opdracht 3.2

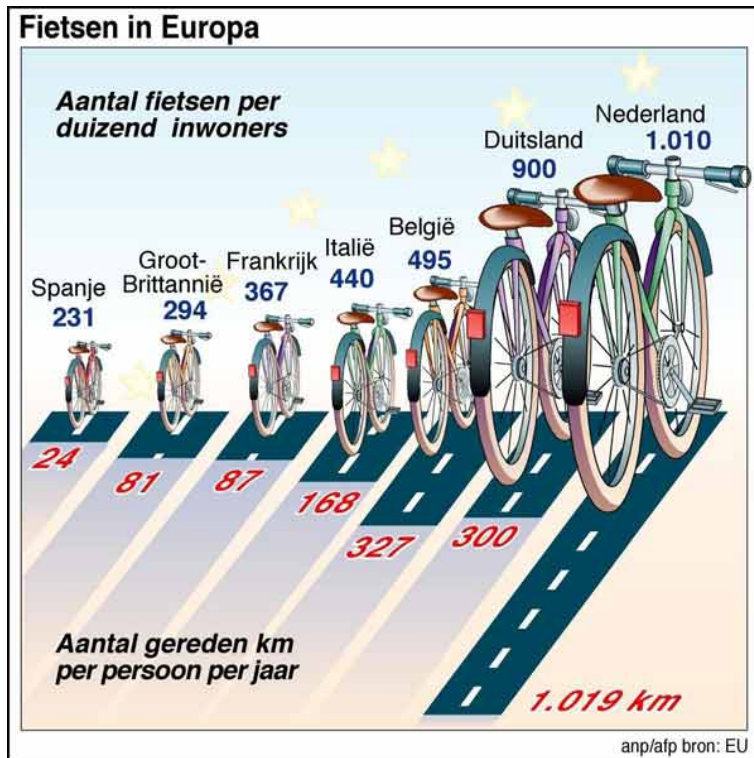
Frequentietabellen zijn ook handig om de resultaten van twee series waarnemingen te vergelijken. Hier zie je de resultaten voor het vak science van klas B1H en klas B1J.

| Resultaten science klas B1H | |
|------------------------------------|------------|
| cijfer | frequentie |
| 4 | 1 |
| 5 | 4 |
| 6 | 9 |
| 7 | 11 |
| 8 | 3 |
| 9 | 1 |
| totaal | 29 |

| Resultaten science klas B1J | |
|------------------------------------|------------|
| cijfer | frequentie |
| 4 | 0 |
| 5 | 4 |
| 6 | 8 |
| 7 | 6 |
| 8 | 5 |
| 9 | 2 |
| totaal | 25 |

Informatieblad bij Opdracht 4.1

Figuren zoals deze zijn bedoeld om informatie overzichtelijk weer te geven. Hier zie je een 'beelddiagram' (van jaren geleden) over fietsen in zeven landen in Europa.



Informatieblad bij Opdracht 4.2

In deze tabel staan alle rapportcijfers van B1H, afgerond op één decimaal en afgerond op hele cijfers.

| B1H | | ne | | en | | fa | | ak | | gs | | wi | | sc | |
|----------|----------|-----|----|-----|----|-----|----|-----|----|-----|----|-----|----|-----|----|
| leerling | geslacht | | RE | | RE | | RE | | RE | | RE | | RE | | RE |
| 1 | v | 6,7 | 7 | 4,4 | 4 | 5,6 | 6 | 6,6 | 7 | 6,8 | 7 | 5,6 | 6 | 5,8 | 6 |
| 2 | v | 5,6 | 6 | 5,3 | 5 | 6,1 | 6 | 7,1 | 7 | 6,8 | 7 | 6,3 | 6 | 6,4 | 6 |
| 3 | m | 8,1 | 8 | 6,7 | 7 | 5,8 | 6 | 7,2 | 7 | 7,6 | 8 | 5,3 | 5 | 5,4 | 5 |
| 4 | m | 8,5 | 9 | 5,1 | 5 | 6,1 | 6 | 6,1 | 6 | 6,1 | 6 | 5,6 | 6 | 4,3 | 4 |
| 5 | m | 4,9 | 5 | 9,7 | 10 | 6,6 | 7 | 8,0 | 8 | 7,5 | 8 | 6,4 | 6 | 7,0 | 7 |
| 6 | v | 6,2 | 6 | 9,4 | 9 | 7,2 | 7 | 6,6 | 7 | 7,8 | 8 | 7,1 | 7 | 7,1 | 7 |
| 7 | m | 7,1 | 7 | 7,9 | 8 | 7,9 | 8 | 6,6 | 7 | 6,6 | 7 | 7,4 | 7 | 6,5 | 7 |
| 8 | v | 6,9 | 7 | 3,9 | 4 | 6,5 | 7 | 7,5 | 8 | 7,4 | 7 | 8,1 | 8 | 7,9 | 8 |
| 9 | m | 7,7 | 8 | 6,0 | 6 | 6,6 | 7 | 6,7 | 7 | 7,6 | 8 | 6,5 | 7 | 6,1 | 6 |
| 10 | m | 6,8 | 7 | 6,2 | 6 | 7,0 | 7 | 7,1 | 7 | 6,8 | 7 | 6,8 | 7 | 6,1 | 6 |
| 11 | v | 5,3 | 5 | 7,1 | 7 | 5,2 | 5 | 6,0 | 6 | 6,4 | 6 | 5,3 | 5 | 5,6 | 6 |
| 12 | v | 5,8 | 6 | 6,9 | 7 | 7,1 | 7 | 7,3 | 7 | 7,4 | 7 | 7,6 | 8 | 6,4 | 6 |
| 13 | m | 6,2 | 6 | 8,1 | 8 | 7,9 | 8 | 8,4 | 8 | 8,2 | 8 | 8,1 | 8 | 8,2 | 8 |
| 14 | m | 7,3 | 7 | 3,4 | 3 | 5,1 | 5 | 6,2 | 6 | 6,5 | 7 | 6,4 | 6 | 7,3 | 7 |
| 15 | m | 7,0 | 7 | 6,8 | 7 | 7,1 | 7 | 7,0 | 7 | 5,5 | 6 | 7,0 | 7 | 7,2 | 7 |
| 16 | v | 8,5 | 9 | 6,4 | 6 | 8,0 | 8 | 9,1 | 9 | 8,8 | 9 | 9,3 | 9 | 9,1 | 9 |
| 17 | v | 9,4 | 9 | 5,8 | 6 | 6,9 | 7 | 7,1 | 7 | 7,3 | 7 | 6,4 | 6 | 5,4 | 5 |
| 18 | m | 8,1 | 8 | 6,5 | 7 | 6,9 | 7 | 7,6 | 8 | 7,6 | 8 | 7,3 | 7 | 6,6 | 7 |
| 19 | v | 7,0 | 7 | 7,2 | 7 | 8,0 | 8 | 7,4 | 7 | 8,7 | 9 | 8,8 | 9 | 7,2 | 7 |
| 20 | v | 6,7 | 7 | 8,8 | 9 | 7,2 | 7 | 6,1 | 6 | 6,2 | 6 | 3,4 | 3 | 4,6 | 5 |
| 21 | v | 7,4 | 7 | 7,2 | 7 | 7,3 | 7 | 7,6 | 8 | 7,3 | 7 | 7,2 | 7 | 7,1 | 7 |
| 22 | v | 6,4 | 6 | 5,8 | 6 | 6,4 | 6 | 6,9 | 7 | 6,2 | 6 | 6,5 | 7 | 6,0 | 6 |
| 23 | m | 7,9 | 8 | 6,8 | 7 | 6,0 | 6 | 7,4 | 7 | 7,7 | 8 | 6,1 | 6 | 6,9 | 7 |
| 24 | m | 6,6 | 7 | 6,1 | 6 | 6,9 | 7 | 5,8 | 6 | 5,9 | 6 | 7,2 | 7 | 6,1 | 6 |
| 25 | m | 6,4 | 6 | 6,4 | 6 | 6,0 | 6 | 5,4 | 5 | 4,6 | 5 | 5,3 | 5 | 5,8 | 6 |
| 26 | m | 5,9 | 6 | 7,7 | 8 | 7,7 | 8 | 7,5 | 8 | 7,1 | 7 | 8,0 | 8 | 6,8 | 7 |
| 27 | v | 6,9 | 7 | 7,3 | 7 | 6,2 | 6 | 6,2 | 6 | 6,3 | 6 | 5,8 | 6 | 5,1 | 5 |
| 28 | m | 8,8 | 9 | 6,9 | 7 | 7,2 | 7 | 8,0 | 8 | 7,5 | 8 | 7,6 | 8 | 7,2 | 7 |
| 29 | m | 6,7 | 7 | 8,2 | 8 | 7,6 | 8 | 7,9 | 8 | 8,1 | 8 | 7,2 | 7 | 8,2 | 8 |

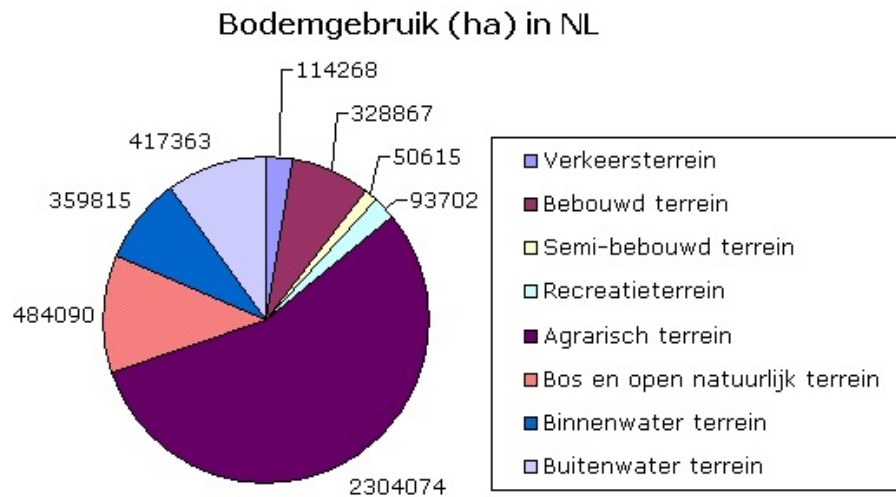
Informatieblad bij Opdracht 5.1

Dit 'steelbladdiagram' laat zien welke cijfers er in een bepaalde klas zijn gehaald.

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|--|
| 2 | 3 | | | | | | | | |
| 3 | 9 | 9 | | | | | | | |
| 4 | 4 | 4 | | | | | | | |
| 5 | 0 | 0 | 1 | 5 | 5 | 9 | 9 | | |
| 6 | 2 | 4 | 4 | 4 | 6 | 6 | 8 | 9 | |
| 7 | 1 | 3 | 7 | | | | | | |
| 8 | 2 | 6 | 6 | 6 | 6 | 6 | | | |
| 9 | 5 | | | | | | | | |

Informatieblad bij Opdracht 5.2

Een andere zeer overzichtelijke figuur is het 'cirkeldiagram'. Je ziet er een van het bodemgebruik in Nederland. Je kunt er onder andere in aflezen dat in Nederland 484090 ha (hectare) van de totale bodem 'bos en open natuurlijk terrein' was.



Informatieblad bij Opdracht 5.3

Deze tabel van het bodemgebruik in Nederland in 2003 is afkomstig van het **Centraal Bureau voor de Statistiek**.

Hierin is 1 ha = 1 hectare = 1 hm² = 10.000 m².

| | oppervlakte (ha) |
|--------------------------------|-------------------------|
| Verkeersterrein | 114268 |
| Bebouwd terrein | 328867 |
| Semi-bebouwd terrein | 50615 |
| Recreatieterrein | 93702 |
| Agrarisch terrein | 2304074 |
| Bos en open natuurlijk terrein | 484090 |
| Binnenwater | 359815 |
| Buitenwater | 417363 |

