

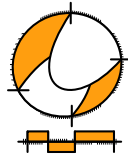
Wiskunde / PGA

1 VMBO / docentmateriaal

Verhoudingen

ConTeXt College





© 2024

Het auteursrecht op dit lesmateriaal berust bij Stichting Math4All. Math4All is derhalve de rechthebbende zoals bedoeld in de hieronder vermelde creative commons licentie.

Het lesmateriaal is met zorg samengesteld en getest. Stichting Math4All aanvaardt geen enkele aansprakelijkheid voor onjuistheden en/of onvolledigheden in de module. Ook aanvaardt Math4All geen enkele aansprakelijkheid voor enige schade, voortkomend uit (het gebruik van) dit lesmateriaal

Voor deze module geldt een Creative Commons Naamsvermelding Niet Commercieel 3.0 Nederland Licentie. (zie <http://creativecommons.org/licenses/by/3.0>).

Dit lesmateriaal is open, gratis en vrij toegankelijk lesmateriaal afkomstig van Stichting Math4All en is speciaal ontwikkeld voor het vak wiskunde in het voortgezet onderwijs. Het lesmateriaal op de website www.math4all.nl is afgestemd op kerndoelen wiskunde, tussendoelen wiskunde en eindtermen voor de vakken wiskunde A, B en C. Dit lesmateriaal is mediumneutraal ontwikkeld en op diverse manieren te bekijken en te gebruiken. Voor informatie en vragen kunt u contact opnemen via info@math4all.nl. Ook houden we ons altijd aanbevolen voor suggesties, verbeteringen en/of aanvullingen.

Voorwoord

Het lesmateriaal in dit katern is gebaseerd op het materiaal dat je kunt vinden op de Math4All website www.math4all.nl. In de tekst staan dan ook regelmatig verwijzingen naar die website. Waar je precies moet zijn op die website kun je zien in de kopregel van iedere pagina.

Ieder hoofdstuk bestaat uit een aantal paragrafen en wordt steeds afgesloten met een paragraaf *Totaalbeeld* waar de leerstof wordt samengevat en/of herhaald.

PGA

PGA staat voor 'probleemgestuurde aanpak'. Je begeleidt dan als docent de leerlingen die in kleine groepjes aan wiskundige problemen werken en op die manier een eigen theoretisch kader opstellen. Dit gebeurt voornamelijk op de wijze die wordt beschreven in het boek *Building Thinking Classrooms in Mathematics* van Peter Liljedahl. Dit boek is ook in het Nederlands beschikbaar. Het is verstandig om dit boek vooraf door te werken, maar je kunt ook beginnen met deze **beknopte handleiding**.

De PGA wordt ondersteund door verwerkings- en toepassingsopgaven waarmee de leerling kan nagaan of de stof wordt beheersd. Deze opgaven worden op drie niveaus aangeboden. De niveau aanduiding staat in de marge naast de opgave.

- ★ het basale niveau, dat iedereen zou moeten behalen
- ★ ★ een iets pittiger niveau, waarin iets meer uitdaging zit en die de leerling alleen hoeft te maken als er genoeg tijd voor is
- ★ ★ ★ een bijzondere toepassing of een echt pittige opgave die een leerling alleen maakt als de rest veel te gemakkelijk was

In de bijlage staat een "**Leerdoelentabel**" waarin staat aangegeven door welke opgave het specifieke leerdoel wordt afgedekt en op welk niveau dit gebeurt. Als je deze tabel aan de leerlingen uitreikt, kunnen ze hun eigen vorderingen bijhouden.

Opgaven uit de samenvattende paragraaf *Totaalbeeld* worden voorafgegaan door een T.

1

Verhoudingen

1.1	Verhoudingstabellen	6
1.2	Rekenen met verhoudingstabellen	13
1.3	Procenten	19
1.4	Procentrekenen	24
1.5	Procenten eraf/erbij	30
1.6	Totaalbeeld	36

1.1 Verhoudingstabellen

Inleiding

Jeroen (13 jaar oud) heeft wel wat zakgeld, maar wil ook sparen. Bijvoorbeeld om later een eigen spelcomputer te kopen, of een rijbewijs te kunnen gaan halen. Daarom wil hij allerlei klusjes gaan doen, zoals folders of huis-aan-huis-krantjes rondbrengen, etc.

Dat kun je pas gaan doen als je 13 jaar bent. Misschien betaalt dat wel € 4,00 per uur.

Jeroen gaat alvast uitpuzzelen wat hem dit kan gaan opleveren.



Figuur 1.1

Je leert in dit onderwerp

- wat een verhoudingstabel is;
- rekenen met verhoudingen.

Voorkennis

- rekenen (optellen, aftrekken, vermenigvuldigen en delen) met decimale getallen en met breuken en alle begrippen die daarbij horen.

Voor de docent

Bij het onderdeel 'Verhoudingen' gaat het erom dat leerlingen kunnen werken met verhoudingen en herkennen wanneer een tabel een verhoudingstabel is. Daarbij wordt als **onderliggend thema** het verhaal van Jeroen verteld die wat geld wil verzamelen en sparen om later dingen te kunnen kopen die voor hem belangrijk zijn. Je geeft de opdrachten mondeling. Als het begrip 'verhouding' niet duidelijk is, leg dan de link naar delen.

Gewenste materialen:

- Maak desgewenst vooraf een kopie van het werkblad bij de eerste, de tweede en de derde opdracht.
- Schrijfmateriaal voor op de verticale werkvlakken en eventueel plakband om de informatiebladen eraan op te hangen.

Opdracht 1.1

Jeroen ziet dat hij met huis-aan-huis krantjes rondbrengen € 4,00 per uur kan verdienen. Hij maakt een tabel van wat hij daarmee kan verdienen.

gewerkte uren	1	3	4	6	8
verdiensten (in €)	4				

Tabel 1.1

Vul de tabel in. Hoeveel verdient Jeroen als hij in een bepaalde maand 12 uur kan werken? Waarom zou zo'n tabel een verhoudingstabel heten?

Toelichting

Geef de opdracht mondeling. Wijs de leerlingen eerst op het thema van dit onderwerp: Jeroen wil geld sparen om dingen te kopen die voor hem van belang zijn. Daarom onderzoekt hij wat een baantje naast zijn schoolwerk hem kan opleveren. Kopieer eventueel de tabel en de gegevens vooraf vanaf het **Werkblad** en deel die uit.

Leerlingen kunnen het eerste deel van de opdracht vast wel uitvoeren, maar bij de tweede vraag is misschien de term ‘verhouding’ lastig. Stel vragen als “Wat is een verhouding?”, “Wat heeft een verhouding met een deling te maken?” en/of “Maak per kolom een deling, wat valt je op?”.

Een extra vervolgvraag zou kunnen zijn “Zijn tabellen altijd verhoudingstabellen?”.

Uitwerking

De tabel wordt:

gewerkte uren	1	3	4	6	8
verdiensten (in €)	4	12	16	24	32

Tabel 1.2

Dit is een verhoudingstabel omdat in de tabel de verhouding tussen de twee getallen in elke kolom hetzelfde is.

Opdracht 1.2

Jij verdient € 3,50 per uur.

Als je weet dat je in een bepaalde maand 24 uur gewerkt hebt, kun je zo uitrekenen hoeveel je in die maand verdient hebt.

gewerkte uren	1	3	4	6	8	24
verdiensten (in €)	3,50	10,50	14,00	21,00	28,00	84,00

Tabel 1.3

Is dit een verhoudingstabel? Leg uit.

Hoe kun je de verdiensten bij 24 uur berekenen uit die bij 8 uur? En uit die bij 4 uur?

Toelichting

Geef de opdracht mondeling. Benoem ook nu het thema van dit onderdeel. Kopieer eventueel de tabel en de gegevens vooraf vanaf het **Werkblad** en deel die uit.

Dit zal wel als vrij gemakkelijk worden gezien. Verwijs eventueel naar de voorgaande opdracht.

De tweede en de derde vraag zijn bedoeld om ze al vast op het spoor te zetten van de combinatiemogelijkheden in een verhoudingstabel. Nuttig voor de vervolgpdracht. Hier kun je als docent alvast verder gaande suggesties doen, zoals “Hoe kun je de verdiensten bij 10 uur halen uit die bij 4 uur en die bij 6 uur?” en dergelijke.

Uitwerking

Ja, dit is een verhoudingstabel want elk getal in de onderste rij kun je krijgen door een getal in de bovenste rij met 3,5 te vermenigvuldigen.

De verdiensten bij 24 uur kun je berekenen door die bij 8 uur met $24/8 = 3$ te vermenigvuldigen.

De verdiensten bij 24 uur kun je berekenen door die bij 4 uur met $24/4 = 6$ te vermenigvuldigen.

Opdracht 1.3

Er zijn ook folderbezorgers die daarvoor een vast bedrag krijgen met daar bovenop een bedrag per folder.

Bijvoorbeeld een vast bedrag van € 2,50.

En nog € 0,10 per folder.

aantal folders	0	1	2	5	10	100
verdiensten (in €)	2,50	2,60	2,70	3,00	3,50	12,50

Tabel 1.4

Waarom is dit geen verhoudingstabel?

Kun je nu de verdiensten bij 100 berekenen door die bij 5 folders met 20 te vermenigvuldigen? Hoe zou je dit toch kunnen doen?

— Toelichting —

Geef de opdracht mondeling. Kopieer eventueel de tabel en de gegevens vooraf vanaf het **Werkblad** en deel die uit.

Het begin zal ook wel als vrij gemakkelijk worden gezien. Verwijs eventueel naar de voorgaande opdrachten.

De tweede en de derde vraag zijn vermoedelijk wat lastiger. Mogelijke hulpvragen zijn “Hoe kun je uit de verdiensten bij 5 folders halen hoeveel je per folder krijgt?” en “Hoeveel keer zoveel wordt dat bij 100 folders?”.

— Uitwerking —

Dit is geen verhoudingstabel want je kunt niet elk getal van de bovenste rij met hetzelfde getal vermenigvuldigen om het bijbehorende getal in de onderste rij te krijgen.

Je kunt dus ook niet zeggen dat omdat $100 = 5 \times 20$, je de verdiensten bij 5 gewoon met 20 kunt vermenigvuldigen om die bij 100 te krijgen. Je kunt die wel krijgen door van de verdiensten bij 5 folders eerst € 2,50 af te halen, vervolgens het overgebleven bedrag met 20 te vermenigvuldigen en tenslotte die € 2,50 er weer bij te tellen. Ga maar na.

Opdracht 1.4

Bekijk wat iedereen heeft gemaakt en heeft bedacht over wat een verhoudingstabel is (en wat niet) en hoe je met verhoudingen kunt rekenen.

Maak een eigen overzicht van wat je hebt geleerd.

— Toelichting —

Loop samen met de leerlingen alle bedenksels na. Bevraag leerlingen of ze elkaars gedachtenspinsels kunnen toelichten. Samen zouden jullie naar een overzicht van de theorie moeten komen. Ieder schrijft het voor zichzelf op.

— Uitwerking —

Het theorieblok geeft het gewenste overzicht.

Theorie

Om te onthouden

Een **verhoudingstabel** is een tabel waarin de getallen in de éne rij kunnen worden berekend door die van de andere rij met een vast getal te vermenigvuldigen. Daarom zijn in alle kolommen de verhoudingen hetzelfde.

Je ziet hier een verhoudingstabel, alle getallen van de onderste rij zijn 4 keer zo groot als die in de onderste rij. Hun verhouding is steeds 1 : 4.

gewerkte uren	3	5	8	2,5
verdiensten	12	20	32	10

Je ziet ook dat je bijvoorbeeld de verdiensten bij 8 gewerkte uren kunt berekenen door die bij 3 en 5 gewerkte uren op te tellen.

Je ziet ook dat je bijvoorbeeld de verdiensten bij 2,5 gewerkte uren kunt berekenen door die bij 5 gewerkte uren te halveren.

Verwerken

★ Opgave 1.1

Vul de volgende verhoudingstabellen verder in:

a

6	
8	16

Tabel 1.6

b

12	6
8	

Tabel 1.7

c

11		
14	70	35

Tabel 1.8

d

30		
50	5	55

Tabel 1.9

★ Opgave 1.2

In een gebruiksaanwijzing voor het maken van behangplaksel staat: "Meng 2 kilogram van dit poeder met 5 liter water."

Marloes heeft 6 van pakken van 1 kilogram met behangplaksel gekocht.

- a** Hoeveel behangplaksel kan ze dus maken?
b Ze maakt een verhoudingstabel voor het aantal pakken behangplaksel en het aantal liter water. Vul de tabel helemaal in.

aantal pakjes	2	1	4	
liter water	5			12,5

Tabel 1.10

- c** Marlous wil een emmer van 12,5 L helemaal vullen. Hoeveel pakjes behangplaksel heeft zij nodig?
d Ze houdt 1 pakje over. Hoeveel behangplaksel kun je daar nog mee maken?

★ Opgave 1.3

Marloes werkt op zaterdag in een bloemenwinkel. Omdat rode rozen erg duur zijn, worden ze per stuk verkocht. Vanaf 5 stuks worden de rozen per bos verkocht.

Eén rode roos kost: € 0,62.

Een bos van 5 rode rozen kost € 2,79.

Een bos van 10 rode rozen kost € 5,58.

- a** Marloes wil haar moeder verrassen met een bos van 12 rode rozen. Hoeveel moet Marloes hiervoor betalen?

Een bos rozen is goedkoper dan losse rozen. Bij aankoop van een bos hoef je dus niet alle rozen te betalen.

- b Hoeveel rozen hoef je niet te betalen als je twee bossen van 5 rozen koopt?
- c Maak deze tabel af.

aantal rozen	5	10	15		
aantal gratis rozen					

Tabel 1.11

- d Hoeveel rozen moet je betalen als je voor de verjaardag van je moeder een bos van 38 rozen wilt kopen?

Toepassen

In Nederland wordt de euro (€) gebruikt als munteenheid. Dat is in de meeste Westeuropese landen ook zo.

Maar woon je bijvoorbeeld in Groot-Brittannië of in de Verenigde Staten van Amerika, dan worden er andere munteenheden gebruikt.

Bijvoorbeeld:

- In Groot-Brittannië wordt het Britse pond gebruikt, het teken ervoor is £.
- In de V.S. wordt de US-dollar gebruikt, het teken ervoor is \$.
- In Rusland wordt de roebel gebruikt, het teken ervoor is ₺.
- In China wordt de yuan gebruikt, het teken ervoor is ¥.

Zo zijn er nog veel andere munteenheden. Het **omrekenen van munteenheden** gebeurt met wisselkoersen.



Figuur 1.2

★★ Opgave 1.4

In de USA wordt betaald met dollars. Op zeker moment geldt de wisselkoers: € 100,00 = \$ 138,00. Je ziet hier een omrekeningstabel van euro's naar dollars.

aantal euro	100	50	10	1	35
aantal dollars	138				

Tabel 1.12

Vul deze verhoudingstabel verder in.

★★ Opgave 1.5

In Groot-Brittannië wordt betaald met het Britse pond. Wisselkoers: € 100,00 = £ 86,00. Je ziet hier een omrekeningstabel van euro's naar ponden.

aantal euro	100	50	10	1	35
aantal pond	86				

Tabel 1.13

- a Vul deze tabel verder in.

- b** Is dit een verhoudingstabel?
- c** Hoeveel pond kan een Nederlander kopen voor € 135,00?
- d** Hoeveel euro's kan een Engelsman kopen voor £ 129,00?

1.2 Rekenen met verhoudingstabellen

Inleiding

Jeroen (13 jaar oud) heeft inmiddels wel voor een baantje gekozen. Hij kan elke maand zo'n 30 tot 40 sparen. Dus bekijkt hij wat het sparen hem gaat opleveren. Maar om nou het geld gewoon in een spaarvarken te stoppen is ook zo wat.

Zou je bij banken niet nog wat kunnen verdienen aan je spaargeld? In ieder geval geef je het wat minder snel uit als het op een spaarrekening staat, toch?



Figuur 2.1

Je leert in dit onderwerp

- hoe je in verhoudingstabellen handig kunt rekenen en ze zo kunt vergelijken.

Voorkennis

- rekenen (optellen, aftrekken, vermenigvuldigen en delen) met decimale getallen en met breuken en alle begrippen die daarbij horen;
- het begrip verhoudingstabel en dergelijke tabellen opstellen in daarvoor geschikte situaties.

Voor de docent

Bij het onderdeel 'Rekenen met verhoudingstabellen' gaat het erom dat leerlingen een verhoudingstabel leren gebruiken en daar handig mee leren rekenen. Benoem weer eerst het thema: Jeroen wil gaan sparen en zo (eventueel met een baantje naast zijn schoolwerk) geld verzamelen om later leuke/nuttige dingen mee te doen. Je geeft de opdrachten mondeling.

Gewenste materialen:

- Maak desgewenst vooraf een kopie van het werkblad bij de tweede opdracht.
- Schrijfmateriaal voor op de verticale werkvlakken en eventueel plakband om het informatieblad eraan op te hangen.

Opdracht 2.1

Jeroen gaat uitzoeken of sparen wat oplevert. Hij vergelijkt twee aanbiedingen van banken.

- Bank A zegt: na 12 keer maandelijks 40 euro sparen heb je € 510 op je spaarrekening.
- Bank B zegt: na 18 keer maandelijks 40 euro sparen heb je € 760 op je spaarrekening.

Bereken welke bank naar verhouding het meeste spaargeld geeft. Gebruik verhoudingstabellen.

Toelichting

Geef de opdracht mondeling. Wijs de leerlingen eerst op het thema van dit onderwerp: Je-roen wil geld sparen om dingen te kopen die voor hem van belang zijn. Daarom onderzoekt hij bij welke bank hij het beste zijn spaargeld kan neerzetten.

Misschien is het voor leerlingen lastig dat er naar verhoudingstabellen wordt gevraagd. Stel vragen als “Kun je tabellen maken voor deze twee banken waarin duidelijk wordt hoeveel het sparen oplevert?”, “Waarom zijn dit verhoudingstabellen?” en/of “Hoe kun je hiermee de banken vergelijken?”.

Loop na afloop de verschillende oplossingen na en bespreek welke handig en welke minder handig zijn en waarom dat zo is.

Uitwerking

Maak bijvoorbeeld deze twee verhoudingstabellen om de banken te vergelijken. Maar het kan natuurlijk ook anders.

Bank A		
Maanden	12	1
Aantal euro	510	42,5

Tabel 2.1

Bank B		
Maanden	18	1
Aantal euro	760	42,222...

Tabel 2.2

Dus bank A is gunstiger.

Opdracht 2.2

Hier zie je een verhoudingstabel van Asha's verdiensten bij het werken in een supermarkt.

gewerkte uren per week	4	6	3	8
verdiensten (in €)	14,00	21,00	10,50	28,00

Tabel 2.3

Hoe kun je de verdiensten bij 12 uur werken handig met deze tabel berekenen?

Hoe kun je de verdiensten bij 7 uur werken handig met deze tabel berekenen?

Hoe kun je de verdiensten bij 9,5 uur werken met deze tabel berekenen?

Toelichting

Geef de opdracht mondeling. Kopieer eventueel de tabel en de gegevens vooraf vanaf het **Werkblad** en deel die uit.

Er zijn natuurlijk nog al wat mogelijke manieren van werken. Terugrekenen naar 1 is er één van. In de antwoorden staan twee vrij korte manieren beschreven. Het is nuttig om met de leerlingen na afloop mondeling te bespreken welke methodes ze hebben gevonden en te proberen om tot een overzicht van al die mogelijke rekenmethodes te komen. Dat is ook de bedoeling van deze opdracht.



Uitwerking

De verdiensten bij 12 uur kun je berekenen door die bij 6 uur met 2 te vermenigvuldigen. De verdiensten bij 7 uur kun je berekenen door die bij 4 uur en die bij 3 uur samen te nemen.

De verdiensten bij 9,5 uur kun je berekenen door eerst die bij 1 uur te bepalen en die met 9,5 te vermenigvuldigen.

Opdracht 2.3

Bekijk wat iedereen heeft gemaakt en heeft bedacht over wat een verhoudingstabel is (en wat niet) en hoe je met verhoudingstabellen kunt rekenen.

Maak een eigen overzicht van wat je hebt geleerd.

Toelichting

Loop samen met de leerlingen alle bedenksels na. Bevraag leerlingen of ze elkaars gedachtenspinsels kunnen toelichten. Samen zouden jullie naar een overzicht van de theorie moeten komen. Ieder schrijft het voor zichzelf op.

Uitwerking

Het theorieblok geeft het gewenste overzicht.



Theorie

Om te onthouden

Je kunt **rekenen in een verhoudingstabel** door:

- bovenste en bijbehorende onderste getallen met hetzelfde getal te vermenigvuldigen;
- bovenste en bijbehorende onderste getallen door hetzelfde getal te delen;
- bovenste en bijbehorende onderste getallen samen te nemen.

Met verhoudingstabellen kun je heel goed **verhoudingen vergelijken**, zie het [Voorbeeld 2](#).

Verwerken

★ Opgave 2.1

Vul de volgende verhoudingstabellen verder in:

a

2	6	8	1	9
7,50				

Tabel 2.4

b

12	6	3	
2,60			7,15

Tabel 2.5

★ Opgave 2.2

Om gaatjes in muren dicht te maken kun je Alabastine gebruiken.

Je mengt het poeder met water: $2\frac{1}{2}$ deel poeder op 1 deel water.

Bereken hoeveel Alabastine je nodig hebt voor 0,7 gram muurvuller.

★ Opgave 2.3

Op een pak Optimel staat 'Energie: 130 kJ (kilojoule) per 100 mL (milliliter)'.

Hoeveel energie geeft een glas van 250 mL van deze yoghurtdrink?



Figuur 2.2

★ Opgave 2.4

Jan gaat naar de supermarkt om boodschappen te doen. Op de kaasafdeling van de supermarkt ziet hij, dat de kaas in de aanbieding is.

- 600 gram boerenkaas kost € 4,75.
- 900 gram komijnekaas kost € 7,00.

Bereken welke kaas het goedkoopst is.

Toepassen

Een verhoudingstabel kun je ook gebruiken om bij het werken met de **schaal** van een kaart of een tekening.

Bijvoorbeeld kun je er de schaal mee berekenen van een bouwtekening.

**Opgave 2.5: Op schaal**

De lengte van een huis is op de tekening 4 cm. De werkelijke lengte is 10 m.

- a** Reken uit hoe lang 1 cm op de tekening in werkelijkheid is. Gebruik een verhoudingstabel.
- b** Hoe groot is de schaal van de tekening?

In de zijgevel van het huis is een rechthoekig raam getekend.

De afmetingen op de tekening zijn: 0,4 cm \times 0,7 cm.

- c** Bereken de werkelijke afmetingen van het raam.

De breedte van de voorgevel is op de tekening 3,8 cm.

De werkelijke breedte van de voorgevel blijkt 7,60 m te zijn.

- d** Bereken de schaal van de tekening van de voorgevel. Is deze schaal hetzelfde als die van de zijgevel?

1.3 Procenten

Inleiding

Jeroen legt een deel van het geld dat hij maandelijks binnenkrijgt opzij (op een spaarrekening).

Deze maand heeft hij aan zakgeld en aan zijn bijbaantje samen € 65 verdiend. Welk deel daarvan zal hij op de spaarrekening zetten? Hij denkt dat hij wel 60% van zijn geld opzij kan zetten.

Je ziet hier het procentteken.

Eén procent is eenhonderdste deel ergens van.

Rekenen met procenten is dus eigenlijk rekenen met breuken met een noemer van 100.



Figuur 3.1

Je leert in dit onderwerp

- het begrip procent;
- een percentage van een gegeven getal berekenen.

Voorkennis

- rekenen (optellen, aftrekken, vermenigvuldigen en delen) met decimale getallen en met breuken en alle begrippen die daarbij horen;
- rekenen met verhoudingstabellen in daarvoor geschikte situaties.

Voor de docent

Bij het onderdeel 'Procenten' gaat het erom dat leerlingen het begrip procent (leren) kennen en percentages kunnen uitrekenen op verschillende manieren, waaronder het 'via 1 rekenen' al dan niet met een verhoudingstabel. Het thema is nog steeds de sparende Jeroen. Je geeft de opdrachten mondeling.

Gewenste materialen:

- Schrijfmateriaal voor op de verticale werkvlakken.

Opdracht 3.1

Jeroen wil 60% van zijn maandelijkse inkomsten opzij zetten op een spaarrekening.

Een bepaalde maand krijgt hij aan zakgeld en zijn bijbaantje € 65 binnen.

Hoeveel geld gaat er die maand dan naar de spaarrekening? Laat zien, hoe je dit uitrekent.

— Toelichting —

Geef de opdracht mondeling, begin weer bij het thema: de sparende Jeroen. Deze opdracht is bedoeld om het begrip 'procent' helder te krijgen.

Voor veel leerlingen is dit wellicht al het geval, dan zijn ze er zo mee klaar. Misschien een goed idee om ze dan te vragen hoe hier een verhoudingstabel bij past (als voorbereiding op de volgende opdracht). Stel vragen als "Kennen jullie het Franse woord 'cent' voor 'honderd'? Wat betekent procent dus?", "Over welk deel gaat daarom elke procent?" en/of "Om welk deel gaat 5,7%?".

Een vervolgvraag zou kunnen zijn “Kun je bij procenten ook met verhoudingstabellen werken?”.

— **Uitwerking** —

$$65 \times 0,60 = 39 \text{ euro.}$$

$$\text{Of zo: } \frac{60}{100} \times 65 = 39 \text{ euro.}$$

Maar dit kun je ook heel goed met een verhoudingstabel berekenen.

Opdracht 3.2

Je wilt uitrekenen hoeveel 24 procent van € 60,00 is.

Verzin zoveel mogelijk verschillende manieren waarop je dit kunt berekenen.

— **Toelichting** —

Geef de opdracht mondeling. Vertel ook dat ze van de gevonden manieren een duidelijke uitwerking op hun werkveld moeten laten staan, omdat iedereen ze moet kunnen bekijken na afloop.

De kunst zal zijn om ze verschillende manieren van rekenen te laten vinden. Vooral het werken met een verhoudingstabel zal niet voor elke leerling voor de hand liggen. Mogelijke hulpvragen: “Hoe kun je hier werken met een verhoudingstabel?”, “Heb je iets aan de kreet ‘via 1 rekenen’?”.

Loop het eind van deze opdracht de gevonden methodes bij de groepen gezamenlijk langs. Probeer verschillende methodes te benoemen.

— **Uitwerking** —

Hier zie je drie manieren:

- $24\% = \frac{24}{100}$, dus 24% van € 60,00 is $\frac{24}{100} \times 60 = 14,40$.
- $24\% = \frac{24}{100} = 0,24$, dus 24% van € 60,00 is $0,24 \times 60,00 = 14,40$.
- 24% is 24 van elke 100. Met een verhoudingstabel vind je:

deel	24	...	14,4
geheel	100	1	60

Tabel 3.1

Je ziet dat je ‘via 1 rekest’: eerst delen door 100 en dan vermenigvuldigen met 60. Dus 24 procent van € 60,00 is € 14,40.

Opdracht 3.3

Jeroen heeft een computer met een harde schrijf met een opslagruimte van 800 Gigabyte. Hij ziet bij ‘Eigenschappen’ dat daarvan 62,9% is gebruikt.

Hij wil weten hoeveel Gb (Gigabyte) er bezet is en dus ook hoeveel er nog vrij is.

— **Toelichting** —

Geef de opdracht mondeling. Hij is vooral bedoeld als eerste check of de theorie is begrepen. Hij zou moeiteloos moeten gaan. Als dit niet zo is, verwijst dan terug naar de voorgaande opdracht.

— **Uitwerking** —

Je rekent 62,9% van 800 uit: $0,629 \times 800 = 503,2$.

Er is dus 503,2 Gb bezet.

En er is daarom nog $800 - 503,2 = 296,8$ Gb vrij beschikbaar. Deze opdracht kan ook goed met een verhoudingstabel worden gedaan. En dat is zeker nuttig voor leerlingen die graag houvast hebben.

Opdracht 3.4

Bekijk wat iedereen heeft gemaakt en heeft bedacht over wat je onder 'procent' verstaat en hoe je een percentage berekent.

Maak een eigen overzicht van wat je hebt geleerd.

— **Toelichting** —

Loop samen met de leerlingen alle bedenksels na. Bevraag leerlingen of ze elkaars gedachtenspinsels kunnen toelichten. Samen zouden jullie naar een overzicht van de theorie moeten komen. Ieder schrijft het voor zichzelf op.

— **Uitwerking** —

Het theorieblok geeft het gewenste overzicht.

Theorie

Om te onthouden

1 **procent** is $\frac{1}{100} = 0,01$. Dus 1% ergens van is $\frac{1}{100}$ deel daarvan.

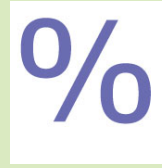
Als je 21% van 125 wilt uitrekenen, dan is 21 het gevraagde **percentage** van 125.

Je berekent het met deze verhoudingstabel, of zo: $\frac{21}{100} \times 125 = 26,25$.

getal	125	1,25	26,25
procent	100	1	21

Tabel 3.2

Je past in de tabel het **via 1 rekenen** toe: eerst delen door 100 en dan vermenigvuldigen met 21.



Figuur 3.2

Verwerken

★ Opgave 3.1

Schrijf als percentage:

- a 0,16
- b 0,265
- c 1,6

★ Opgave 3.2

Bereken:

- a 42% van 460.
- b 13% van 16 miljoen.
- c 0,35% van 14400.

★ Opgave 3.3

In het schooljaar 2009/2010 waren er ongeveer 3.806.000 personen bij een onderwijsinstelling ingeschreven.

- a Daarvan zat 24,6% op een school voor voortgezet onderwijs. Hoeveel personen zijn dat? 16,7% van die 3.806.000 personen waren studenten in het hoger onderwijs. Van al die studenten zat 36,6% op een universiteit.
- b Hoeveel universiteitsstudenten waren er dat jaar?

Toepassen

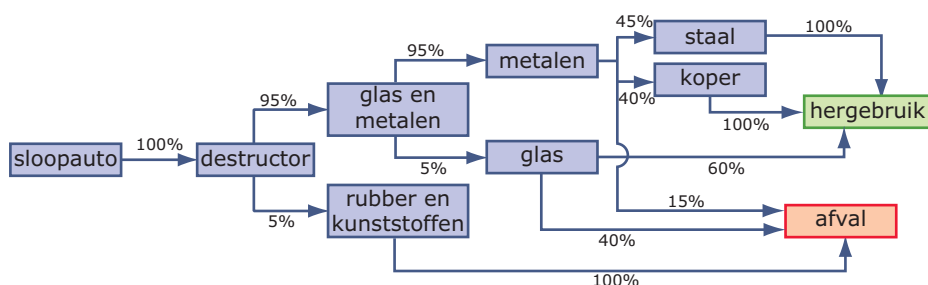
★★ Opgave 3.4: Jongeren en ouderen

Nederland heeft ongeveer 16,5 miljoen inwoners. Daarvan hoort ongeveer 23% tot de jongeren, mensen die jonger zijn dan 20 jaar. Verder heeft 61% een leeftijd vanaf 20 tot 65 jaar.

- a Hoeveel jongeren telt Nederland ongeveer? Rond af op één decimaal.
- b Hoeveel mensen van 65 jaar en ouder telt Nederland ongeveer?

★★★ Opgave 3.5: Autosloop

Als auto's worden afgedankt, worden ze verwerkt tot afval nadat zoveel mogelijk bruikbare delen zijn verwijderd. Dit plaatje laat dat zien.



Figuur 3.3

Hoeveel kg van een sloopauto met een gewicht van 935 kg komt voor hergebruik in aanmerking?

1.4 Procentrekenen

Inleiding

Jeroen legt een deel van het geld dat hij maandelijks binnenkrijgt opzij (op een spaarrekening).

Deze maand heeft hij aan zakgeld en aan zijn bijbaantje samen € 65 verdiend. Hij zet daarvan € 40 op zijn spaarrekening. Welk deel van zijn geld is dat? Vaak druk je dat uit in procenten.



Figuur 4.1

Je leert in dit onderwerp

- berekenen hoeveel procent een bepaald deel van het geheel is;
- het geheel berekenen als je weet hoeveel procent een gegeven deel is.

Voorkennis

- rekenen (optellen, aftrekken, vermenigvuldigen en delen) met decimale getallen en met breuken en alle begrippen die daarbij horen;
- rekenen met verhoudingstabellen in daarvoor geschikte situaties;
- het begrip procent en een percentage van een gegeven getal berekenen.

Voor de docent

Bij het onderdeel 'Procentrekenen' gaat het erom dat leerlingen leren rekenen met procenten in de volgende situaties:

- Berekenen hoeveel procent een bepaald deel van het geheel is.
- Eerlijk vergelijken van twee delen van verschillende hoeveelheden.
- Bij een gegeven percentage vanuit het deel het geheel berekenen.

Je geeft de opdrachten mondeling. Sluit eerst weer aan bij het thema van dit onderwerp.

Gewenste materialen:

- Alleen het bekende materiaal voor het werken op de verticale oppervlakken.

Opdracht 4.1

Jeroen heeft deze maand € 65 verdiend. Hij zet daarvan € 40 op zijn spaarrekening.

Hoeveel procent van zijn geld is dat? Laat dit met een berekening zien.

— Toelichting —

Licht de opdracht mondeling toe, ga eerst weer verder met Jeroen's verhaal. Deze opdracht is bedoeld om te leren rekenen met procenten.

Mogelijke hulpvragen zijn "Welk deel van Jeroen's inkomen is dat?" en "Hoe maak je daar een percentage van?".

Een vervolgvraag (opstap naar het theorieoverzicht) zou kunnen zijn "Hoe reken je in het algemeen een deel ergens van om naar een percentage?". Benoem (hopelijk zie je ze op

de verschillende werkplekken) de verschillende manieren waarop je dit kunt doen. Met name het werken met een verhoudingstabel kan voor sommige leerlingen een heel prettige houvast betekenen.

Uitwerking

$$\frac{40}{65} \approx 0,615, \text{ dus } \approx 61,5\%.$$

Uiteraard kan dit ook met een verhoudingstabel.

Opdracht 4.2

In klas 1A hebben 3 van de 20 leerlingen voor een wiskundetoets een onvoldoende gehaald. In klas 1B hebben voor dezelfde toets 4 van de 30 leerlingen een onvoldoende gehaald. Mag je zeggen dat er in 1B naar verhouding meer onvoldoendes zijn? Licht het antwoord toe met behulp van percentages.

Toelichting

Geef de opdracht mondeling. Vertel ook dat ze van de gevonden manieren een duidelijke uitwerking op hun werkveld moeten laten staan, omdat iedereen ze moet kunnen bekijken na afloop.

De kunst zal zijn om ze verschillende manieren van rekenen te laten vinden. Vooral het werken met een verhoudingstabel zal niet voor elke leerling voor de hand liggen. Mogelijke hulpvragen: “Hoe kun je hier werken met een verhoudingstabel?”, “Heb je iets aan de kreet ‘via 1 rekenen’?”.

Loop aan het eind van deze opdracht de gevonden methodes bij de groepen gezamenlijk langs. Probeer verschillende methodes te benoemen.

Uitwerking

Dit probleem kun je oplossen met behulp van percentages.

3 van de 20 kun je op verschillende manieren omrekenen in een percentage:

- 3 van de 20 is $\frac{3}{20}$ deel.
En $\frac{3}{20} = 0,15 = 15\%$.
- Met een verhoudingstabel en via 1 rekenen:

deel	3	...	15
geheel	20	1	100

Tabel 4.1

Ook nu zie je dat 3 van de 20 gelijk is aan 15%.

Zo kun je ook 4 van de 30 omrekenen naar 13,333...%.

Omdat in klas 1A het percentage onvoldoende 15 is en in klas 1B 13,333..., zijn er in 1B naar verhouding minder onvoldoendes.

Opdracht 4.3

Dit jaar is 60% van alle leden van een vereniging op de jaarvergadering. Er waren 129 aanwezig. Hoeveel leden telt deze vereniging?

Toelichting

Deze opdracht gaat over het berekenen van het geheel als een percentage is gegeven. Er zijn weer verschillende werkwijzen mogelijk. Loop aan het eind de verschillende oplossingen weer met de hele groep langs. Geef zelf aan welke oplossingen je wilt bespreken (die moeten dus blijven staan op de werkvelden).

Uitwerking

60% van dat aantal is 129. Dus 1% is $\frac{129}{60}$ en 100% is $\frac{129}{60} \times 100 = 215$.

Deze vereniging telde 215 leden.

Opdracht 4.4

Bekijk wat iedereen heeft gemaakt en heeft bedacht over de verschillende manieren om met procenten te rekenen bij:

- berekenen hoeveel procent een bepaald deel van het geheel is;
- het eerlijk vergelijken van twee delen van verschillende hoeveelheden;
- bij een gegeven percentage vanuit het deel het geheel berekenen.

Maak een eigen overzicht van wat je hebt geleerd.

Toelichting

Loop samen met de leerlingen alle bedenksels na. Bevraag leerlingen of ze elkaars gedachtenspinsels kunnen toelichten. Samen zouden jullie naar een overzicht van de theorie moeten komen. Ieder schrijft het voor zichzelf op.

Uitwerking

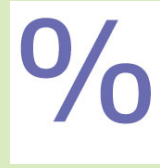
Het theorieblok geeft het gewenste overzicht.

Theorie

Om te onthouden

In de volgende situaties kun je **rekenen met procenten**:

- Je wilt van verschillende hoeveelheden of bedragen een even groot deel uitrekenen, zie **Voorbeeld 3**;
- Je wilt twee delen van verschillende hoeveelheden eerlijk vergelijken, zie **Voorbeeld 3**.
- Je wilt bij een gegeven percentage vanuit het deel het geheel berekenen, zie **Voorbeeld 3**.



Figuur 4.2

In plaats van met procenten rekenen zeg je ook wel: met percentages werken. Een **percentage** is een aantal procent: 15% is een percentage van 15.

Verwerken

★ Opgave 4.1

Een basketballer heeft van de 16 doelpogingen maar liefst 14 keer gescoord.

Hoe hoog is zijn schotpercentage?

★ Opgave 4.2

Een school heeft in totaal 302 leerlingen in de brugklas. 187 brugklassers komen dagelijks op de fiets naar school. De rest komt lopend of met het openbaar vervoer.

Hoeveel procent van de brugklassers komt niet op de fiets?

★ Opgave 4.3

Hier zie je een voedingswaardetabel van karnemelk per portie van 150 gram. (Bron: www.voedingswaardetabel.nl)

Voedingswaarde		Energie	Energie	Water	Eiwit	Koolh.	Suikers	Vet	Verz.	E.o.v.	M.o.v.	Choles.	Vezels
Product	Eenheid per 150g	kcal	kJ	g	g	g	g	g	g	g	g	mg	g
Karnemelk, ongesuikerd		48	200	136,5	3,8	6,8	6,8	0,6	0,5	0,2	0,0	1,5	0,0

Figuur 4.3

- Voor hoeveel procent bestaat karnemelk uit water?
- Hoeveel procent vet bevat karnemelk?
- Hoeveel procent Cholesterol bevat karnemelk?

★ Opgave 4.4

Van een ijsberg steekt maar een klein gedeelte boven water uit. De verhouding tussen het gedeelte van de ijsberg dat zich boven water bevindt en het gedeelte dat zich onder water bevindt is 1 : 7. Ijsbergen kunnen daarom ook midden op de Noord-Atlantische oceaan op grote diepte stranden. Een bepaalde ijsberg heeft een volume van 900.000 m^3 .

- 1 : 7 komt overeen met 12,5%. Leg dat uit.
- Bereken het aantal kubieke meters van de ijsberg dat zich onder water bevindt.
- Als de ijsberg 12 meter boven water uitsteekt, kan hij dan in 80 meter diep water stranden?

★ Opgave 4.5

In de Eredivisie voetbal wordt een lijst van topscorers bijgehouden. Stel je voor dat nummer 1 van die lijst eindigt met 28 doelpunten in 34 wedstrijden en dat nummer 2 eindigt met 26 doelpunten in 30 wedstrijden.

- Welke van beide spelers heeft het hoogste percentage doelpunten per wedstrijd?
- Kennelijk kun je je vraagtekens zetten bij de lijst van topscorers. Leg uit waarom.
- Nummer 3 heeft een nog hoger percentage doelpunten per wedstrijd, namelijk 115%. Hoe kan dat?
- Nummer 3 heeft 22 doelpunten gemaakt. Hoeveel wedstrijden speelde hij?

Toepassen

Uit het 'Nationaal Scholieren Onderzoek 2009' (Zie [de site van het NIBUD](#)):

Gemiddeld gaven scholieren in 1984 117 gulden (€ 53) per maand uit. Dit is veel minder dan de 228 gulden (€ 103) die er binnen kwam. In 2009 zijn de gemiddelde totale uitgaven € 100 per maand tegenover € 144 aan inkomsten. In 1984 hield een scholier aan het einde van de maand dus een groter deel van zijn inkomen over dan in 2009. De gemiddelde prijsstijging tussen 1984 en 2008 is 63 procent. Anno nu zou een scholier uit 1984 dus € 86 uitgeven. Jongeren van nu besteden beduidend meer, terwijl hun inkomsten niet evenredig zijn toegenomen met de prijsstijgingen.

★★ Opgave 4.6

Bekijk de gegevens van het Nationaal Scholieren Onderzoek 2009 in [Toepassen](#).

- a In 1984 gaf de gemiddelde scholier € 53 per maand uit. Hoeveel hield een scholier in 1984 maandelijks over?
- b En hoeveel in 2009?
- c Is dat naar verhouding even veel?

★★ Opgave 4.7

Kijk nog eens naar het stukje uit het scholierenonderzoek van 2009 in [Toepassen](#).

- a In 1984 gaf de gemiddelde scholier € 53 per maand uit. Hoeveel procent is dat van de gemiddelde maandelijkse inkomsten?
- b Hoeveel procent van zijn inkomsten hield een scholier in 1984 maandelijks over?
- c Hoeveel procent was dit in 2009?
- d Reken na dat de gemiddelde scholier uit 1984 in 2009 € 86 zou uitgeven.
- e Leg nu de laatste zin van dit citaat uit.

★★ Opgave 4.8

In 2009 had de gemiddelde scholier maandelijks € 144 aan inkomsten. Daarvan werd 30,6% gemiddeld gespaard, de rest werd uitgegeven.

- a Welk bedrag werd maandelijks gespaard? Rond af op hele euro's.
- b Maandelijks ging gemiddeld € 21 naar kleding en schoenen. Hoeveel procent van de inkomsten is dat?
- c En hoeveel procent van de uitgaven gaat naar kleding en schoenen?

1.5 Procenten eraf/erbij

Inleiding

Om zijn spaargeld niet aan te hoeven spreken, maakt Jeroen bij het aanschaffen van een trui of zoiets meestal gebruik van kortingsacties.

Bij korting gaat er vaak een bepaald percentage van de winkelprijs af. Maar hoeveel moet je dan betalen?

Maar soms worden spullen ook duurder. Als de prijs wordt verhoogd met een bepaald bedrag, welk percentage komt er dan bij?



Figuur 5.1

Je leert in dit onderwerp

- berekenen hoeveel erbij komt of eraf gaat als het percentage bekend is;
- berekenen hoeveel procent erbij komt of eraf gaat als het bedrag bekend is.

Voorkennis

- rekenen (optellen, aftrekken, vermenigvuldigen en delen) met decimale getallen en met breuken en alle begrippen die daarbij horen;
- rekenen met verhoudingstabellen in daarvoor geschikte situaties;
- het begrip procent en rekenen met procenten.

Voor de docent

Bij het onderdeel 'Procenten eraf of erbij' gaat het erom dat leerlingen leren rekenen met procenten eraf of erbij. Benoem weer het thema: Jeroen is nu aan het nadenken over het uitgeven van zijn spaargeld. Zowel berekenen wat er uitkomt bij een bepaald percentage eraf/erbij, als berekenen om welk percentage het gaat als het eindbedrag bekend is.

Je geeft de opdrachten mondeling.

Gewenste materialen:

- Niets bijzonders.

Opdracht 5.1

Jeroen heeft een nieuwe trui nodig. Hij ziet er één die normaal € 60 kost maar in de aanbieding is. De korting van 25% gaat er nog af!

Hoeveel moet Jeroen voor deze trui betalen als er 25% korting op wordt gegeven?

Jeroen zoekt ook een bijpassende broek. Hij ziet er ééntje voor € 55. Maar een jaar eerder kostte die broek nog € 50. Hoeveel procent is hij in dat jaar duurder geworden?

Toelichting

Mogelijke hulpvragen zijn "Om 25% van welk bedrag gaat het?", "Hoeveel procent moet hij nog betalen?" en/of "Hoe bereken je dat percentage van € 60?". Maar je kunt ook hulpvragen stellen richting een verhoudingstabel.

Een vervolgvraag (opstap naar het theorieoverzicht) zou kunnen zijn “Hoe reken je in het algemeen uit wat er overblijft als er een bepaald percentage af gaat?”. Waarschijnlijk is het na deze opdracht weer nuttig om de resultaten van de verschillende groepen te bespreken. Geef weer aan wat op de werkruimtes van de groepen moet blijven staan ter bespreking.

— **Uitwerking** —

$$0,75 \times 60 = 45 \text{ euro.}$$

Gebruik voor de tweede vraag bijvoorbeeld een verhoudingstabel. De broek is 5 euro duurder geworden, dat is dus 10%.

prijs	50	1	5
percentage	100	...	10

Tabel 5.1

Opdracht 5.2

Als je van een bepaald getal eerst 10% afhaalt en dan bij de uitkomst weer 10% optelt, heb je dan het oorspronkelijke getal weer terug? Verklaar je antwoord.

— **Toelichting** —

Mogelijke hulpvragen zijn “Heb je een eenvoudig getal in gedachten om mee te rekenen?”, “Heb je al berekend hoeveel je overhoudt als daar 10% van af gaat?” en/of “Hoeveel is 10% van dat nieuwe getal?”.

— **Uitwerking** —

Nee, 10% van het nieuwe verlaagde bedrag is minder dan 10% van het oude bedrag. Trek van bijvoorbeeld 100 eerst 10% af, je krijgt dan 90. Tel je daar 10% bij op, dan moet er 9 bij en houd je dus 99 over.

Opdracht 5.3

Je koopt een fiets van € 650,00 voor € 600,00. Hoeveel procent korting krijg je dan?

— **Toelichting** —

Deze opdracht gaat over het berekenen van het percentage korting. Er zijn weer verschillende werkwijzen mogelijk. Loop aan het eind de verschillende oplossingen weer met de hele groep langs. Geef zelf aan welke oplossingen je wilt bespreken (die moeten dus blijven staan op de werkvelden).

— **Uitwerking** —

$$\frac{600}{650} \approx 0,923, \text{ dus } 100\% \text{ wordt ongeveer } 92,3\% \text{ en ook dat is } 7,7\% \text{ korting.}$$

Opdracht 5.4

Btw is de afkorting voor 'belasting toegevoegde waarde'. Die belasting betaal je bij het kopen van luxe-artikelen. De btw op luxe artikelen bedraagt 21%.

Je zus koopt een elektrische scooter.

De winkelier verkoopt deze voor € 2250,00. Dit is de prijs zonder btw, dat heet exclusief btw.

Hij moet echter 21% btw rekenen: de scooter kost je daarom 21% meer. Hoeveel moet je zus betalen?

Meestal zet de winkelier de prijs al meteen inclusief btw op het artikel.

Je koopt een fiets en je betaalt € 900,00 inclusief 21% btw.

Hoeveel btw heb je dan betaald?

— Toelichting —

Deze opdracht is vooral bedoeld om een echte toepassing te laten zien. En voor situaties waarin er ruim genoeg tijd voor is. Er komt niet echt nieuwe leerstof aan bod. De opdracht bestaat uit twee delen, geef die delen na elkaar. Het tweede deel met name als het eerste deel gemakkelijk gaat.

— Uitwerking —

De scooter kost je zus $1,21 \times 2250,00 = 2722,50$.

De verkoopprijs van de winkelier is 100%. Hij moet er 21% bij doen, dus je betaalt 121%. Die 121% is 900,00 euro.

Dus 1% is $\frac{900}{121} = 7,43801\dots$

Dat betekent dat de btw $21 \times 7,43801\dots \approx 156,20$ euro bedraagt.

(Je kunt ook met een verhoudingstabel via 1 rekenen.)

Denk er om dat je nu NIET 21% van 900,00 kunt uitrekenen en dat van de 900,00 aftrekken. Die 900,00 is namelijk niet 100%.

Theorie

Om te onthouden

Bij het werken met procenten gaat het vaak om

- Een **percentage erbij**:
Een winkelier koopt zijn artikelen voor een bepaalde inkoopprijs.
Hij wil ze dan verkopen voor een verkoopprijs die bijvoorbeeld 20% hoger ligt.
Hij moet dan bij elk artikel 20% van de inkoopprijs optellen, zie **Voorbeeld 2**.
- Een **percentage eraf**:
Een winkelier doet bepaalde artikelen in de uitverkoop.
Van alle verkoopprijzen gaat bijvoorbeeld 40% af, zie **Voorbeeld 2**.

Een bijzondere toepassing hiervan is de btw (Belasting Toegevoegde Waarde).

Deze belasting moet een ondernemer betalen over de producten die hij verkoopt of de diensten die hij levert. Hij berekent deze btw aan de klant, maar draagt daarna het bedrag aan de overheid af. Er zijn verschillende tarieven, het bekendst is het 21% tarief. Zie **Toepassen**.

Verwerken

★ Opgave 5.1

Stel je voor dat je op 1 januari 2020 een bedrag van € 1000,00 op de bank op een rekening hebt gezet. Je doet er verder niets mee, je haalt er geen geld van af en je doet er ook niets bij. Maar, de bank geeft elk jaar 5% rente over het bedrag dat op die rekening staat.

- Hoeveel geld heb je dan op 1 januari 2021?
- En op 1 januari 2022?
- En op 1 januari 2030?

★ Opgave 5.2

Jascha Konichev is architect en heeft een naambord gemaakt waarop zijn beroep duidelijk uitkomt. Het bord is 50 cm bij 90 cm en gemaakt van perspex. In de zon wil perspex nog wel eens uitzetten, zowel in de lengte als in de breedte ongeveer 0,2%.

- Hoe lang en hoe breed wordt dit bord na een zonnige dag?
- Wordt de oppervlakte van het bord ook 0,2% groter? Verklaar je antwoord.

★ Opgave 5.3

Een voetbalvereniging bestond in 2000 uit 340 leden. Door een wervingscampagne bestond de vereniging in 2001 uit 400 leden.

Met hoeveel procent is het ledenaantal in 2001 toegenomen ten opzichte van dat in 2000?

★ Opgave 5.4

Hans koopt in de uitverkoop een paar schoenen voor € 50,00. De schoenen kosten normaal € 59,75.

Hoeveel procent korting heeft Hans gekregen?

Toepassen

Btw is de afkorting voor **belasting toegevoegde waarde**. Die belasting betaal je bij het kopen van luxe-artikelen.

Jeroen's zus Mariska koopt een elektrische scooter.

De winkelier verkoopt deze voor € 2250,00. Dit is de prijs zonder btw, dat heet exclusief btw.

Hij moet echter 21% btw rekenen: de scooter kost je daarom 21% meer.

Hij kost dan: $1,21 \times 2250,00 = 2722,50$. En dat is inclusief btw.

Meestal zet de winkelier de prijs al meteen inclusief btw op het artikel.

Je koopt een fiets en je betaalt € 900,00 inclusief 21% btw. Hoeveel btw heb je dan betaald?



Figuur 5.2

De verkoopprijs van de winkelier is 100%. Hij moet er 21% bij doen, dus je betaalt 121%. Die 121% is 900,00 euro.

prijs	156,20	...	900
percentage	21	1	121

Tabel 5.2

Dus 1% is $\frac{900}{121} = 7,43801\dots$

Dat betekent dat de btw $21 \times 7,43801\dots \approx 156,20$ euro bedraagt.

(Zie de verhoudingstabel.)

Denk er om dat je nu NIET 21% van 900,00 kunt uitrekenen en dat van de 900,00 aftrekken.

Die 900,00 is namelijk niet 100%.

★ Opgave 5.5

De btw op een fiets die € 650 kost exclusief btw is 21% van de prijs.

Hoeveel betaal je voor deze fiets inclusief btw?

★ Opgave 5.6

Voor een koelkast betaal je inclusief 21% btw € 677,60.

- Hoeveel euro bedraagt de btw?
- Hoeveel kost deze koelkast zonder btw?

★★ Opgave 5.7

In de horeca bestaat ook het lage 6% btw-tarief. Dat tarief geldt namelijk voor het leveren van eten en (niet alcoholische) dranken.

Je eet in een restaurant een gezonde maaltijdsalade met een glas bubbelwater. Dat kost je € 8,75 inclusief btw.

Hoeveel bedraagt de prijs exclusief btw?

★★ Opgave 5.8

Op een stereo-installatie van € 560,00 krijg je 40% korting. Je moet echter nog wel 21% btw betalen. Er zijn nu twee mogelijkheden:

- de winkelier rekent eerst prijs met korting uit en dan telt hij de btw er bij, of
- de winkelier telt eerst de btw bij de prijs en berekent dan de korting.

Laat door berekening zien wat voor jou het voordeligst is.

1.6 Totaalbeeld

Samenvatten

Begrippenlijst

- verhoudingstabel
- rekenen in een verhoudingstabel
- procent — percentage — via 1 rekenen
- rekenen met procenten
- procenten eraf of erbij

Activiteitenlijst

- rekenen in verhoudingstabellen;
- met verhoudingstabellen verhoudingen vergelijken;
- werken met procenten;
- werken met procenten in de praktijk;
- werken met procenten eraf of erbij in de praktijk.

Opgave 6.1

Je ziet hier een verhoudingstabel.

aantal	50	5	1	10	20	15	35	
kosten	120	12		24				3,6

Tabel 6.1

- Leg uit waarom dit met de gegeven getallen inderdaad een verhoudingstabel is.
- Maak de tabel verder af.
- Welke vier bewerkingen kun je in een verhoudingstabel uitvoeren? Geef van elk van die bewerkingen een voorbeeld in de tabel hierboven.

Opgave 6.2

Wat is meer 12 van de 50 of 14 van de 60?

Bepaal het antwoord met behulp van verhoudingstabellen.

Opgave 6.3

Hoeveel procent is 12 van de 18?

- Beantwoord deze vraag met behulp van een verhoudingstabel.
- Beantwoord deze vraag zonder verhoudingstabel.

Opgave 6.4

Rekenen met procenten.

- Hoe reken je 18% van 680 uit?
- Hoe reken je 18% van $\frac{1}{4}$ deel van 680 uit?

Opgave 6.5

Rekenen met procenten eraf en erbij.

- a Je krijgt op een bedrag van € 650,00 wel 35% korting. Leg uit hoe je kunt berekenen hoeveel je moet betalen.
- b Voor een artikel van € 62,50 hoef je maar € 50,00 te betalen. Leg uit hoe je kunt berekenen hoeveel procent korting je krijgt.
- c Op 1 januari 2000 woonden in de gemeente Zutphen 35.000 mensen. De bevolking groeit met 4% per jaar. Leg uit hoe je kunt berekenen hoeveel inwoners Zutphen heeft op 1 januari 2001 en op 1 januari 2010.
- d De winst is in één jaar tijd gestegen van € 165.000 tot € 172.000. Leg uit hoe je kunt berekenen met hoeveel procent dat is.

Testen

★ Opgave 6.6

Voor € 100 kun je 156 Zwitserse francs (Zfr) kopen.

- a Vul deze tabel in:

aantal euro	100	10	5	105	250	
aantal Zfr	156					97,5

Tabel 6.2

- b Waarom is dit een verhoudingstabel?
- c Hoeveel Zfr kun je kopen voor € 335,00?

★ Opgave 6.7

Joop vraagt zich af wat goedkoper is: 24 foto's afdrukken voor € 4,00 of 36 foto's afdrukken voor € 5,50.

- a Hoeveel is de prijs per foto bij 24 afdrukken voor € 4,00?
- b Hoeveel is de prijs per foto bij 36 afdrukken voor € 5,50?
- c Wat is voordeliger?

★ Opgave 6.8

80% van alle 9 miljoen Nederlanders boven de 12 jaar leest dagelijks de krant.

- a Hoeveel mensen zijn dat?
- b 75% daarvan leest een landelijk ochtendblad. Hoeveel mensen betreft het nu?
- c Hoeveel procent van alle Nederlanders leest een landelijk ochtendblad?

★ **Opgave 6.9**

Volgens dit krantenartikel zit een Nederlandse leerling vanaf 193 tot 200 dagen per jaar op school.

Fransen hebben langste vakantie

Van alle schoolkinderen in de Europese Unie hebben de Franse kinderen de langste vakanties en de Duitse kinderen de kortste. Nederlandse jongeren zitten met 165 tot 172 vakantiedagen in de middenmoot. Dit overzicht heeft de Europese Commissie gemaakt op verzoek van Floris Wijsenbeek, die namens de VVD in het Europees Parlement zit.

Franse kinderen hebben 207 dagen per jaar vrijaf, Griekse en Ierse kinderen 181 tot 185 dagen, Belgische kinderen 186 dagen, Britse kinderen 165 tot 175 dagen en Deense 168 dagen. Kinderen uit Italië, Luxemburg en Duitsland komen er het slechtst af met respectievelijk 150, 149 en 139 vakantiedagen.

- a Laat zien dat dit overeenkomt met het krantenartikel.
- b Bereken de bijbehorende percentages van het aantal dagen per jaar.
- c Bereken ook hoeveel procent van de dagen een Franse leerling per jaar naar school gaat.
- d Kijk nog eens naar het krantenartikel. Een Franse leerling heeft jaarlijks bijna 49% meer vrij dan een Duitse leerling. Laat met behulp van de getallen in het krantenartikel zien, dat dit klopt.

★ **Opgave 6.10**

Een winkelier geeft op Lego wel 40% korting, omdat de oude voorraad weg moet om ruimte te maken voor de nieuwste series.

- a Hoeveel kost de brandweerkazerne van € 78,50 dan nog?
- b De brandweerauto kost met korting nog € 21,30. Hoeveel kostte hij zonder korting?

★ ★ **Opgave 6.11**

Aanbiedingen!

- a Een leren bureaustoel van € 295,00 kun je met korting kopen voor € 200,00. Hoeveel procent korting krijg je dan?
- b Een pak hagelslag van 250 gram kost € 1,75. De fabrikant doet een aanbieding: 100 gram meer voor dezelfde prijs. Hoeveel korting krijg je dan eigenlijk?

Toepassen

★★ Opgave 6.12: Toegestane afwijkingen bij producten

Op bijvoorbeeld een pak suiker wordt het gewicht aangeven als: 1 kg e.

Deze e geeft aan dat het gewicht van dit pak suiker wel niet precies 1 kg zal zijn, maar wel ligt binnen de grenzen die de Europese Unie heeft vastgesteld.

Regelmatig worden er door ambtenaren in opdracht van de E.U. controles uitgevoerd om na te gaan of het gewicht binnen de juiste grenzen ligt. Voor 1 kg suiker is de toegestane afwijking van het gewicht 1,5%.

- Tussen welke grenzen mag het gewicht van dit pak suiker zitten?
- Zoek minstens vijf verschillende producten waarop dit teken voorkomt en maak een lijst met het toegestane gewicht (of volume) van elk van die producten.



Figuur 6.1

★★★ Opgave 6.13: Scholierenonderzoek 2020

Ook in 2020 is er een scholierenonderzoek geweest door het Nibud. Bekijk het [Nibud scholierenonderzoek 2020](#).

- Zoek in dit document gegevens op over de uitgaven en het spaargedrag van scholieren in 2020.
- Maak een eigen overzicht van de gegevens die je hebt gevonden. Houdt daarbij rekening met leeftijdsgroepen, verschillen tussen jongens en meisjes, en wat je al niet kunt bedenken.

Leerdoelentabel

In het achter de opgave kun je aangeven hoe je de opgave hebt gemaakt:

✓ goed gemaakt — **S** wel begrepen maar een slordige fout gemaakt — **H** hulp nodig gehad — **G** samen met groepje goed gemaakt — **X** fout gemaakt en niet goed begrepen — **N** niet bekeken

1	Verhoudingstabellen	★	★★	★★★
	Wat een verhoudingstabel is.	1.1 <input type="checkbox"/> 1.2 <input type="checkbox"/> 1.3 <input type="checkbox"/> T6.6 <input type="checkbox"/>	1.4 <input type="checkbox"/> 1.4 <input type="checkbox"/> T6.11 <input type="checkbox"/> T6.12 <input type="checkbox"/>	T6.13 <input type="checkbox"/>
	Rekenen met verhoudingen.	1.2 <input type="checkbox"/> 1.3 <input type="checkbox"/> T6.6 <input type="checkbox"/>	1.4 <input type="checkbox"/> T6.11 <input type="checkbox"/> T6.12 <input type="checkbox"/>	T6.13 <input type="checkbox"/>
2	Rekenen met verhoudingstabellen	★	★★	★★★
	Hoe je in verhoudingstabellen handig kunt rekenen en ze zo kunt vergelijken.	2.1 <input type="checkbox"/> 2.2 <input type="checkbox"/> 2.3 <input type="checkbox"/> 2.4 <input type="checkbox"/> T6.7 <input type="checkbox"/>	2.5 <input type="checkbox"/>	
3	Procenten	★	★★	★★★
	Het begrip procent.	3.1 <input type="checkbox"/> 3.2 <input type="checkbox"/> 3.3 <input type="checkbox"/> T6.8 <input type="checkbox"/>	3.4 <input type="checkbox"/>	3.5 <input type="checkbox"/>
	Een percentage van een gegeven getal berekenen.	3.1 <input type="checkbox"/> 3.2 <input type="checkbox"/> 3.3 <input type="checkbox"/> T6.8 <input type="checkbox"/>	3.4 <input type="checkbox"/>	3.5 <input type="checkbox"/>
4	Procentrekenen	★	★★	★★★
	Berekenen hoeveel procent een bepaald deel van het geheel is.	4.1 <input type="checkbox"/> 4.2 <input type="checkbox"/> 4.3 <input type="checkbox"/> 4.4 <input type="checkbox"/> 4.5 <input type="checkbox"/> T6.9 <input type="checkbox"/>	4.6 <input type="checkbox"/> 4.7 <input type="checkbox"/>	
	Het geheel berekenen als je weet hoeveel procent een gegeven deel is.	4.5 <input type="checkbox"/>	4.6 <input type="checkbox"/> 4.7 <input type="checkbox"/>	
5	Procenten eraf/erbij	★	★★	★★★
	Berekenen hoeveel erbij komt of eraf gaat als het percentage bekend is.	5.1 <input type="checkbox"/> 5.2 <input type="checkbox"/> 5.5 <input type="checkbox"/> 5.6 <input type="checkbox"/> T6.10 <input type="checkbox"/>	5.7 <input type="checkbox"/> 5.8 <input type="checkbox"/>	
	Berekenen hoeveel procent erbij komt of eraf gaat als het bedrag bekend is.	5.3 <input type="checkbox"/> 5.4 <input type="checkbox"/> T6.10 <input type="checkbox"/>	5.7 <input type="checkbox"/> 5.8 <input type="checkbox"/>	

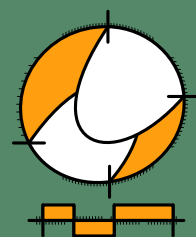
Het lesmateriaal in deze reader is gebaseerd op het materiaal dat ook op de Math4All website staat.

De reader is gegenereerd met de Math4All maatwerkdienst. De inhoud en de volgorde van de onderwerpen in deze reader zijn gekozen door docenten van het ConTeXt College.

Stichting Math4All



www.math4all.nl



Informatieblad bij Opdracht 1.1

Jeroen ziet dat hij met huis-aan-huis krantjes rondbrengen € 4,00 per uur kan verdienen. Hij maakt een tabel van wat hij daarmee kan verdienen.

gewerkte uren	1	3	4	6	8
verdiensten (in €)	4				

Informatieblad bij Opdracht 1.2

Jij verdient € 3,50 per uur.

Als je weet dat je in een bepaalde maand 24 uur gewerkt hebt, kun je zo uitrekenen hoeveel je in die maand verdiend hebt.

gewerkte uren	1	3	4	6	8	24
verdiensten (in €)	3,50	10,50	14,00	21,00	28,00	84,00

Informatieblad bij Opdracht 1.3

Er zijn ook folderbezorgers die daarvoor een vast bedrag krijgen met daarbovenop een bedrag per folder.

Bijvoorbeeld een vast bedrag van € 2,50.

En nog € 0,10 per folder.

aantal folders	0	1	2	5	10	100
verdiensten (in €)	2,50	2,60	2,70	3,00	3,50	12,50

Informatieblad bij Opdracht 2.2

Hier zie je een verhoudingstabel van Asha's verdiensten bij het werken in een supermarkt.

gewerkte uren per week	4	6	3	8
verdiensten (in €)	14,00	21,00	10,50	28,00

