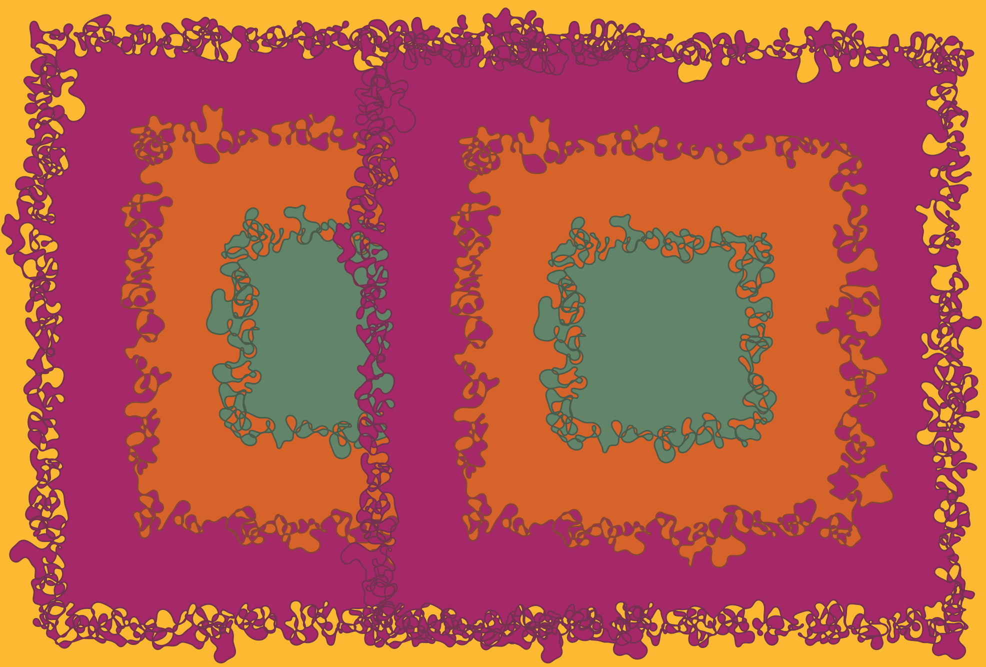
Wiskunde / PGA

1 VMBO

Ruimtelijke figuren

ConTeXt College



Voorwoord

Het lesmateriaal in dit katern is gebaseerd op het materiaal dat je kunt vinden op de Math4All website `www.math4all.nl`. In de tekst staan dan ook regelmatig verwijzingen naar die website. Waar je precies moet zijn op die website kun je zien in de kopregel van iedere pagina.

Ieder hoofdstuk bestaat uit een aantal paragrafen en wordt steeds afgesloten met een paragraaf *Totaalbeeld* waar de leerstof wordt samengevat en/of herhaald.

PGA

PGA staat voor 'probleemgestuurde aanpak'. Je werkt dan onder begeleiding van je docent in kleine groepjes aan wiskundige problemen en samen bouw je de theorie op en maak je er een overzicht van.

De PGA wordt ondersteund door verwerkings- en toepassingsopgaven waarmee je kunt nagaan of je de stof beheerst. Deze opgaven worden op drie niveaus aangeboden. De niveau aanduiding vind je terug in de marge.

★ het basale niveau, dat iedereen zou moeten behalen

★ ★ een iets pittiger niveau, waarin iets meer uitdaging zit en die je alleen hoeft te maken als je er genoeg tijd voor hebt

★ ★ ★ een bijzondere toepassing of een echt pittige opgave die je alleen maakt als de rest veel te gemakkelijk voor je was

1

Ruimtelijke figuren

1.1 Ruimtelijke figuren

Inleiding

Je komt deze oproep tegen van het bedrijf Cartona dat verpakkingen maakt.
Samen met je wiskundedocent maak je er een project van voor de hele klas. Je kunt ieder voor zich laten werken, maar je kunt er ook groepswerk van maken.

Een verpakking is een ruimtelijke vorm om iets in op te bergen, vaak ook te versturen.

Ruimtelijke vormen zijn er in overvloed. Je herkent er in de figuur wel een aantal. Maar waar herken je die vormen aan? En welke vormen zijn bruikbaar als verpakking? Of juist heel bijzonder?

Figuur 1.1

Je leert in dit onderwerp

- ruimtelijke figuren herkennen en benoemen;
- ervaringen opdoen met de grensvlakken van ruimtelijke figuren.

Voorkennis

- enkele namen van ruimtelijke vormen, zoals de kubus, de balk, de piramide, de cilinder, de kegel en de bol.

Voor de leerling

Je krijgt in groepjes één of meer opdrachten waarmee je de theorie die bij dit onderdeel hoort zelf gaat opbouwen. Het gaat om het herkennen van ruimtelijke figuren en het geven van de bijpassende naam.
Maak eigen aantekeningen en uiteindelijk voor je zelf een theorie-overzicht samen met het volgende onderdeel.

Aantekeningen

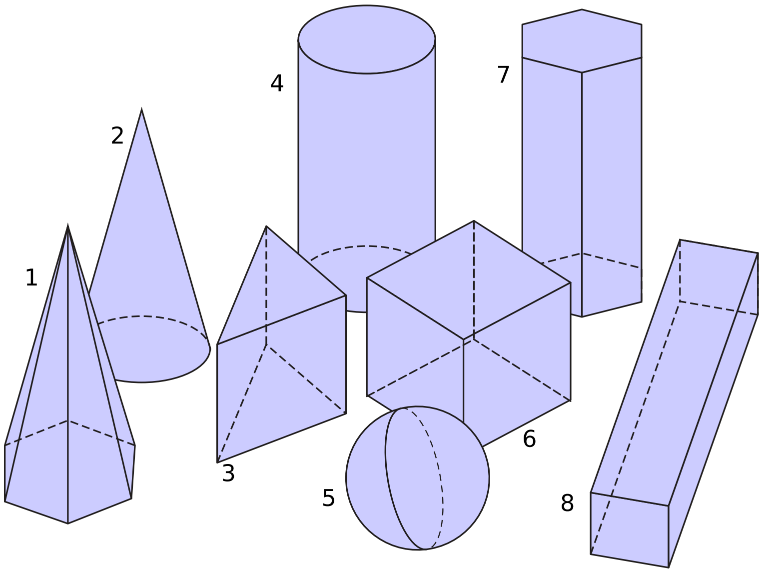
Theorie

Om te onthouden

Verwerken

★ Opgave 1.1

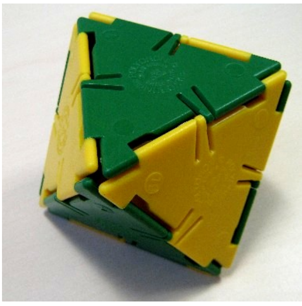
Geef elk van deze ruimtelijke figuren de juiste naam.



Figuur 1.2

★ ★ Opgave 1.2

Polydron is plastic materiaal waarmee je ruimtelijke figuren kunt maken. Hiernaast zie je een octaëder die bestaat uit acht gelijke driehoeken.



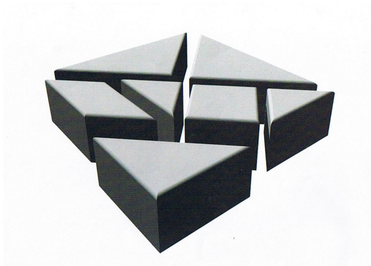
Figuur 1.3

a In hoeveel piramides kun je deze figuur verdelen?

b Wat voor piramide krijg je als je vier van die driehoeken in elkaar klikt tot een gesloten ruimtelijke figuur?

★ Opgave 1.3

Tangram is een eeuwenoud Chinees spel waarmee je figuren kunt leggen. De regels zijn: je moet alle delen van het tangram gebruiken en je mag ze niet stapelen. Als je alle delen van dit tangramspel tegen elkaar legt, krijg je een balk met een vierkante onder- en bovenkant.



Figuur 1.4

a Op de foto is duidelijk te zien dat alle bovenvlakken veelhoeken zijn.
Welke veelhoeken?

b Welke verschillende ruimtelijke figuren herken je in de blokken van dit tangramspel?

c De maker van het spel beweert dat alle blokken prisma's zijn. Heeft hij gelijk? Licht je antwoord toe.

★ **Opgave 1.4**

Uit welke twee ruimtelijke figuren bestaat dit huis grofweg gezien?

Figuur 1.5

Toepassen

Je wilt meedoen aan de ontwerpwedstrijd van de firma Cartona.
De eerste stap is het verzamelen van zoveel mogelijk verpakkingen om een idee te krijgen wat er allemaal kan. (Eventueel via internet.) Verzamel dus veel verschillende vormen en let daarbij op:

- Welke vorm(en) herken je er in?
- Kun je de verpakking goed vasthouden?
- Waar kun je de verpakking voor gebruiken?
- Is het een geschikte cadeauverpakking, met andere woorden: ziet hij er leuk en bijzonder uit?
- Is de verpakking gemakkelijk te vervoeren?
- Kun je de verpakking gemakkelijk stapelen?
- Is de verpakking duurzaam, bijvoorbeeld herbruikbaar?

Figuur 1.6

★ **Opgave 1.5: Verpakkingen bekijken**

Heb je veel verpakkingen gevonden?

a Maak een tabel van je verpakkingen en de zaken waar je op hebt gelet: naam van de vorm, wel/niet goed vast te houden, wel/niet handig stapelbaar, wel/niet vervoerbaar, enzovoorts.

b Welke gevolgen heeft dit overzicht voor de soort verpakking die je gaat ontwerpen?

Antwoorden

1.1 1: (zeszijdige) piramide; 2: kegel; 3: (driezijdig) prisma; 4: cilinder; 5: bol; 6 kubus; 7: (zeszijdig) prisma; 8: balk

1.2 a Bijvoorbeeld in twee vierzijdige piramides. Of acht driezijdige piramides met een driehoek als grondvlak.

b Een driezijdige piramide. Dit noem je wel een viervlak.

1.3 a Vijf rechthoekige driehoeken, een parallellogram en een vierkant.

b Een kubus (of balk) en verder allemaal prisma's.

c Ja, een kubus of een balk is eigenlijk een speciaal soort prisma.

1.4 Twee prisma's: het huis (vijfzijdig) plus de aanbouw (vijfzijdig).

1.5 a Eigen antwoord.

b Eigen antwoord.

Probeer een eerste keuze te maken. Al is het maar dat je beslist wat je vooral niet wilt maken.

1.2 Grensvlakken en ribben

Inleiding

Je doet mee met deze ontwerpwedstrijd.

Een verpakking is een ruimtelijke vorm om iets in op te bergen, vaak ook te versturen.

Ruimtelijke vormen zijn er in overvloed. Je kunt nu deze figuren wel een naam geven. Maar je wilt ook hun hoekpunten, ribben, grensvlakken kunnen benoemen en zien hoeveel er van zijn. Dat heb je nodig om deze verpakkingen zelf te kunnen maken.

Figuur 2.1

Je leert in dit onderwerp

- hoekpunten, grensvlakken en ribben van ruimtelijke figuren herkennen en benoemen;
- het aantal hoekpunten, grensvlakken en ribben van ruimtelijke figuren bepalen.

Voorkennis

- de belangrijkste namen van vlakke figuren, zoals vierkant, rechthoek, driehoek, vlieger, ruit, parallellogram en deze figuren herkennen;
- de belangrijkste namen van ruimtelijke figuren, zoals kubus, balk, piramide, prisma, cilinder, kegel en bol en deze figuren herkennen.

Voor de leerling

Je krijgt in groepjes één of meer opdrachten waarmee je de theorie die bij dit onderdeel hoort zelf gaat opbouwen. Het gaat om het herkennen van de ribben, de hoekpunten en de grensvlakken van ruimtelijke figuren en het plaatsen van letters bij de hoekpunten.
Maak eigen aantekeningen en uiteindelijk voor je zelf een theorie-overzicht samen met het vorige onderdeel.

Aantekeningen

Theorie

Om te onthouden

Verwerken

★ **Opgave 2.1**

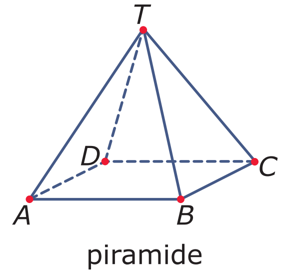
Bekijk de vierzijdige piramide $ABCD.T$. De onderkant is vierkant $ABCD$.

a Welk vlak is het voorvlak?

b Welke vlakken hebben ribbe CT gemeenschappelijk?

Neem aan, dat alle ribben 12 cm zijn.

c Welke oppervlakte heeft het grondvlak?



Figuur 2.2

★ **Opgave 2.2**

Je ziet hier enkele figuren gemaakt met Polydron.

a Eén van deze figuren heeft 12 gelijke grensvlakken. Welke vorm hebben al die grensvlakken?

b Hoeveel hoekpunten heeft de figuur bedoeld in a?

c Er is één figuur die kan worden opgedeeld in een kubus en een piramide. Hoeveel grensvlakken heeft die figuur? En hoeveel hoekpunten?

d Hoeveel hoekpunten heeft het viervlak?

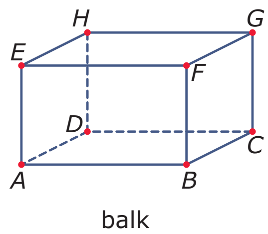
Figuur 2.3

★ **Opgave 2.3**

Bekijk balk $ABCD.EFGH$. Je weet dat $AB = 10$ cm, $AD = 6$ cm en $AE = 4$ cm.

a Hoe groot is de oppervlakte van grensvlak $BCGF$?

b Bereken de totale buitenoppervlakte van de balk.



Figuur 2.4

★ ★ **Opgave 2.4**

Bekijk dit Doritosdoosje. Het is een lichaam met nogal wat grensvlakken. Het ondervlak en het bovenvlak zijn zeshoeken.

Hoeveel hoekpunten, hoeveel ribben en hoeveel grensvlakken heeft dit lichaam?

Figuur 2.5

Toepassen

Deze kleine ‘gift box’ (geschenkdoosje) heeft de vorm van een piramide.
Er is één vierkant grondvlak. Dat kun je niet zien op de foto.
Alle andere vlakken zijn driehoeken die in één punt (de top van de piramide) uitkomen.

De ribben van het grondvlak zijn elk 12 cm.
De vier opstaande ribben zijn elk 16 cm.

Hiermee kun je te weten komen hoeveel stevig papier er nodig is voor de buitenkant van het doosje...

Figuur 2.6

★ ★ Opgave 2.5: Oppervlakte geschenkverpakking

Bekijk de piramidevormige geschenkverpakking in **Toepassen**.

a Hoe groot is de oppervlakte van het grondvlak?

Elk van de vier zijvlakken is een driehoek met zijden van 12, 16 en 16 cm.
Zo'n driehoek kun je zelf tekenen:

- Begin met de zijde van 12 cm te tekenen.
- Zet daar in het midden een loodlijn op.
- Maak op die loodlijn een lijnstuk vanaf de zijde waar je mee begon.
- Maak dit lijnstuk zo lang dat de afstand tussen het eindpunt ervan en de eindpunten van de zijde precies 16 cm is.
- Maak de driehoek af.

b Teken zelf zo'n driehoek.

c Knip deze driehoek langs de loodlijn in twee gelijke delen en leg die aan elkaar tot je een rechthoek hebt. Hoe lang en hoe breed is die rechthoek?

d Hoe groot wordt dus de totale buitenoppervlakte van de geschenkverpakking

★ ★ ★ Opgave 2.6: Oppervlakte viervlak

Deze verpakking heeft de vorm van een viervlak. Neem aan dat alle vier de grensvlakken driehoeken zijn met zijden van 10, 13 en 13 cm.

Hoe kun je de oppervlakte aan karton die ervoor nodig is bepalen? Bereken die oppervlakte.

Figuur 2.7

Antwoorden

2.1 a ABT

b CDT en BCT.

c 36 cm^2.

2.2 a Vijfhoeken met vijf gelijke zijden en gelijke hoeken (‘regelmatige vijfhoeken’).

b 20

c 9 grensvlakken en 9 hoekpunten.

d 4

2.3 a 24 cm^2.

b 248 cm^2.

2.4 30 hoekpunten, 66 ribben en 38 grensvlakken.

2.5 a 144 cm^2.

b Werk netjes.

c Breedte 6 cm; lengte ongeveer 14,8 cm.

d Ongeveer 499,2 cm^2.

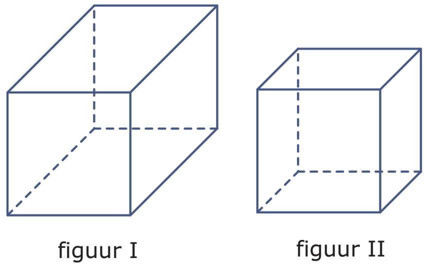
2.6 De oppervlakte van de hele verpakking is 240 cm^2.

1.3 Ruimtelijk tekenen

Inleiding

Voor de ontwerpwedstrijd moet je natuurlijk een tekening van je ontwerp maken. Maar een ruimtelijke figuur tekenen is nog wel even een probleempje...

Van welke figuur zeg je dat het een kubus is? En van welke figuur zijn alle ribben even lang? En hoe zit het met de evenwijdigheid van de ribben? Kortom: wat is de beste tekening van een kubus?



Figuur 3.1

Je leert in dit onderwerp

- ruimtelijke figuren op roosterpapier tekenen, het begrip parallelprojectie;
- informatie over ruimtelijke figuren aflezen uit een tekening op roosterpapier.

Voorkennis

- de belangrijkste namen van ruimtelijke figuren, zoals kubus, balk, piramide, prisma, cilinder, kegel en bol en deze figuren herkennen;
- hoekpunten, grensvlakken en ribben van ruimtelijke figuren herkennen, berekenen en benoemen;
- correcte uitslagen en aanzichten van ruimtelijke figuren herkennen en maken;
- vanuit gegeven aanzichten een figuur herkennen en de figuur of zijn uitslag tekenen.

Voor de leerling

Je krijgt in groepjes één of meer opdrachten waarmee je de theorie die bij dit onderdeel hoort zelf gaat opbouwen. Het gaat om het zelf tekenen van ruimtelijke figuren. Daarbij gaat het erom de lijnen die schuin naar achteren lopen op een verstandige wijze weer te geven.
Maak eigen aantekeningen en uiteindelijk voor je zelf een theorie-overzicht.

Aantekeningen

Theorie

Om te onthouden

Verwerken

★ Opgave 3.1

Teken een balk $ABCD.EFGH$ met $AB = 4$ cm, $AD = 6$ cm en $AE = 2$ cm.

a Teken deze balk op roosterpapier. Stippel de onzichtbare ribben. Zet de letters bij de hoekpunten.

b Uit hoeveel kubussen van 1 cm bij 1 cm bij 1 cm bestaat de balk?

★ Opgave 3.2

Deze kaars heeft de vorm van een regelmatige vierzijdige piramide met een grondvlak van 3 cm bij 3 cm en een hoogte van 12 cm.

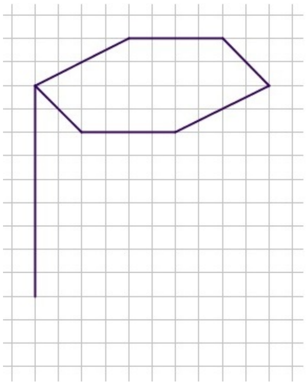
Teken deze kaars op roosterpapier. Stippel de onzichtbare ribben.

Figuur 3.2

★ Opgave 3.3

Je ziet een deel van een prisma.

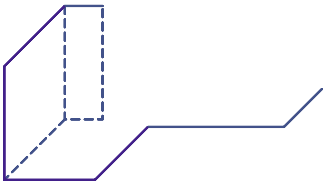
Maak het prisma af op het **werkblad**. Hoe heet zo'n prisma?



Figuur 3.3

★ ★ Opgave 3.4

Dit is de ‘Lümmel’, een stoel/poef/bijzettafeltje. Hij bestaat uit twee in elkaar geschoven balken.
Maak op roosterpapier een ruimtelijke tekening van zo'n Lümmel. Begin met iets dat lijkt op de figuur hieronder.
Kies zelf de afmetingen zo, dat hij zo goed mogelijk lijkt.



Figuur 3.5

Figuur 3.4

Toepassen

Deze kleine ‘gift box’ (geschenkdoosje) heeft de vorm van een piramide.
Er is één vierkant grondvlak. Dat kun je niet zien op de foto.
Alle andere vlakken zijn driehoeken die in één punt (de top van de piramide) uitkomen.

De ribben van het grondvlak zijn elk 12 cm.
De hoogte van de piramide is 13,6 cm.

Nu kun je het doosje zelf tekenen (en van versiering voorzien?)...

Figuur 3.6

★ Opgave 3.5: Geschenkdoosje

Bekijk het geschenkdoosje uit. Bekijk vooral de gegeven afmetingen goed.

Maak een ruimtelijke tekening van deze verpakking. Gebruik stippellijnen voor de ribben die je niet kunt zien.

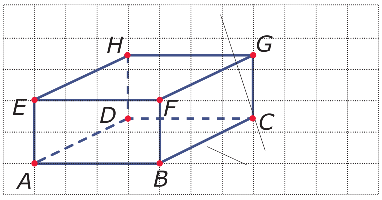
★ ★ ★ Opgave 3.6: Verpakkingen tekenen

Kies een bepaalde vorm verpakking uit om het tekenen mee te oefenen.

Maak er een ruimtelijke tekening van.

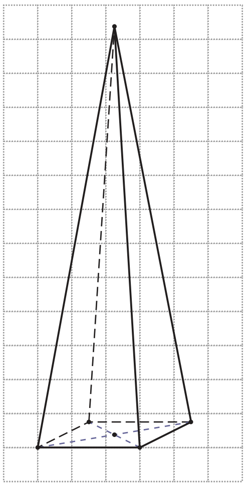
Antwoorden

3.1 a Zie de figuur.



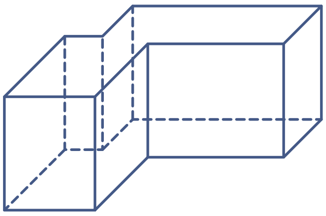
b 48

3.2 Zie de figuur.



3.3 Het is een zeszijdig prisma met gelijk grondvlak en bovenvlak. Denk om stippelen.

3.4 Zie de figuur.



3.5 Als het goed is, krijg je een regelmatige vierzijdige piramide.

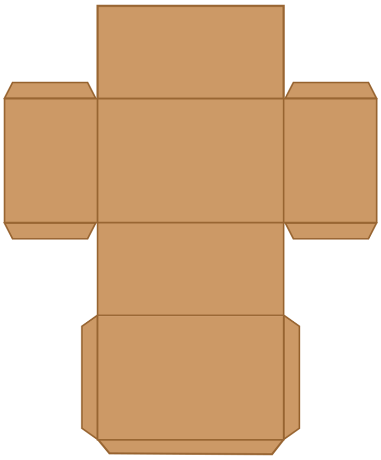
3.6 Eigen antwoord. Laat het controleren.

1.4 Uitslagen

Inleiding

Voor de ontwerpwedstrijd moet je ook een manier verzinnen om je ontwerp te (laten) maken.

Ruimtelijke figuren kun je vaak zelf maken vanuit een bouwplaat(je) zoals dat hiernaast. Enig idee hoe je hiervan een doosje maakt? En welke vorm het doosje dan heeft?



Figuur 4.1

Je leert in dit onderwerp

- uitslagen van ruimtelijke figuren herkennen en/of beoordelen op juistheid;
- correcte uitslagen van ruimtelijke figuren maken;
- ruimtelijke figuren bouwen met behulp van bouwplaten.

Voorkennis

- de belangrijkste namen van ruimtelijke figuren, zoals kubus, balk, piramide, prisma, cilinder, kegel en bol en deze figuren herkennen;
- hoekpunten, grensvlakken en ribben van ruimtelijke figuren herkennen en benoemen;
- het aantal hoekpunten, grensvlakken en ribben van ruimtelijke figuren berekenen.

Voor de leerling

Je krijgt in groepjes één of meer opdrachten waarmee je de theorie die bij dit onderdeel hoort zelf gaat opbouwen. Het gaat om het maken van uitslagen en bouwplaten van ruimtelijke figuren en daarbij het zuinig omgaan met plakrandjes. Verder moet je leren om fouten in uitslagen/bouwplaten te herkennen.
Maak eigen aantekeningen en uiteindelijk voor je zelf een theorie-overzicht.

Aantekeningen

Theorie

Om te onthouden

Verwerken

★ Opgave 4.1

Op een normale kubusvormige dobbelsteen staan op elk grensvlak ogen. Het aantal ogen varieert van 1 tot en met 6 en op tegenover elkaar liggende grensvlakken is het aantal ogen samen altijd 7.

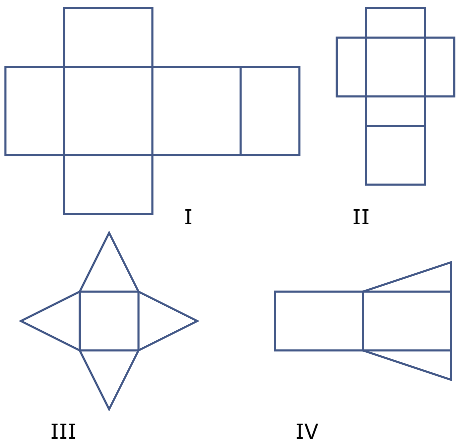
Teken twee verschillende uitslagen van zo'n dobbelsteen.

★ Opgave 4.2

Teken een uitslag van een regelmatige vierzijdige piramide waarvan alle ribben 5 cm lang zijn.

★ Opgave 4.3

Welke van de volgende uitslagen zijn goed?

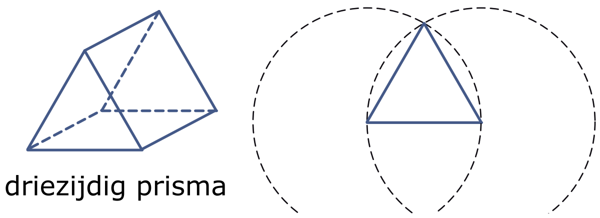


Figuur 4.2

A. figuur I
B. figuur II
C. figuur III
D. figuur IV

★ Opgave 4.4

Dit is een driezijdig prisma. De twee driehoeken hebben zijden van 4 cm. De drie rechthoeken hebben zijden van 4 cm en 6 cm.



Figuur 4.3

Je wilt van dit prisma een uitslag maken. Er is al een begin gemaakt.

a Teken een driehoek met zijden van 4 cm.

b Zet op elk van de zijden van die driehoek rechthoeken van de juiste afmetingen.

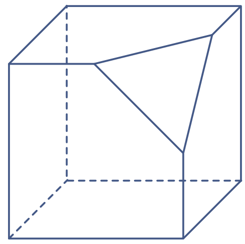
c Maak de uitslag af.

★ ★

Opgave 4.5

Van deze kubus is een stuk afgezaagd. De hoekpunten van het driehoekige grensvlak zijn precies de middens van de ribben van de oorspronkelijke kubus.

Teken een uitslag van deze afgezaagde kubus. Kies zelf de lengte van een ribbe.

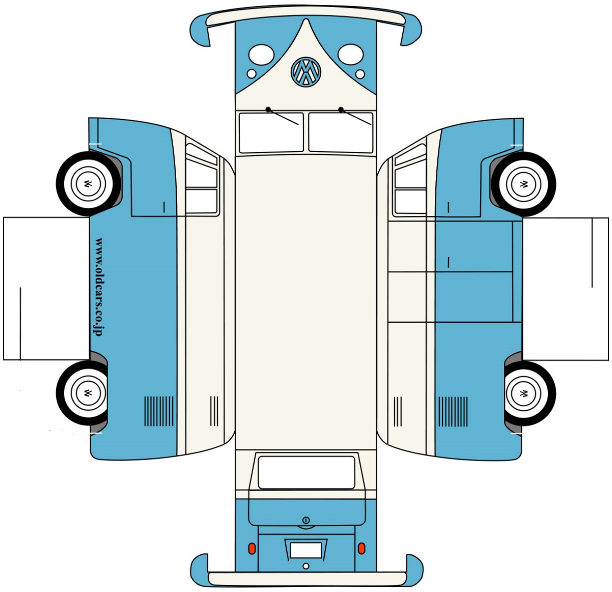


Figuur 4.4

Toepassen

Je kunt ook hele originele verpakkingen maken voor je ontwerpwedstrijd.

Bekijk deze bouwplaat van een Volkswagen Transporter.



Figuur 4.5

Met behulp van plakrandjes op de goede plek kun je hier een degelijk doosje van maken om een leuk cadeau in te stoppen.

★ ★

Opgave 4.6: Originele verpakking (1)

Gebruik de bouwplaat van de VW-Transporter op het **werkblad**.

a Voorzie de bouwplaat van plakrandjes zodat je een sluitend doosje kunt maken.

b Knip de bouwplaat uit en zet hem in elkaar.

★ ★ ★

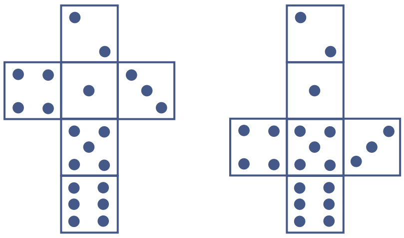
Opgave 4.7: Originele verpakking (2)

Natuurlijk zijn er veel meer originele verpakkingen denkbaar. Zoek maar eens op het internet.

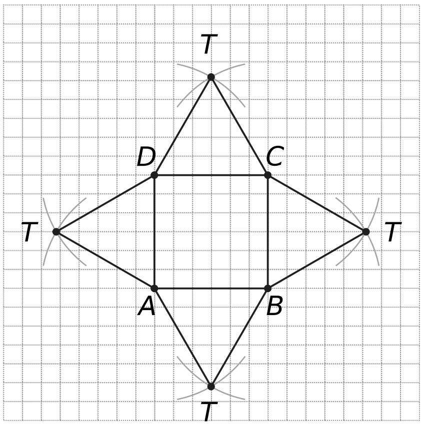
Maak een bouwplaat van een verpakking die je erg origineel lijkt.

Antwoorden

4.1 Zie de figuur.



4.2 Zie de figuur.



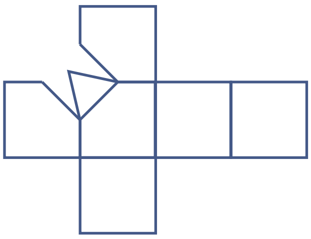
4.3 B C

4.4 a Begin met een zijde van 4 cm en cirkel twee keer 4 cm om.

b Gebruik je geodriehoek om loodrechte lijnen te trekken.

c Er moet nog een driehoek met zijden van 4 cm aan één van de rechthoeken.

4.5 Zie de figuur.



4.6 a Eigen antwoord.

b Doen.

4.7 Eigen antwoord, maak er iets moois van!

1.5 Inhoud

Inleiding

Je hebt nu voor je ontwerpwedstrijd diverse verpakkingen voorbij zien komen. En je hebt ze al zelf gemaakt met behulp van bouwplaatjes.
Maar soms moet je weten hoeveel er in kan. Bijvoorbeeld als het een verpakking van melk of suiker of hagelslag moet worden. Je gebruik dan de eenheidskubus van 1 cm^3, dus van 1 cm bij 1 cm bij 1 cm. En je probeert te bedenken hoeveel van die eenheidskubusjes er in zouden passen.

Figuur 5.1

Je leert in dit onderwerp

- de inhoud (het volume) van een balk, een halve balk, een cilinder en daaruit samengestelde figuren berekenen;
- eenheden voor inhoud gebruiken en ze naar elkaar omrekenen.

Voorkennis

- de belangrijkste namen van ruimtelijke figuren, zoals kubus, balk, piramide, prisma, cilinder, kegel en bol en deze figuren herkennen;
- hoekpunten, grensvlakken en ribben van ruimtelijke figuren herkennen, berekenen en benoemen;
- correcte uitslagen van ruimtelijke figuren herkennen en maken.

Voor de leerling

Je krijgt in groepjes één of meer opdrachten waarmee je de theorie die bij dit onderdeel hoort zelf gaat opbouwen. Het gaat om het bepalen van de inhoud (het volume) van een ruimtelijke figuur. Daarbij gaat het vooral om prisma's en cilinders. Verder leer je inhoudsmaten als de kubieke meter (m^3) en liter (L) gebruiken en inhoudsmaten in elkaar omrekenen.
Maak eigen aantekeningen en uiteindelijk voor je zelf een theorie-overzicht.

Aantekeningen

Theorie

Om te onthouden

Verwerken

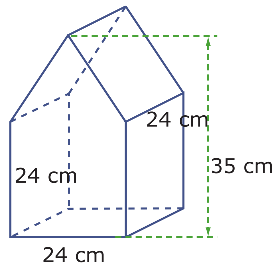
★ **Opgave 5.1**

Een pakje drinken heeft de vorm van een balk met een breedte van 3,5 cm, een lengte van 7,0 cm en een hoogte van 12,5 cm.

Hoeveel drinken gaat er in dit pakje?

★ **Opgave 5.2**

Bereken de inhoud van dit prisma. De onderkant is rechthoekig en alle verticale ribben staan daar loodrecht op.



Figuur 5.2

★ **Opgave 5.3**

Een ijzeren staaf heeft de vorm van een cilinder met een dwarsdoorsnede van 6,28 cm^2 en een lengte van 1,20 m. Elke cm^3 ijzer weegt 7,9 gram.

Hoe zwaar is deze staaf?

★ **Opgave 5.4**

Reken om.

a 5 m^3 = ... cm^3

b 12,5 mm^3 = ... m^3

c 1246 mm^3 = ... L

d 3,72 L = ... cm^3

★ **Opgave 5.5**

Een anderhalf literpak drinkyoghurt heeft de vorm van een rechthoekig blok met een bodem van 9,6 bij 8 cm en een hoogte van 19,5 cm.

Hoeveel liter drinkyoghurt gaat er in?

Figuur 5.3

★ **Opgave 5.6**

De minimale afmetingen van een schoollokaal zijn 7,2 m bij 7,5 m bij 3 m. Ga uit van een schoollokaal dat de vorm van een balk heeft.

a Hoe groot is de inhoud van het kleinst mogelijke schoollokaal? Geef je antwoord in kubieke decimeter nauwkeurig.

b Hoeveel m^2 is de muuroppervlakte van zo'n schoollokaal?

Toepassen

In dit drinkpakje zit 250 mL van een chocoladedrankje.

De ontwerper van deze verpakking moest er dus rekening mee houden dat het volume groot genoeg zou zijn. Neem voor de rechthoekige bodem van het pakje 5,2 cm bij 3,8 cm. De hoogte aan de voorkant is 12,5 cm en die aan de achterkant 13,5 cm.

Kan er nu inderdaad 250 mL in dit pakje?

Figuur 5.4

★ ★ **Opgave 5.7: Drinkpakje**

Bekijk het drinkpakje in **Toepassen**.

a Hoe heet de vorm van dit drinkpakje?

b Klopt het volume van dit drinkpakje?

★ ★ ★ **Opgave 5.8: Cilindrische verpakkingen**

Tennisballen zitten vaak in cilindervormige kokers met een diameter van 6,5 cm en een hoogte van 19,5 cm. Hoe maak je zo'n verpakking en hoe groot is de inhoud ervan?

De onderkant en de bovenkant van de verpakking zijn cirkels. De koker zelf maak je uit een rechthoekig stuk karton door het op te rollen.

Gebruik de volgende vuistregels:

omtrek cirkel ≈ 3,14× *diameter*

oppervlakte cirkel ≈ 0,785× *diameter* × *diameter*

a Welke afmetingen moet het stuk karton voor de koker hebben?

b Hoeveel is het volume van zo'n koker voor tennisballen?

Antwoorden

5.1 306,25 cm^3.

5.2 16992 cm^3.

5.3 5953,44 gram.

5.4 a 5 m^3 = 5.000.000 cm^3.

b 12,5 mm^3 = 0,0000125 m^3.

c 1246 mm^3 = 0,001246 L.

d 3,72 L = 3720 cm^3.

5.5 1,4976 L.

5.6 a 162000 dm^3.

b 88,2 m^2.

5.7 a Het is een prisma.

b Het volume is 256,88 mL en dat klopt ongeveer.

5.8 a Hoogte 19,5 cm en breedte ongeveer 20,41 cm.

b $\approx$ 315 cm^3.

1.6 Diagonaalvlakken

Inleiding

In dit drinkpakje zit vlak bij een hoekpunt van het bovenvlak een plek waar je het rietje in kunt steken. Zo'n rietje moet wel tot op de bodem komen. Hoe bepaal je hoe lang zo'n rietje minstens moet zijn?

Figuur 6.1

Je leert in dit onderwerp

- (lichaams)diagonalen en diagonaalvlakken in ruimtelijke figuren herkennen en benoemen;
- (lichaams)diagonalen en diagonaalvlakken op ware grootte tekenen en zo lengtes meten.

Voorkennis

- de belangrijkste namen van ruimtelijke figuren, zoals kubus, balk, piramide, prisma, cilinder, kegel en bol en deze figuren herkennen en deze tekenen (op roosterpapier);
- hoekpunten, grensvlakken en ribben van ruimtelijke figuren herkennen, berekenen en benoemen;
- correcte uitslagen en aanzichten van ruimtelijke figuren herkennen en maken;
- vanuit gegeven aanzichten een figuur herkennen en de figuur of zijn uitslag tekenen.

Voor de leerling

Je krijgt in groepjes één of meer opdrachten waarmee je de theorie die bij dit onderdeel hoort zelf gaat opbouwen. Het gaat om het werken met ‘diagonaalvlakken’, ‘lichaamsdiagonalen’ en ‘zijvlaksdiagonalen’. Daarbij wil je ook de lengtes van dergelijke lijnstukken kunnen bepalen door meten.
Maak eigen aantekeningen en uiteindelijk voor je zelf een theorie-overzicht.

Aantekeningen

Theorie

Om te onthouden

Verwerken

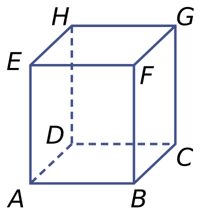
★ Opgave 6.1

Je ziet een balk van 4 cm bij 4 cm bij 5 cm.

a Teken deze balk met daarin diagonaalvlak $BCEH$ en lichaamsdiagonaal EC.

b Teken het diagonaalvlak $BCEH$ op ware grootte.

c Bepaal de lengte van de lichaamsdiagonaal.



Figuur 6.2

★ Opgave 6.2

Van de vierzijdige piramide $ABCD.T$ zijn alle ribben 6 cm.

a Teken een uitslag van de piramide.

b Benoem de diagonaalvlakken van de piramide. Welke vorm hebben ze? Wat zijn de afmetingen ervan?

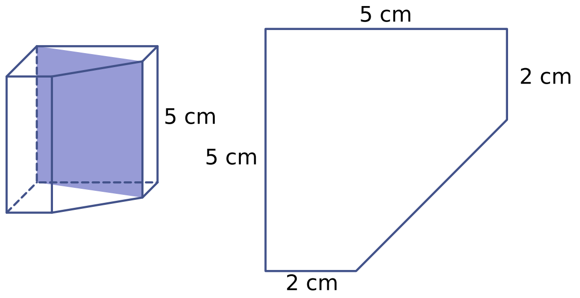
★ Opgave 6.3

De afmetingen van een bakje met deksel zijn 7,2 cm bij 7,2 cm bij 3 cm. Ga ervan uit dat het bakje de vorm van een balk heeft.

Hoe lang kan het langste potlood zijn dat nog in dit bakje past?

★ ★ Opgave 6.4

In dit prisma is een diagonaalvlak getekend. Het prisma is 5 cm hoog en het grondvlak is ernaast getekend .



Figuur 6.3

a Hoeveel diagonaalvlakken van dit prisma hebben de vorm van een rechthoek?

b Teken het kleinste rechthoekige diagonaalvlak op ware grootte.

c Hoe lang is de kortste lichaamsdiagonaal (van een rechthoekig diagonaalvlak) in dit prisma?

Toepassen

Neem aan dat dit drinkpakje de vorm heeft van een balk van 5,5 cm bij 4,0 cm bij 9,5 cm.

In dit pakje zit vlak bij een hoekpunt van het bovenvlak een plek waar je het rietje in kunt steken. Al bij werd de vraag gesteld “Hoe lang moet zo'n rietje minstens zijn?”

Inmiddels kun je die vraag beantwoorden, net als vergelijkbare vragen.

Figuur 6.4

★

Opgave 6.5: Rietje

Als je de vraag hierboven nog niet eerder hebt beantwoord, voer dan nu de berekening uit.

★ ★ ★

Opgave 6.6: De hoek om

In een kantoorgebouw bevindt zich een gang met een breedte van 1 m en een hoogte van 2,5 m. De gang maakt ergens een rechte hoek. Een bureaublad (zonder poten) wordt horizontaal op wieltjes door die gang gerold. De breedte van deze plaat is 1,5 m. Het bureaublad moet de hoek om kunnen.

Hoe groot kan de lengte van het bureaublad maximaal zijn?

Antwoorden

6.1 a Doen.

b Teken rechthoek $BCEH$ met $EB \approx 6{,}4$ cm en $BC = 4$ cm.

c Ongeveer 7,5 cm.

6.2 a Begin met een vierkant van 6 bij 6 cm en gebruik je passer om daar de juiste driehoeken op te zetten met zijden van 6 cm.

b De driehoeken ACT en BDT met zijden 6 cm, 6 cm en 8,5 cm.

6.3 Ongeveer 10,6 cm.

6.4 a 5

b Het kleinste rechthoekige diagonaalvlak is ongeveer 5,4 cm bij 5 cm.

c Ongeveer 7,4 cm.

6.5 Langer dan 11,7 cm.

6.6 Het bureaublad kan maximaal 2,8 m lang zijn.

1.7 Totaalbeeld

Samenvatten

Begrippenlijst

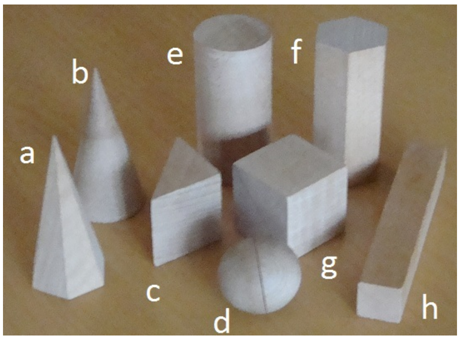
- kubus, balk (of blok), piramide, prisma, bol, cilinder, kegel
- hoekpunt, ribbe, grensvlak
- parallelprojectie
- uitslag — bouwplaat
- inhoud, volume — kubieke meter, liter
- diagonaalvlak — lichaamsdiagonaal — zijvlaksdiagonaal

Activiteitenlijst

- enkele ruimtelijke figuren herkennen;
- hoekpunten, grensvlakken en ribben van ruimtelijke figuren herkennen en benoemen;
- ruimtelijke figuren tekenen (op rooster);
- uitslagen van ruimtelijke figuren herkennen en maken;
- inhoud (volume) van enkele ruimtelijke figuren berekenen — inhoudsmaten omrekenen;
- diagonalen en diagonaalvlakken in ruimtelijke figuren herkennen en op ware grootte tekenen.

Opgave 7.1

Je ziet verschillende ruimtelijke figuren.



Figuur 7.1

Geef van elke figuur de juiste naam. Geef bij prisma's en piramides ook aan *hoeveel*zijdig ze zijn.

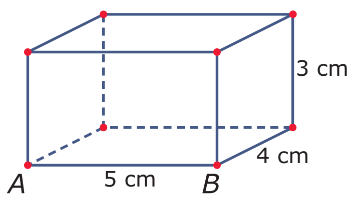
Opgave 7.2

Je ziet een balk $ABCD.EFGH$.

a Teken zelf deze balk op een rooster en zet bij de overige hoekpunten de juiste letter.

b Welk hoekpunt heeft met E geen grensvlak gemeen?

c Welke ribben zijn evenwijdig met ribbe BC?



Figuur 7.2

Opgave 7.3

Teken een piramide $ABCD.T$ waarvan het grondvlak $ABCD$ een rechthoek is met $AB = 3$ cm en $BC = 3$ cm. De top van de piramide zit recht boven het snijpunt S van de diagonalen van het grondvlak en $TS = 6$ cm.

Opgave 7.4

Bekijk de balk $ABCD.EFGH$ van **Opgave 7.2** nog eens.

a Teken een uitslag van deze balk en zet bij alle hoekpunten de juiste letter.

b Geef in je uitslag de vier zijden van diagonaalvlak $BDHF$ aan.

c Teken dit diagonaalvlak op ware grootte.

d Bepaal de lengte van een lichaamsdiagonaal van de balk.

Opgave 7.5

Bekijk de balk $ABCD.EFGH$ van **Opgave 7.2** nog eens.

Bereken het volume van deze balk en bereken de totale buitenoppervlakte ervan.

Opgave 7.6

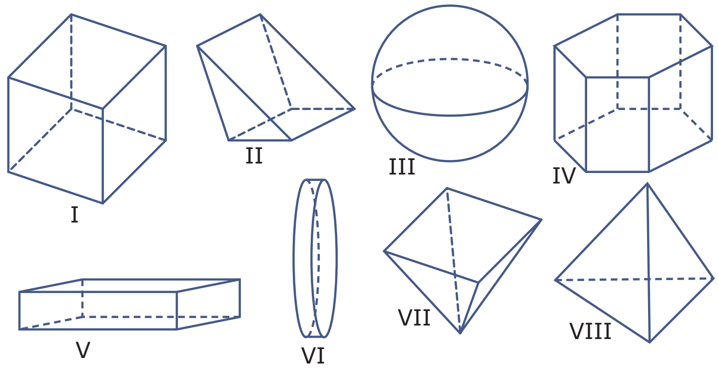
Van een cilindervormig blikje is de oppervlakte van het grondvlak 38,5 cm^2 en de hoogte 6 cm.

Bereken het volume van dit blikje in liter.

Testen

★ Opgave 7.7

Je ziet verschillende ruimtelijke figuren.

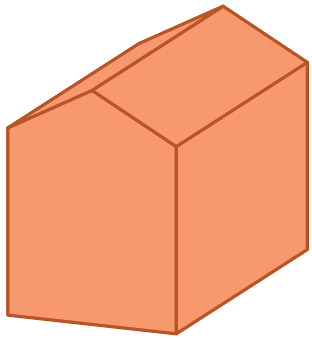


Figuur 7.3

Geef van elke figuur de juiste naam. Geef bij prisma's en piramides ook aan *hoeveel*zijdig ze zijn.

★ **Opgave 7.8**

Dit is een kartonnen geschenkverpakking in de vorm van een vijfzijdig prisma. De horizontale bodem is een rechthoek van 2 dm bij 3 dm. Het vijfhoekige voorvlak heeft twee verticale zijden van 2 dm en de complete hoogte van de doos is 2,5 dm. De ribbe die de bovenste rand van de doos vormt zit precies boven het midden van de bodem.



Figuur 7.4

a Teken zelf deze doos.

b Teken een uitslag van deze doos.

c Bereken de inhoud van deze geschenkverpakking.

★ **Opgave 7.9**

Reken om.

a 2620 cm^3 = ... dm^3

b 2620 mL = ... L

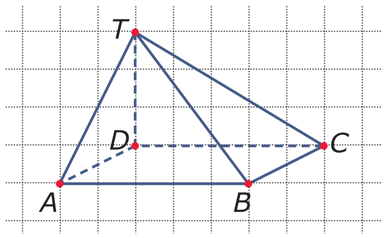
c 2,5 m^3 = ... L

★ **Opgave 7.10**

Van piramide $ABCD.T$ is grondvlak $ABCD$ een rechthoek met $AB = 5$ cm en $BC = 4$ cm. De top van de piramide zit recht boven punt D en $DT = 3$ cm.

a Hoe groot is de lengte van CT?

b Hoe groot is de lengte van BT?



Figuur 7.5

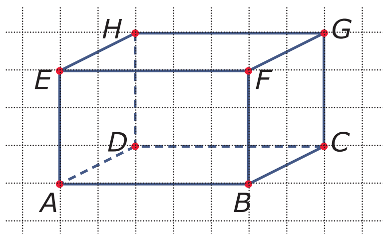
★ **Opgave 7.11**

Van balk $ABCD.EFGH$ geldt $AB = 5$ cm, $AD = 3$ cm en $AE = 3$ cm.

a Welk hoekpunt heeft geen grensvlak gemeen met punt E?

b Welke ribben zijn evenwijdig met BC?

c Teken diagonaalvlak $ACGE$ op ware grootte en bepaal de lengte van een lichaamsdiagonaal van deze balk.



Figuur 7.6

★ **Opgave 7.12**

Een doos heeft de vorm van een balk met een breedte van 16,5 cm, een diepte van 12,0 cm en een hoogte van 21,5 cm.

Hoe lang is de langste rechte stok die nog precies in de doos past?

Toepassen

Nu wordt het tijd om je ontwerp voor de ontwerpwedstrijd helemaal compleet te maken. Dit betekent dat je een bouwplaat voor je ontwerp maakt die volledig is voorzien van alles wat je wilt laten zien als de verpakking in elkaar zit. Zoals informatie over de inhoud of een mooi versierde geschenkverpakking, enzovoorts. Laat vooral ook zien wat je inmiddels hebt geleerd over ruimtelijke figuren.
Zorg voor een origineel, bruikbaar en duurzaam ontwerp!

Figuur 7.7

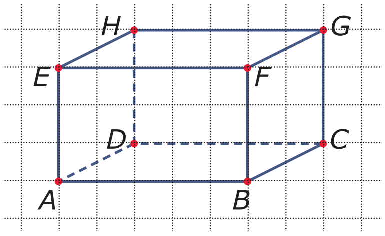
Opgave 7.13: De ontwerpwedstrijd

Lever je definitieve ontwerp in op het afgesproken moment.

Antwoorden

7.1 a: zeszijdige piramide; b: kegel; c: driezijdig prisma; d: bol; e: cilinder; f: zeszijdig prisma; g: kubus; h: balk

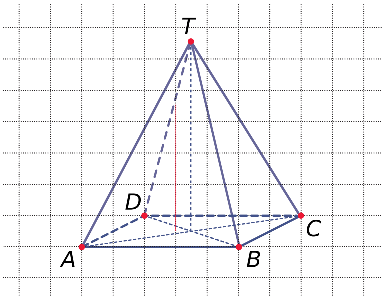
7.2 a Zie de figuur.



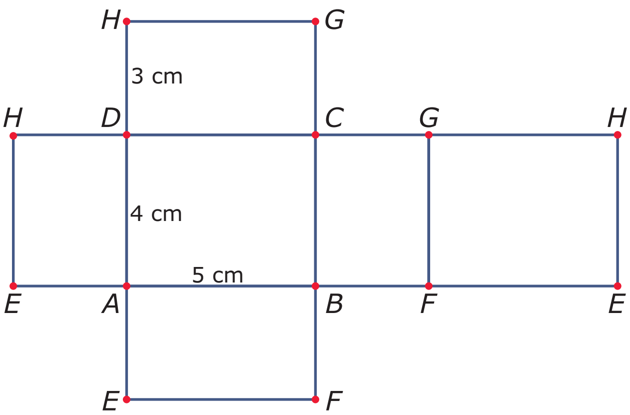
b Hoekpunt C.

c AD, EH en FG.

7.3 Zie de figuur.



7.4 a Zie de figuur.



b BD, HF, HD en BF.

c Het wordt rechthoek $BDHF$ met $BD \approx 6{,}4$ en $BF = 3$ cm.

d Ongeveer 7,1 cm.

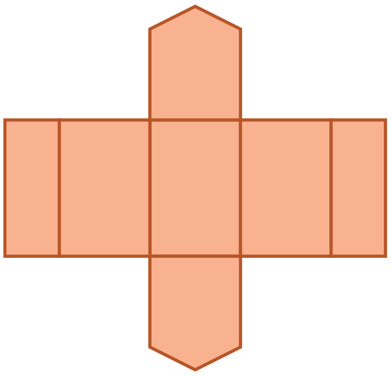
7.5 Het volume is 60 cm^3 en de oppervlakte is 94 cm^2.

7.6 Het volume is 0,231 L.

7.7 I: kubus; II: driezijdig prisma; III: bol; IV: zeszijdig prisma; V: balk; VI: cilinder; VII: driezijdig prisma; VIII: driezijdige piramide

7.8 a Maak een nette parallelprojectie.

b Zie de figuur.



c De inhoud van de doos is 13,5 dm^3.

7.9 a 2620 cm^3 = 2,620 dm^3

b 2620 mL = 2,620 L

c 2,5 m^3 = 2500 L

7.10 a $CT \approx 5{,}8$ cm.

b $BT \approx 7{,}1$ cm.

7.11 a Hoekpunt C.

b AD, EH en FG.

c Ongeveer 6,6 cm.

7.12 Ongeveer 29,6 cm.

7.13 Doen, misschien valt er een mooie prijs te verdienen, zoals eeuwige roem...

Leerdoelentabel

In het ☐ achter de opgave kun je aangeven hoe je de opgave hebt gemaakt:
✓ goed gemaakt — **S** wel begrepen maar een slordige fout gemaakt — **H** hulp nodig gehad — **G** samen met groepje goed gemaakt — **X** fout gemaakt en niet goed begrepen — **N** niet bekeken

1	**Ruimtelijke figuren**	★	★ ★	★ ★ ★
	Ruimtelijke figuren herkennen en benoemen.	1.1 1.3 1.4 1.5 T 7.7	1.2	
	Ervaringen opdoen met de grensvlakken van ruimtelijke figuren.	1.3 1.5	1.2	
2	**Grensvlakken en ribben**	★	★ ★	★ ★ ★
	Hoekpunten, grensvlakken en ribben van ruimtelijke figuren herkennen en benoemen.	2.1 2.2 2.3	2.4 2.5	2.6
	Het aantal hoekpunten, grensvlakken en ribben van ruimtelijke figuren bepalen.	2.2	2.4 2.5	2.6
3	**Ruimtelijk tekenen**	★	★ ★	★ ★ ★
	Ruimtelijke figuren op roosterpapier tekenen.	3.1 3.2 3.3 3.5 T 7.8	3.4	3.6
	Informatie over ruimtelijke figuren aflezen uit een tekening op roosterpapier.	3.1		
4	**Uitslagen**	★	★ ★	★ ★ ★
	Uitslagen van ruimtelijke figuren herkennen en/of beoordelen op juistheid.	4.3 T 7.8	4.6	4.7
	Correcte uitslagen van ruimtelijke figuren maken.	4.1 4.2 4.4 T 7.8	4.5 4.6	4.7
	Ruimtelijke figuren bouwen met behulp van bouwplaten.		4.6	4.7
5	**Inhoud**	★	★ ★	★ ★ ★
	De inhoud (het volume) van een balk, een halve balk, een cilinder en daaruit samengestelde figuren berekenen.	5.1 5.2 5.3 5.5 5.6 T 7.8	5.7	5.8
	Eenheden voor inhoud gebruiken en ze naar elkaar omrekenen.	5.4 5.5 5.6 T 7.9	5.7	5.8
6	**Diagonaalvlakken**	★	★ ★	★ ★ ★
	(lichaams)diagonalen en diagonaalvlakken in ruimtelijke figuren herkennen en benoemen.	6.2 T 7.10 T 7.11 T 7.12	6.4	
	(lichaams)diagonalen en diagonaalvlakken op ware grootte tekenen.	6.1 6.2 6.3 6.5 T 7.10 T 7.11 T 7.12	6.4	6.5

Het lesmateriaal in deze reader is gebaseerd op het materiaal dat ook op de Math4All website staat.

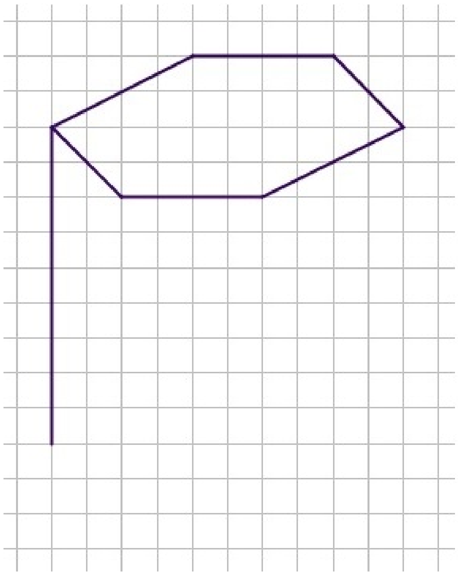
De reader is gegenereerd met de Math4All maatwerkdienst. De inhoud en de volgorde van de onderwerpen in deze reader zijn gekozen door docenten van het ConTeXt College.

Stichting Math4All

Math4all

www.math4all.nl

Werkblad bij Opgave 3.3 op pagina 21.



Werkblad bij Opgave 4.6 op pagina 28.