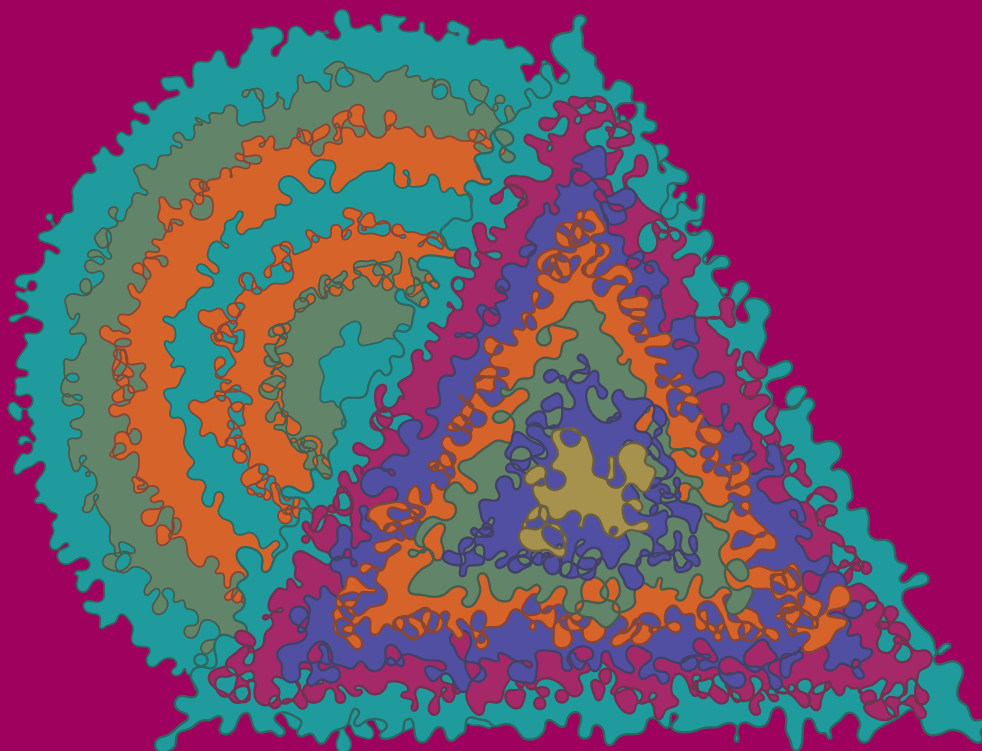


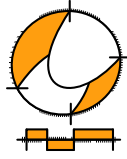
Wiskunde / PGA

1 VMBO / docentmateriaal

Hoeken

ConTeXt College





© 2024

Het auteursrecht op dit lesmateriaal berust bij Stichting Math4All. Math4All is derhalve de rechthebbende zoals bedoeld in de hieronder vermelde creative commons licentie.

Het lesmateriaal is met zorg samengesteld en getest. Stichting Math4All aanvaardt geen enkele aansprakelijkheid voor onjuistheden en/of onvolledigheden in de module. Ook aanvaardt Math4All geen enkele aansprakelijkheid voor enige schade, voortkomend uit (het gebruik van) dit lesmateriaal

Voor deze module geldt een Creative Commons Naamsvermelding Niet Commercieel 3.0 Nederland Licentie. (zie <http://creativecommons.org/licenses/by/3.0>).

Dit lesmateriaal is open, gratis en vrij toegankelijk lesmateriaal afkomstig van Stichting Math4All en is speciaal ontwikkeld voor het vak wiskunde in het voortgezet onderwijs. Het lesmateriaal op de website www.math4all.nl is afgestemd op kerndoelen wiskunde, tussendoelen wiskunde en eindtermen voor de vakken wiskunde A, B en C. Dit lesmateriaal is mediumneutraal ontwikkeld en op diverse manieren te bekijken en te gebruiken. Voor informatie en vragen kunt u contact opnemen via info@math4all.nl. Ook houden we ons altijd aanbevolen voor suggesties, verbeteringen en/of aanvullingen.

Voorwoord

Het lesmateriaal in dit katern is gebaseerd op het materiaal dat je kunt vinden op de Math4All website www.math4all.nl. In de tekst staan dan ook regelmatig verwijzingen naar die website. Waar je precies moet zijn op die website kun je zien in de kopregel van iedere pagina.

Ieder hoofdstuk bestaat uit een aantal paragrafen en wordt steeds afgesloten met een paragraaf *Totaalbeeld* waar de leerstof wordt samengevat en/of herhaald.

PGA

PGA staat voor 'probleemgestuurde aanpak'. Je begeleidt dan als docent de leerlingen die in kleine groepjes aan wiskundige problemen werken en op die manier een eigen theoretisch kader opstellen. Dit gebeurt voornamelijk op de wijze die wordt beschreven in het boek *Building Thinking Classrooms in Mathematics* van Peter Liljedahl. Dit boek is ook in het Nederlands beschikbaar. Het is verstandig om dit boek vooraf door te werken, maar je kunt ook beginnen met deze **beknopte handleiding**.

De PGA wordt ondersteund door verwerkings- en toepassingsopgaven waarmee de leerling kan nagaan of de stof wordt beheersd. Deze opgaven worden op drie niveaus aangeboden. De niveau aanduiding staat in de marge naast de opgave.

- ★ het basale niveau, dat iedereen zou moeten behalen
- ★ ★ een iets pittiger niveau, waarin iets meer uitdaging zit en die de leerling alleen hoeft te maken als er genoeg tijd voor is
- ★ ★ ★ een bijzondere toepassing of een echt pittige opgave die een leerling alleen maakt als de rest veel te gemakkelijk was

In de bijlage staat een "**Leerdoelentabel**" waarin staat aangegeven door welke opgave het specifieke leerdoel wordt afgedekt en op welk niveau dit gebeurt. Als je deze tabel aan de leerlingen uitreikt, kunnen ze hun eigen vorderingen bijhouden.

Opgaven uit de samenvattende paragraaf *Totaalbeeld* worden voorafgegaan door een T.

1

Hoeken

1.1	Hoeken	6
1.2	Hoeken meten	14
1.3	Hoeken tekenen	21
1.4	Gelijke hoeken	27
1.5	Hoeken berekenen	33
1.6	Totaalbeeld	39

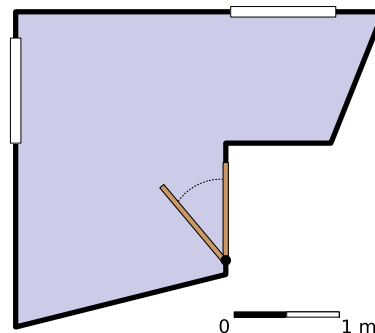
1.1 Hoeken

Inleiding

Zara gaat met haar ouders verhuizen. Ze krijgt in hun nieuwe huis een eigen kamer. Ze heeft er deze plattegrond van gekregen.

De kamer heeft nogal bijzondere hoeken. Dat vindt Zara wel leuk, maar het leggen van vloerbedekking wordt een uitdaging.

Wat versta je eigenlijk precies onder een 'hoek'. En wanneer is de éne hoek groter dan de andere?



Figuur 1.1

Je leert in dit onderwerp

- de begrippen hoek, hoekpunt en benen van een hoek;
- aangeven of een hoek groter of kleiner is dan een andere hoek;
- aangeven of een hoek recht, stomp, scherp, gestrekt, of overstrekt is.

Voorkennis

- de begrippen evenwijdig en loodrecht en het teken voor loodrecht;
- de namen van vlakke figuren.

Voor de docent

Bij het onderdeel 'Hoeken' gaat het erom dat leerlingen de begrippen 'hoek', 'benen' en 'hoekpunten' en de verschillende soorten hoeken leren kennen. Ook moeten de leerlingen kunnen nagaan of een hoek groter/kleiner is dan een andere hoek. Je geeft de opdrachten mondeling.

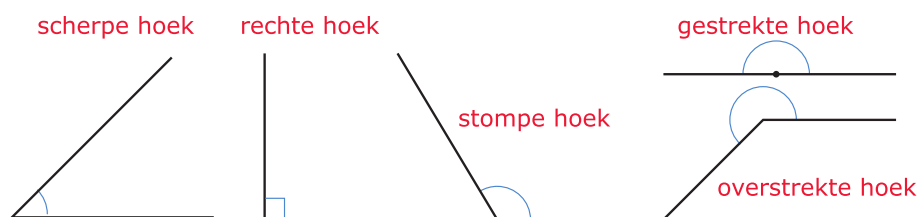
Gewenste materialen:

- Schrijfmateriaal voor op de verticale uitwisbare werkvlakken.
- Werkbladen bij de eerste en de tweede opgave om uit te delen.

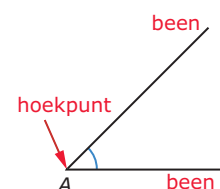
Opdracht 1.1

Iedere hoek heeft een hoekpunt en twee benen. Bij het hoekpunt zet je een hoofdletter. In de hoek zet je een boogje. De naam van de hoek is: hoek A. In plaats van hoek A schrijf je ook wel $\angle A$.

Er zijn verschillende soorten hoeken:



Figuur 1.3



Figuur 1.2

Op het **werkblad** staat de plattegrond van Zara's nieuwe kamer. Ze heeft er alvast vierkante vloertegels van 50 bij 50 cm op getekend. Ook heeft ze bij de hoekpunten letters gezet. Geef alle rechte hoeken aan met het rechtehoekteken en benoem de andere hoeken en zet ze op volgorde van klein naar groot.

— **Toelichting** —

Geef de opdracht mondeling, teken de verschillende soorten hoeken zelf op je eigen werkplek. Deel het **informatieblad** uit.

Mogelijke hulpvragen: “Welke rechte hoek zie meteen binnen haar kamer?”, “Welke hoeken zijn kleiner dan die rechte hoek? En hoe heten die?”, “Welke hoeken zijn groter dan die rechte hoek? En hoe heten die?” en “Kun je een overstrekte hoek vinden?”.

— **Uitwerking** —

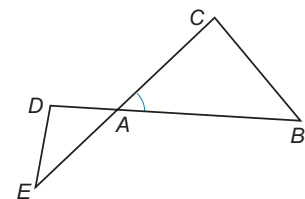
De rechte hoek is $\angle F$ en de hoek bij C buiten haar kamer. Eigenlijk is $\angle C$ (binnen haar kamer) een overstrekte hoek. Verder:

- scherpe hoeken: $\angle A$ en $\angle E$.
- stompe hoeken: $\angle B$ en $\angle D$.

De hoek bij A is het kleinst, dan die bij E , dan die bij F , dan die bij B , dan die bij D en als grootste de hoek bij C . Dus $\angle A < \angle E < \angle F < \angle D < \angle C$. Het verschil tussen de hoeken bij A en E is moeilijk te zien, je kunt de tegels in die hoeken uitknippen en op elkaar passen. Hetzelfde geldt voor de hoeken bij B en D .

Opdracht 1.2

Bekijk de figuur. Nu moet je hoeken soms met drie letters aangeven: de hoek met het boogje is $\angle BAC$, het hoekpunt is de middelste letter A en de benen zijn AB en AC . Hoe verder de benen van een hoek uit elkaar liggen, hoe groter de hoek.



Figuur 1.4

Schrijf alle hoeken in deze figuur op volgorde op, gebruik de tekens $<$ en eventueel $=$.

— **Toelichting** —

Geef de opdracht mondeling en deel het **werkblad** uit.

Mogelijke hulpvragen zijn: “Hoe kun je hoeken vergelijken?”, “Welke hoek(en) is (zijn) zeker stomp?”, “Heb je de hoeken kunnen uitknippen?” en “Hoe vergelijk je die uitgeknipte hoeken?”.

— **Uitwerking** —

$$\angle AED < \angle EAD = \angle BAC = \angle ABC < \angle BCA < \angle ADE$$

Knip desgewenst de hoeken uit en leg ze op elkaar om ze te kunnen vergelijken.

Opdracht 1.3

Bekijk wat iedereen heeft gemaakt en heeft bedacht over 'hoeken', met 'benen' en 'hoekpunten' en de verschillende soorten hoeken.

Maak een eigen overzicht.

— Toelichting —

Loop samen met de leerlingen de overzichten na en kom zo tot een bruikbaar totaaloverzicht. Ieder schrijft het voor zichzelf op.

— Uitwerking —

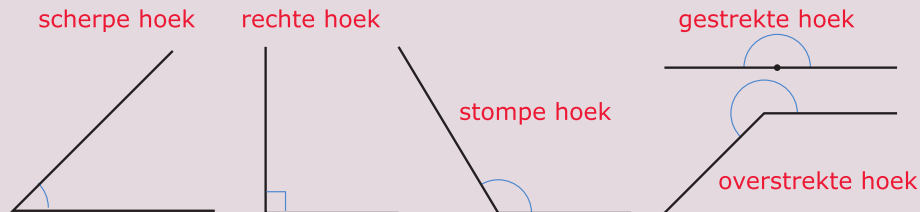
Het theorieblok geeft het gewenste overzicht.

Theorie

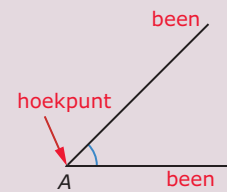
Om te onthouden

Iedere **hoek** heeft een **hoekpunt** en twee **benen**. Bij het hoekpunt zet je een hoofdletter. In de hoek zet je een boogje. De naam van de hoek is: hoek A. In plaats van hoek A schrijf je ook wel $\angle A$.

Er zijn verschillende soorten hoeken:



Figuur 1.6



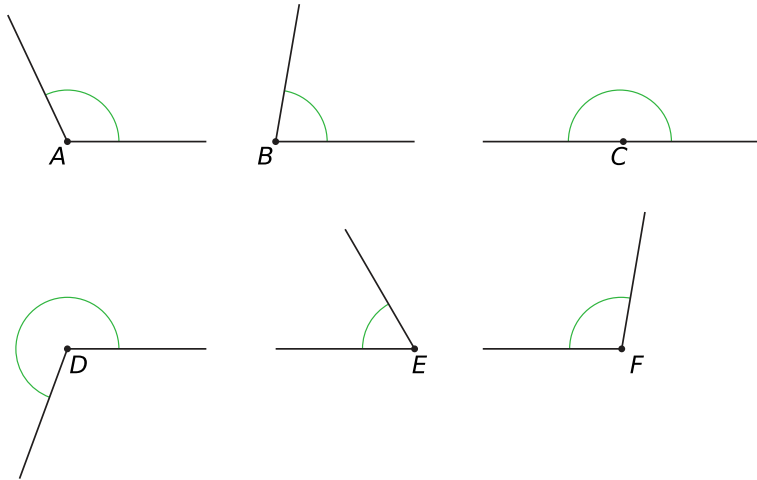
Figuur 1.5

- Als beide benen loodrecht op elkaar staan, spreek je van een **rechte hoek**. In de tekening plaats je bij de rechte hoek het rechtehoekteken, ook wel het loodrechtteken genoemd.
- Een hoek die kleiner is dan een rechte hoek heet een **scherpe hoek**.
- Als beide benen in elkaars verlengde liggen, spreek je van een **gestrekte hoek**.
- Een hoek die kleiner is dan een gestrekte hoek maar groter dan een rechte hoek is een **stompe hoek**.
- Een hoek die groter is dan een gestrekte hoek heet een **overstreckte hoek**.

Verwerken

★ Opgave 1.1

Bekijk de zes hoeken.



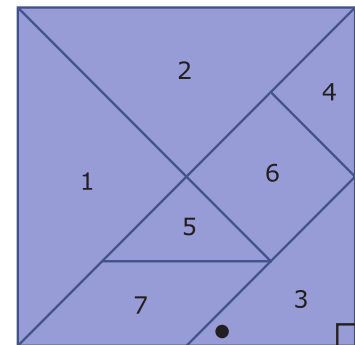
Figuur 1.7

- Zet de hoeken met behulp van het kleinerdanteken $<$ op volgorde van klein naar groot.
- Welke hoeken zijn scherp?
- Welke hoeken zijn stomp?
- Welke hoek is gestrekt?
- Welke hoek is overstrekt?

★ Opgave 1.2

Hier en op het [werkblad](#) zie je een vierkant dat bestaat uit verschillende figuren. In figuur 3 zie je een rondje en een loodrechtteken.

- Zet in iedere hoek die ook recht is het loodrechtteken.
- Zet een rondje in de scherpe hoeken.
- Zet een kruisje in de stompe hoeken.

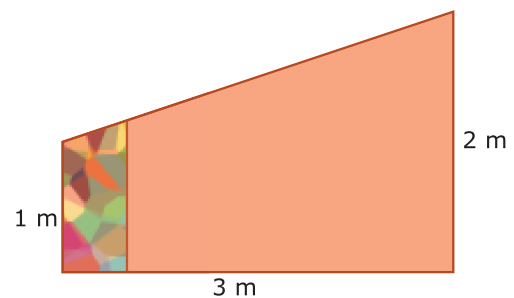


Figuur 1.8

★ Opgave 1.3

Een muur op een zolderkamer moet behangen worden. De muur is 3 meter lang en de banen behang zijn 50 centimeter breed. Op één rol zit 8 meter behang. De eerste baan behang zit er al op.

- Welke hoek is de grootste hoek van deze muur?
 - links onder
 - links boven
 - rechts onder
 - rechts boven

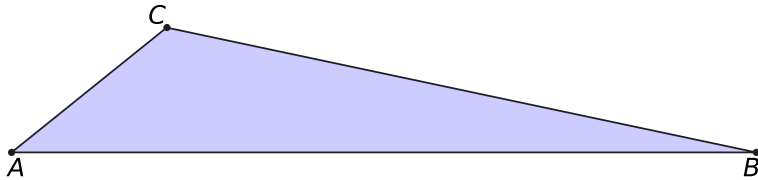


Figuur 1.9

- b De rol behang is scheef afgesneden. Je hoeft geen rekening te houden met het patroon. Wanneer je een nieuwe baan afsnijdt, past het scheef afgesneden stuk dan precies op het volgende stuk muur?
- c Hoeveel rollen behang zijn er nodig voor deze muur, als je geen rekening hoeft te houden met het patroon?

★ **Opgave 1.4**

Bekijk de driehoek.



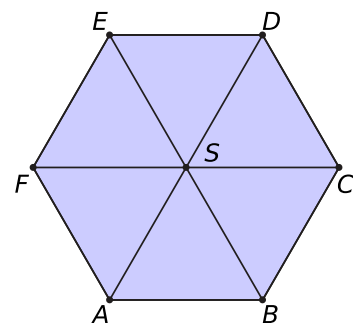
Figuur 1.10

- a Noteer de benen van $\angle C$.
- b Zet de drie hoeken van deze driehoek in de juiste volgorde van klein naar groot.
 - A. $\angle A < \angle B < \angle C$
 - B. $\angle B < \angle C < \angle A$
 - C. $\angle C < \angle A < \angle B$
- c Hoe noem je $\angle A$?
 - A. scherp
 - B. recht
 - C. stomp
- d Hoe noem je $\angle B$?
 - A. scherp
 - B. recht
 - C. stomp
- e Hoe noem je $\angle C$?
 - A. scherp
 - B. recht
 - C. stomp

★ **Opgave 1.5**

Je ziet een zeshoek waarin drie diagonalen zijn getekend. Het snijpunt van de diagonalen is S .

- a Noteer de benen van $\angle EFA$.
- b Wat is het hoekpunt en wat zijn de benen van $\angle BSD$?
- c Wat voor hoek is $\angle CSF$?
- d Hoeveel scherpe hoeken zie je in de figuur?

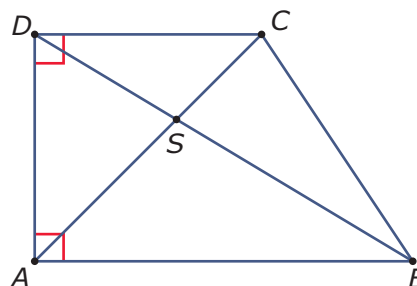


Figuur 1.11

★ **Opgave 1.6**

Je ziet een rechthoekig trapezium met daarin twee diagonalen.

- a Waarom moet elke hoek in deze figuur met drie letters worden aangeven?
- b Geef de twee rechte hoeken met drie letters aan.
- c Is $\angle ASB$ scherp, stomp of recht?
 - A. stomp
 - B. scherp
 - C. recht



Figuur 1.12

Toepassen

Bekijk de applet.

De wijzers van een klok maken voortdurend een hoek met elkaar. Om drie uur maken de minutenwijzer en de urenwijzer een rechte hoek met elkaar.

Is dat om kwart over zes ook zo? Of vormen ze dan een stompe hoek? Stel in de applet die tijdstippen maar eens in.

Om zes uur maken deze wijzers een gestrekte hoek met elkaar. En hoe zit dat met half twaalf?

Als je nauwkeurig afspreekt wat je onder de hoek tussen de minutenwijzer en de urenwijzer verstaat, dan zijn overstrekte hoeken ook mogelijk. Hoe zit dat?



Figuur 1.13

★★ **Opgave 1.7: De wijzers van een klok**

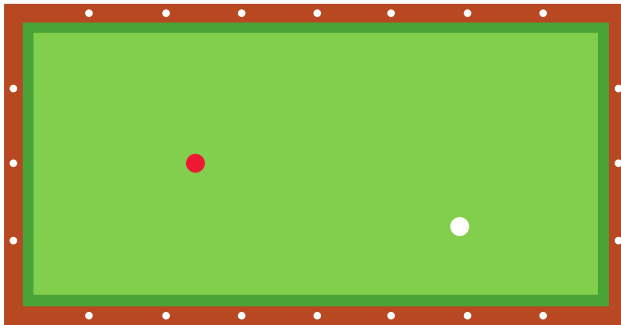
De wijzers van een klok vormen een hoek. Daarmee wordt meestal de kleinste hoek bedoeld die ze met elkaar maken.

- a Waarom is het belangrijk om af te spreken dat de hoek tussen de wijzers van een klok de kleinste hoek is?
- b Maken de wijzers om 4:00 uur een scherpe of een stompe hoek met elkaar?
- c En wat voor hoek maken ze als het 4:30 uur is?
- d Op welk tijdstip maken de wijzers een gestrekte hoek met elkaar? Geef een voorbeeld.
- e Op welke gehele uren maken de wijzers van de klok een rechte hoek met elkaar?

★ ★ ★

Opgave 1.8: Biljart

Als een biljartbal tegen de donkergroene rand van het biljart stuit, maakt hij een bepaalde hoek. De speler die aan de beurt is om te stoten speelt met de witte bal rechtsonder op het biljart.



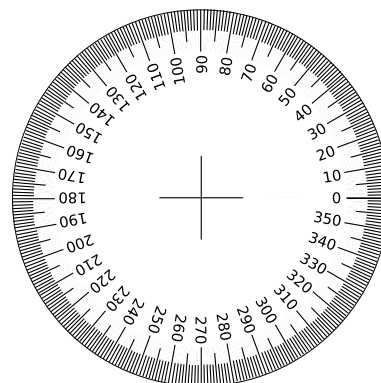
Figuur 1.14

Teken de baan die deze witte bal moet afleggen om als eerste de rode bal te raken via één band. Schrijf in de hoek die de bal bij deze band maakt of hij scherp is of stomp. Gebruik de figuur op het [werkblad](#).

1.2 Hoeken meten

Inleiding

De hoeken in Zara's kamer zijn allemaal verschillend. Haar moeder is nogal handig met timmerwerk. Ze hebben nog een mooi cirkelvormig tafelblad met een diameter van 1,20 m. Zara's moeder zegt dat ze daaruit wel vier stukken kan zagen die elk in een hoek van Zara's kamer passen. Ze heeft ooit gezien dat je zo'n cirkel in 360 gelijke punten kunt verdelen. Dit noem je 'graden'. Dat kun je gebruiken om de grootte van een hoek te bepalen. Waarschijnlijk heb je zelf maar de helft van zo'n figuur, op je geodriehoek.



Figuur 2.1

Je leert in dit onderwerp

- het vlak verdelen in 360 graden en schatten hoeveel graden een hoek is;
- berekenen hoeveel graden een rechte en een gestrekte hoek zijn en aangeven tussen welke aantallen graden een scherpe, een stompe en een overstreckte hoek liggen;
- hoeken opmeten met de geodriehoek en uitdrukken in graden.

Voorkennis

- de begrippen hoek, hoekpunt, benen en aangeven of een hoek groter of kleiner is dan een andere hoek;
- aangeven of een hoek recht, stomp, scherp, gestrekt, of overstrekt is;
- de namen van vlakke figuren.

Voor de docent

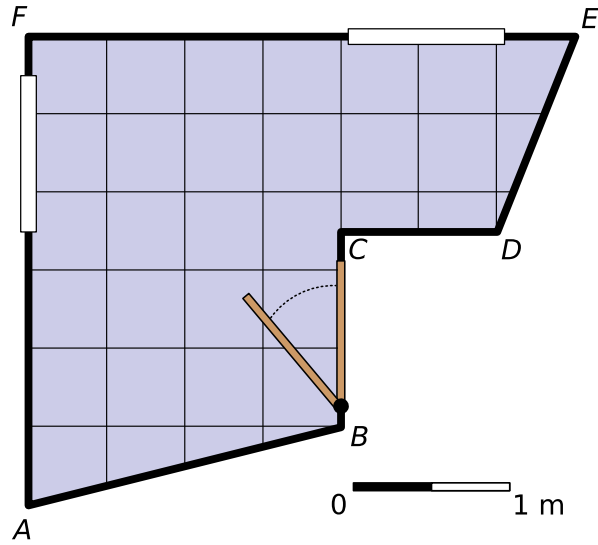
Bij het onderdeel 'Hoeken meten' gaat het erom dat leerlingen leren de grootte van hoeken te meten met de geodriehoek en in graden nauwkeurig. Ook moeten de leerlingen de grootte van de verschillende soorten hoeken weten. Je geeft de opdrachten mondeling.

Gewenste materialen:

- Schrijfmateriaal voor op de verticale uitwisbare werkvlakken.
- Een werkblad bij de eerste opdracht om te tonen aan de leerlingen, een eigen hoekmeter/geodriehoek (mits voldoende groot) is mooi.
- Werkbladen bij de tweede en de derde opdracht om uit te delen.

Opdracht 2.1

Hier zie je de plattegrond van Zara's nieuwe kamer. Met behulp van een hoekmeter/geodriehoek kun je de grootte van de hoek bij A in graden bepalen. Ga na dat die hoek 76° is. Bepaal met behulp van zo'n hoekmeter/geodriehoek de grootte van alle hoeken van haar kamer.



Figuur 2.2

Toelichting

Geef de opdracht mondeling, gebruik het **informatieblad** en laat zie hoe je de hoekmeter/geodriehoek op $\angle A$ moet leggen. Bespreek, als je een geodriehoek gebruikt, waarom $\angle A$ kleiner moet zijn dan 90° (dus welk getal je moet aflezen) en de notatie van het aantal graden. Wellicht is het verstandig

om de groepjes eerst $\angle E$ te laten opmeten en dan $\angle F$ (om ze te laten ontdekken dat een rechte hoek 90° is. Eventueel kun je ook eerst de tweede opdracht doen en het opmeten van hoeken eerst laten zien.

Mogelijke hulpvragen: "Hoe leg je je hoekmeter/geodriehoek op de hoek?", "Hoe groot kan een scherpe hoek als $\angle A$ hoogstens zijn?", "Tussen welke getallen ligt het aantal graden van $\angle B$ (en zo ook voor de andere hoeken)?"

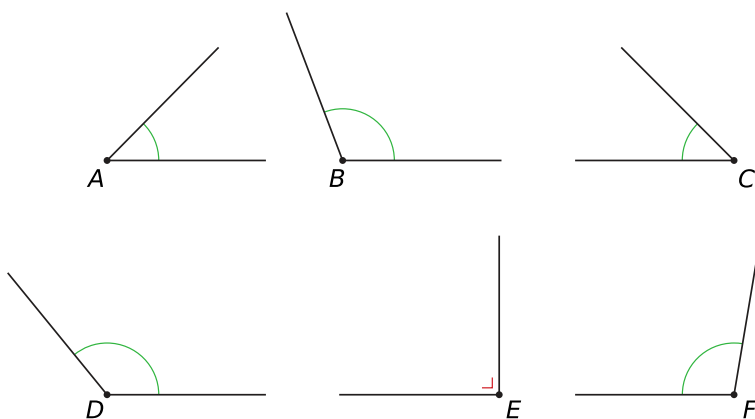
Goed om nog even de overstrekte hoek (hier $\angle C$) en eventueel de volle hoek te benoemen.

Uitwerking

$\angle A = 76^\circ$, $\angle B = 104^\circ$, $\angle C = 270^\circ$, $\angle D = 112^\circ$, $\angle E = 68^\circ$ en $\angle F = 90^\circ$.

Opdracht 2.2

Meet de grootte van deze zes hoeken. Geef je antwoord in graden nauwkeurig, maak eerst een schatting.



Figuur 2.3



Toelichting

Geef de opdracht mondeling en deel het **werkblad** uit. Demonstreer op je digibord eventueel het meten van een hoek met een geodriehoek met behulp van de applet in het **Practicum**

Mogelijke hulpvragen zijn: “Hoe kun je hoeken schatten?”, “Hoe leg je de geodriehoek op je hoek?”, “Waar komen de langste zijde en de 0 op de geodriehoek?”, “Vanaf waar begin je de graden te tellen?” en wellicht “Moet je (één van de) benen verlengen?”.

Uitwerking

Eerst de schattingen, dan de metingen (in graden nauwkeurig):

$$\angle A \approx 45^\circ \text{ en } \angle A = 45^\circ$$

$$\angle B \approx 100^\circ \text{ en } \angle B = 110^\circ$$

$$\angle C \approx 45^\circ \text{ en } \angle C = 45^\circ$$

$$\angle D \approx 130^\circ \text{ en } \angle D = 129^\circ$$

$$\angle E = 90^\circ$$

$$\angle F \approx 100^\circ \text{ en } \angle F = 99^\circ$$

Opdracht 2.3

Meet de hoeken van de driehoek ABC op het **werkblad**.

Toelichting

Geef de opdracht mondeling en deel het **werkblad** uit.

Dit zou na de voorgaande opdracht niet al te moeilijk meer hoeven te zijn, verwijst eventueel terug naar die opdracht. Wel moeten er wellicht zijden langer gemaakt worden.

Misschien een leuke vervolgvraag: “Valt je iets op als je kijkt naar het totaal aantal graden van de drie hoeken en kun je dat uitleggen?”.

Uitwerking

$$\angle A \approx 54^\circ, \angle B \approx 64^\circ \text{ en } \angle C \approx 62^\circ.$$

Opdracht 2.4

Bekijk wat iedereen heeft gemaakt en heeft bedacht over ‘hoeken meten’ met de geodriehoek.

Maak een eigen overzicht.

Toelichting

Loop samen met de leerlingen de overzichten na en kom zo tot een bruikbaar totaaloverzicht. Ieder schrijft het voor zichzelf op.

Uitwerking

Het theorieblok geeft het gewenste overzicht.

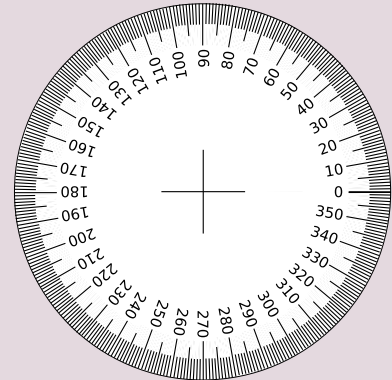
Theorie

Om te onthouden

Je kunt de grootte van een hoek precies meten, bijvoorbeeld met een doorzichtige hoekmeter of met je geodriehoek.

Een hoekmeter is verdeeld in 360 gelijke delen die **graden** heten. Je ziet de schaalverdeling op de cirkel lopen van 0 tot 360 graden. De 360 is niet neergezet, want hij staat op dezelfde plaats als de 0. Je schrijft 1 graad als 1° .

Op je geodriehoek staat een halve hoekmeter, de **gradenboog**.

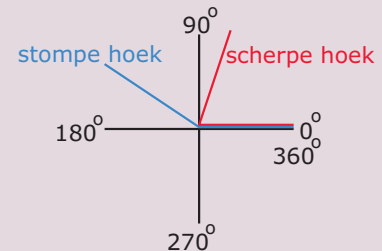


Figuur 2.4

Als je helemaal ronddraait, leg je 360° af: een **volle hoek** is 360° .

Dit betekent:

- een **rechte hoek** is een kwart van zo'n volle hoek, dus 90° ;
- een **gestrekte hoek** is de helft van een volle hoek, dus 180° ;
- een **scherpe hoek** ligt tussen de 0° en de 90° in;
- een **stompe hoek** ligt tussen 90° en 180° in.

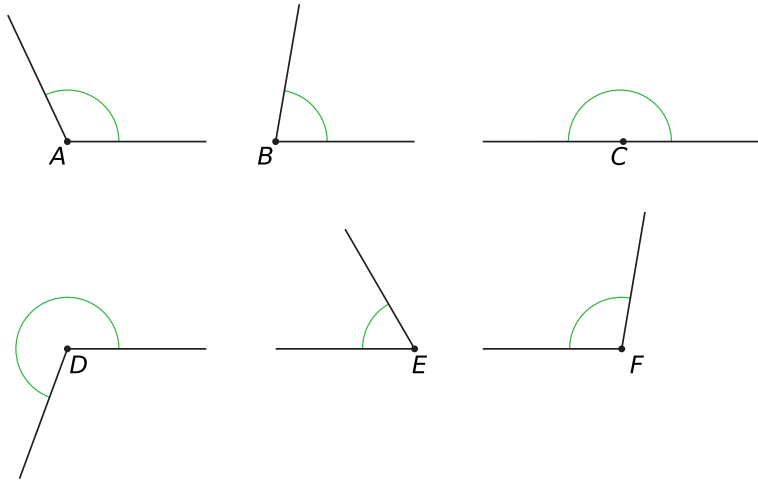


Figuur 2.5

Verwerken

★ Opgave 2.1

Je ziet zes verschillende hoeken. De hoeken staan ook op het [werkblad](#).

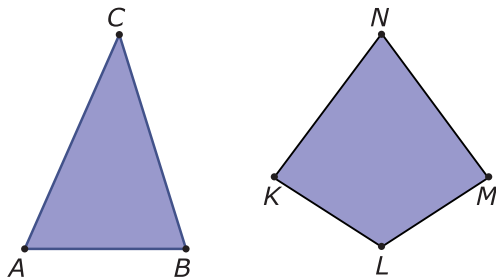


Figuur 2.6

Meet elke hoek in graden nauwkeurig.

★ Opgave 2.2

Je ziet een driehoek en een vlieger. De figuren staan ook op het [werkblad](#).



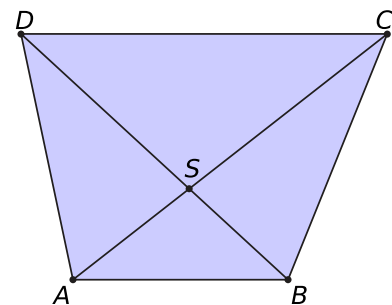
Figuur 2.7

- Meet de hoeken van de driehoek in graden nauwkeurig.
- Hoeveel graden zijn de hoeken van deze driehoek samen?
- Meet de hoeken van de vlieger in graden nauwkeurig.
- Hoeveel graden zijn de hoeken van deze vlieger samen?

★ Opgave 2.3

Bekijk de vierhoek $ABCD$ met daarin twee diagonalen.

- Meet $\angle BSC$. Gebruik de figuur op het [werkblad](#).
- Welke hoek is even groot als $\angle BSC$?
- Meet $\angle ABC$, $\angle BCD$, $\angle CDA$ en $\angle DAB$. Hoeveel graden zijn de hoeken van de vierhoek samen?



Figuur 2.8

★ **Opgave 2.4**

De Toren van Pisa staat scheef.

Het gebouw naast de Toren van Pisa maakt een hoek van 90° met de grond. Welke hoek maakt de Toren van Pisa met de grond? Meet dit met behulp van de foto.



Figuur 2.9

★ **Opgave 2.5**

Bij het speerwerpen moet de speer onder een bepaalde hoek worden geworpen. Als de hoek te klein is, valt de speer te snel op de grond, maar als de hoek te groot is, dan komt hij minder ver.



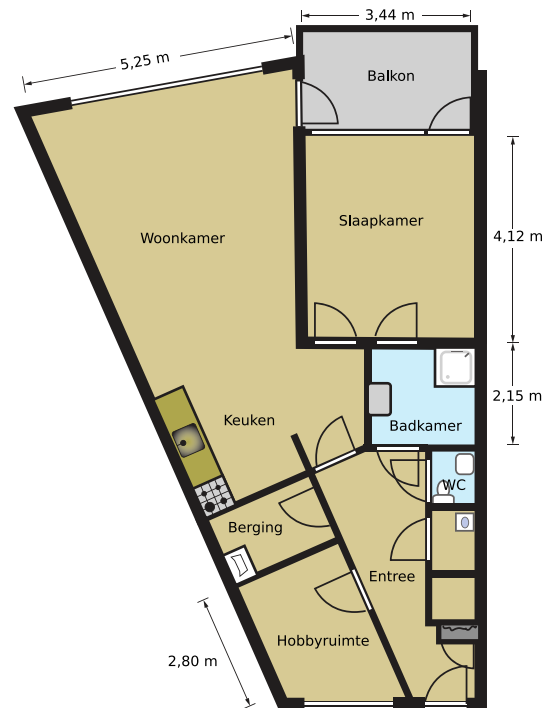
Figuur 2.10

Hoe groot is de hoek waarmee de speer op de foto wordt geworpen?

Toepassen

Hier zie je de plattegrond van een appartement in een flatgebouw. Hij staat ook op het [werkblad](#). Er zijn nogal wat kamers die niet de vorm van een rechthoek hebben.

Bijvoorbeeld de woonkamer/keuken heeft zes hoeken, waarvan er maar ééntje recht is. En ook van de hobbyruimte zijn niet alle hoeken recht.



Figuur 2.11

★★ Opgave 2.6

Bekijk de plattegrond van het appartement. Hij staat ook op het [werkblad](#).

- Welke kamers hebben de vorm van een rechthoek?
- De hobbyruimte heeft twee rechte hoeken. Geef die met een rechthoekteken aan.
- De hobbyruimte heeft ook twee hoeken die niet recht zijn. Een van beide noem je scherp en de andere stomp. Zet een teken in de scherpe hoek.

★★ Opgave 2.7

Bekijk weer de plattegrond van het appartement. Hij staat ook op het [werkblad](#).

- Bepaal door meten de twee hoeken bij het grote raam van de woonkamer.
- Welke hoek in de woonkamer/keuken is een overstrekte hoek (groter dan 180°)?
- Bepaal hoe groot de vier hoeken van de hobbykamer zijn.

Practicum

Met deze applet kun je het **meten met de geodriehoek** oefenen.

Je maakt een hoek door de punten *A*, *B* en *C* te verplaatsen. Dan draai je de met blauwe punt de geodriehoek in de goede stand en verschuif je hem met de rode punt naar de goede plek. Je kunt de driehoek nog een beetje bijdraaien en verschuiven tot hij precies goed ligt. Lees nu het juiste aantal graden af en controleer je antwoord.

[Bekijk de applet: Meten met de geodriehoek](#)

1.3 Hoeken tekenen

Inleiding

De hoeken in Zara's kamer zijn allemaal verschillend. Haar moeder is nogal handig met timmerwerk. Ze hebben nog een mooi cirkelvormig tafelblad met een diameter van 1,20 m. Zara's moeder zegt dat ze daaruit wel vier stukken kan zagen die elk in een hoek van Zara's kamer passen. Ze heeft alle hoeken opgemeten waar de stukken van het tafelblad in moeten passen. Nu moet ze die hoeken op het tafelblad tekenen om te kunnen zagen.



Figuur 3.1

Je leert in dit onderwerp

- een hoek tekenen met een geodriehoek als het aantal graden gegeven is;
- een vlakke figuur met gegeven lengtes en hoeken tekenen.

Voorkennis

- de begrippen hoek, hoekpunt, benen, graden, grootte van een hoek;
- aangeven of een hoek recht, stomp, scherp, gestrekt, of overstrekt is en hoeveel graden daarbij hoort;
- hoeken meten;
- de namen van vlakke figuren.

Voor de docent

Bij het onderdeel 'Hoeken tekenen' gaat het erom dat leerlingen leren hoeken te tekenen met de geodriehoek als het aantal graden gegeven is. Ook moeten de leerlingen figuren waarvan hoeken en lengtes van zijden gegeven zijn kunnen tekenen. Je geeft de opdrachten mondeling.

Gewenste materialen:

- Schrijfmateriaal voor op de verticale uitwisbare werkvlakken, denk vooral aan geodriehoeken die op dergelijk werkvlakken kunnen worden gebruikt.

Opdracht 3.1

Zara's moeder gaat uit een zuiver rond tafelblad de vier hoeken van Zara's kamer tekenen. Daarmee kan ze dit blad in vier stukken zagen die precies in de hoeken van Zara's kamer passen.

Nu je hoeken hebt leren meten, kun je ze vast ook wel zelf tekenen als het aantal graden gegeven is.

Je krijgt steeds setjes van drie (of vier) hoeken. Teken die op je verticale werkplekken om de beurt en naast elkaar en dan de volgende serie weer eronder, enzovoorts. Zorg dat alles blijft staan (na eventuele verbeteringen).

1. Teken de hoeken: $\angle A = 60^\circ$, $\angle B = 24^\circ$ en $\angle C = 87^\circ$.
2. Teken de hoeken: $\angle A = 160^\circ$, $\angle B = 124^\circ$ en $\angle C = 97^\circ$.
3. Teken de hoeken: $\angle A = 170^\circ$, $\angle B = 190^\circ$ en $\angle C = 234^\circ$.
4. Teken de hoeken: $\angle A = 270^\circ$, $\angle B = 294^\circ$ en $\angle C = 316^\circ$.
5. Teken de hoeken: $\angle A = 32^\circ$, $\angle B = 132^\circ$, $\angle C = 232^\circ$ en $\angle D = 332^\circ$.
6. Teken de hoeken $\angle A = 76^\circ$, $\angle B = 104^\circ$ en $\angle E = 68^\circ$ van Zara's kamer tegen elkaar aan op een rond tafelblad met een diameter naar keuze.

Vervolgens schuiven jullie allemaal één werkplek naar links en ga je nameten of de getekende hoeken correct zijn. Eventueel geven jullie verbeteringen duidelijk aan.

Toelichting

Geef de opdracht mondeling en in vijf series van steeds drie hoeken.

Mogelijke hulpvragen: “Hoe begin je met een hoek?”, “Hoe leg je dan je geodriehoek erop?”, “Waar markeer je nu het juiste aantal graden?” en “Hoe maak je nu de hoek af?”. Ga na afloop nog wel even na of er nog ergens afwijkende hoeken voorkomen en bespreek wat er dan fout is gegaan, of waarom juist deze goed is.

Uitwerking

De antwoorden worden door een ander groepje gecontroleerd.

Opdracht 3.2

Nu je hoeken kunt tekenen, kun je ook meetkundige figuren tekenen waarvan hoeken en lengtes van lijnstukken gegeven zijn. Je krijgt weer een serie figuren om te tekenen, verdeel eerst je verticale werkvlak in vier gelijke delen.

1. Teken driehoek ABC met $AB = 30$ cm, $\angle A = 45^\circ$ en $\angle B = 70^\circ$.
2. Teken driehoek ABC met $AB = 30$ cm, $\angle A = 45^\circ$ en $\angle B = 120^\circ$.
3. Teken driehoek ABC met $AC = 30$ cm, $\angle A = 45^\circ$ en $\angle C = 120^\circ$.
4. Teken vierhoek $KLMN$ met $\angle K = \angle M = 52^\circ$, $\angle L = \angle N = 128^\circ$, $KN = 15$ cm en $KL = 13,5$ cm.

Vervolgens schuiven jullie allemaal één werkplek naar links en ga je nameten of de getekende figuren correct zijn. Eventueel geven jullie verbeteringen duidelijk aan.

Toelichting

Geef de opdracht mondeling en in vier stappen.

Mogelijke hulpvragen zijn: “Hoe begin je met de figuur?” en “Hoe teken je de gegeven hoeken, hoe moet je telkens je geodriehoek leggen?”.

Uitwerking

De antwoorden worden door een ander groepje gecontroleerd.

Opdracht 3.3

Bekijk wat iedereen heeft gemaakt en heeft bedacht over 'hoeken tekenen' met de geodriehoek en vervolgens figuren tekenen waarvan lengtes van zijden en hoeken gegeven zijn.

Maak een eigen overzicht.

— Toelichting —

Loop samen met de leerlingen de overzichten na en kom zo tot een bruikbaar totaaloverzicht. Ieder schrijft het voor zichzelf op.

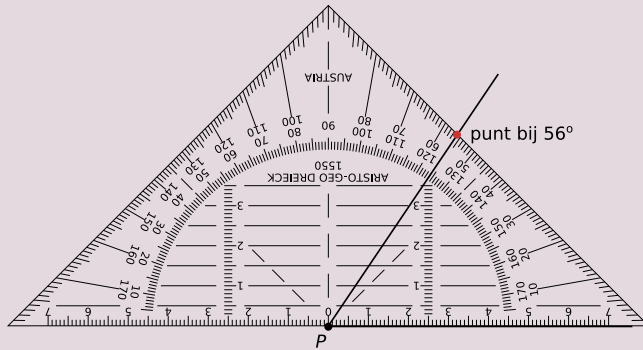
— Uitwerking —

Het theorieblok geeft het gewenste overzicht.

Theorie

Om te onthouden

Met behulp van de **gradenboog** van je geodriehoek kun je hoeken tekenen. Je legt dan de 0 van de geodriehoek op het gewenste hoekpunt en de langste zijde langs een been van de hoek. Bij het juiste aantal graden zet je een streepje of een punt om het tweede been te kunnen tekenen.



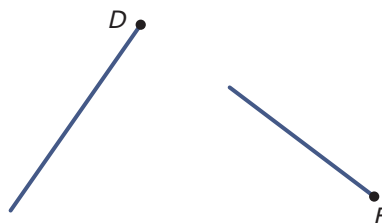
Figuur 3.2

En nu je lijnstukken met gegeven lengtes en hoeken met gegeven aantal graden kunt tekenen, kun je ook figuren tekenen waarvan lengtes en hoeken zijn gegeven. Dat zijn **meetkundige constructies**.

Verwerken

★ Opgave 3.1

Maak de hoeken af als $\angle D = 31^\circ$ en $\angle E = 76^\circ$. Gebruik het **werkblad**.



Figuur 3.3

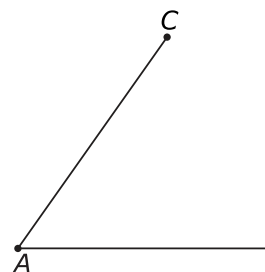
★ Opgave 3.2

Teken de vier hoeken: $\angle A = 65^\circ$, $\angle B = 170^\circ$, $\angle C = 111^\circ$ en $\angle D = 14^\circ$.

★ Opgave 3.3

Van driehoek ABC is het begin getekend. $\angle C = 62^\circ$.

- Maak de driehoek af. Gebruik het **werkblad**.
- Meet de grootte van $\angle A$ en $\angle B$ in graden nauwkeurig.
- Hoeveel graden zijn de hoeken van de driehoek samen?



Figuur 3.4

★★ Opgave 3.4

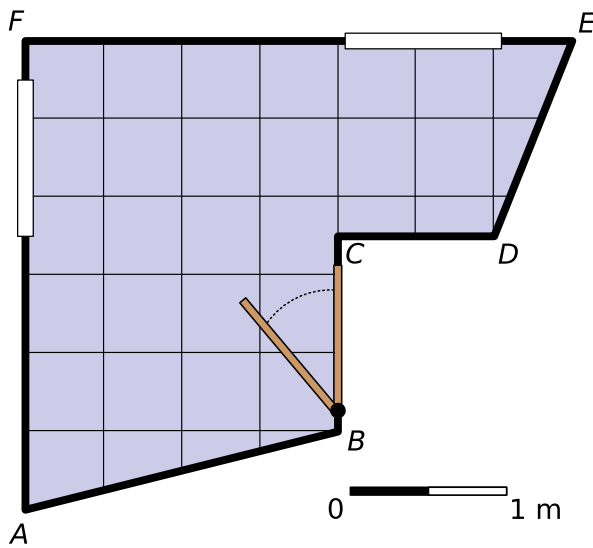
Gegeven is dat vierhoek $PQRS$ een parallellogram is met $PQ = 5$ cm, $PS = 3$ cm en $\angle P = 52^\circ$.

- Teken het parallellogram $PQRS$.
- Teken de diagonalen van het parallellogram en noem het snijpunt M .
- Hoeveel graden is $\angle PMS$?

★ Opgave 3.5

- Teken $\triangle KLM$ met $\angle K = 60^\circ$, $\angle M = 40^\circ$ en $KM = 4$ cm. Meet vervolgens de grootte van $\angle L$.
- Teken $\triangle DEF$ met $\angle E = 117^\circ$, $DE = 4$ cm en $EF = 3$ cm. Meet beide andere hoeken van de driehoek.

Toepassen



Figuur 3.5

Hier zie je de plattegrond Zara's kamer met de vloertegels van 50 bij 50 cm er op getekend. Er zijn zeven vloertegels die schuin moeten worden afgesneden. Gelukkig zijn de hoeken bij A , B , D en E opgemeten, zie bij.

Opgave 3.6

Bekijk de vloertegels op Zara's kamer.

- Geef in de plattegrond op het **werkblad** aan welke zeven tegels schuin worden afgesneden.
- Teken de tegel die tegen punt A aan komt op schaal 1 : 10. Gebruik $\angle A = 76^\circ$.
- Je kunt de vier tegels tegen zijde AB het beste in één keer afsnijden. Dan hoef je ook niet met hoeken te werken. Leg dat uit.
- De schuin afgesneden tegel bij hoekpunt B heeft één heel scherpe hoek. Hoeveel graden is die hoek?
- Waarom kun je die handige werkwijze bij c niet zo gemakkelijk gebruiken voor de drie tegels bij zijde DE ?

1.4 Gelijke hoeken

Inleiding

Zara wil op de twee schuine wanden van haar kamer dit ruitjesbehang plakken.

Er zitten verticale en horizontale witte lijnen op. Die lijnen verdelen de ruitjes in vier gelijke delen.

Zo'n verticale lijn deelt ook twee hoeken van elke ruit in twee gelijke kleinere hoeken.

Hoeken kunnen even groot zijn, ze hebben dan hetzelfde aantal graden. In dit ruitjesbehang zie je heel veel gelijke hoeken. Maar ze zijn beslist niet allemaal gelijk. Welke wel en welke niet?



Figuur 4.1

Je leert in dit onderwerp

- een deellijn van een hoek tekenen;
- gelijke (even grote) hoeken herkennen met behulp van X-, F- en/of Z-hoeken.

Voorkennis

- de begrippen hoek, hoekpunt, benen, graden, grootte van een hoek;
- aangeven of een hoek recht, stomp, scherp, gestrekt, of overstrekt is en hoeveel graden daarbij hoort;
- hoeken meten en een hoek tekenen als het aantal graden is gegeven;
- de namen van vlakke figuren en ze tekenen als er hoeken en lengtes zijn gegeven.

Voor de docent

Bij het onderdeel 'Gelijke hoeken' gaat het erom dat leerlingen leren gelijke hoeken te herkennen. Daarmee gaan ze dan de grootte van een hoek afleiden uit die van al bekende hoeken. Ook gaan ze 'deellijnen (bissectrices)' tekenen en eventueel ervaren dat in elke driehoek de bissectrices van de hoeken door één punt gaan. Je geeft de opdrachten mondeling.

Gewenste materialen:

- Schrijfmateriaal voor op de verticale uitwisbare werkvlakken, ook geodriehoeken.
- Twee informatiebladen bij de eerste opdracht, de eerste is om X-, F- en Z-hoeken te laten zien en de groepjes ook zelf te laten aangeven, de tweede is om ze helemaal zelfstandig aan te laten werken, als je met de ingeschreven cirkel bezig gaat is een passer handig.

Opdracht 4.1

Hier en op het **werkblad** zie je Zara's behang voor de twee schuine wanden van haar kamer. Er zijn twee groepen bruine evenwijdige lijnen.

- Maak een X op die bruine lijnen en geef aan welke X-hoeken gelijk zijn; ze heten ook 'overstaande hoeken'.
- Maak een F op die bruine lijnen en geef aan welke F-hoeken gelijk zijn.
- Maak een Z op die bruine lijnen en geef aan welke Z-hoeken gelijk zijn.



Figuur 4.2

Je krijgt op het **werkblad** een figuur te zien waarop evenwijdige lijnen voorkomen en één hoek is gegeven. Beredeneer de grootte van alle andere hoeken door X-hoeken, F-hoeken en Z-hoeken te herkennen.

Toelichting

Geef de opdracht mondeling en toon dit **informatieblad** erbij. Deel het niet uit. Vervolgens krijgen de leerlingen dit **werkblad** en moeten ze alle andere hoeken beredeneren.

Mogelijke hulpvragen: "Herken je X-, F-, of Z-hoeken waar de gegeven hoek deel van uitmaakt?", "Hoe zit het met twee hoeken die samen een gestrekte hoek vormen?" en "Hoe maak je nu de antwoorden af?"

Bespreek na afloop nog even hoe de beschrijving van hun redenering er het best uit kan zien.

Uitwerking

Kijk goed welke hoeken gelijk zijn, omdat het overstaande hoeken (X-hoeken), F-hoeken of Z-hoeken zijn. Bekijk ook goed welke hoeken samen 180° of 90° zijn.

$$\angle A_2 = \angle A_4 = 180^\circ - \angle A_1 = 180^\circ - 34^\circ = 146^\circ.$$

$$\angle A_3 = \angle A_1 = 34^\circ \text{ (X-hoeken).}$$

$$\angle B_2 = \angle B_5 = 90^\circ - \angle A_1 = 90^\circ - 34^\circ = 56^\circ.$$

$$\angle B_4 = \angle B_1 = 34^\circ \text{ (Z-hoeken en X-hoeken vanaf } \angle A_1 \text{).}$$

$$\angle B_6 = \angle B_3 = 90^\circ \text{ (Z-hoeken).}$$

Er zijn trouwens vast andere manieren denkbaar.

Opdracht 4.2

Een 'deellijn' van een hoek, ook wel 'bissectrice' genoemd, is een lijn die een hoek in twee gelijke delen verdeelt. Omdat jullie de grootte van hoeken kunnen meten, kunnen jullie ook deellijnen tekenen: je hoeft de hoek maar in twee gelijke delen te verdelen!

Gegeven is $\triangle ABC$ met $AB = 40$ cm, $\angle A = 50^\circ$ en $\angle B = 70^\circ$.

Teken deze driehoek met alle bissectrices van de hoeken erin.

Valt er iets op?

Toelichting

Geef de opdracht mondeling, leg even uit waar het woord 'bissectrice' vandaan komt.

Mogelijke hulpvragen zijn: "Hoe begin je met de figuur?", "Hoe teken je de gegeven hoeken en zo de driehoek?", "Hoe deel je $\angle A$ in twee gelijke delen? En hoe teken je dus de bissectrice van $\angle A$?" en "Hoe doe je dat bij $\angle C$?"

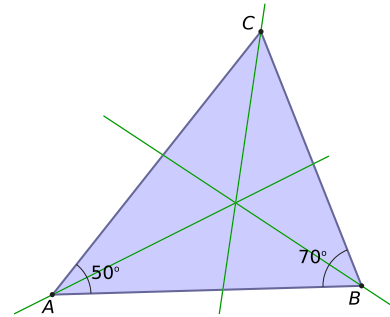
Misschien leuk om het na afloop nog even te hebben over het feit dat elk punt van een bissectrice gelijke afstanden heeft tot de benen van de hoek. En dat daarom de drie bissectrices wel een snijpunt moeten hebben dat evenver van alle drie de zijden ligt. Laat dit zien door de ingeschreven cirkel te (laten) tekenen.

— **Uitwerking** —

Teken eerst lijnstuk AB met daarop de hoeken $\angle A$ en $\angle B$.
Je kunt dan driehoek ABC afmaken.

Vervolgens teken je de deellijnen door de hoeken in tweeën te delen. Daarvoor moet je de grootte van $\angle C$ zelf opmeten.

Als het goed is gaan de bissectrices door één punt, het middelpunt van de ingeschreven cirkel.



Figuur 4.3

Opdracht 4.3

Bekijk wat iedereen heeft gemaakt en heeft bedacht over ‘gelijke hoeken’ herkennen en daarmee de grootte van een hoek afleiden uit die van een hoek waarvan de grootte bekend is. Verder komen ‘deellijnen (bissectrices)’ voorbij en leer je die tekenen.

Maak een eigen overzicht.

— **Toelichting** —

Loop samen met de leerlingen de overzichten na en kom zo tot een bruikbaar totaaloverzicht. Ieder schrijft het voor zichzelf op.

— **Uitwerking** —

Het theorieblok geeft het gewenste overzicht.

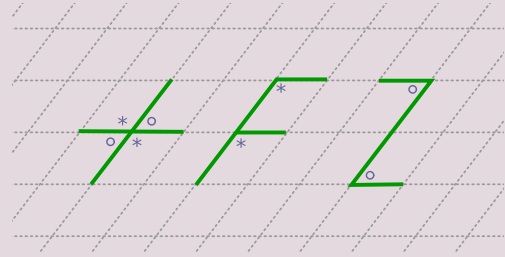
Theorie

Om te onthouden

Gelijke hoeken hebben dezelfde grootte, dus hetzelfde aantal graden.

Vooraf bij snijdende lijnen en bij evenwijdige lijnen kom je ze veel tegen:

- Bij snijdende lijnen zijn de **overstaande hoeken** of **X-hoeken** gelijk.
- Bij evenwijdige lijnen zijn de **F-hoeken** en de **Z-hoeken** gelijk.



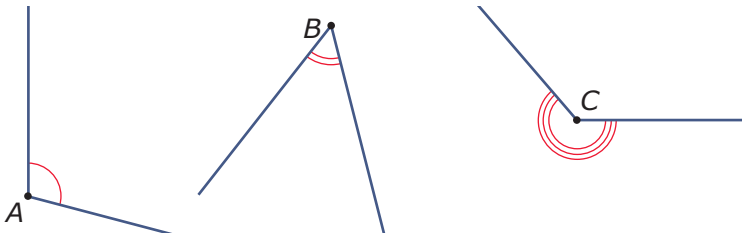
Figuur 4.4

De lijn die een hoek in twee gelijke hoeken verdeelt, heet de **deellijn** of **bissectrice** van die hoek. Een deellijn van een hoek teken je door het aantal graden van de hoek door twee te delen. Soms moet je dat aantal graden eerst nog meten.

Verwerken

★ Opgave 4.1

Teken in elke hoek op het **werkblad** de deellijn.



Figuur 4.5

★ Opgave 4.2

Teken de hoeken en teken er een deellijn in.

- a $\angle A = 104^\circ$
- b $\angle B = 36^\circ$
- c $\angle C = 75^\circ$
- d $\angle D = 260^\circ$

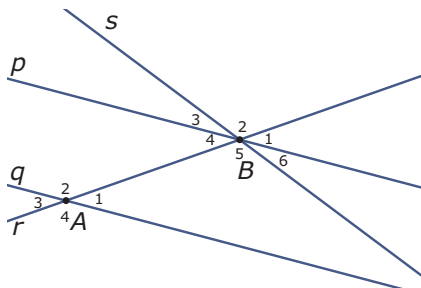
★ Opgave 4.3

Teken $\triangle ABC$ met $\angle A = 50^\circ$, $AB = 6$ cm en $AC = 4$ cm.

- a Laat zien dat de bissectrices van de hoeken van deze driehoek door één punt S gaan.
- b Om punt S zitten zes hoeken. Geef met gelijke tekentjes aan welke van die hoeken gelijk zijn.

★ Opgave 4.4

In deze figuur zijn de lijnen p en q evenwijdig.



Figuur 4.6

- a Welke hoeken zijn gelijk aan $\angle A_1$ en waarom?
- b Waarom zijn $\angle A_2$ en $\angle B_5$ niet gelijk?
- c Welke hoek is wel gelijk aan $\angle B_5$ en waarom?

★ Opgave 4.5

Gegeven is een parallellogram $ABCD$ met $AB = 6$ cm en $AD = 4$ cm. Verder is $\angle BAD = 50^\circ$.

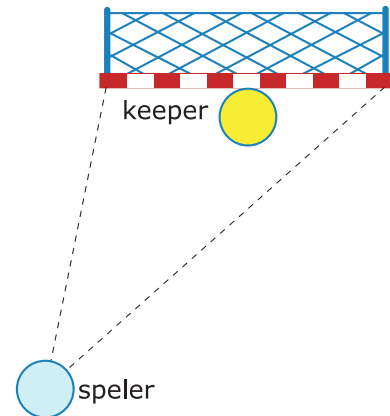
- a Teken dit parallellogram.
- b Welke hoek van dit parallellogram is gelijk aan $\angle BAD$ en waarom?

Toepassen

Zara is ook keeper in een handbalteam.

Als ze bij een handbalwedstrijd een speler op zich af ziet komen om te scoren, kan ze het beste uitlopen langs de deellijn van de hoek waaronder de speler het doel ziet. Dan wordt voor de aanvaller de hoek om te scoren aan beide kanten gelijk en dus zo klein mogelijk.

Hier zie je een bovenaanzicht van de situatie.



Figuur 4.7

★★ Opgave 4.6: Keeper bij handbal

Bekijk het bovenaanzicht van een doorgebroken handbalspeelster die wil scoren in **Toepassen**.

Langs welke lijn moet de keeper op de speelster af bewegen?

Teken die lijn op het **werkblad**.

★★★ Opgave 4.7: Keeper bij voetbal

Het uitlopen van de doelman op een doorgebroken speler die op doel wil schieten is een mooi voorbeeld van het toepassen van een deellijn.

Bij een voetbalwedstrijd heeft een speler vanaf de punt van het strafschopgebied een vrije schietkans op doel. De keeper komt uit zijn doel om het scoren te bemoeilijken.

Teken hoe hij moet uitlopen. In de **Wikipedia: voetbalveld** vind je de afmetingen van een voetbalveld.

1.5 Hoeken berekenen

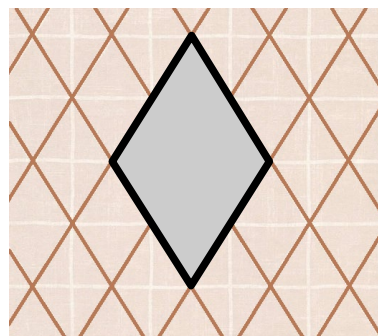
Inleiding

Nu Zara het ruitjesbehang op haar twee schuine wanden heeft geplakt, wil ze op één van die wanden een spiegeltje hangen.

Het lijkt haar erg leuk als zo'n spiegeltje dezelfde vorm kan hebben als de ruitjes van haar behang.

Zo'n spiegeltje moet ze laten maken. En daarvoor heeft ze een precieze tekening op maat nodig. Ze moet dus alle hoeken van de ruit weten.

Als ze het ruitjesbehang bekijkt, dan ziet ze heel veel gelijke hoeken. Als ze één hoek opmeet, kan ze alle andere hoeken zelf wel berekenen!



Figuur 5.1

Je leert in dit onderwerp

- hoeken berekenen door te werken met X-, F- en/of Z-hoeken, rechte hoeken en gestrekte hoeken;
- de som van de hoeken van een driehoek gebruiken.

Voorkennis

- de begrippen hoek, hoekpunt, benen, graden, grootte van een hoek;
- aangeven of een hoek recht, stomp, scherp, gestrekt, of overstrekt is en hoeveel graden daarbij hoort;
- hoeken meten en een hoek tekenen als het aantal graden is gegeven;
- X-, F- en/of Z-hoeken gebruiken om hoeken te berekenen;
- de bissectrice (deellijn) van een hoek tekenen;
- de namen van vlakke figuren en ze tekenen als er hoeken en lengtes zijn gegeven.

Voor de docent

Bij het onderdeel 'Hoeken berekenen' gaat het erom dat leerlingen leren hoeken te berekenen met behulp van de kennis uit het voorgaande onderdeel. Hier wordt daar aan toegevoegd de stelling dat de som van de hoeken van een driehoek 180° is. Het bewijs daarvan leveren de leerlingen zelf in de eerste opdracht. Je geeft de opdrachten mondeling.

Gewenste materialen:

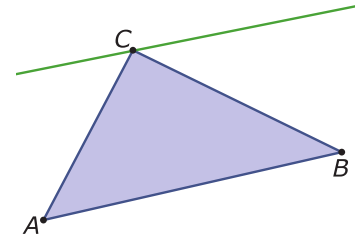
- Schrijfmateriaal voor op de verticale uitwisbare werkvlakken, ook geodriehoeken.
- Een werkblad bij de tweede opdracht om uit te delen.

Opdracht 5.1

Zara ziet bij een vriendin een driehoekig tafeltje. Zoiets wil ze zelf ook wel en met verschillende hoeken. Haar moeder maakt dat dan wel als ze de gewenste hoeken vertelt. Haar moeder zegt, dat het voldoende is om van twee hoeken het aantal graden op te geven. Hé denkt Zara, waarom moet ze ze niet alle drie weten?

Teken een driehoek ABC met door hoekpunt C een lijn evenwijdig aan AB .

Geef gelijke hoeken in de figuur aan en laat daarmee zien dat de som van de drie hoeken van een driehoek altijd op hetzelfde getal moet uitkomen.



Figuur 5.2

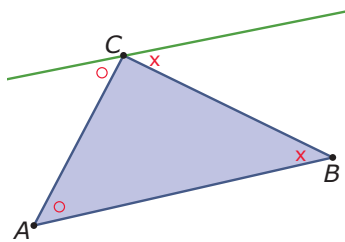
Toelichting

Geef de opdracht mondeling.

Mogelijke hulpvragen: “Herken je F-, of Z-hoeken in je figuur? Geef die dan aan met een kruisje of een rondje.”, “Waar liggen de drie hoeken van de driehoek op één lijn?” en “Hoeveel graden is een gestrekte hoek ook alweer?”.

Bespreek na afloop nog even waarom voor elke driehoek de hoekensom 180° is, door erop te wijzen dat alle groepjes een andere driehoek hebben (hopelijk).

Uitwerking

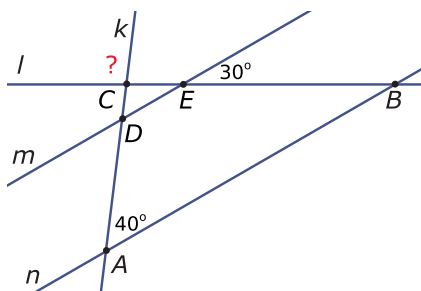


Figuur 5.3

De som van de hoeken van een driehoek is altijd 180° .

Opdracht 5.2

In de figuur zijn de lijnen m en n evenwijdig.



Figuur 5.4

Bereken de hoek met het vraagteken erin.

— **Toelichting** —

Geef de opdracht mondeling, deel het **informatieblad** uit.

Mogelijke hulpvragen zijn: “Wat betekent de evenwijdigheid van m en n voor andere hoeken?”, “Welke hoeken weet je nu ook?” en “Kun je iets met een driehoek doen?”.

— **Uitwerking** —

- $\angle ABE = 30^\circ$ (Z-hoeken).
- $\angle ACB = 180^\circ - 30^\circ - 40^\circ = 110^\circ$ (hoekensom driehoek).

De gevraagde hoek is gelijk aan $\angle ACB$ en dus ook 110° .

Er kunnen natuurlijk andere wegen worden bewandeld.

Opdracht 5.3

Teken $\triangle ABC$ met $\angle A = 60^\circ$, $\angle C = 40^\circ$ en $AB = 30$ cm.

— **Toelichting** —

Geef de opdracht mondeling.

Hulpvragen lijken hier nauwelijks nodig, de leerlingen lopen er wel vrij snel tegenaan dat ze $\angle B$ zouden moeten weten. Het gebruik van de hoekensom van een driehoek ligt dan wel voor de hand. Eventueel kun je terug verwijzen naar de voorgaande opdrachten.

— **Uitwerking** —

Bereken eerst $\angle B = 180^\circ - 60^\circ - 40^\circ = 80^\circ$.

Teken nu lijnstuk AB .

Zet $\angle A$ en $\angle B$ zo op dit lijnstuk dat er een driehoek ontstaat met de juiste $\angle C$.

Opdracht 5.4

Bekijk wat iedereen heeft gemaakt en heeft bedacht over hoeken berekenen. Hier komt de som van de hoeken van een driehoek aan bod.

Maak een eigen overzicht in combinatie met de kennis uit het voorgaande onderdeel.

— **Toelichting** —

Loop samen met de leerlingen de overzichten na en kom zo tot een bruikbaar totaaloverzicht. Het lijkt verstandig om ook de kennis van het voorgaande onderdeel hierbij mee te nemen. Ieder schrijft het voor zichzelf op.

— **Uitwerking** —

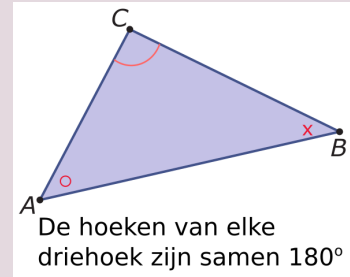
Het theorieblok geeft het gewenste overzicht.

Theorie

Om te onthouden

Vaak is het nauwkeuriger om hoeken niet te meten, maar de grootte ervan te berekenen. Je kunt **hoeken berekenen** door gebruik te maken van:

- Als twee hoeken samen een rechte hoek vormen (90°) en je weet er één, dan weet je ook de andere.
- Als twee hoeken samen een gestrekte hoek vormen (180°) en je weet er één, dan weet je ook de andere.
- Als twee hoeken samen een volle hoek vormen (360°) en je weet er één, dan weet je ook de andere.
- Een deellijn verdeelt een hoek in twee gelijke hoeken. Weet je er één van, dan weet je ook de andere.
- Overstaande hoeken (X-hoeken) zijn gelijk.
- Als twee evenwijdige lijnen worden gesneden door een derde lijn, dan zijn de F-hoeken en de Z-hoeken gelijk.
- De **hoeken van een driehoek** zijn samen 180° . Weet je de grootte van twee hoeken, dan kun je de derde hoek uitrekenen.



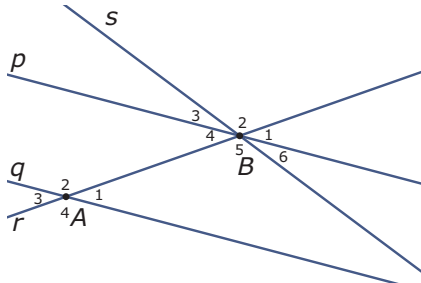
Figuur 5.5

Verwerken

★ Opgave 5.1

In de figuur zijn de lijnen p en q evenwijdig.

Verder zijn $\angle A_1 = 40^\circ$ en $\angle B_6 = 30^\circ$. Bereken alle andere hoeken.



Figuur 5.6

★ Opgave 5.2

Van driehoek ABC is $\angle A = 110^\circ$ en $\angle B = 60^\circ$.

Hoe groot is $\angle C$?

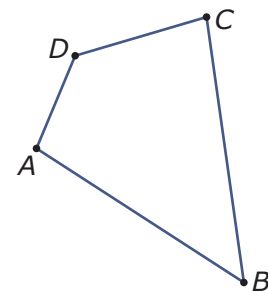
★ Opgave 5.3

Teken $\triangle ABC$ met $\angle B = 50^\circ$, $\angle C = 100^\circ$ en $AC = 4$ cm.

★★ Opgave 5.4

Je ziet een vierhoek $ABCD$.

- Hoe kun je de vierhoek in twee driehoeken verdelen? Geef twee mogelijkheden.
- Hoeveel graden zijn de hoeken van deze vierhoek samen?
- Geef een voorbeeld van een vierhoek die je maar op één manier in twee driehoeken kunt verdelen.
- Zijn er ook vierhoeken die je niet in twee driehoeken kunt verdelen?
 - ja
 - nee
- Hoeveel graden zijn de hoeken van elke vierhoek samen?



Figuur 5.7

★★ Opgave 5.5

In een rechthoek $ABCD$ snijden de diagonalen AC en BD elkaar in punt S . Verder is gegeven dat $\angle BAC = 32^\circ$.

- Bereken de grootte van $\angle ACB$.
- Bereken de grootte van $\angle ASB$.

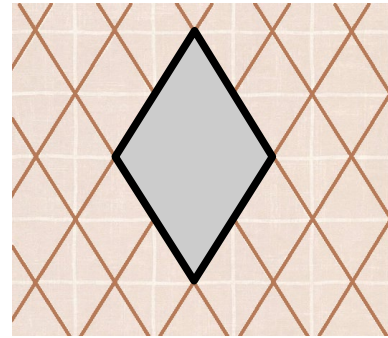
Toepassen

Je ziet Zara's spiegeltje. Het heeft dezelfde vorm als de ruitjes van haar behang. De zijden zijn 20 cm.

Ze moet dit op maat laten maken, want de hoeken moeten precies kloppen.

De onderste hoek van het spiegeltje is 65° , dat heeft ze opgemeten.

Nu gaat ze een tekening op maat maken.



Figuur 5.8

★★ Opgave 5.6

Maak de tekening op maat die in **Toepassen** is bedoeld zonder nog een hoek uit te rekenen.

★★★ Opgave 5.7

Het lijkt Zara handiger om ook die grotere hoek van de ruit uit te rekenen.

- Hoe kun je die hoek uitrekenen door evenwijdige lijnen te gebruiken?
- Hoe kun je die hoek uitrekenen door gebruik te maken van het feit dat de hoeken van een driehoek samen 180° zijn?
- Zara heeft die grote hoek zelf ook uitgerekend. Hoe tekent ze nu het spiegeltje?

1.6 Totaalbeeld

Samenvatten

Begrippenlijst

- hoek, hoekpunt, benen — scherpe hoek, rechte hoek, stompe hoek, gestrekte hoek, overstrekte hoek
- graden — gradenboog
- meetkundige constructie
- gelijke hoeken — overstaande hoeken (X-hoeken), F-hoeken, Z-hoeken — bissectrice, deellijn
- hoekensom driehoek

Activiteitenlijst

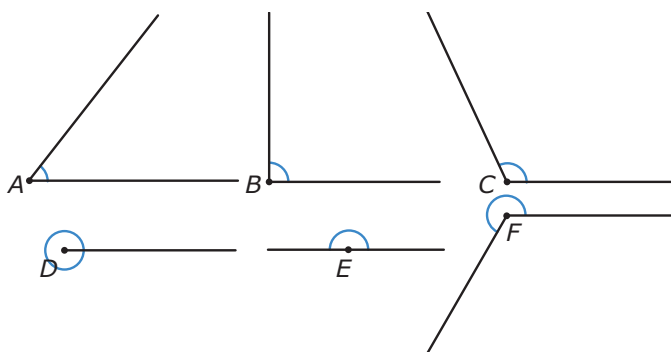
- de begrippen hoek met hoekpunt en benen en scherpe, stompe, rechte, gestrekte en overstrekte hoeken herkennen;
- het begrip 'graad' en het meten van hoeken in graden;
- hoeken tekenen als het aantal graden ervan is gegeven;
- de deellijn (bissectrice) van een hoek tekenen, werken met X-hoeken (overstaande hoeken), F-hoeken en Z-hoeken;
- de grootte van hoeken beredeneren, de som van de hoeken van een driehoek gebruiken.

Opgave 6.1

Teken een $\angle A$. Zet er op de juiste plaats de woorden 'hoekpunt' en 'been' (twee keer) bij en zet de letter bij het hoekpunt. Waarom is een boogje in de hoek nodig?

Opgave 6.2

Hier zie je zes verschillende hoeken. Ze staan ook op het [werkblad](#).



Figuur 6.1

- Schrijf bij elk van de hoeken of hij scherp, stomp, recht, gestrekt of overstrekt is. Zet in de rechte hoek het rechthoekteken.
- Zet in elke hoek het juiste aantal graden.

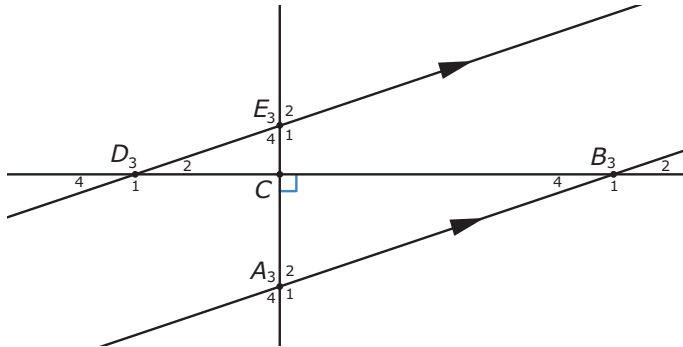
Opgave 6.3

Met een geodriehoek kun je hoeken tekenen.

- Teken $\angle A = 24^\circ$ en $\angle B = 100^\circ$.
- Teken in $\angle A$ en in $\angle C$ een deellijn.

Opgave 6.4

In deze figuur kun je gelijke X-hoeken, F-hoeken en Z-hoeken herkennen.



Figuur 6.2

- Schrijf van elk van deze drie soorten gelijke hoeken één paar op. Geef de hoeken met drie letters aan of met behulp van een genummerde letter.
- De vier hoeken bij punt C zijn recht en $\angle A_1 = 110^\circ$. Hoe groot is dan $\angle CDE$?

Opgave 6.5

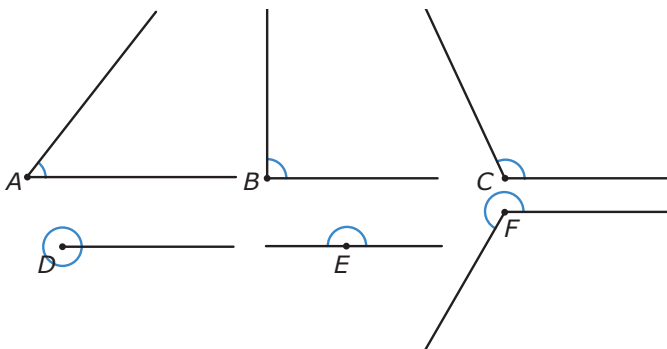
Met drie gegevens kun je een driehoek tekenen.

- Teken $\triangle ABC$ met $AB = 5$ cm, $\angle A = 40^\circ$ en $\angle B = 60^\circ$ cm.
- Teken $\triangle KLM$ met $KL = 6$ cm, $\angle K = 40^\circ$ en $\angle M = 110^\circ$.

Testen

★ Opgave 6.6

Deze zes hoeken vind je ook op het [werkblad](#).



Figuur 6.3

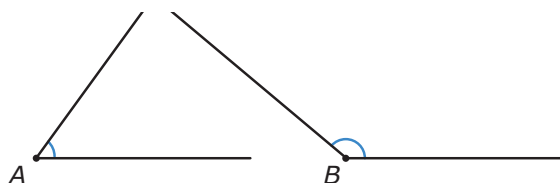
- In welke hoek hoort eigenlijk geen boogje te staan? Wat moet er wel staan?
- Zet de hoeken op volgorde van klein naar groot met behulp van het kleinerdanteken $<$.

★ **Opgave 6.7**

Teken de hoeken $\angle A = 32^\circ$, $\angle B = 161^\circ$, $\angle C = 199^\circ$ en zet bij elke hoek of hij scherp, stomp, recht, gestrekt of overstrekt is.

★ **Opgave 6.8**

Teken op het **werkblad** in deze twee hoeken een deellijn en schrijf in je figuren hoe groot de beide delen van de hoek zijn.

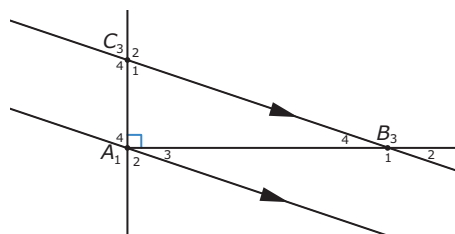


Figuur 6.4

★ **Opgave 6.9**

Je ziet hier een figuur met twee evenwijdige lijnen. Gegeven is $\angle A_2 = 68^\circ$.

- a Bereken de grootte van $\angle B_4$.
- b Bereken de grootte van $\angle C_2$.



Figuur 6.5

★★ **Opgave 6.10**

De hoeken A_1 en A_2 vormen samen een gestrekte hoek en $\angle A_1$ is twee keer zo groot als $\angle A_2$.

Bereken de grootte van A_1 .

★ **Opgave 6.11**

Teken de driehoeken.

- a $\triangle KLM$ met $\angle L = 40^\circ$, $KM = 4$ en $KL = 5$ cm.
- b $\triangle PQR$ met $\angle P = 40^\circ$, $\angle Q = 60^\circ$ en $QR = 4$ cm.

Toepassen

★★ Opgave 6.12: Hoeken in de sport

De start is een van de belangrijkste elementen van de 100 meter sprint met atletiek. Wanneer een sprinter uit de startblokken komt, maakt hij eigenlijk een valbeweging. Dat betekent dat hij een hoek van 45° of minder maakt met de atletiekbaan.

- Voor een perfecte start moet de hardloper een hoek van 45° of minder maken met de atletiekbaan. Meet de hoek die de hardloper maakt met de baan. Is dit een perfecte valbeweging?
- Maak een schatting van het aantal graden dat de linkerbovenarm maakt met de onderarm.
- Kijk naar de rechterarm van de hardloper. Is de hoek die de onderarm met de bovenarm maakt een scherpe, rechte, stompe of een gestrekte hoek?
- Zie je een scherpe hoek in de afbeelding van de hardloper? Zo ja welke?
- Zie je een gestrekte hoek in de afbeelding?



Figuur 6.6

★★ Opgave 6.13: Hoe ver uit de kust?

Een schip vaart 's nachts evenwijdig aan de (rechte) kust van Noord-Holland. Op een bepaalde positie ziet de stuurman de vuurtoren van Egmond aan Zee onder een hoek van 20° ten opzichte van de vaarrichting van het schip. Na 5 km varen ziet de stuurman diezelfde vuurtoren onder een hoek van 60° met de vaarrichting.

Maak een tekening op schaal van deze situatie en bepaal hoe ver de afstand van het schip tot de kust is.

★★★ Opgave 6.14: De wijzers van een klok

Bekijk de klokapplet

De wijzers van een klok maken voortdurend een hoek met elkaar. Om drie uur maken de minutenwijzer en de urenwijzer een rechte hoek met elkaar. Maar hoe groot is die hoek op een willekeurig tijdstip?

Als de minutenwijzer een compleet rondje maakt, draait de urenwijzer 1 uur en dat is $\frac{1}{12} \cdot 360^\circ = 30^\circ$.

Als het bijvoorbeeld 1:15 uur is, dan staat de minutenwijzer precies op de 3 en heeft hij 90° afgelegd vanaf de verticale stand. In een kwartier legt de urenwijzer $\frac{1}{4} \times 30 = 7,5^\circ$ af. De urenwijzer heeft daarom $30^\circ + 7,5^\circ = 37,5^\circ$ afgelegd vanaf de verticale stand. De hoek tussen beide wijzers is daarom $52,5^\circ$.



Figuur 6.7

- Bereken de hoek tussen beide wijzers als het 5 over 3 is.
- Welke hoek maken de minutenwijzer en de urenwijzer met elkaar om 12:25 uur?



- c** Welke hoek maken de wijzers met elkaar om 7:35 uur?
- d** Welke hoek maken de wijzers met elkaar om 11:19 uur?
- e** Om 0:00 uur maken de urenwijzer en de minutenwijzer een hoek van 0° . Op welke tijdstippen is dat weer zo? Geef nauwkeurige antwoorden, ook in delen van minuten.

Leerdoelentabel

In het achter de opgave kun je aangeven hoe je de opgave hebt gemaakt:

✓ goed gemaakt — **S** wel begrepen maar een slordige fout gemaakt — **H** hulp nodig gehad — **G** samen met groepje goed gemaakt — **X** fout gemaakt en niet goed begrepen — **N** niet bekeken

1	Hoeken	★	★★	★★★
	Een hoek noteren door het hoekpunt een naam te geven en herkennen welke de benen hij heeft.	1.1 <input type="checkbox"/> 1.4 <input type="checkbox"/> 1.5 <input type="checkbox"/> 1.6 <input type="checkbox"/> T6.6 <input type="checkbox"/>	1.7 <input type="checkbox"/> T6.12 <input type="checkbox"/>	1.8 <input type="checkbox"/>
	Aangeven of een hoek recht, stomp, scherp, gestrekt, overstrekt of een volle hoek is.	1.1 <input type="checkbox"/> 1.2 <input type="checkbox"/> 1.4 <input type="checkbox"/> 1.5 <input type="checkbox"/> 1.6 <input type="checkbox"/> T6.6 <input type="checkbox"/>	1.7 <input type="checkbox"/>	1.8 <input type="checkbox"/>
	Aangeven of een hoek groter of kleiner is dan een andere hoek.	1.1 <input type="checkbox"/> 1.3 <input type="checkbox"/> 1.4 <input type="checkbox"/> 1.5 <input type="checkbox"/> T6.6 <input type="checkbox"/> T6.7 <input type="checkbox"/>	1.7 <input type="checkbox"/> T6.12 <input type="checkbox"/>	1.8 <input type="checkbox"/>
2	Hoeken meten	★	★★	★★★
	Het vlak verdelen in 360 graden en schatten hoeveel graden een hoek is.	2.1 <input type="checkbox"/> 2.2 <input type="checkbox"/> 2.3 <input type="checkbox"/>	2.6 <input type="checkbox"/> 2.7 <input type="checkbox"/>	
	Berekenen hoeveel graden een rechte en een gestrekte hoek zijn en aangeven tussen welke aantallen graden een scherpe, een stompe en een overstreckte hoek liggen.	2.1 <input type="checkbox"/> 2.2 <input type="checkbox"/> 2.3 <input type="checkbox"/>	2.6 <input type="checkbox"/> 2.7 <input type="checkbox"/>	
	Hoeken opmeten met de geodriehoek en uitdrukken in graden.	2.1 <input type="checkbox"/> 2.2 <input type="checkbox"/> 2.3 <input type="checkbox"/> 2.4 <input type="checkbox"/> 2.5 <input type="checkbox"/>	2.6 <input type="checkbox"/> 2.7 <input type="checkbox"/>	
3	Hoeken tekenen	★	★★	★★★
	Een hoek tekenen met een geodriehoek als het aantal graden gegeven is.	3.2 <input type="checkbox"/> 3.3 <input type="checkbox"/> 3.5 <input type="checkbox"/> T6.7 <input type="checkbox"/> T6.11 <input type="checkbox"/>	3.4 <input type="checkbox"/> T6.13 <input type="checkbox"/>	3.6 <input type="checkbox"/>
	Een vlakke figuur met gegeven lengtes en hoeken tekenen.	3.3 <input type="checkbox"/> 3.5 <input type="checkbox"/> T6.11 <input type="checkbox"/>	3.4 <input type="checkbox"/> T6.13 <input type="checkbox"/>	3.6 <input type="checkbox"/>
4	Gelijke hoeken	★	★★	★★★
	Een deellijn of bissectrice tekenen.	4.1 <input type="checkbox"/> 4.2 <input type="checkbox"/> 4.3 <input type="checkbox"/> T6.8 <input type="checkbox"/>	4.6 <input type="checkbox"/>	4.7 <input type="checkbox"/>
	Gelijke (even grote) hoeken herkennen met behulp van X-, F- en/of Z-hoeken.	4.3 <input type="checkbox"/> 4.4 <input type="checkbox"/> 4.5 <input type="checkbox"/> T6.9 <input type="checkbox"/>		
5	Hoeken berekenen	★	★★	★★★
	Hoeken berekenen door te werken met X-, F- en/of Z-hoeken, rechte hoeken en gestrekte hoeken.	5.1 <input type="checkbox"/> 5.3 <input type="checkbox"/> T6.9 <input type="checkbox"/>	5.4 <input type="checkbox"/> 5.5 <input type="checkbox"/> 5.6 <input type="checkbox"/> T6.10 <input type="checkbox"/>	5.7 <input type="checkbox"/> T6.14 <input type="checkbox"/>
	De som van de hoeken van een driehoek gebruiken.	5.2 <input type="checkbox"/> 5.3 <input type="checkbox"/>	5.4 <input type="checkbox"/> 5.5 <input type="checkbox"/>	5.7 <input type="checkbox"/>

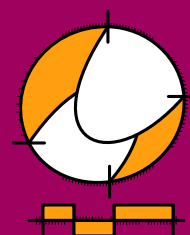
Het lesmateriaal in deze reader is gebaseerd op het materiaal dat ook op de Math4All website staat.

De reader is gegenereerd met de Math4All maatwerkdienst. De inhoud en de volgorde van de onderwerpen in deze reader zijn gekozen door docenten van het ConTeXt College.

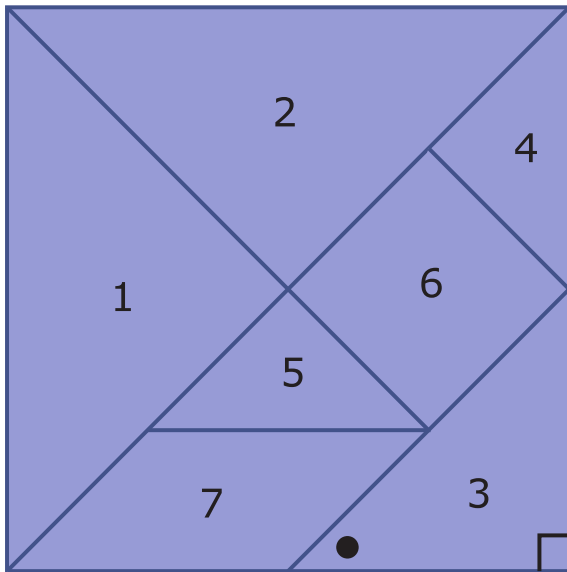
Stichting Math4All



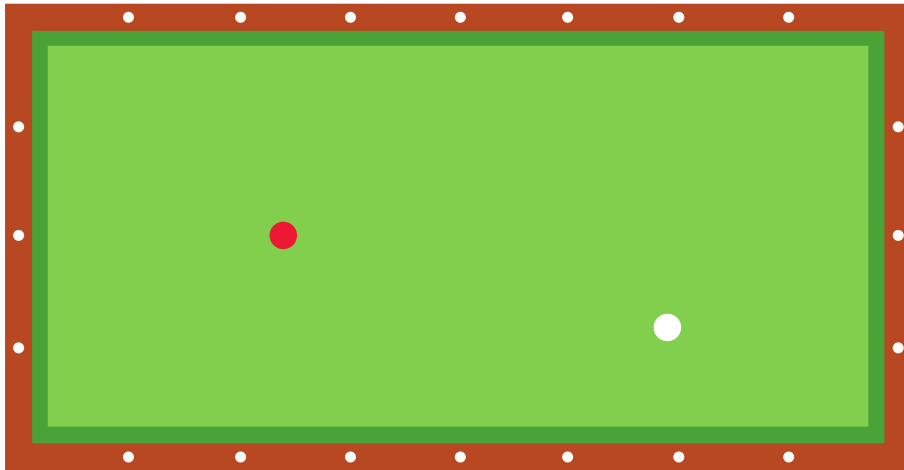
www.math4all.nl



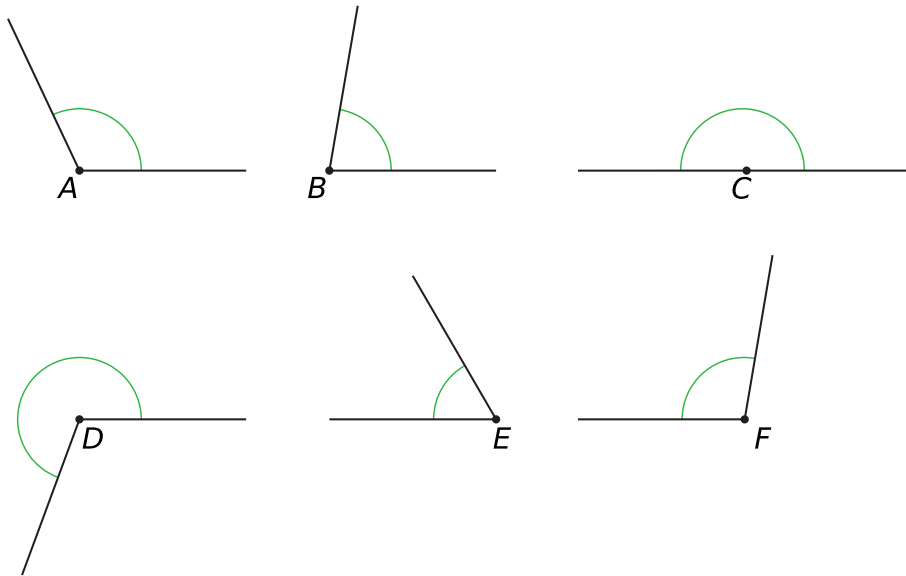
Werkblad bij Opgave 1.2 op pagina 10



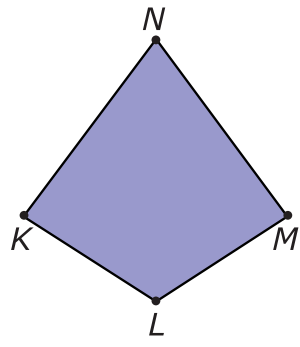
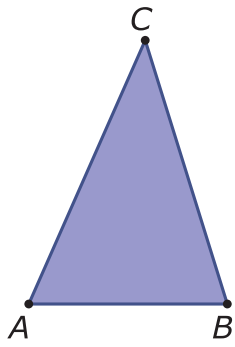
Werkblad bij Opgave 1.8 op pagina 13



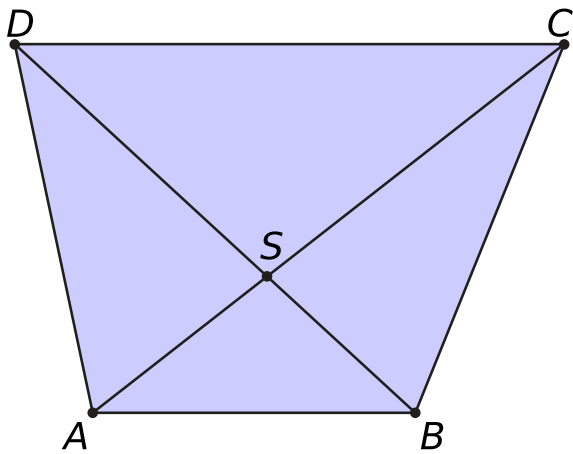
Werkblad bij Opgave 2.1 op pagina 18.



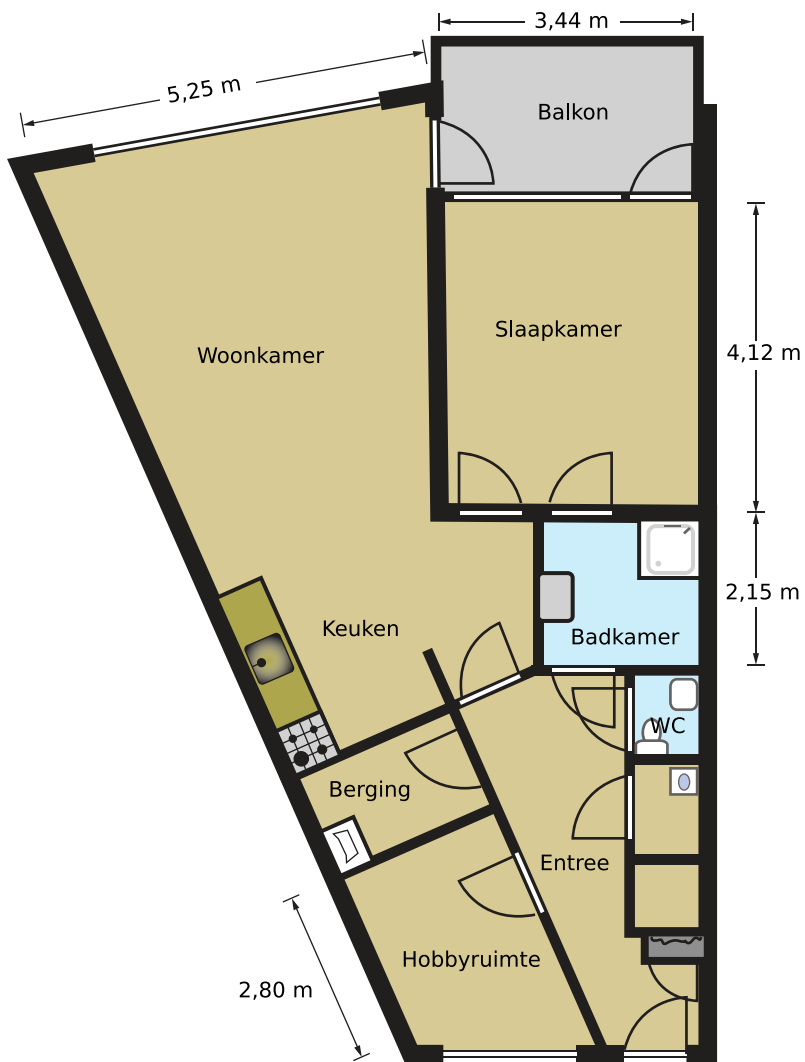
Werkblad bij Opgave 2.2 op pagina 18.



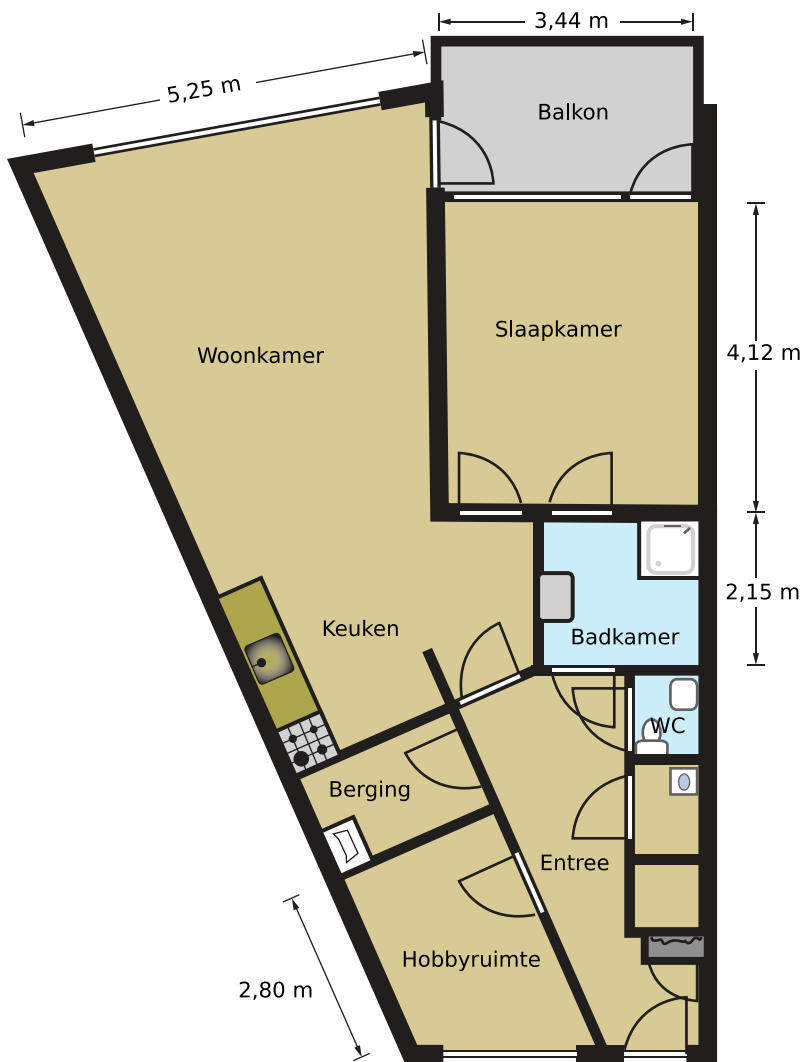
Werkblad bij Opgave 2.3 op pagina 18.



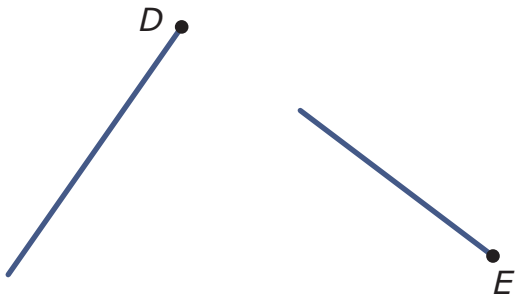
Werkblad bij Opgave 2.6 op pagina 20.



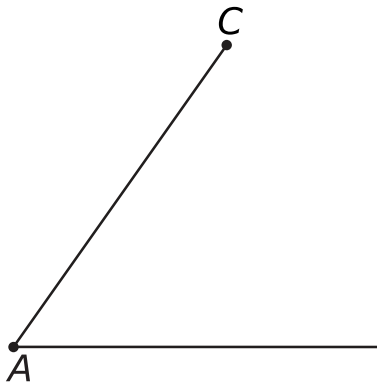
Werkblad bij Opgave 2.7 op pagina 20.



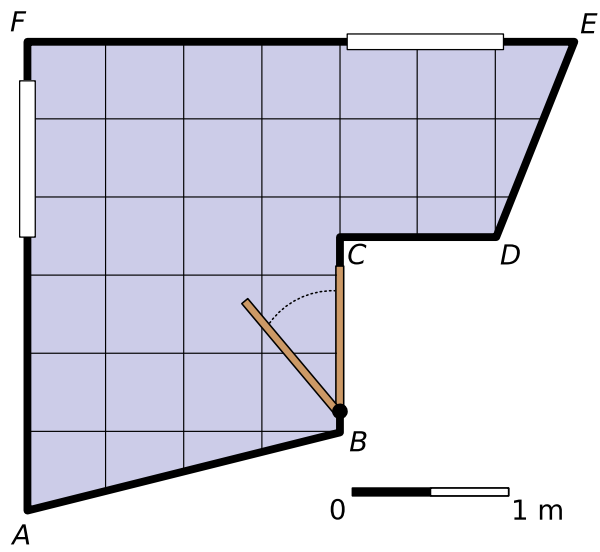
Werkblad bij Opgave 3.1 op pagina 25.



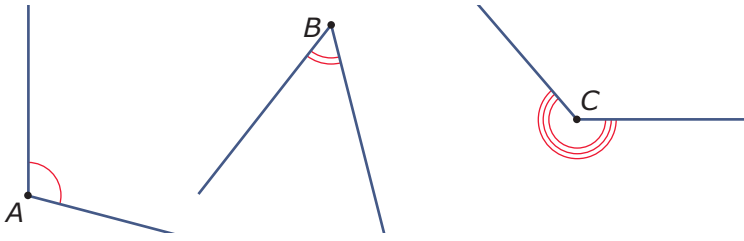
Werkblad bij Opgave 3.3 op pagina 25.



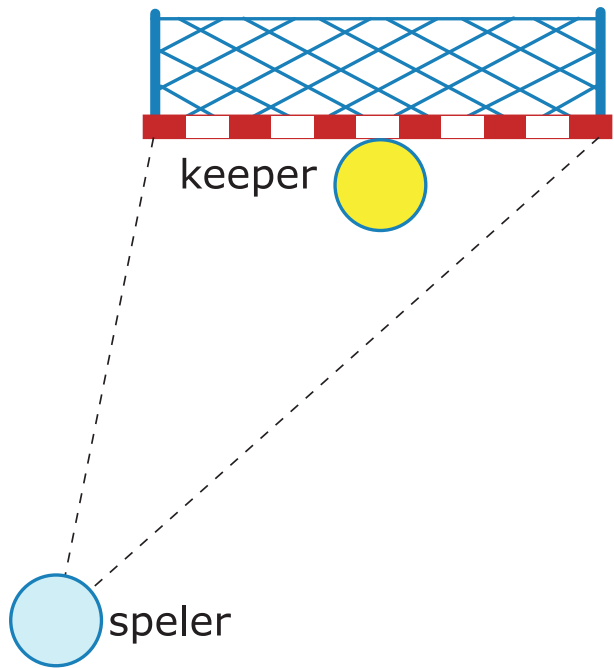
Werkblad bij Opgave 3.6 op pagina 26.



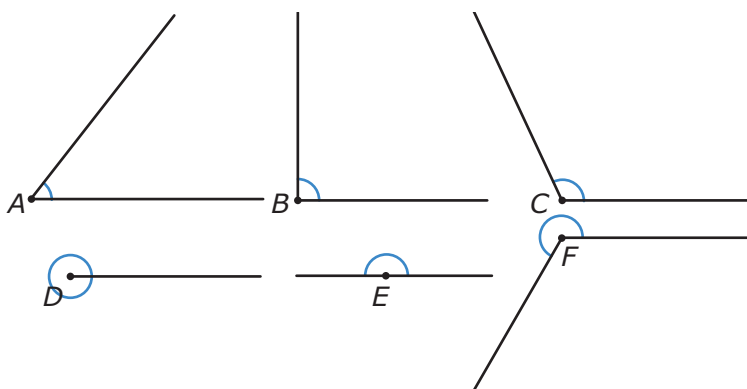
Werkblad bij Opgave 4.1 op pagina 31.



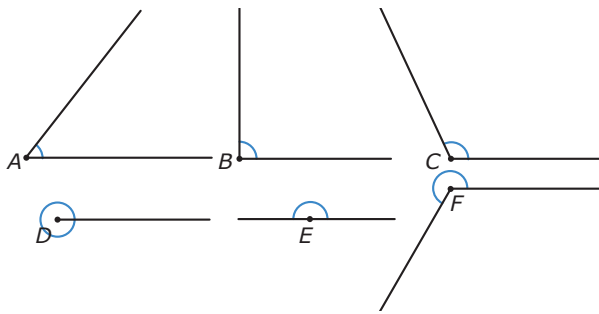
Werkblad bij Opgave 4.6 op pagina 32.



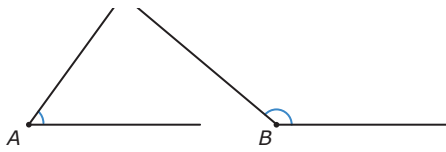
Werkblad bij Opgave 6.2 op pagina 39.



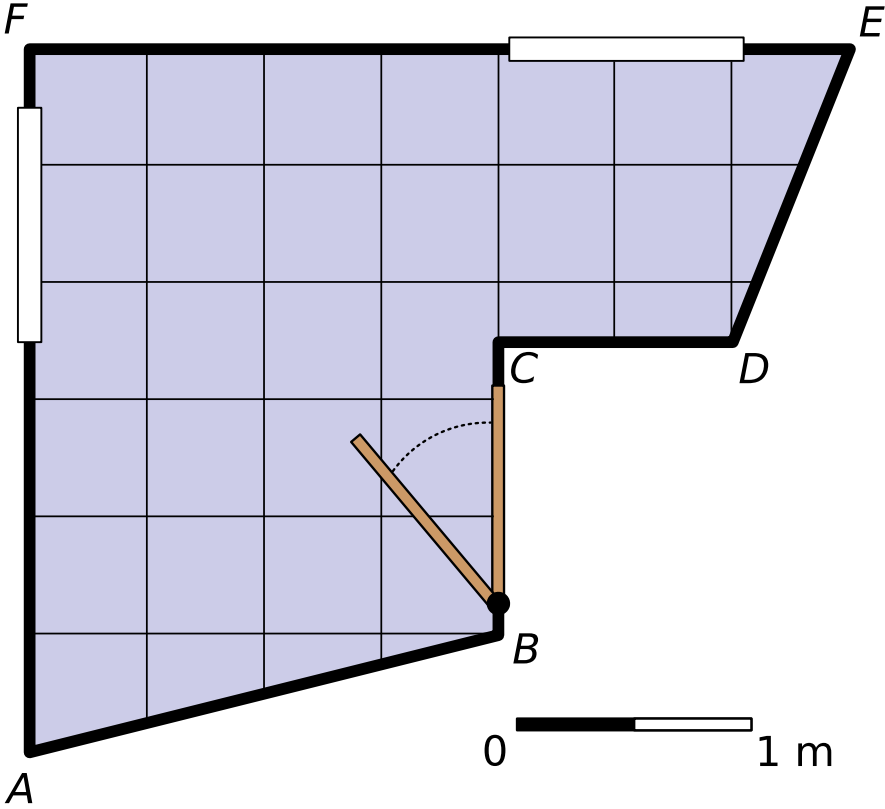
Werkblad bij Opgave 6.6 op pagina 40.



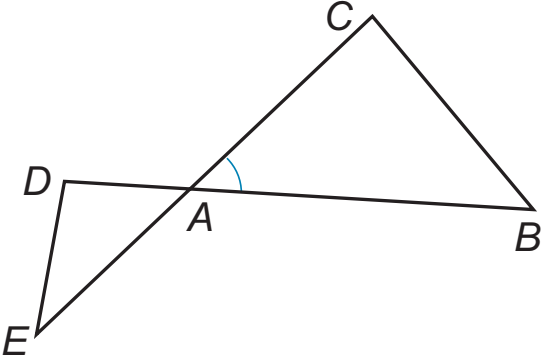
Werkblad bij Opgave 6.8 op pagina 41.



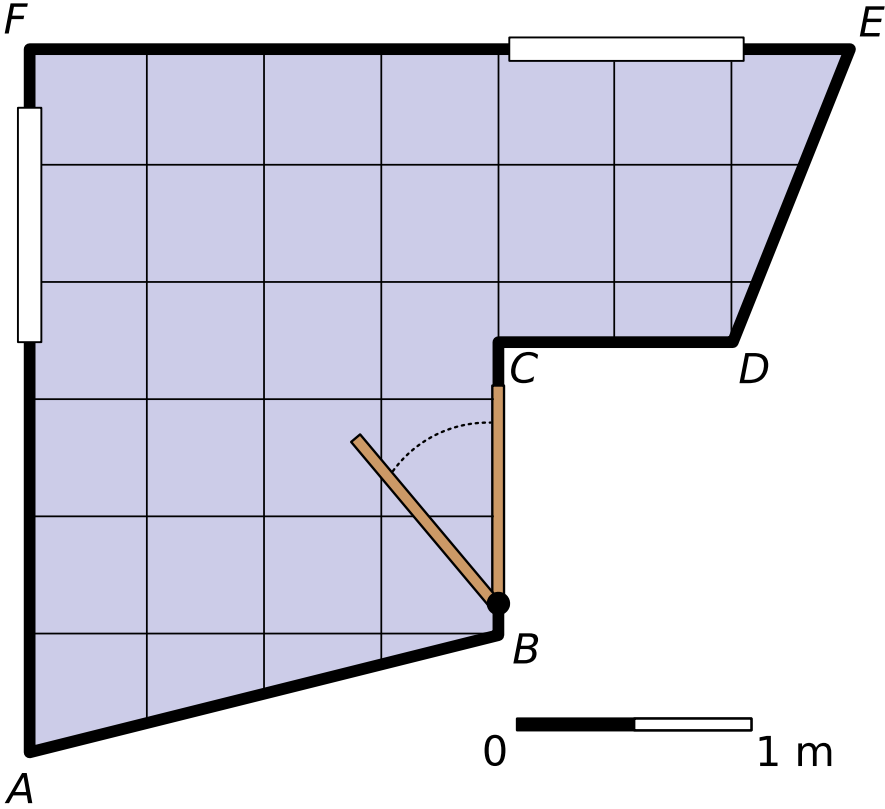
Informatieblad bij Opdracht 1.1



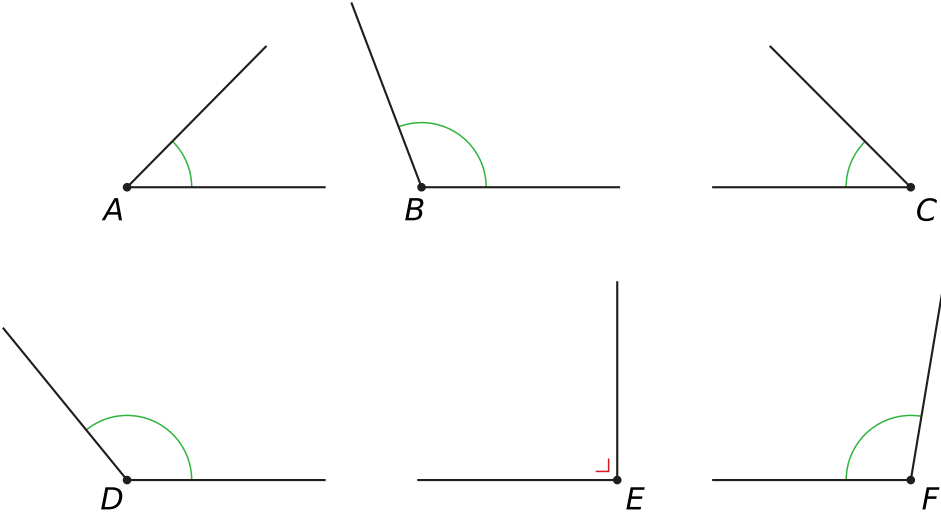
Informatieblad bij Opdracht 1.2



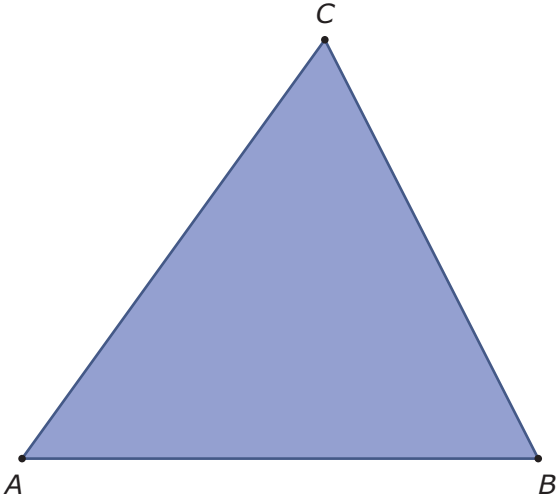
Informatieblad bij Opdracht 2.1



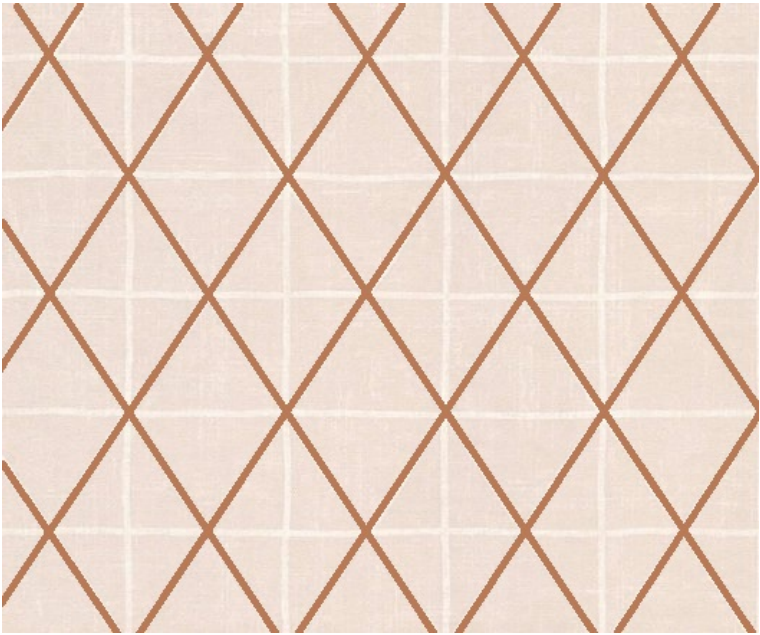
Informatieblad bij Opdracht 2.2



Informatieblad bij Opdracht 2.3

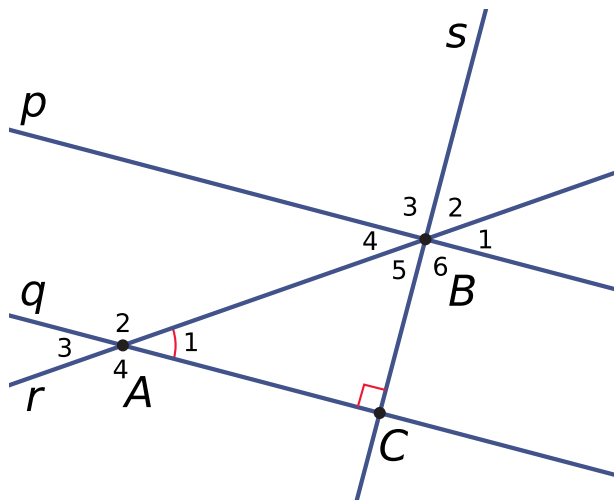


Informatieblad bij Opdracht 4.1



Informatieblad bij Opdracht 4.1

In deze figuur zijn de lijnen p en q evenwijdig. Verder is $\angle A_1 = 34^\circ$.



Informatieblad bij Opdracht 5.2

