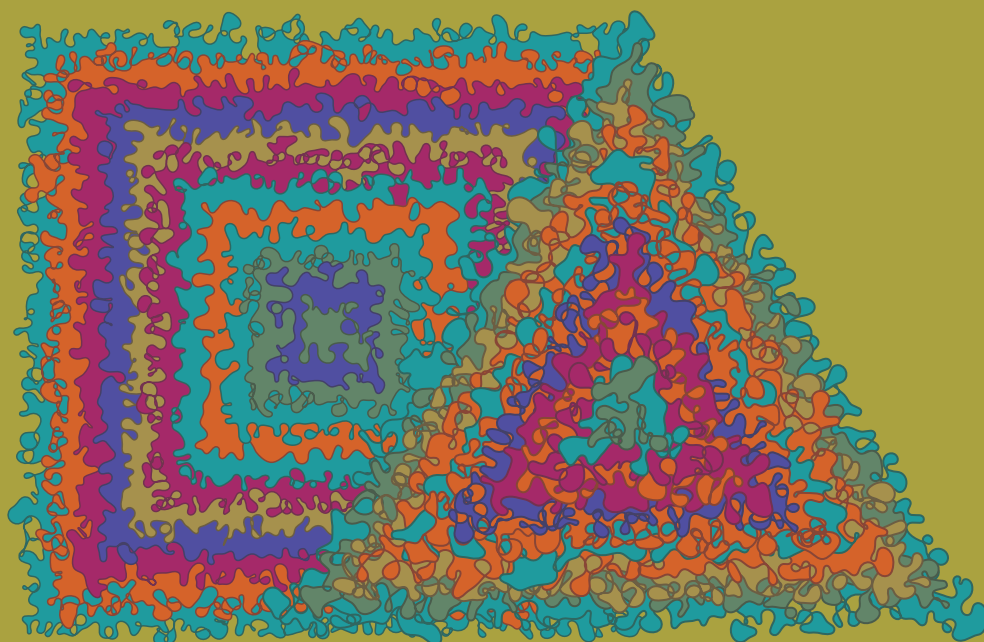


**Wiskunde**

# **1 VMBO**

**Katern 4 / Theorie**

**ConTeXt College**





© 2024

Het auteursrecht op dit lesmateriaal berust bij Stichting Math4All. Math4All is derhalve de rechthebbende zoals bedoeld in de hieronder vermelde creative commons licentie.

Het lesmateriaal is met zorg samengesteld en getest. Stichting Math4All aanvaardt geen enkele aansprakelijkheid voor onjuistheden en/of onvolledigheden in de module. Ook aanvaardt Math4All geen enkele aansprakelijkheid voor enige schade, voortkomend uit (het gebruik van) dit lesmateriaal

Voor deze module geldt een Creative Commons Naamsvermelding Niet Commercieel 3.0 Nederland Licentie. (zie <http://creativecommons.org/licenses/by/3.0>).

Dit lesmateriaal is open, gratis en vrij toegankelijk lesmateriaal afkomstig van Stichting Math4All en is speciaal ontwikkeld voor het vak wiskunde in het voortgezet onderwijs. Het lesmateriaal op de website [www.math4all.nl](http://www.math4all.nl) is afgestemd op kerndoelen wiskunde, tussendoelen wiskunde en eindtermen voor de vakken wiskunde A, B en C. Dit lesmateriaal is mediumneutraal ontwikkeld en op diverse manieren te bekijken en te gebruiken. Voor informatie en vragen kunt u contact opnemen via [info@math4all.nl](mailto:info@math4all.nl). Ook houden we ons altijd aanbevolen voor suggesties, verbeteringen en/of aanvullingen.

## Voorwoord 3

## 1 Negatieve getallen 3

### 1.1 Wat is negatief? 6

### 1.2 Negatieve getallen optellen 8

### 1.3 Negatieve getallen aftrekken 11

### 1.4 Negatieve getallen vermenigvuldigen 14

### 1.5 Negatieve getallen delen 16

## 2 Diagrammen 19

### 2.1 Schema's 22

### 2.2 Afstandstabellen 25

### 2.3 Frequentietabel 28

### 2.4 Beeld-, staaf- en lijndiagram 31

### 2.5 Cirkeldiagram en steelbladdiagram 35

## Register 39



# Voorwoord

Het lesmateriaal in dit katern is gebaseerd op het materiaal dat je kunt vinden op de Math4All website [www.math4all.nl](http://www.math4all.nl). In de tekst staan dan ook regelmatig verwijzingen naar die website. Waar je precies moet zijn op die website kun je zien in de kopregel van iedere pagina.

Ieder hoofdstuk bestaat uit een aantal paragrafen en wordt steeds afgesloten met een paragraaf *Totaalbeeld* waar de leerstof wordt samengevat en/of herhaald. Iedere paragraaf is ingedeeld in vaste rubrieken die houvast geven bij de bestudering van het lesmateriaal.

- Verkennen
- Uitleg
- Theorie en Voorbeelden
- Verwerken
- Toepassen

Indien er in het lesmateriaal wordt verwezen naar werkbladen dan kun je deze terugvinden op de website en achterin je katern.

### Begrippen

- ▶ negatief getal, positief getal — tegengestelde — assenstelsel met negatieve getallen
- ▶ optellen met negatieve getallen
- ▶ aftrekken met negatieve getallen
- ▶ vermenigvuldigen met negatieve getallen
- ▶ delen met negatieve getallen

### Activiteiten

- ▶ negatief getal, positief getal, tegengestelde, assenstelsel met negatieve getallen;
- ▶ positieve en negatieve getallen optellen;
- ▶ positieve en negatieve getallen aftrekken;
- ▶ positieve en negatieve getallen vermenigvuldigen;
- ▶ positieve en negatieve getallen delen.

## Niet zo negatief...



Domein

# Rekenen

Hoofdstuk

## Negatieve getallen

Inhoud

- 1.1 Wat is negatief? 6
- 1.2 Negatieve getallen optellen 8
- 1.3 Negatieve getallen aftrekken 11
- 1.4 Negatieve getallen vermenigvuldigen 14
- 1.5 Negatieve getallen delen 16



# 1.1 Wat is negatief?

## Inleiding

Ans is op bezoek bij haar opa en oma die in Hoorn wonen. Ze hebben een zeilboot om op het IJsselmeer te varen.

Ans bekijkt hier de waterstand in Hoorn. Hij wordt gemeten ten opzichte van NAP (Normaal Amsterdams Peil).

De waterstand lijkt naar beneden toe op te lopen. Maar dat is niet zo: deze waterstanden liggen *onder* NAP. Hoe lager het water, hoe verder onder NAP.



## Je leert in dit onderwerp

- wat een negatief getal is en een negatief getal als tegengestelde van een positief getal herkennen;
- de getallenlijn uitbreiden met negatieve getallen.

## Voorkennis

- rekenen (optellen, aftrekken, vermenigvuldigen en delen) met decimale getallen en met breuken en alle begrippen die daarbij horen.

## Opgave V1

## Uitleg

Mensen beginnen vaak maar ergens te tellen: ze kiezen een nulpunt 0. Bijvoorbeeld:

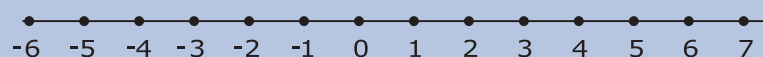
- Bij een thermometer volgens **Anders Celsius (1701–1744)** was  $0\text{ }^{\circ}\text{C}$  de temperatuur van smeltend ijs, hoewel...
- Bij de hoogte van het land was 0 meter het nulpunt van het **NAP (Normaal Amsterdams Peil)**

De ellende is alleen dat de temperatuur ook wel eens lager is dan  $0\text{ }^{\circ}\text{C}$ , en dat niet iedereen boven NAP woont in Nederland. Kortom: er is behoefte aan getallen onder 0.

Bijvoorbeeld is 3 een getal 'boven' 0 en -3 een getal 'onder' 0 (spreek uit: "min drie").

Een getal boven 0 heet positief en een getal onder 0 heet negatief.

3 en -3 noem je elkaars tegengestelde; ze liggen beide evenver van 0.



Hier zie je een getallenlijn met rechts van 0 de positieve getallen en links van 0 de negatieve getallen.



## Opgave 1 Opgave 2 Opgave 3



**Theorie**

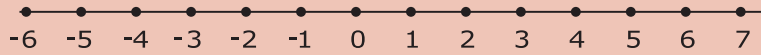
Getallen groter dan nul heten **positieve getallen**.

Getallen kleiner dan nul heten **negatieve getallen**.

3 is een positief getal en -3 is een negatief getal.

Voor een negatief getal gebruik je het teken - (spreek uit: 'min').

3 en -3 zijn elkaars **tegengestelde**; ze liggen beide evenver van 0.



Hier zie je een **getallenlijn** met rechts van 0 de positieve getallen en links van 0 de negatieve getallen. Het getal 0 is niet positief, maar ook niet negatief.

**Voorbeeld 1**

Op de rekenmachine voer je -3 in met behulp van een speciale toets: **(-)** **3**

Uit gemakzucht schrijf je in plaats van -3 ook wel met het gewone minteken  $-3$ .

Dat is natuurlijk verwarrend, maar het gebeurt heel veel.

**Opgave 4****Voorbeeld 2**

Applet

In het assenstelsel begon je tot nu toe steeds linksonder met  $(0,0)$ .

Je kunt dan alleen naar rechts en omhoog.

Maar heel vaak wil je ook naar links en naar beneden kunnen.

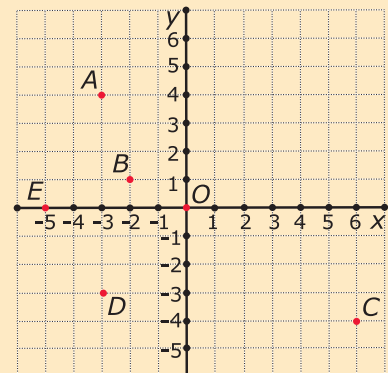
Daarvoor gebruik je negatieve getallen.

In dit assenstelsel zie je:  $O(0,0)$  (de oorsprong) en  $A(-3,4)$ .

Verder zie je de punten:

$B(-2,1)$   $C(6,-4)$   $D(-3,-3)$   $E(-5,0)$

Je ziet hoe negatieve getallen in een assenstelsel worden gebruikt.

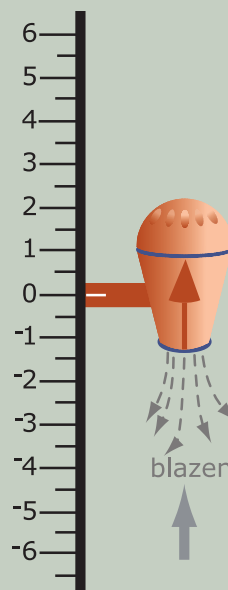
**Opgave 5** **Opgave 6** **Opgave 7**

## 1.2 Negatieve getallen optellen

### Inleiding

Nu Ans op het IJsselmeer vaart, fantaseert ze over wat er allemaal onder water zit. Ze bedenkt een manier om vanaf de boot onder water te kunnen kijken. Een motortje (met ingebouwde camera) dat verticaal op en neer kan bewegen, soms met de camera naar beneden (naar de bodem) gericht, soms met de camera omhoog (naar de zeespiegel en de lucht erboven) gericht.

Het motortje beweegt met de standen neus omhoog (positief) of neus omlaag (negatief) langs de NAP-schaal en het kan blazen (optellen) en zuigen (aftrekken).



### Je leert in dit onderwerp

- optellen met positieve en negatieve getallen.

### Voorkennis

- rekenen (optellen, aftrekken, vermenigvuldigen en delen) met decimale getallen en met breuken en alle begrippen die daarbij horen;
- wat een negatief getal is en een negatief getal als tegengestelde van een positief getal herkennen;
- de getallenlijn uitbreiden met negatieve getallen.

### Opgave V1

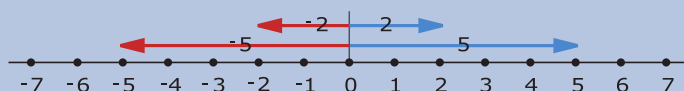
### Uitleg

Positieve en negatieve getallen zijn bewegingen op een getallenlijn.

Bij een verticale getallenlijn betekent positief de stand 'omhoog' en negatief de stand 'naar beneden'.

Bij een horizontale getallenlijn betekent positief de stand 'naar rechts' en negatief de stand 'naar links'.

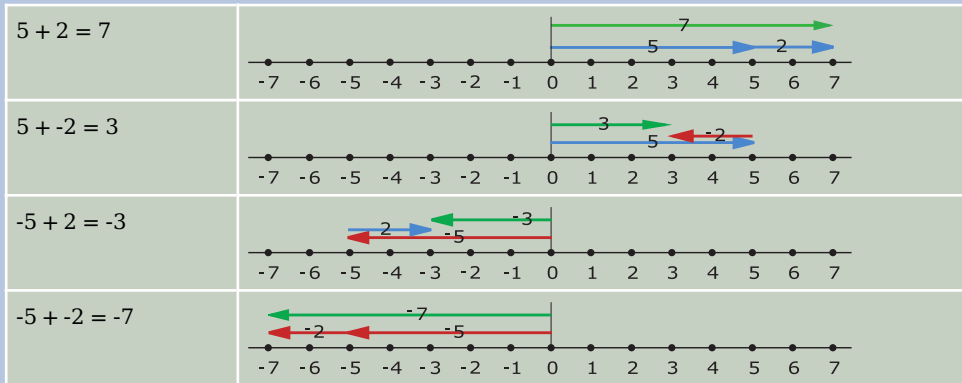
Hier zie je de getallen 5, 2, -5 en -2. De pijlen geven de stand positief/negatief aan.





Applet

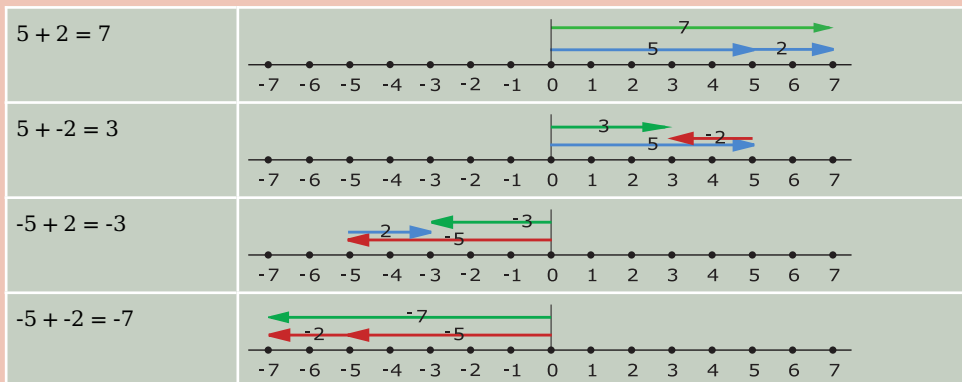
Bij het optellen van getallen begin je in 0 en beweeg je daarna steeds in de richting van de pijlen:



Opgave 1 Opgave 2 Opgave 3

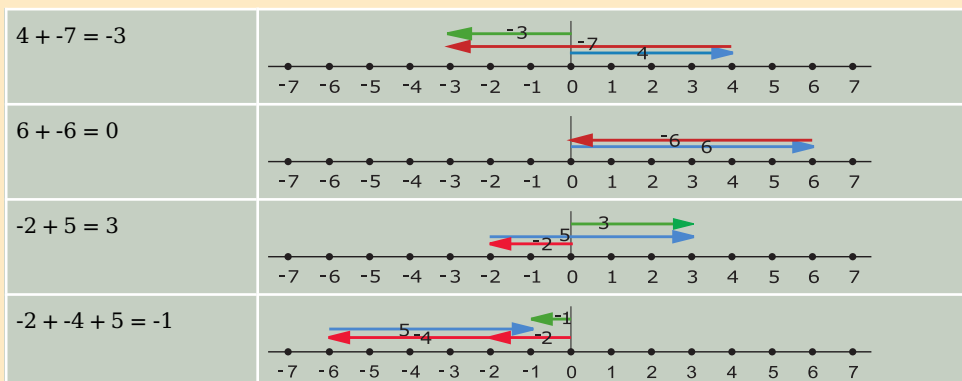
### Theorie

Het **optellen van positieve en negatieve getallen** gaat zo:



### Voorbeeld 1

Hier zie je nog enkele optellingen uitgebeeld:



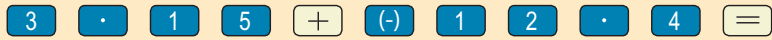
Opgave 4 Opgave 5

**Voorbeeld 2**

Zodra de getallen wat minder eenvoudig worden reken je met je rekenmachine.

$$3,15 + -12,4 = -9,25$$

Dit doe je op de rekenmachine zo:



3 . 1 5 + (-) 1 2 . 4 =

Op de rekenmachine voer je -12,4 in met behulp van de negatief-toets.

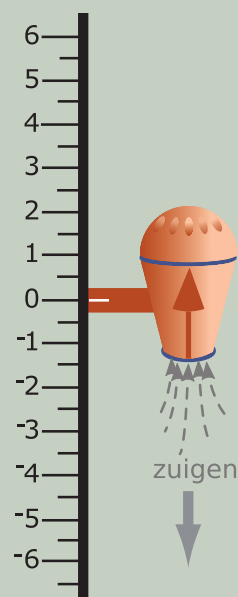
**Opgave 6**

## 1.3 Negatieve getallen aftrekken

### Inleiding

Je hebt gezien hoe Ans op het IJsselmeer fantaseert over wat er allemaal onder water zit. Het zuig/blaaas-motortje dat ze heeft bedacht kun je voor meer inzetten dan alleen het inzoomen op de bodem. Je kunt bijvoorbeeld ook uitzoomen vanaf de bodem.

Het motortje beweegt met de standen neus omhoog (positief) of neus omlaag (negatief) langs de NAP-schaal en het kan blazen (optellen) en zuigen (aftrekken). En met behulp van het zuigen kun je de camera laten uitzoomen van bijvoorbeeld de bodem.



### Je leert in dit onderwerp

- optellen en aftrekken met positieve en negatieve getallen.

### Voorkennis

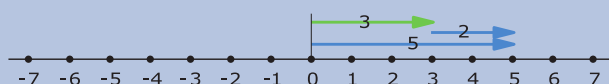
- rekenen (optellen, aftrekken, vermenigvuldigen en delen) met decimale getallen en met breuken en alle begrippen die daarbij horen;
- wat een negatief getal is en een negatief getal als tegengestelde van een positief getal herkennen;
- de getallenlijn uitbreiden met negatieve getallen en optellen met positieve en negatieve getallen.

### Opgave VI

### Uitleg

Hier zie je hoe je het aftrekken van twee getallen door pijlen kunt uitbeelden:

$$5 - 2 = 3$$



Je begint met de eerste pijl weer in 0. De tweede pijl moet je bij een aftrekking 'terug lopen'.

Je doorloopt hem dus achterstevoren. In de applet kun je meer situaties bekijken.

Je ziet, dat  $5 - -3 = 8$ .

Dat is hetzelfde als  $5 + 3 = 8$ .

Ga na, dat steeds geldt: Aftrekken is hetzelfde als optellen van het tegengestelde getal.



Dit stelt je in staat om in sommige opgaven het aantal tekens te verminderen:

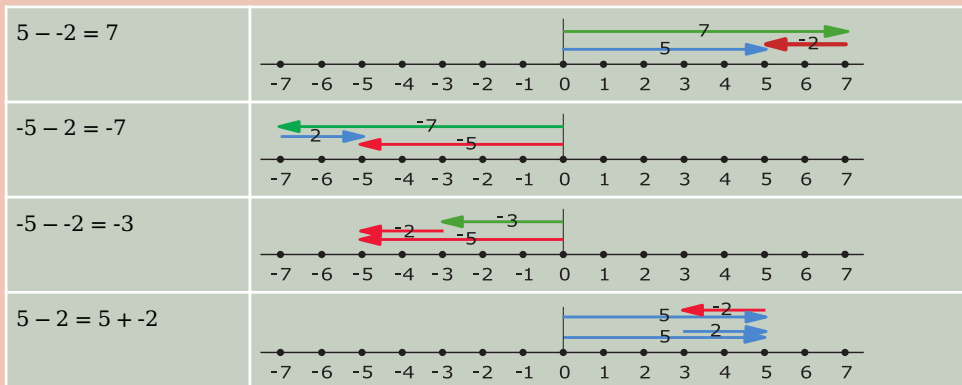
$$12 + -4 = 12 - 4 = 8$$

$$12 - -5 = 12 + 5 = 17$$

[Opgave 1](#) [Opgave 2](#) [Opgave 3](#)

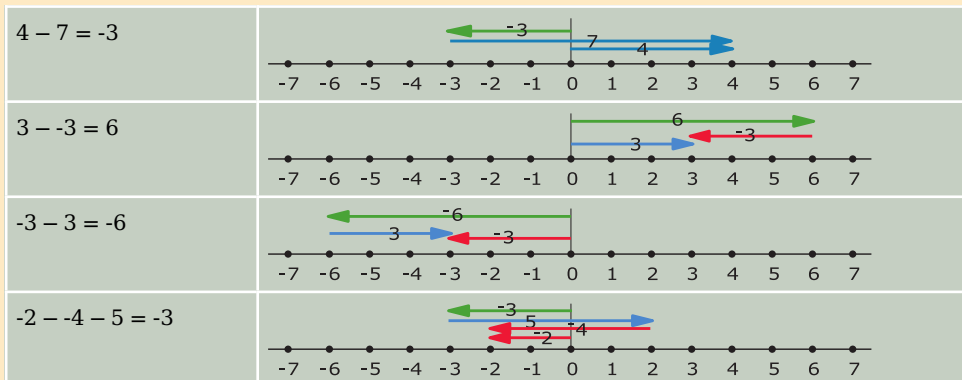
### Theorie

Het **aftrekken van positieve en negatieve getallen** gaat zoals je hieronder ziet. Verder zie je dat het aftrekken van een getal hetzelfde resultaat heeft als het optellen van het tegengestelde van dat getal.



### Voorbeeld 1

Hier zie je nog enkele aftrekkingen uitgebeeld:



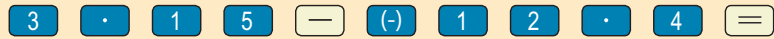
[Opgave 4](#) [Opgave 5](#)

**Voorbeeld 2**

Zodra de getallen wat minder eenvoudig worden reken je met je rekenmachine.

$$3,15 - -12,4 = 15,55$$

Dit doe je op de rekenmachine zo:



Let nu extra goed op de twee verschillende mintekens op je rekenmachine.

De toets voor 'aftrekken' is een andere dan die voor 'negatief maken'.

Op de rekenmachine voer je -12,4 in met behulp van de negatief-toets.

**Opgave 6**

## 1.4 Negatieve getallen vermenigvuldigen

### Inleiding

Ans kan met haar zuig/blaaas-motortje ook in stappen van bijvoorbeeld 0,5 m naar de bodem afdalen.

Als ze begint op 0 m NAP dan kan ze bijvoorbeeld door de stand 'neus omlaag' te kiezen en blazen aan te zetten haar motortje in zes stappen van 0,5 m laten zakken. Dan is de hoogte met  $6 \times -0,5$  veranderd. Op welke hoogte zit het motortje dan?



### Je leert in dit onderwerp

- vermenigvuldigen met positieve en negatieve getallen.

### Voorkennis

- rekenen (optellen, aftrekken, vermenigvuldigen en delen) met decimale getallen en met breuken en alle begrippen die daarbij horen;
- wat een negatief getal is en een negatief getal als tegengestelde van een positief getal herkennen;
- de getallenlijn uitbreiden met negatieve getallen en optellen en aftrekken met positieve en negatieve getallen.

### Opgave V1

### Uitleg

Het **vermenigvuldigen** van twee getallen is gebaseerd op het herhaald optellen:

- $3 \times 2 = 6$  want  $3 \times 2 = 2 + 2 + 2 = 6$
- $3 \times -2 = -6$  want  $3 \times -2 = -2 + -2 + -2 = -6$
- $-3 \times 2 = -6$  want dit moet het tegengestelde van  $3 \times 2 = 6$  opleveren
- $-3 \times -2 = 6$  want dit moet het tegengestelde van  $3 \times -2 = -6$  opleveren

x	pos	neg
pos	pos	neg
neg	neg	pos

Dit zijn alleen maar afspraken, zoek er niets achter!





Ze zijn alleen wel zo gemaakt, dat ze passen in het systeem van het rekenen met positieve getallen en ook in de bijbehorende regelmaat.

In het schema zie je hoe je positieve en negatieve getallen vermenigvuldigt.

[Opgave 1](#) [Opgave 2](#)

### Theorie

Het **vermenigvuldigen van positieve en negatieve getallen** is in feite herhaaldelijk optellen:

$$4 \times -5 = -5 + -5 + -5 + -5$$

en

$$-4 \times -5 = -(-5 + -5 + -5 + -5)$$

Dit overzicht laat zien of bij het vermenigvuldigen van twee getallen (positief of negatief) het eindresultaat positief of negatief is.

x	pos	neg
pos	pos	neg
neg	neg	pos

Bij ingewikkelder berekeningen moet je weer om de **voorrangsregels** denken.

### Voorbeeld 1

Bij ingewikkelder berekeningen moet je om de voorrangsregels denken.

Bereken  $12 - 4 \times (3 - 5 \times -2)$ .

Antwoord

$$12 - 4 \times (3 - 5 \times -2) =$$

$$12 - 4 \times (3 - -10) =$$

$$12 - 4 \times 13 = -40$$

[Opgave 3](#) [Opgave 4](#)

### Voorbeeld 2

Zodra de getallen wat minder eenvoudig worden reken je met je rekenmachine.

$$3,15 \times -12,4 = -39,06$$

Dit doe je op de rekenmachine zo:

3 · 1 5 × (-) 1 2 · 4 =

$$12 - 4 \times (3 - 5 \times -2) = -40$$

kan zo met de rekenmachine:

1 2 - 4 × ( 3 - 5 × (-) 2 ) =

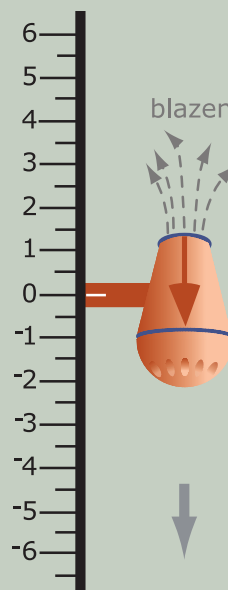
[Opgave 5](#) [Opgave 6](#)

## 1.5 Negatieve getallen delen

### Inleiding

Ans kan met haar zuig/blaaas-motortje ook in stappen van bijvoorbeeld 0,5 m naar de bodem afdalen.

Als ze begint op 0 m NAP dan kan ze bijvoorbeeld door de stand 'neus omlaag' te kiezen en blazen aan te zetten haar motortje in stappen van 0,5 m laten zakken. Als ze op -4,5 uitkomt, hoeveel van die stappen heeft ze dan gemaakt? Dat kun je uitrekenen door delen.



### Je leert in dit onderwerp

- delen met positieve en negatieve getallen.

### Voorkennis

- rekenen (optellen, aftrekken, vermenigvuldigen en delen) met decimale getallen en met breuken en alle begrippen die daarbij horen;
- wat een negatief getal is en een negatief getal als tegengestelde van een positief getal herkennen;
- de getallenlijn uitbreiden met negatieve getallen en optellen, aftrekken en vermenigvuldigen met positieve en negatieve getallen.

### Opgave V1

### Uitleg

Het **delen** van twee getallen is gebaseerd op het vermenigvuldigen:

- $\frac{6}{2} = 3$  want  $3 \times 2 = 6$
- $\frac{6}{-2} = -3$  want  $-3 \times -2 = 6$
- $\frac{-6}{2} = -3$  want  $-3 \times 2 = -6$
- $\frac{-6}{-2} = 3$  want  $3 \times -2 = -6$

Dit zijn alleen maar afspraken, zoek er niets achter!

Ze zijn alleen wel zo gemaakt, dat ze passen in het systeem van het rekenen met positieve getallen en ook in de bijbehorende regelmaat.



In dit schema zie je hoe je positieve en negatieve getallen op elkaar deelt:

/	pos	neg
pos	pos	neg
neg	neg	pos

Let er wel op dat dit schema alleen geldt voor positieve en negatieve getallen, niet voor het getal 0.

[Opgave 1](#) [Opgave 2](#) [Opgave 3](#) [Opgave 4](#)

### Theorie

Bij het **delen van positieve en negatieve getallen** kijk je hoe vaak de deler in het deeltal past:

$$20/5 = 4 \text{ want } 5 \text{ past } 4 \text{ keer in de } 20$$

en

$$20/-5 = -4 \text{ want } 5 \text{ past } -4 \text{ keer in de } 20$$

Dit overzicht laat zien of bij het delen van twee getallen (positief of negatief) het eindresultaat positief of negatief is.

/	pos	neg
pos	pos	neg
neg	neg	pos

Let er wel op dat dit schema alleen geldt voor positieve en negatieve getallen, niet voor het getal 0. Als je 0 door welk getal (ongelijk 0) deelt komt er 0 uit.

En **delen door 0 heeft geen uitkomst**.

Bij ingewikkelder berekeningen moet je weer om de **voorrangsregels** denken.

### Voorbeeld 1

Hier zie je nog enkele delingen. Bij ingewikkelder berekeningen moet je weer om de **voorrangsregels** denken.

- $\frac{20}{-4} = -5$
- $\frac{6}{4+2} = \frac{6}{2} = 3$
- $\frac{6+12}{-9} = \frac{18}{-9} = -2$
- $6 + \frac{12}{-3} = 6 + -4 = 2$
- $8 - \frac{4 \times 3}{2} = 8 - \frac{-12}{2} = 8 - -6 = 8 + 6 = 14$

[Opgave 5](#)

**Voorbeeld 2**

Zodra de getallen wat minder eenvoudig worden reken je met je rekenmachine.

$3,15/-12,4 \approx -0,254$  (afgerond op drie decimalen)

Dit doe je op de rekenmachine zo:

**3** **.** **1** **5** **÷** **(-)** **1** **2** **.** **4** **=**

$$8 - \frac{4 \times 3}{2} = 14$$

kan zo met de rekenmachine:

**8** **-** **(** **4** **×** **(-)** **3** **)** **÷** **2** **=**

[Opgave 6](#) [Opgave 7](#) [Opgave 8](#)



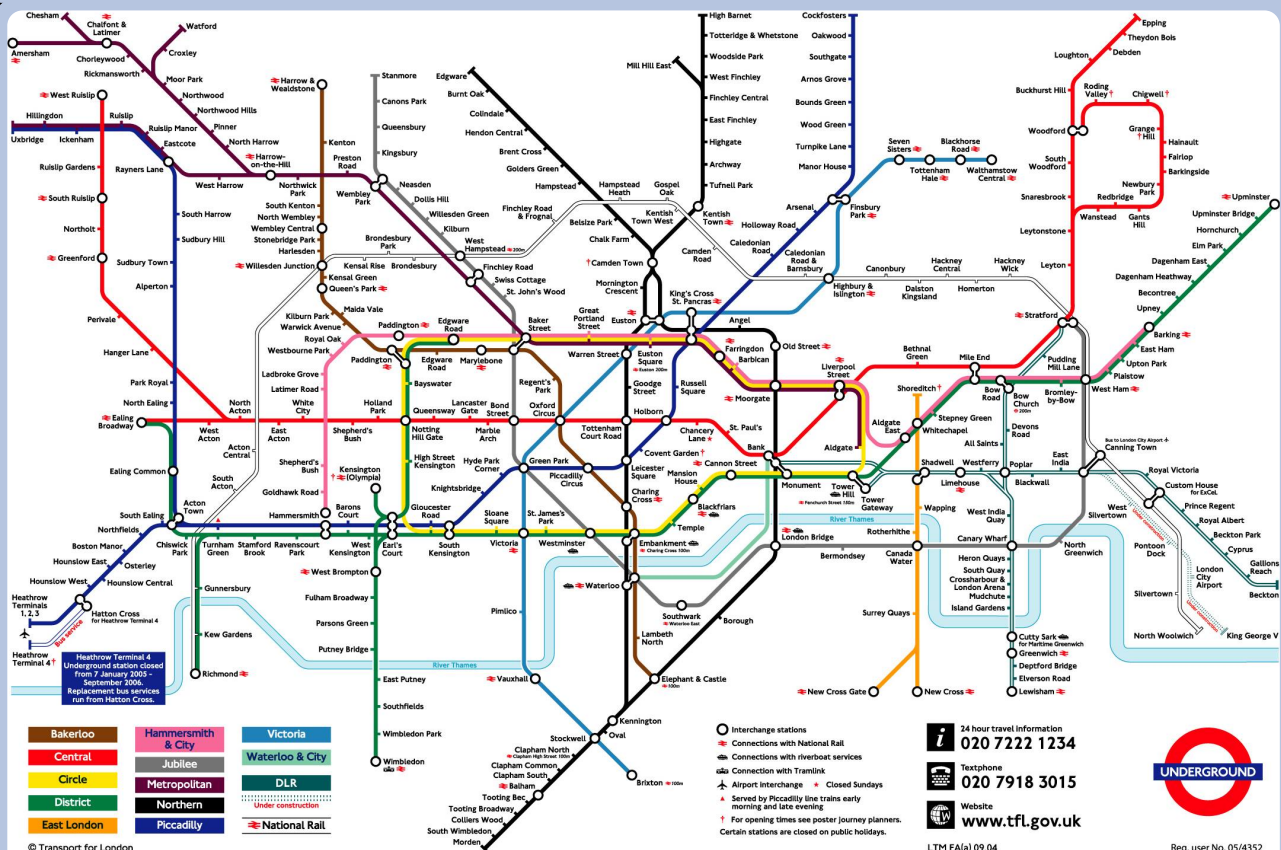
## Begrippen

- ▶ schema — graaf — knooppunten en wegen — gerichte graaf
- ▶ afstandstabel
- ▶ (relatieve) frequentie — (relatieve) frequentietabel — gemiddelde
- ▶ beelddiagram — staafdiagram — lijndiagram
- ▶ steelbladdiagram — cirkeldiagram — sector en sectorhoek

## Activiteiten

- ▶ schema's waaronder grafen bekijken en er informatie uit aflezen
- ▶ werken met tabellen voor afstanden en reistijden in grafen
- ▶ werken met frequenties, frequentietabellen en relatieve frequenties om gegevens te kunnen vergelijken — gemiddelden berekenen
- ▶ beelddiagrammen, staafdiagrammen en lijndiagrammen maken en gebruiken
- ▶ steelbladdiagrammen en cirkeldiagrammen maken en gebruiken

# Overzicht krijgen



Domein

# Informatieverwerking

Hoofdstuk

## Diagrammen

Inhoud

- 2.1 Schema's 22
- 2.2 Afstandstabellen 25
- 2.3 Frequentietabel 28
- 2.4 Beeld-, staaf- en lijndiagram 31
- 2.5 Cirkeldiagram en steelbladdiagram 35



## 2.1 Schema's

### Inleiding

Yousra gaat met haar moeder op bezoek bij familie in Amsterdam.

Natuurlijk gaan ze met het OV.

Het laatste stuk nemen ze met de metro vanaf het Centraal Station naar de Jan van Galenstraat. Vandaar is het maar een paar minuten lopen.

Yousra bekijkt dit schema van de Amsterdamse metro.

Het is een voorbeeld van een infographic, een plaatje om informatie zo overzichtelijk mogelijk weer te geven.



### Je leert in dit onderwerp

- informatie aflezen uit schema's, waaronder grafen;
- grafen herkennen en tekenen en bepalen of ze gelijk zijn door het aantal knooppunten en wegen te tellen;
- het verschil tussen gerichte en ongerichte grafen herkennen.

### Voorkennis

- getallen gebruiken om te tellen en te rekenen.

### Opgave V1

### Uitleg

Bekijk het schema van de bootverbindingen naar en van de grootste Kanaaleilanden, Jersey en Guernsey, tussen Groot-Brittannië en Frankrijk.

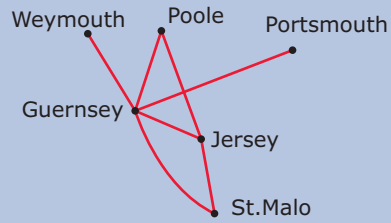


De ferry vanuit Poole vaart alleen van Poole naar Guernsey, vervolgens naar Jersey en dan weer terug naar Poole. Daarnaast vaart de ferry vanuit St. Malo via Jersey en Guernsey naar Portsmouth en de ferry vanuit Portsmouth vaart alleen via Guernsey naar St. Malo. De ferry uit Weymouth gaat alleen naar Guernsey en weer terug.





Je ziet hiernaast hoe je dit vaarschema kunt weergeven door een zogenaamde 'graaf' met knooppunten (de eilanden en de plaatsen) en wegen (de bootverbindingen), maar zonder landkaart er achter. De precieze vorm van de graaf is niet belangrijk, hij geeft alleen weer dat er een verbinding is. Je kunt met pijlen aangeven dat een bootverbinding maar één kant op gaat.

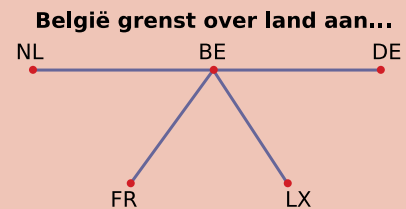


Opgave 1 Opgave 2

**Theorie**

Een **schema** is een vereenvoudigde weergave van de werkelijkheid, vaak met punten, pijlen, routes en gebieden erin. Een speciaal soort schema is de **graaf**. Een graaf bestaat uit **knooppunten** en verbindingslijnen tussen de knooppunten, de **wegen**. Dat hoeven geen echte wegen te zijn. Als de knooppunten eilanden zijn, dan kunnen de wegen bootverbindingen zijn.

Als de knooppunten landen zijn, dan kan een weg bijvoorbeeld betekenen: 'grenst aan'. Kijk maar eens naar deze graaf.



Twee grafen zijn gelijk als:

- ze dezelfde knooppunten hebben;
- in dezelfde knooppunten dezelfde wegen samenkomen.

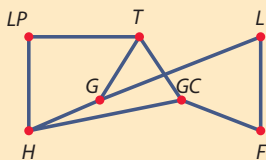
Soms is in een graaf de richting belangrijk. Je spreekt van een **gerichte graaf**.

**Voorbeeld 1**

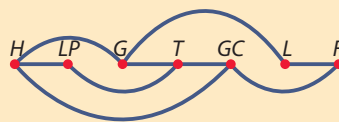
De zeven Canarische eilanden: Tenerife, Gran Canaria, Las Palmas, Gomera, Hierro, Fuerteventura en Lanzarote horen bij Spanje en liggen voor de kust van Marokko.



Je ziet twee grafen van de bootverbindingen tussen de Canarische eilanden. Hoewel ze er nogal verschillend uitzien, zijn ze gelijk.



graaf 1

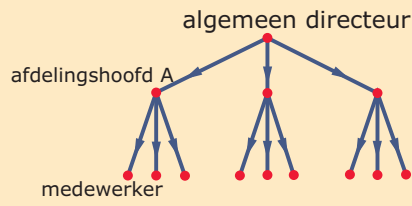


graaf 2

Opgave 3 Opgave 4

**Voorbeeld 2**

Gerichte grafen, grafen met pijlen erin, worden wel gebruikt om in een organisatie aan te geven wie de baas is van wie. Hier zie je zo'n organogram.

**Opgave 5** **Opgave 6**

## 2.2 Afstandstabellen

### Inleiding

Yousra bekijkt op haar telefoon de reistijden van metrolijn 51 vanaf het Centraal Station naar de Isolatorweg. Bij de Jan van Galenstraat gaan zij en haar moeder er uit.

Ze krijgt deze tabel met tijden waarop ze de metro kunnen pakken op het Centraal Station.

Ze vraagt zich af hoe het Gemeentelijk Vervoersbedrijf in Amsterdam dergelijke tabellen maakt. Ze moeten dan toch iets weten van onderlinge afstanden, de snelheid waarmee metrotreinen rijden, en dergelijke...

Isolatorweg		
Vandaag	Eerste	Laatste
<a href="#">Verander dag</a> ▾	00:03	23:43
51	Centraal Station	09:03
51	Centraal Station	09:13
51	Centraal Station	09:23
51	Centraal Station	09:39
51	Centraal Station	09:49
51	Centraal Station	10:01
51	Centraal Station	10:13

### Je leert in dit onderwerp

- bij grafen afstandstabellen maken en informatie daaruit aflezen.

### Voorkennis

- werken met gerichte en ongerichte grafen;
- herkennen wanneer grafen gelijk zijn.

### Opgave V1



## Uitleg

Bekijk het schema van de bootverbindingen naar en van de grootste Kanaaleilanden, Jersey en Guernsey, tussen Groot-Brittannië en Frankrijk.



De ferry vanuit Poole vaart alleen van Poole naar Guernsey (100 km), vervolgens naar Jersey (62 km) en dan weer terug naar Poole (158 km). Daarnaast vaart de ferry vanuit St. Malo via Jersey (71 km) en Guernsey (62 km) naar Portsmouth (183 km) en de ferry vanuit Portsmouth vaart alleen via Guernsey (183 km) naar St. Malo (112 km). De ferry uit Weymouth gaat alleen naar Guernsey en weer terug (128 km).

Omdat er nu ook afstanden zijn gegeven, kun je bij de graaf een afstandstabel maken. En als je weet hoe snel de boten varen, kun je ook een reistijdentabel maken.

### Opgave 1

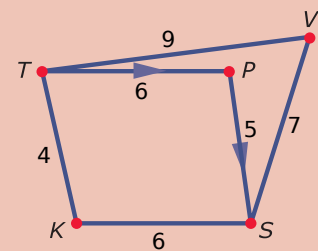
## Theorie

Bij de wegen tussen de knooppunten van een **graaf** kunnen getallen horen. Bijvoorbeeld hun onderlinge afstand, of hun onderlinge reistijd, of iets dergelijks.

Je kunt dan bij de graaf een **tabel** maken, bijvoorbeeld een afstandstabel of een reistijdentabel.

Soms is in een graaf de richting belangrijk. Je spreekt van een **gerichte graaf**. Hier zie je een afstandstabel bij de graaf ernaast.

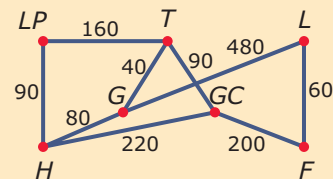
		naar				
		T	K	S	V	P
van	T	-	4	-	9	6
	K	4	-	6	-	-
	S	-	6	-	7	-
	V	9	-	7	-	-
	P	-	-	5	-	-





### Voorbeeld 1

Je ziet een afstandstabel van rechtstreekse bootverbindingen tussen de zeven Canarische eilanden: Tenerife, Gomera, Gran Canaria, Las Palmas, Hierro, Fuerteventura en Lanzarote.



	T	G	GC	LP	H	F	L
T	-	40	90	160	-	-	-
G	40	-	-	-	80	-	480
GC	90	-	-	-	220	200	-
LP	160	-	-	-	90	-	-
H	-	80	220	90	-	-	-
F	-	-	200	-	-	-	60
L	-	480	-	-	-	60	-

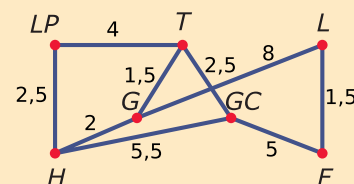
Elk getal in de tabel is de lengte van de bootreis in kilometers (afgerond op tientallen).

[Opgave 2](#) [Opgave 3](#)

### Voorbeeld 2

In een afstandstabel staan niet altijd afstanden. Je kunt bijvoorbeeld ook de reistijden tussen de knooppunten aangeven.

In de graaf staat nu de reistijd in uren tussen de zeven Canarische eilanden. In de afstandstabel staan nu reistijden.



	T	G	GC	LP	H	F	L
G	1,5	-	-	-	2	-	8
GC	2,5	-	-	-	5,5	5	-
LP	4	-	-	-	2,5	-	-
H	-	5	5,5	2,5	-	-	-
F	-	-	5	-	-	-	1,5
L	-	8	-	-	-	1,5	-

Je kunt uit de tabel afleiden hoe snel de schepen varen als je hem met de tabel met afstanden in km vergelijkt.

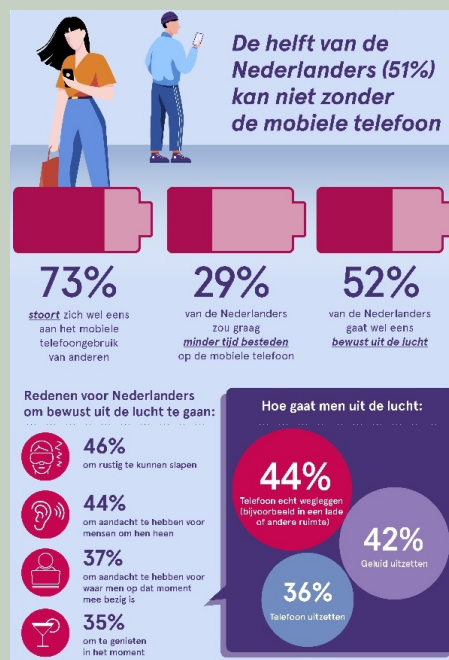
Van Gomera naar Lanzarote vaart kennelijk een snelle boot!

[Opgave 4](#) [Opgave 5](#)

## 2.3 Frequentietabel

### Inleiding

Yousra bekijkt meer infographics.  
Ze ziet dit op een infographic over het telefoongebruik in Nederland.  
Maar hoe komt de maker van dit plaatje aan die getallen en wat betekenen ze precies?  
En hoe maak je er een mooie infographic van?  
Yousra gaat zelf maar eens op zoek naar gegevens die je overzichtelijk kunt weergeven. Ze zoekt gegevens van haar eigen school.



### Je leert in dit onderwerp

- de begrippen frequentie en relatieve frequentie;
- werken met een frequentietabel om het gemiddelde te berekenen;
- werken met frequentietabellen om gegevens te vergelijken.

### Voorkennis

- getallen gebruiken om te tellen en te rekenen;
- rekenen met procenten.

### Opgave V1

### Uitleg

Je ziet de rapportcijfers voor het vak science van klas B1H.

6	6	5	4	7	7	7	8	6	6	6	6	8	7	7
9	5	7	7	5	7	6	7	6	6	7	5	7	8	

science	
cijfer	frequentie
4	1
5	4
6	9
7	11
8	3
9	1
totaal	29

Je kunt de cijfers overzichtelijker weergeven door te tellen hoeveel vienen, vijven, zessen, enzovoort voorkomen. Je krijgt dan een frequentietabel. Bekijk de frequentietabel van de science-cijfers van B1H.



De frequentie is het aantal keren dat een bepaald cijfer voorkomt. Een frequentietabel heet ook wel een frequentieverdeling.

Soms wil je de cijfers van de ene klas vergelijken met die van een andere klas. Daarin kunnen meer of minder leerlingen zitten. Dan ga je de frequenties omrekenen naar relatieve frequenties:

$$\text{relatieve frequentie} = \frac{\text{frequentie}}{\text{totaal aantal cijfers}}$$

Meestal wordt de relatieve frequentie weergegeven als percentage.

In de tabel zie je van de rapportcijfers voor science van klas B1H de relatieve frequentie als een percentage met één decimaal achter de komma.

cijfer	frequentie	berekening relatieve frequentie	rel. freq.
4	1	$\frac{1}{29} \approx 0,034129$ en dus $\approx 3,4\%$	3,4
5	4	$\frac{4}{29} \approx 0,138429$ en dus $\approx 13,8\%$	13,8
6	9	$\frac{9}{29} \approx 0,310929$ en dus $\approx 31,0\%$	31,0
7	11	$\frac{11}{29} \approx 0,3791129$ en dus $\approx 37,9\%$	37,9
8	3	$\frac{3}{29} \approx 0,103329$ en dus $\approx 10,3\%$	10,3
9	1	$\frac{1}{29} \approx 0,034129$ en dus $\approx 3,4\%$	3,4
totaal	29	1	100

**Opgave 1** **Opgave 2**

### Theorie

Je kunt getallen overzichtelijker weergeven door te tellen hoeveel ervan voorkomen. Je krijgt dan een **frequentietabel**. De getallen noem je de **waarnemingen**. Hier zie je de frequentietabel van de science-cijfers van B1A.

De **frequentie** is het aantal keren dat een bepaalde waarneming voorkomt. Een frequentietabel heet ook wel een **frequentieverdeling**.

Soms wil je twee series getallen vergelijken als het totale aantal waarnemingen verschillend is.

Dan kun je de frequenties het beste omrekenen naar **relatieve frequenties**:

$$\text{relatieve frequentie} = \frac{\text{frequentie}}{\text{totaal aantal waarnemingen}}$$

Meestal wordt de relatieve frequentie weergegeven als percentage.

science	
cijfer	frequentie
4	1
5	4
6	9
7	11
8	3
9	1
totaal	29

**Voorbeeld 1**

Een frequentietabel is erg handig bij het berekenen van een gemiddelde. Je ziet de frequentietabel voor de rapportcijfers van het vak science van klas B1H.

Bereken het gemiddelde.

Antwoord

Om het gemiddelde uit te rekenen, moet je alle cijfers bij elkaar optellen en delen door 29. Voor het optellen is het handig om daarvoor een kolom frequentie · cijfer te maken.

De frequentietabel wordt dan:

cijfer	frequentie	frequentie · cijfer
4	1	$1 \cdot 4 = 4$
5	4	$4 \cdot 5 = 20$
6	9	$9 \cdot 6 = 54$
7	11	$11 \cdot 7 = 77$
8	3	$3 \cdot 8 = 24$
9	1	$1 \cdot 9 = 9$
totaal	29	188

science	
cijfer	frequentie
4	1
5	4
6	9
7	11
8	3
9	1
totaal	29

Het gemiddelde is  $\frac{188}{29} \approx 6,5$ .

[Opgave 3](#) [Opgave 4](#)

**Voorbeeld 2**

Frequentietabellen zijn handig om de resultaten van twee series waarnemingen te vergelijken. Je gebruikt dan relatieve frequenties. In dit voorbeeld worden de resultaten voor het vak science van klas B1H en klas B1J met elkaar vergeleken.

Resultaten science klas B1H		
cijfer	frequentie	relatieve frequentie (%)
4	1	3,4
5	4	13,8
6	9	31,0
7	11	37,9
8	3	10,3
9	1	3,4
totaal	29	100

Resultaten science klas B1J		
cijfer	frequentie	relatieve frequentie (%)
4	0	0,0
5	4	16,0
6	8	32,0
7	6	24,0
8	5	20,0
9	2	8,0
totaal	25	100

[Opgave 5](#) [Opgave 6](#)

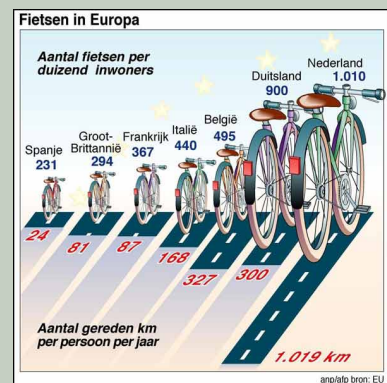


## 2.4 Beeld-, staaf- en lijndiagram

### Inleiding

Yousra komt ook deze infographic tegen over fietsen in enkele Europese landen. De figuur is al wat ouder, want er waren toen nog geen e-bikes. Bekijk maar eens goed welke informatie de figuur te bieden heeft.

Als het goed is zie je een diagram dat uit staven (stroken) bestaat en een diagram dat uit beelden (plaatjes) bestaat.



### Je leert in dit onderwerp

- informatie aflezen uit een beelddiagram, een staafdiagram en een lijndiagram;
- een staafdiagram maken;
- een lijndiagram maken;

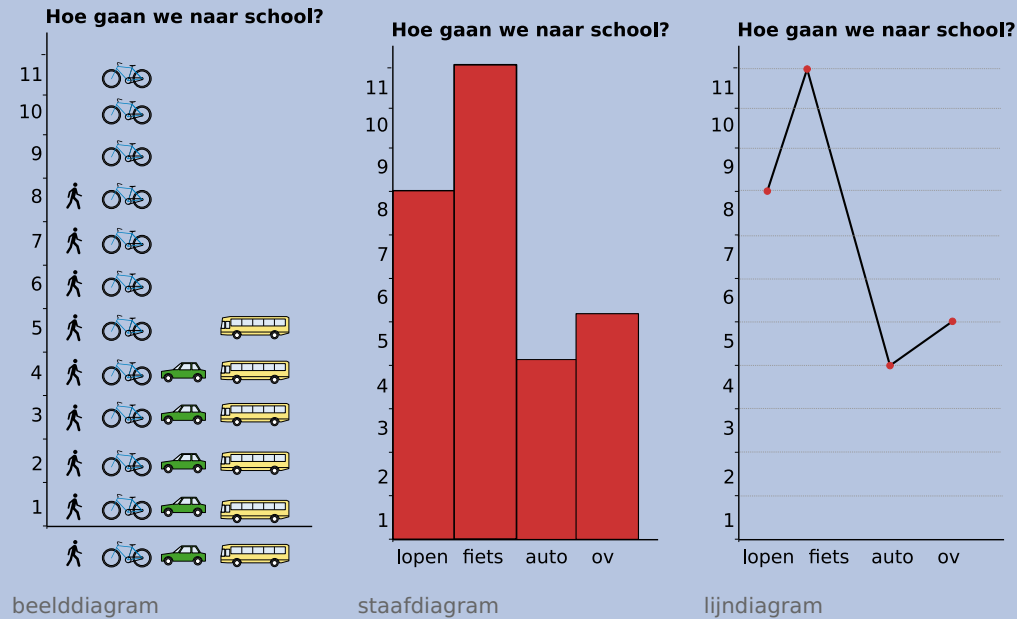
### Voorkennis

- getallen gebruiken om te tellen en te rekenen;
- het gemiddelde uitrekenen van een serie getallen ook met behulp van een frequentietabel;
- werken met (relatieve) frequentietabellen.

### Opgave V1

**Uitleg**

Dit beelddiagram laat zien hoeveel leerlingen van een klas met een bepaald vervoermiddel naar school komen. Dat is de frequentie van dat vervoermiddel, die kun je op de verticale as gemakkelijk aflezen.



Je kunt dergelijke gegevens ook wel wat eenvoudiger weergeven, bijvoorbeeld in een staafdiagram. Zo'n diagram bestaat uit allemaal staven naast elkaar (of boven elkaar). Omdat je in een beelddiagram door ongelijke plaatjes te gebruiken gemakkelijk iets groter kan laten lijken dan het eigenlijk zou moeten zijn, is een staafdiagram meestal betrouwbaarder.

Wil je een bepaalde trend aangeven, dan kun je ook een lijndiagram maken door de middens van de bovenkanten van de staven te verbinden.

[Opgave 1](#) [Opgave 2](#) [Opgave 3](#)



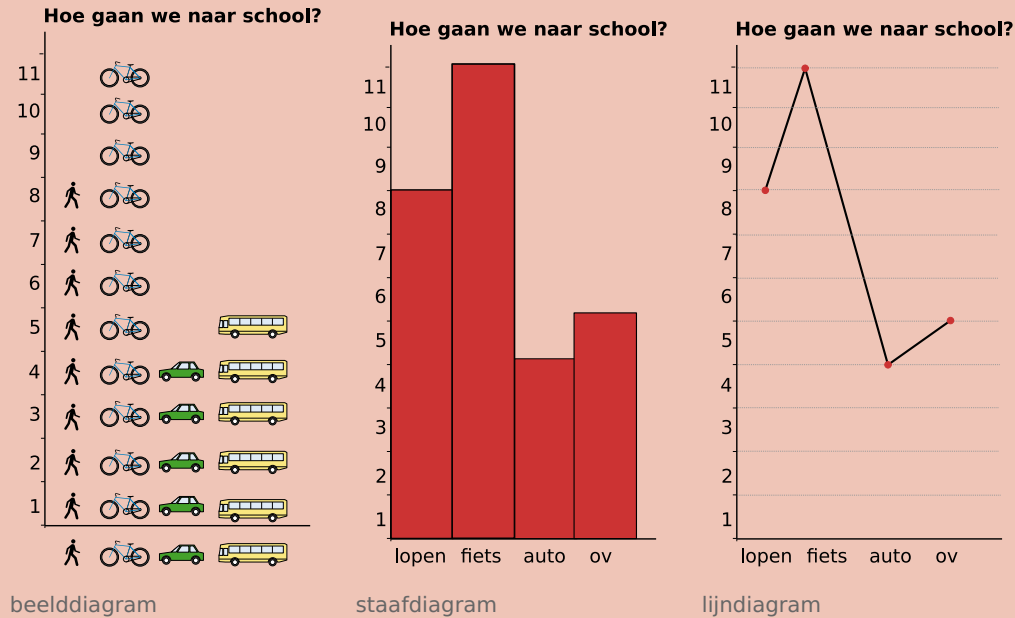
**Theorie**

Een **diagram** is een grafische voorstelling van gegevens.

Diagrammen kunnen er heel verschillend uitzien. De belangrijkste zijn:

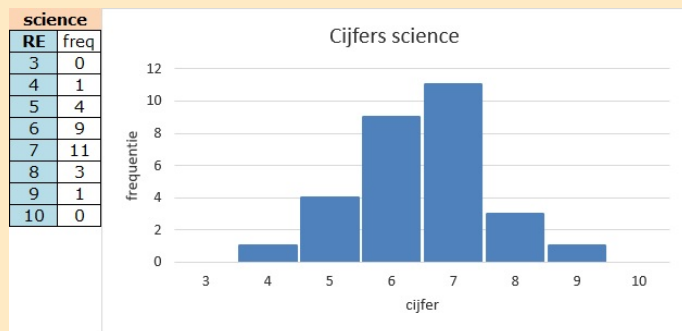
- **beelddiagram** (Engels: 'pictograph');
- **staafdiagram** (Engels: 'bar graph');
- **lijndiagram** (Engels: 'line graph');

Dit beelddiagram laat zien hoeveel leerlingen van een klas met een bepaald vervoermiddel naar school komen. Dit is de frequentie van dat vervoermiddel.



**Voorbeeld 1**

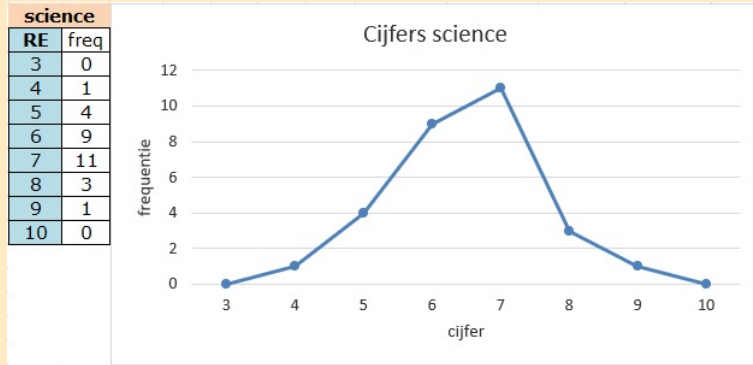
Bij de frequentietabel van de rapportcijfers voor science van klas B1H is een staafdiagram gemaakt. Op de horizontale as staan de rapportcijfers, op de verticale as de frequentie. Door de hoogte van de staven af te lezen krijg je snel een indruk van de verdeling van de cijfers.



- Opgave 4** **Opgave 5** **Opgave 6**

**Voorbeeld 2**

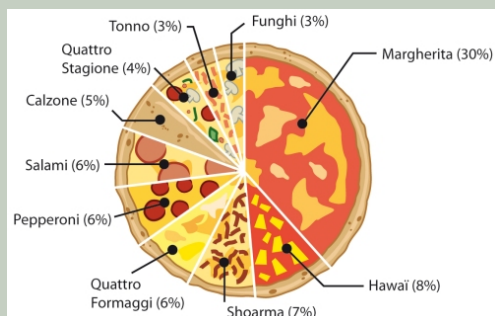
Dit lijndiagram laat zien met welke frequentie de rapportcijfers voor science in B1H voorkomen. Het lijndiagram ontstaat uit een staafdiagram: de middens van de bovenkanten van de staven verbind je met elkaar. Een lijndiagram laat het verloop beter zien.

**Opgave 7** **Opgave 8**

## 2.5 Cirkeldiagram en steelbladdiagram

### Inleiding

Yousra heeft leren werken met beelddiagrammen, lijndiagrammen en staafdiagrammen. Maar ze ziet ook nog andere soorten diagrammen. Bijvoorbeeld dit diagram in de vorm van een cirkel.



### Je leert in dit onderwerp

- een (dubbel) steelbladdiagram maken en er gegevens uit aflezen;
- uit een (dubbel) steelbladdiagram het modale getal aflezen;
- een cirkeldiagram maken en er gegevens uit aflezen.

### Voorkennis

- het gemiddelde uitrekenen van een serie getallen;
- werken met (relatieve) frequentietabellen;
- lijn-, staaf- en beelddiagrammen maken en er gegevens uit aflezen.

### Opgave V1

### Uitleg 1

Je ziet een rijtje cijfers voor een toets in één decimaal nauwkeurig. Het ziet er wel netjes uit, maar je krijgt geen goed beeld van hoe deze dertig leerlingen hebben gescoord.

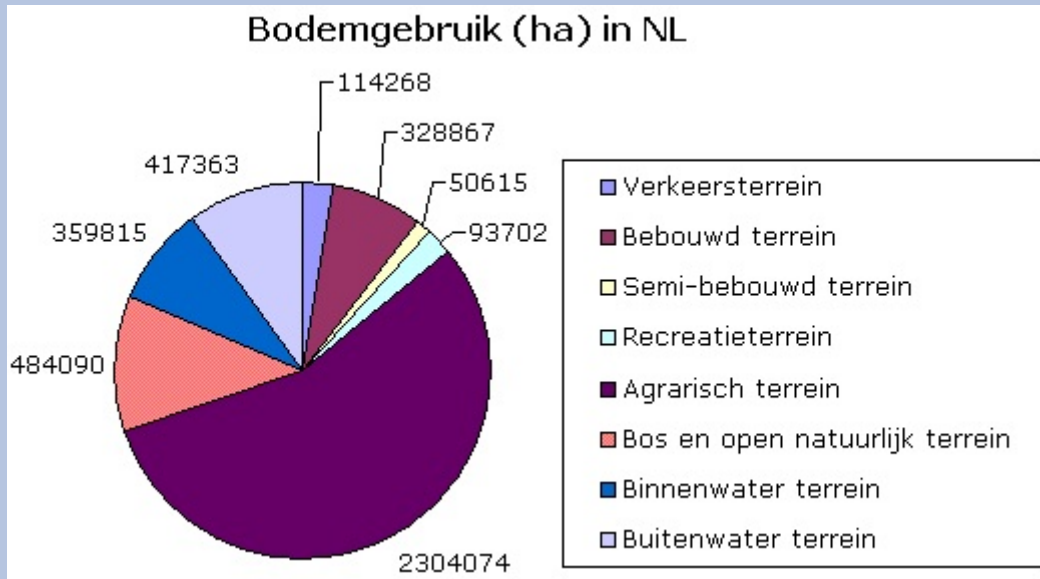
4,4	6,6	5,5	3,9	5,0	8,6	6,2	6,4	8,6	5,9
6,8	6,4	5,1	8,2	8,6	5,5	5,9	5,0	7,7	6,4
9,5	4,4	3,9	8,6	2,3	6,6	6,9	7,1	8,6	7,3

Je kunt dezelfde cijfers weergeven in een steelblad-diagram (Engels: 'stem-and-leaf-plot'). De gehelen staan in de steel, de decimalen op een blad (een naar rechts stekend rijtje cijfers). Zoek bijvoorbeeld 5,1 maar eens op: de 5 vind je in de steel en de 1 staat als derde cijfer in het blad ernaast. Het cijfer dat het vaakst voorkomt heet het modale cijfer.

2	3								
3	9	9							
4	4	4							
5	0	0	1	5	5	9	9		
6	2	4	4	4	6	6	8	9	
7	1	3	7						
8	2	6	6	6	6	6			
9	5								

**Uitleg 2**

Een ander zeer overzichtelijke figuur is het cirkeldiagram. Je ziet er een van het bodemgebruik in Nederland. Je kunt er onder andere in aflezen dat in Nederland 484090 ha (hectare) van de totale bodem 'bos en open natuurlijk terrein' was.



Om zo'n cirkeldiagram te kunnen maken, moet je weten hoe groot de sectorhoeken van de verschillende sectoren (taartpunten) zijn.

Daartoe bereken je eerst hoeveel (hectare) er in totaal (100%) in het cirkeldiagram moet worden weergegeven. Dit getal komt overeen met  $360^\circ$  in het cirkeldiagram.

Kies een sector uit waarvan je de sectorhoek wilt berekenen.

De sectorhoek is  $\frac{\text{hoeveelheid behorend bij sector}}{\text{totale hoeveelheid}} \cdot 360^\circ$ .

Dit doe je voor alle sectoren en dan kun je het cirkeldiagram met behulp van passer en geodriehoek tekenen.

**Opgave 1** **Opgave 2** **Opgave 3**



**Theorie**

Je kunt cijfers soms weergeven in een **steelblad-diagram** (Engels: 'stem-and-leaf-plot'). De gehelen staan in de **steel**, de decimalen op een **blad** (een naar rechts stekend rijtje cijfers). De 5,1 vind je met de 5 in de steel en de 1 als derde cijfer in het blad ernaast. De 8,6 werd het meest werd gehaald. Dat noem je het **modale cijfer**.

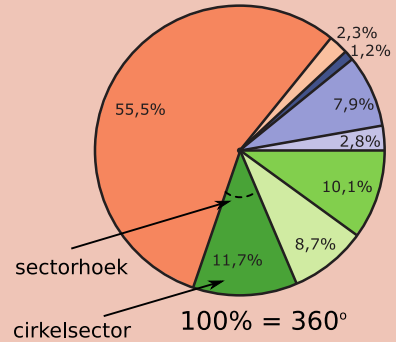
2	3								
3	9	9							
4	4	4							
5	0	0	1	5	5	9	9		
6	2	4	4	4	6	6	8	9	
7	1	3	7						
8	2	6	6	6	6	6			
9	5								

Een ander zeer overzichtelijke figuur is het **cirkeldiagram**.

Om zo'n cirkeldiagram te kunnen maken, bepaal je de **sectorhoeken** van de verschillende **sectoren** (taartpunten):

$$\text{sectorhoek} = \frac{\text{hoeveelheid behorend bij sector}}{\text{totale hoeveelheid}} \cdot 360^\circ$$

Zo hoort bij 11,7% een sectorhoek van:  $\frac{11,7}{100} \cdot 360^\circ \approx 42^\circ$ .



**Voorbeeld 1**

Dit steelbladdiagram laat zien welke cijfers er in een bepaalde klas zijn gehaald. Je ziet meteen dat de meeste leerlingen (8) een cijfer vanaf 6,0 tot 7,0 hebben gehaald. En dat er 18 cijfers boven de 6,0 waren. Je kunt ook zien welk cijfer het meest werd gehaald: 8,6; het modale cijfer.

2	3								
3	9	9							
4	4	4							
5	0	0	1	5	5	9	9		
6	2	4	4	4	6	6	8	9	
7	1	3	7						
8	2	6	6	6	6	6			
9	5								

Om het gemiddelde cijfer te berekenen, moet je de cijfers allemaal optellen en delen door 30.

Opgave 4 Opgave 5

**Voorbeeld 2**

Als je sport, gaat vaak je polsslag wat omhoog. In dit tweezijdige steelbladdiagram zie je dit terug voor een hele groep sporters. Je ziet bijvoorbeeld dat de hoogste polsslag vóór de oefening 83 slagen per minuut bedroeg. Na de oefening was dat 95 slagen per minuut.

polsslag voor de oefening										polsslag na de oefening									
			9	8	3	2	0	5											
7	6	6	4	1	0	0	6	2	4	7	8	8							
				9	6	2	7	1	1	4	4	8							
					3	1	8	2	4	9	9								
							9	2	5										

Opgave 6 Opgave 7

**Voorbeeld 3**

Deze tabel van het bodemgebruik in Nederland in 2003 is afkomstig van het **Centraal Bureau voor de Statistiek**.

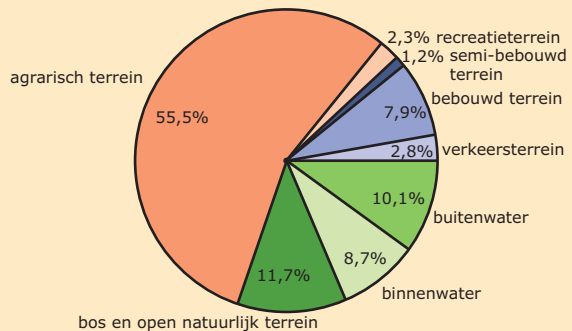
Hierin is  $1 \text{ ha} = 1 \text{ hectare} = 1 \text{ hm}^2 = 10.000 \text{ m}^2$ . Hier zie je hoe je er een cirkeldiagram bij maakt.

	oppervlakte (ha)	percentage (%)	sectorhoek (°)
Verkeesterrein	114268	2,8	10
Bebouwd terrein	328867	7,9	29
Semi-bebouwd terrein	50615	1,2	4
Recreatieterrein	93702	2,3	8
Agrarisch terrein	2304074	55,5	200
Bos en open natuurlijk terrein	484090	11,7	42
Binnenwater	359815	8,7	31
Buitenwater	417363	10,1	36
<b>Totale bodemoppervlakte</b>	<b>4152794</b>	<b>100</b>	<b>360</b>

Om het cirkeldiagram te maken begin je met het bepalen van de totale bodemoppervlakte door alle getallen op te tellen. Je rekent dan alle waarden om naar procenten door ze te delen door dit totaal en met 100 te vermenigvuldigen.

Bij de kolom met percentages maak je vervolgens een nieuwe kolom voor de sectorhoek in graden. Omdat 100% overeen moet komen met  $360^\circ$  moet je alle percentages met 3,6 vermenigvuldigen. Je kunt nu het cirkeldiagram tekenen door alle hoeken naast elkaar uit te zetten.

Bodemgebruik NL



**Opgave 8** **Opgave 9**



# Register

## **b**

beelddiagram 33  
blad 37

## **c**

cirkeldiagram 37

## **d**

delen 16  
diagram 33

## **f**

frequentie 29  
frequentietabel 29  
frequentieverdeling 29

## **g**

gerichte graaf 23, 26  
getallenlijn 7  
graaf 23, 26

## **k**

knooppunt 23

## **l**

lijndiagram 33

## **m**

modale cijfer 37

## **n**

negatieve en positieve getallen aftrekken  
12

negatieve en positieve getallen delen 17  
negatieve en positieve getallen optellen 9  
negatieve en positieve getallen vermenig-  
vuldigen 15  
negatieve getallen 7

## **p**

positieve getallen 7

## **r**

relatieve frequentie 29

## **s**

schema 23  
sectoren 37  
sectorhoek 37  
staafdiagram 33  
steel 37  
steelbladdiagram 37

## **t**

tabel 26  
tegengestelde 7

## **v**

vermenigvuldigen 14  
voorrangsregels 15, 17

## **w**

waarneming 29  
weg 23

Het lesmateriaal in deze reader is gebaseerd op het materiaal dat ook op de Math4All website staat.

De reader is gegenereerd met de Math4All maatwerkdienst. De inhoud en de volgorde van de onderwerpen in deze reader zijn gekozen door docenten van het ConTeXt College.

Stichting Math4All

## Inhoud Katern 4

9. Negatieve getallen

10. Diagrammen



[www.math4all.nl](http://www.math4all.nl)

