

Wiskunde

1 VMBO

Katern 3 / Theorie

ConTeXt College





© 2024

Het auteursrecht op dit lesmateriaal berust bij Stichting Math4All. Math4All is derhalve de rechthebbende zoals bedoeld in de hieronder vermelde creative commons licentie.

Het lesmateriaal is met zorg samengesteld en getest. Stichting Math4All aanvaardt geen enkele aansprakelijkheid voor onjuistheden en/of onvolledigheden in de module. Ook aanvaardt Math4All geen enkele aansprakelijkheid voor enige schade, voortkomend uit (het gebruik van) dit lesmateriaal

Voor deze module geldt een Creative Commons Naamsvermelding Niet Commercieel 3.0 Nederland Licentie. (zie <http://creativecommons.org/licenses/by/3.0>).

Dit lesmateriaal is open, gratis en vrij toegankelijk lesmateriaal afkomstig van Stichting Math4All en is speciaal ontwikkeld voor het vak wiskunde in het voortgezet onderwijs. Het lesmateriaal op de website www.math4all.nl is afgestemd op kerndoelen wiskunde, tussendoelen wiskunde en eindtermen voor de vakken wiskunde A, B en C. Dit lesmateriaal is mediumneutraal ontwikkeld en op diverse manieren te bekijken en te gebruiken. Voor informatie en vragen kunt u contact opnemen via info@math4all.nl. Ook houden we ons altijd aanbevolen voor suggesties, verbeteringen en/of aanvullingen.

Voorwoord 3

1 Verhoudingen 3

- 1.1 Verhoudingstabellen 6
- 1.2 Rekenen met verhoudingstabellen 9
- 1.3 Procenten 12
- 1.4 Procentrekenen 14
- 1.5 Procenten eraf/erbij 17

2 Ruimtelijke figuren 19

- 2.1 Ruimtelijke figuren 22
- 2.2 Grensvlakken en ribben 25
- 2.3 Ruimtelijk tekenen 28
- 2.4 Uitslagen 31
- 2.5 Inhoud 34
- 2.6 Diagonaalvlakken 38

Register 41

Voorwoord

Het lesmateriaal in dit katern is gebaseerd op het materiaal dat je kunt vinden op de Math4All website www.math4all.nl. In de tekst staan dan ook regelmatig verwijzingen naar die website. Waar je precies moet zijn op die website kun je zien in de kopregel van iedere pagina.

Ieder hoofdstuk bestaat uit een aantal paragrafen en wordt steeds afgesloten met een paragraaf *Totaalbeeld* waar de leerstof wordt samengevat en/of herhaald. Iedere paragraaf is ingedeeld in vaste rubrieken die houvast geven bij de bestudering van het lesmateriaal.

- Verkennen
- Uitleg
- Theorie en Voorbeelden
- Verwerken
- Toepassen

Indien er in het lesmateriaal wordt verwezen naar werkbladen dan kun je deze terugvinden op de website en achterin je katern.

Begrippen

- ▶ verhoudingstabel
- ▶ rekenen in een verhoudingstabel
- ▶ procent — percentage — via 1 rekenen
- ▶ rekenen met procenten
- ▶ procenten eraf of erbij

Activiteiten

- ▶ rekenen in verhoudingstabellen;
- ▶ met verhoudingstabellen verhoudingen vergelijken;
- ▶ werken met procenten;
- ▶ werken met procenten in de praktijk;
- ▶ werken met procenten eraf of erbij in de praktijk.

Omgaan met je geld



Domein

Rekenen

Hoofdstuk

Verhoudingen

Inhoud

- 1.1 Verhoudingstabellen 6
- 1.2 Rekenen met verhoudingstabellen 9
- 1.3 Procenten 12
- 1.4 Procentrekenen 14
- 1.5 Procenten eraf/erbij 17

1

1.1 Verhoudingstabellen

Inleiding

Jeroen (13 jaar oud) heeft wel wat zakgeld, maar wil ook sparen. Bijvoorbeeld om later een eigen spelcomputer te kopen, of een rijbewijs te kunnen gaan halen. Daarom wil hij allerlei klusjes gaan doen, zoals folders of huis-aan-huis-krantjes rondbrengen, etc.

Dat kun je pas gaan doen als je 13 jaar bent. Misschien betaalt dat wel € 4,00 per uur.

Jeroen gaat alvast uitpuzzelen wat hem dit kan gaan opleveren.



Je leert in dit onderwerp

- wat een verhoudingstabel is;
- rekenen met verhoudingen.

Voorkennis

- rekenen (optellen, aftrekken, vermenigvuldigen en delen) met decimale getallen en met breuken en alle begrippen die daarbij horen.

Opgave V1

Uitleg

Je hebt een baantje.

Je verdient € 4,00 per uur. Hoeveel je verdient, hangt af van het aantal uur dat je werkt.

gewerkte uren	1	3	4	6	8
verdiensten (in €)	4	12	16	24	32

In de tabel zie je dat het onderste getal telkens 4 keer zo groot is als het getal erboven. De verhouding tussen het aantal gewerkte uren en de verdiensten is steeds 1 : 4 (spreek uit: "één staat tot vier").

Je noemt zo'n tabel een verhoudingstabel.

Opgave 1 Opgave 2

**Theorie**

Een **verhoudingstabel** is een tabel waarin de getallen in de éne rij kunnen worden berekend door die van de andere rij met een vast getal te vermenigvuldigen. Daarom zijn in alle kolommen de verhoudingen hetzelfde.

Je ziet hier een verhoudingstabel, alle getallen van de onderste rij zijn 4 keer zo groot als die in de onderste rij. Hun verhouding is steeds 1 : 4.

gewerkte uren	3	5	8	2,5
verdiensten	12	20	32	10

Je ziet ook dat je bijvoorbeeld de verdiensten bij 8 gewerkte uren kunt berekenen door die bij 3 en 5 gewerkte uren op te tellen.

Je ziet ook dat je bijvoorbeeld de verdiensten bij 2,5 gewerkte uren kunt berekenen door die bij 5 gewerkte uren te halveren.

Voorbeeld 1

Jij verdient € 3,50 per uur.

Als je weet dat je in een bepaalde maand 24 uur gewerkt hebt, kun je uitrekenen hoeveel je in die maand verdiend hebt.

Antwoord

Bijvoorbeeld met een verhoudingstabel.

gewerkte uren	1	4	8	16	24
verdiensten (in €)	3,50	14,00	28,00	56,00	84,00

Je kunt de verhoudingstabel gebruiken om door te rekenen: $24 = 8 + 16$ uur.

Dus dan verdien je $28 + 56 = 84$ euro.

Maar je kunt het ook zo uitrekenen: $24 \times 3,50 = 84$ euro.

Dat lukt hier gemakkelijk omdat je weet wat je voor 1 uur krijgt.

Opgave 3

**Voorbeeld 2**

Er zijn ook folderbezorgers die daarvoor een vast bedrag krijgen met daar bovenop een bedrag per folder.

Bijvoorbeeld een vast bedrag van € 2,50.

En nog € 0,10 per folder.

aantal folders	0	1	2	5	10	100
verdiensden (in €)	2,50	2,60	2,70	3,00	3,50	12,50

Dit is geen verhoudingstabel: de verdiensden bij 2 folders zijn niet 2 keer zoveel als bij 1 folder.

Dat komt omdat er telkens een vast bedrag van € 2,50 bij komt. Zonder dat vaste bedrag was er wel sprake van een verhoudingstabel.

Als je trouwens in een uur 100 folders kunt rondbrengen, zijn de verdiensden per uur nog niet zo slecht!

[Opgave 4](#) [Opgave 5](#) [Opgave 6](#)

1.2 Rekenen met verhoudingstabellen

Inleiding

Jeroen (13 jaar oud) heeft inmiddels wel voor een baantje gekozen. Hij kan elke maand zo'n 30 tot 40 sparen. Dus bekijkt hij wat het sparen hem gaat opleveren. Maar om nou het geld gewoon in een spaarvarken te stoppen is ook zo wat.

Zou je bij banken niet nog wat kunnen verdienen aan je spaargeld? In ieder geval geef je het wat minder snel uit als het op een spaarrekening staat, toch?



Je leert in dit onderwerp

- hoe je in verhoudingstabellen handig kunt rekenen en ze zo kunt vergelijken.

Voorkennis

- rekenen (optellen, aftrekken, vermenigvuldigen en delen) met decimale getallen en met breuken en alle begrippen die daarbij horen;
- het begrip verhoudingstabel en dergelijke tabellen opstellen in daarvoor geschikte situaties.

Opgave VI

Uitleg

In de volgende verhoudingstabel wordt gerekend door:

- bovenste en bijbehorende onderste getallen met hetzelfde getal te vermenigvuldigen;
- bovenste en bijbehorende onderste getallen door hetzelfde getal te delen;
- bovenste en bijbehorende onderste getallen samen te nemen.

De verhouding in deze tabel blijft steeds 1 : 4.

gewerkte uren	1	4	12	6	2	21
verdiens (in €)	4	16	48	24	8	84

Verhoudingstabellen zijn erg handig om verhoudingen te vergelijken. Vaak ga je dan 'terugrekenen naar hetzelfde getal', meestal 1. Bekijk bij **Opgave 2** hoe dat gaat.

Opgave 1 Opgave 2

**Theorie**

Je kunt **rekenen in een verhoudingstabel** door:

- bovenste en bijbehorende onderste getallen met hetzelfde getal te vermenigvuldigen;
- bovenste en bijbehorende onderste getallen door hetzelfde getal te delen;
- bovenste en bijbehorende onderste getallen samen te nemen.

Met verhoudingstabellen kun je heel goed **verhoudingen vergelijken**, zie het **Voorbeeld 2**.

Voorbeeld 1

In deze verhoudingstabel wordt gerekend door:

- bovenste en bijbehorende onderste getallen met hetzelfde getal te vermenigvuldigen;
- bovenste en bijbehorende onderste getallen door hetzelfde getal te delen.

De verhouding in deze tabel blijft steeds 1 : 4.

		$\times 4$	$\times 3$	$: 2$	$: 3$	
gewerkte uren	1	4	12	6	2	21
verdiens- ten (in €)	4	16	48	24	8	84
		$\times 4$	$\times 3$	$: 2$	$: 3$	

In deze verhoudingstabel wordt gerekend door:

- bovenste en bijbehorende onderste getallen samen te nemen.

De verhouding in deze tabel blijft steeds 1 : 4.

		samennemen: optellen				
gewerkte uren	1	4	12	6	2	21
verdiens- ten (in €)	4	16	48	24	8	84
		samennemen: optellen				

Opgave 3 **Opgave 4** **Opgave 5**

Voorbeeld 2

In het winkelcentrum zijn twee supermarkten.

Bij supermarkt I koop je 14 appels voor € 4,20.

Bij supermarkt II koop je 10 appels voor € 2,80.

In welke supermarkt zijn de appels per stuk goedkoper?

Antwoord

Maak twee verhoudingstabellen en reken daarin terug naar 1 appel.

Supermarkt I			
Prijs (in €)	4,20	2,10	0,30
Aantal appels	14	7	1



Supermarkt II		
Prijs (in €)	2,80	0,28
Aantal appels	10	1

Als je de twee verhoudingstabellen met elkaar vergelijkt, dan zie je dat de prijs per appel in supermarkt II lager is dan in supermarkt I.

Verhoudingen kun je vergelijken met verhoudingstabellen.
Het is dan vaak handig om 'terug te rekenen naar 1'.

Opgave 6 **Opgave 7**

1.3 Procenten

Inleiding

Jeroen legt een deel van het geld dat hij maandelijks binnenkrijgt opzij (op een spaarrekening).

Deze maand heeft hij aan zakgeld en aan zijn bijbaantje samen € 65 verdiend. Welk deel daarvan zal hij op de spaarrekening zetten? Hij denkt dat hij wel 60% van zijn geld opzij kan zetten.

Je ziet hier het procentteken.

Eén procent is eenhonderdste deel ergens van.

Rekenen met procenten is dus eigenlijk rekenen met breuken met een noemer van 100.



Je leert in dit onderwerp

- het begrip procent;
- een percentage van een gegeven getal berekenen.

Voorkennis

- rekenen (optellen, aftrekken, vermenigvuldigen en delen) met decimale getallen en met breuken en alle begrippen die daarbij horen;
- rekenen met verhoudingstabellen in daarvoor geschikte situaties.

Opgave V1

Uitleg

Het Franse 'pro cent' betekent 'per honderd'.

Dus 1 **procent** betekent 1 van elke 100.

Dan wordt dat dus $\frac{1}{100}$ deel van het totaal. Je schrijft: $1\% = \frac{1}{100}$.

Dus 1% van 500 is $\frac{1}{100}$ deel van 500. Dat is $\frac{1}{100} \times 500 = 5$.

En 12% van 500 is $\frac{12}{100}$ deel van 500. Dat is $\frac{12}{100} \times 500 = 60$.

12% is een **percentage** van 500.



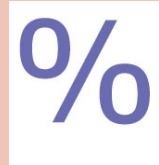
Opgave 1 Opgave 2 Opgave 3

**Theorie**

1 **procent** is $\frac{1}{100} = 0,01$. Dus 1% ergens van is $\frac{1}{100}$ deel daarvan.

Als je 21% van 125 wilt uitrekenen, dan is 21 het gevraagde **percentage** van 125.

Je berekent het met deze verhoudingstabel, of zo: $\frac{21}{100} \times 125 = 26,25$.



getal	125	1,25	26,25
procent	100	1	21

Je past in de tabel het **via 1 rekenen** toe: eerst delen door 100 en dan vermenigvuldigen met 21.

Voorbeeld 1

Je wilt uitrekenen hoeveel 24 procent van € 60,00 is. Dat kan op meerdere manieren:

- $24\% = \frac{24}{100}$, dus 24% van € 60,00 is $\frac{24}{100} \times 60 = 14,40$.
- $24\% = \frac{24}{100} = 0,24$, dus 24% van € 60,00 is $0,24 \times 60,00 = 14,40$.
- 24% is 24 van elke 100. Met een verhoudingstabel vind je:

deel	24	...	14,4
geheel	100	1	60

Je ziet dat je 'via 1 rekent': eerst delen door 100 en dan vermenigvuldigen met 60. Dus 24 procent van € 60,00 is € 14,40.

[Opgave 4](#) [Opgave 5](#) [Opgave 6](#) [Opgave 7](#)

Voorbeeld 2

Jeroen heeft een computer met een harde schijf met een opslagruimte van 80 Gigabyte. Hij ziet bij 'Eigenschappen' dat daarvan 62,9% is gebruikt. Hij wil weten hoeveel Gb (Gigabyte) er bezet is en dus ook hoeveel er nog vrij is.

Antwoord

Je rekt 62,9% van 80 uit: $0,629 \times 80 = 50,32$.

Er is dus 50,32 Gb bezet.

En er is daarom nog $80 - 50,32 = 29,68$ Gb vrij beschikbaar.

[Opgave 8](#) [Opgave 9](#)

1.4 Procentrekenen

Inleiding

Jeroen legt een deel van het geld dat hij maandelijks binnenkrijgt opzij (op een spaarrekening).

Deze maand heeft hij aan zakgeld en aan zijn bijbaantje samen € 65 verdiend. Hij zet daarvan € 40 op zijn spaarrekening. Welk deel van zijn geld is dat? Vaak druk je dat uit in procenten.



Je leert in dit onderwerp

- berekenen hoeveel procent een bepaald deel van het geheel is;
- het geheel berekenen als je weet hoeveel procent een gegeven deel is.

Voorkennis

- rekenen (optellen, aftrekken, vermenigvuldigen en delen) met decimale getallen en met breuken en alle begrippen die daarbij horen;
- rekenen met verhoudingstabellen in daarvoor geschikte situaties;
- het begrip procent en een percentage van een gegeven getal berekenen.

Opgave V1

Uitleg

Wil je weten welk percentage 4 van de 50 is?

4 van de 50 kun je op verschillende manieren omrekenen in een percentage:

- 4 van de 50 is $\frac{4}{50}$ deel. En $\frac{4}{50} = 0,08 = 8\%$.
- Met een verhoudingstabel zoals deze.

deel	4	...	8
geheel	50	1	100

Ook nu zie je dat 4 van de 50 gelijk is aan 8%.

Met de verhoudingstabel reken je via 1.

Opgave 1 Opgave 2 Opgave 3



Theorie

In de volgende situaties kun je **rekenen met procenten**:

- Je wilt van verschillende hoeveelheden of bedragen een even groot deel uitrekenen, zie **Voorbeeld 1**;
- Je wilt twee delen van verschillende hoeveelheden eerlijk vergelijken, zie **Voorbeeld 2**.
- Je wilt bij een gegeven percentage vanuit het deel het geheel berekenen, zie **Voorbeeld 3**.



In plaats van met procenten rekenen zeg je ook wel: met percentages werken. Een **percentage** is een aantal procent: 15% is een percentage van 15.

Voorbeeld 1

Een bekende schrijver krijgt 15% van de verkoopprijs van elk van zijn boeken. Hij heeft een paar boeken geschreven die voor € 16,00 worden verkocht. Hij heeft ook boeken geschreven die voor € 10,00 worden verkocht. Van de boeken van € 16,00 zijn er in een bepaald jaar 14.000 verkocht. Van de boeken van € 10,00 zijn er dat jaar 36.000 verkocht. Hoeveel heeft de schrijver in totaal daaraan verdiend?

Antwoord

Je kunt bijvoorbeeld zo rekenen:

- Boeken van € 16,00 leveren $0,15 \times 16 = 2,40$ euro per boek op. In totaal wordt dat $14.000 \times 2,40 = 33.600$ euro.
- Boeken van € 10,00 leveren $0,15 \times 10 = 1,50$ euro per boek op. In totaal wordt dat $36.000 \times 1,50 = 54.000$ euro.

Dat is in totaal $33.600 + 54.000 = 87.600$ euro.

Je ziet het: je moet schrijver worden en goed verkopen!

[Opgave 4](#) [Opgave 5](#)

**Voorbeeld 2**

In klas 1A hebben 3 van de 20 leerlingen voor een wiskundetoets een onvoldoende gehaald. In klas 1B hebben voor dezelfde toets 4 van de 30 leerlingen een onvoldoende gehaald.

Mag je zeggen dat er in 1B naar verhouding meer onvoldoendes zijn?

Antwoord

Dit probleem kun je oplossen met behulp van percentages.

3 van de 20 kun je op verschillende manieren omrekenen in een percentage:

- 3 van de 20 is $\frac{3}{20}$ deel.
En $\frac{3}{20} = 0,15 = 15\%$.
- Met een verhoudingstabel en via 1 rekenen:

deel	3	...	15
geheel	20	1	100

Ook nu zie je dat 3 van de 20 gelijk is aan 15%.

Zo kun je ook 4 van de 30 omrekenen naar 13,333...%.

Omdat in klas 1A het percentage onvoldoende 15 is en in klas 1B 13,333..., zijn er in 1B naar verhouding minder onvoldoendes.

Opgave 6 **Opgave 7**

Voorbeeld 3

Dit jaar is 60% van alle leden van een vereniging op de jaarvergadering. Er waren 129 aanwezigen.

Hoeveel leden had die vereniging toen?

Antwoord

aantal	129	...	215
percentage	60	1	100

Bedenk dat 60% van dat aantal 129 is.

Maak een verhoudingstabel en reken via 1.

Deze vereniging telde 215 leden.

Opgave 8 **Opgave 9**

1.5 Procenten eraf/erbij

Inleiding

Om zijn spaargeld niet aan te hoeven spreken, maakt Jeroen bij het aanschaffen van een trui of zoiets meestal gebruik van kortingsacties.

Bij korting gaat er vaak een bepaald percentage van de winkelprijs af. Maar hoeveel moet je dan betalen?

Maar soms worden spullen ook duurder. Als de prijs wordt verhoogd met een bepaald bedrag, welk percentage komt er dan bij?



Je leert in dit onderwerp

- berekenen hoeveel erbij komt of eraf gaat als het percentage bekend is;
- berekenen hoeveel procent erbij komt of eraf gaat als het bedrag bekend is.

Voorkennis

- rekenen (optellen, aftrekken, vermenigvuldigen en delen) met decimale getallen en met breuken en alle begrippen die daarbij horen;
- rekenen met verhoudingstabellen in daarvoor geschikte situaties;
- het begrip procent en rekenen met procenten.

Opgave V1

Uitleg

Bij het werken met procenten gaat het vaak om

- Percentage eraf:
Als je op een trui van € 60 een korting van 25% van de prijs krijgt, moet je nog 75% betalen. Dat kost je dus $0,75 \times 60 = 45$ euro.
- Percentage erbij:
Als een broek van 50 euro 10% duurder is geworden, dan kost hij 110%.
Dat is $1,10 \times 50 = 55$ euro.

Je kunt dergelijke berekeningen ook maken met behulp van verhoudingstabellen. Vooral als je twijfelt hoe je moet rekenen, zijn ze handig.

Opgave 1 Opgave 2 Opgave 3

**Theorie**

Bij het werken met procenten gaat het vaak om

- Een **percentage erbij**:
Een winkelier koopt zijn artikelen voor een bepaalde inkoopprijs.
Hij wil ze dan verkopen voor een verkoopprijs die bijvoorbeeld 20% hoger ligt.
Hij moet dan bij elk artikel 20% van de inkoopprijs optellen, zie **Voorbeeld 1**.
- Een **percentage eraf**:
Een winkelier doet bepaalde artikelen in de uitverkoop.
Van alle verkoopprijzen gaat bijvoorbeeld 40% af, zie **Voorbeeld 2**.

Een bijzondere toepassing hiervan is de btw (Belasting Toegevoegde Waarde). Deze belasting moet een ondernemer betalen over de producten die hij verkoopt of de diensten die hij levert. Hij berekent deze btw aan de klant, maar draagt daarna het bedrag aan de overheid af. Er zijn verschillende tarieven, het bekendst is het 21% tarief. Zie.

Voorbeeld 1

Een winkelier koopt broeken van een bepaald merk voor € 40,00 per stuk.
Hij wil een winst maken van 20 procent. Hij wil dus 20% bij € 40,00 optellen.
Hoeveel rekent hij voor zo'n broek?

Antwoord

Je kunt dit op drie manieren berekenen:

- 20% van 40,00 is $0,20 \times 40,00 = 8,00$.
En $40,00 + 8,00 = 48,00$ euro.
- Met een verhoudingstabel (eventueel via 1 rekenen):

deel	40	...	8
geheel	100	1	20

En $40,00 + 8,00 = 48,00$ euro.

- De 40 euro stelt 100% voor. Er komt 20% bij, samen 120%.
120% van 40,00 is $1,20 \times 40,00 = 48,00$.

Hij verkoopt deze broeken dus voor € 48,00.

Opgave 4 **Opgave 5**

**Voorbeeld 2**

Het is uitverkoop.

Op de broek van € 48,00 krijg je 25% korting. Er gaat 25% van de prijs af.
Hoe duur is de broek tijdens de uitverkoop?

Antwoord

Je kunt dit op drie manieren berekenen:

- 25% van 48,00 is $0,25 \times 48,00 = 12,00$.
En $48,00 - 12,00 = 36,00$ euro.
- Met een verhoudingstabel (eventueel via 1 rekenen):

deel	48	...	12
geheel	100	1	25

En $48,00 - 12,00 = 36,00$ euro.

- De 48 euro stelt 100% voor. Er gaat 25% af, dus de nieuwe prijs is 75% van de oude.
75% van 48,00 is $0,75 \times 48,00 = 36,00$.

De prijs van deze broeken is in de uitverkoop dus € 36,00.

[Opgave 6](#) [Opgave 7](#) [Opgave 8](#)

Begrippen

- ▶ kubus, balk (of blok), piramide, prisma, bol, cilinder, kegel
- ▶ hoekpunt, ribbe, grensvlak
- ▶ parallelprojectie
- ▶ uitslag — bouwplaat
- ▶ inhoud, volume — kubieke meter, liter
- ▶ diagonaalvlak — lichaamsdiagonaal — zijvlakdiagonaal

Activiteiten

- ▶ enkele ruimtelijke figuren herkennen;
- ▶ hoekpunten, grensvlakken en ribben van ruimtelijke figuren herkennen en benoemen;
- ▶ ruimtelijke figuren tekenen (op rooster);
- ▶ uitslagen van ruimtelijke figuren herkennen en maken;
- ▶ inhoud (volume) van enkele ruimtelijke figuren berekenen — inhoudsmaten omrekenen;
- ▶ diagonalen en diagonaalvlakken in ruimtelijke figuren herkennen en op ware grootte tekenen.

Verpakkingen ontwerpen



Domein

Meten en tekenen

Hoofdstuk

Ruimtelijke figuren

Inhoud

2.1	Ruimtelijke figuren	22
2.2	Grensvlakken en ribben	25
2.3	Ruimtelijk tekenen	28
2.4	Uitslagen	31
2.5	Inhoud	34
2.6	Diagonaalvlakken	38



2.1 Ruimtelijke figuren

Inleiding

Je komt deze oproep tegen van het bedrijf Cartona dat verpakkingen maakt.

Samen met je wiskundedocent maak je er een project van voor de hele klas. Je kunt ieder voor zich laten werken, maar je kunt er ook groepswork van maken.

Een verpakking is een ruimtelijke vorm om iets in op te bergen, vaak ook te versturen.

Ruimtelijke vormen zijn er in overvloed. Je herkent er in de figuur wel een aantal. Maar waar herken je die vormen aan? En welke vormen zijn bruikbaar als verpakking? Of juist heel bijzonder?

Doe mee aan onze
ontwerpwedstrijd

Ontwerp een originele,
handige en vooral
duurzame verpakking
en win een mooie prijs!

Je leert in dit onderwerp

- ruimtelijke figuren herkennen en benoemen;
- ervaringen opdoen met de grensvlakken van ruimtelijke figuren.

Voorkennis

- enkele namen van ruimtelijke vormen, zoals de kubus, de balk, de piramide, de cilinder, de kegel en de bol.

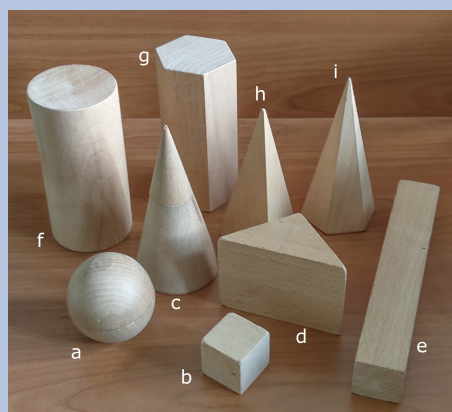
Opgave V1

Uitleg

Je ziet hier enkele blokken die ruimtelijke vormen hebben. Er zijn nogal veel verschillende vormen mogelijk zoals je ziet. Je spreekt van ruimtelijke figuren. Bekende namen zijn:

- een bol
- een kubus
- een kegel
- een driehoekig prisma
- een blok, of balk
- een cilinder
- een zeshoekig prisma
- een vierhoekige piramide
- een zeshoekige piramide

Van de laatste twee figuren kun je wel herkennen dat het piramides zijn, maar niet hoeveel zijanten ze hebben.



[Opgave 1](#) [Opgave 2](#) [Opgave 3](#)



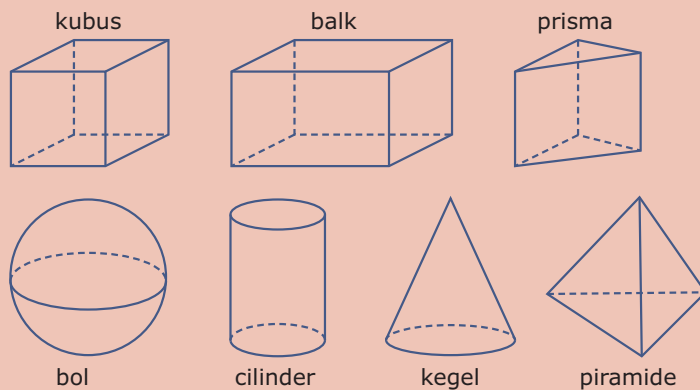
Theorie

De belangrijkste **ruimtelijke figuren** zijn:

- de **kubus**;
- de **balk**;
- het **prisma**;
- de **bol**;
- de **cilinder**;
- de **kegel**;
- de **piramide**.

Ruimtelijke figuren worden ook wel aangeduid als een **lichaam**.

Als de figuur massief is, kun je sommige lijnen niet zien; vaak worden die gestippeld.



Voorbeeld 1

Deze twee dozen hebben beide de vorm van een prisma (let niet op het doorzichtige venstertje).

Een prisma kan de meest uiteenlopende vormen hebben. Er zijn altijd twee precies gelijke, hoekige vlakken die evenwijdig zijn. Deze twee vlakken zijn met elkaar verbonden door andere vlakken. Als deze vlakken rechthoekig zijn, is het een recht prisma.

(Twee vlakken zijn evenwijdig als ze in de ruimte dezelfde richting hebben. En dus overal even ver van elkaar af liggen.)

In de driehoekige doos zijn de twee driehoeken de gelijke, evenwijdige vlakken.

De doos met het venstertje heeft de vorm van een vierhoekig prisma. De twee gelijke evenwijdige vlakken zijn de linkerkant en de rechterkant.



[Opgave 4](#) [Opgave 5](#)

**Voorbeeld 2**

Deze kleine 'gift box' (geschenkdoosje) heeft de vorm van een piramide.

Er is één vierkant grondvlak. Dat kun je niet zien op de foto. Alle andere vlakken zijn driehoeken die in één punt (de top van de piramide) uitkomen.

Ook als het grondvlak een andere veelhoek is, spreek je van een piramide zolang alle andere vlakken maar driehoeken zijn die in de top samenkomen.



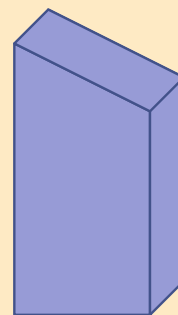
Opgave 6 Opgave 7

Voorbeeld 3

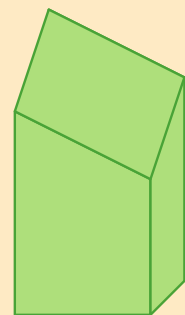
Twee ruimtelijke figuren kunnen soms veel op elkaar lijken, terwijl de ene wel een bekende wiskundige ruimtelijke figuur is en de ander niet. Kijk maar eens naar de figuren.

Figuur I is prisma.

Figuur II lijkt er sterk op, maar is het toch niet.



figuur I



figuur II

Opgave 8

2.2 Grensvlakken en ribben

Inleiding

Je doet mee met deze ontwerpwedstrijd.

Een verpakking is een ruimtelijke vorm om iets in op te bergen, vaak ook te versturen.

Ruimtelijke vormen zijn er in overvloed. Je kunt nu deze figuren wel een naam geven. Maar je wilt ook hun hoekpunten, ribben, grensvlakken kunnen benoemen en zien hoeveel er van zijn. Dat heb je nodig om deze verpakkingen zelf te kunnen maken.



Je leert in dit onderwerp

- hoekpunten, grensvlakken en ribben van ruimtelijke figuren herkennen en benoemen;
- het aantal hoekpunten, grensvlakken en ribben van ruimtelijke figuren bepalen.

Voorkennis

- de belangrijkste namen van vlakke figuren, zoals vierkant, rechthoek, driehoek, vlieger, ruit, parallellogram en deze figuren herkennen;
- de belangrijkste namen van ruimtelijke figuren, zoals kubus, balk, piramide, prisma, cilinder, kegel en bol en deze figuren herkennen.

Opgave V1

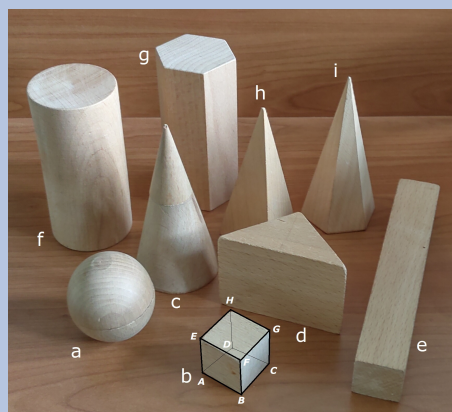
Uitleg

Je ziet hier houten uitvoeringen van ruimtelijke figuren. Om over hun eigenschappen te kunnen praten moet je enkele afspraken maken.

Neem bijvoorbeeld de kubus.

Die heeft zes zijkanten, die grensvlakken worden genoemd.

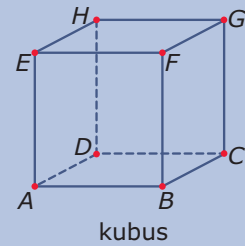
Verder heeft hij acht hoekpunten. Door die hoekpunten van letters te voorzien, kun je bijvoorbeeld spreken over grensvlak $ABCD$. Je plaatst die letters meestal zoals je in de figuur ziet: begin linksonder aan de voorkant met A en voorzie dan het grondvlak tegen de klok in van B , C en D . Voor het bovenzvlak begin je linksboven aan de voorkant met E en dan plaats je de andere letters tegen de klok in.





De rechte randen van de ruimtelijke figuur heten ribben. Nu kun je bijvoorbeeld spreken over ribbe AB , etc.

Van een kubus zijn alle grensvlakken platte vlakken, een bol bijvoorbeeld heeft alleen één gebogen grensvlak en geen ribben, een kegel heeft één plat cirkelvormig grensvlak (het grondvlak) en één gebogen grensvlak. De kegel heeft één hoekpunt, de top.

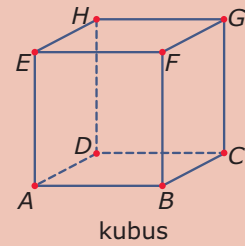


Opgave 1 Opgave 2

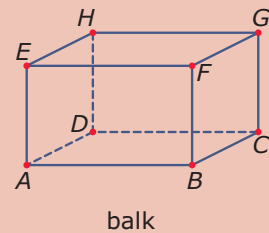
Theorie

De hoekpunten van een ruimtelijke figuur, een **lichaam**, geef je aan met hoofdletters. Zo kun je de figuur zelf, maar ook de vlakken duidelijk aangeven. De hoofdletters moeten in een logische volgorde staan.

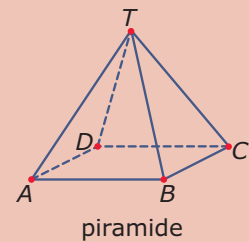
De **kubus** $ABCD.EFGH$ heeft zes platte **grensvlakken** die allemaal de vorm van een vierkant hebben. $ABCD$ is zo'n grensvlak. Lijnstuk AB noem je een **ribbe**, omdat het de snijlijn van twee platte grensvlakken is. Elke kubus heeft twaalf gelijke ribben. Punt E noem je een **hoekpunt**. Elke kubus heeft acht hoekpunten.



Een **balk** $ABCD.EFGH$ heeft ook zes platte grensvlakken. Het zijn allemaal rechthoeken. Twee tegenover elkaar liggende grensvlakken zijn hetzelfde. Er zijn weer twaalf ribben en acht hoekpunten.



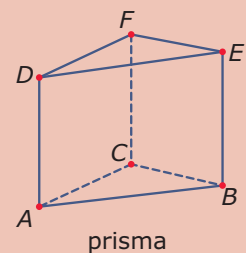
De **vierzijdige piramide** $ABCD.T$ heeft vijf platte grensvlakken. Het **grondvlak** $ABCD$ is een vierkant. De vier opstaande grensvlakken zijn driehoeken. De vier opstaande ribben zijn hier even lang. Elke piramide heeft als grondvlak een veelhoek. De **top** van de piramide ligt boven die veelhoek.



Als de top recht boven het midden van een regelmatig grondvlak (zoals een vierkant) ligt, dan noem je het een **regelmatige (vierzijdige) piramide**. In dat geval zijn de ribben naar de top toe even lang.

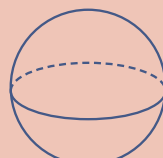
Dit **rechte driezijdige prisma** $ABC.DEF$ heeft vijf platte grensvlakken. Het onder- en het bovenvlak zijn gelijke driehoeken. De opstaande grensvlakken zijn hier rechthoeken.

Bij elk **prisma** zijn onder- en bovenvlak dezelfde veelhoek. Alle opstaande ribben zijn gelijk en lopen evenwijdig. Maar de opstaande grensvlakken hoeven geen rechthoeken te zijn: als het parallellogrammen zijn, wordt het een **scheef prisma**.





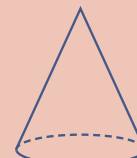
De **bol**, de **cilinder** en de **kegel** hebben allen één gebogen grensvlak. Een bol heeft geen ribben. Een cilinder heeft wel een grondcirkel, een mantel en een bovcirkel, maar geen ribben, omdat de randen gebogen zijn. Een kegel heeft een grondcirkel, een mantel en een top.



bol



cilinder



kegel

Herken je in een figuur meer dan één ruimtelijk figuur, dan spreek je van een **samengesteld ruimtelijk figuur** of een **samengesteld lichaam**.

Voorbeeld 1

Deze doos heeft de vorm van een balk.

Er zijn drie verschillende lengtes voor de ribben van deze balk. De voorkant van de doos (met de figuren er op) is een rechthoek van 42 cm bij 38 cm.

De bovenkant is een rechthoek van 42 cm bij 45 cm.

Bereken de totale buitenoppervlakte van deze doos.



Antwoord

Er zijn twee grensvlakken (voorkant en achterkant) van $42 \times 38 = 1596 \text{ cm}^2$.

Er zijn twee grensvlakken (onderkant en bovenkant) van $42 \times 45 = 1890 \text{ cm}^2$.

Er zijn twee grensvlakken (de twee zijkanten) van $38 \times 45 = 1710 \text{ cm}^2$.

Dus de totale oppervlakte is 10392 cm^2 .

Opgave 3 Opgave 4

Voorbeeld 2

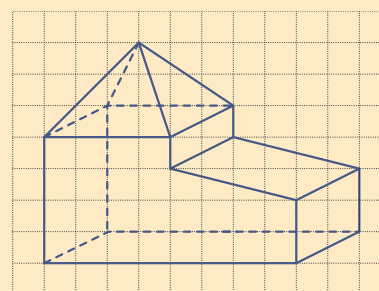
Bekijk de samengestelde ruimtelijke figuur. Deze is op te delen in:

- een kubus
- een piramide
- een prisma

(of alleen in een prisma en een piramide).

Je kunt het aantal ribben (22), het aantal hoekpunten (13)

en het aantal grensvlakken (11) gemakkelijk tellen omdat je 'door de figuur heen kunt kijken'. Het wordt lastiger als je de achterkant van de figuur niet kunt zien.



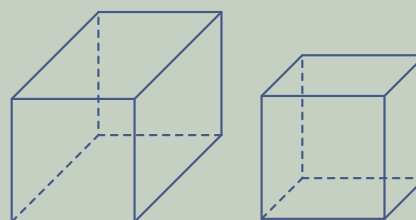
Opgave 5 Opgave 6

2.3 Ruimtelijk tekenen

Inleiding

Voor de ontwerpwedstrijd moet je natuurlijk een tekening van je ontwerp maken. Maar een ruimtelijke figuur tekenen is nog wel even een probleemje...

Van welke figuur zeg je dat het een kubus is? En van welke figuur zijn alle ribben even lang? En hoe zit het met de evenwijdigheid van de ribben? Kortom: wat is de beste tekening van een kubus?



figuur I

figuur II

Je leert in dit onderwerp

- ruimtelijke figuren op roosterpapier tekenen, het begrip parallelprojectie;
- informatie over ruimtelijke figuren aflezen uit een tekening op roosterpapier.

Voorkennis

- de belangrijkste namen van ruimtelijke figuren, zoals kubus, balk, piramide, prisma, cilinder, kegel en bol en deze figuren herkennen;
- hoekpunten, grensvlakken en ribben van ruimtelijke figuren herkennen, berekenen en benoemen;
- correcte uitslagen en aanzichten van ruimtelijke figuren herkennen en maken;
- vanuit gegeven aanzichten een figuur herkennen en de figuur of zijn uitslag tekenen.

Opgave VI

Uitleg

Dit zou een kubus moeten zijn want alle ribben zijn even lang getekend. Maar hij lijkt er niet op. Bij het tekenen van een ruimtelijke figuur:

- teken je lijnstukken die 'naar achteren lopen' korter dan ze in werkelijkheid zijn;
- teken je lijnstukken die 'naar achteren lopen' schuin naar achteren.

Deze tweede figuur lijkt wel op een kubus.

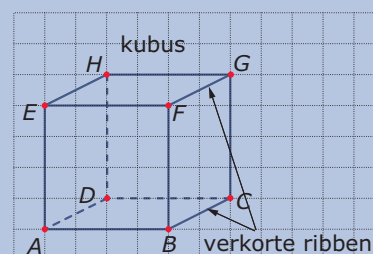
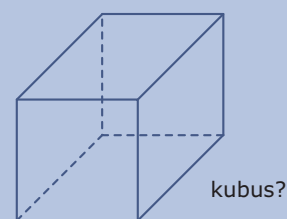
Maar je moet wel weten dat het een kubus moet voorstellen!

Want in werkelijkheid staan ribben AB en BC loodrecht op elkaar, maar in de figuur zit daar geen rechte hoek.

Ook zijn niet alle ribben even lang, wat bij een kubus wel hoort.

Wel zijn evenwijdige lijn(stukk)en ook evenwijdig in de figuur.

In de tekening zie je hoe ribbe BC is getekend. Die ribbe is in werkelijkheid vier hokjes lang. Maar je gaat vanaf B eerst twee hokjes naar rechts en één hokje omhoog. Deze aanpak kun je in elke tekening van een ruimtelijke figuur toepassen.



Opgave 1 Opgave 2

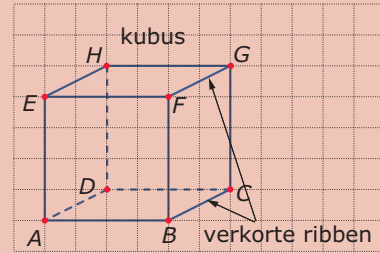


Theorie

Bij een **ruimtelijke tekening** gebruik je de evenwijdigheid van de ribben van de figuur. Ook in de tekening blijven evenwijdige ribben evenwijdig. Dat noem je een **parallelprojectie**, omdat 'parallel' een ander woord is voor 'evenwijdig'.

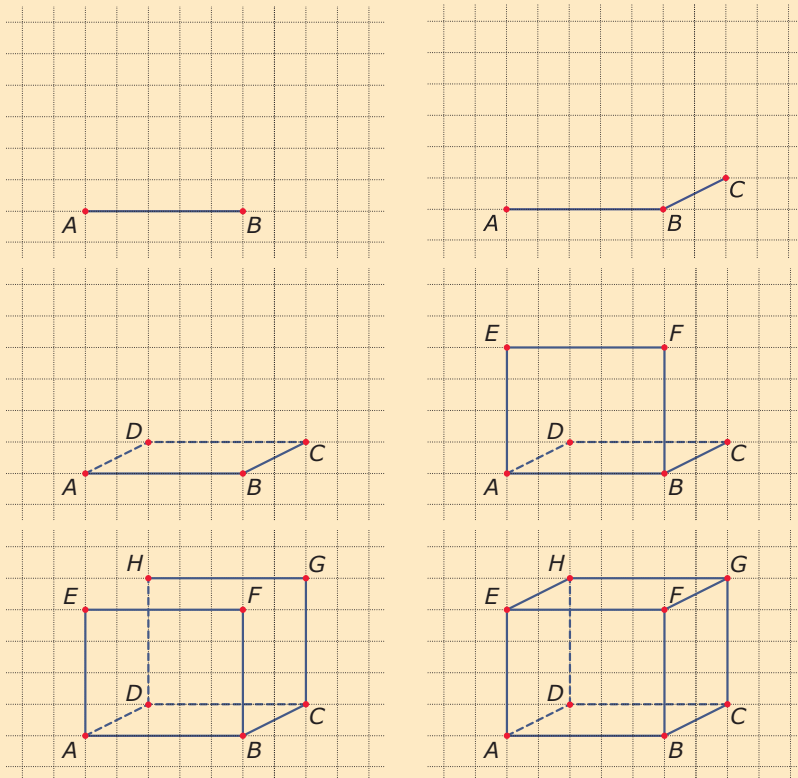
Je ziet hier een kubus in parallelprojectie getekend op een rooster.

Om de evenwijdigheid te behouden maak je van de roosterhokjes gebruik. Lijnen die naar achteren lopen worden verkort.



Voorbeeld 1

Je ziet hoe je zelf op roosterpapier een balk $ABCD.EFGH$ met $AB = 5$, $AD = 4$ en $AE = 4$ kunt tekenen.

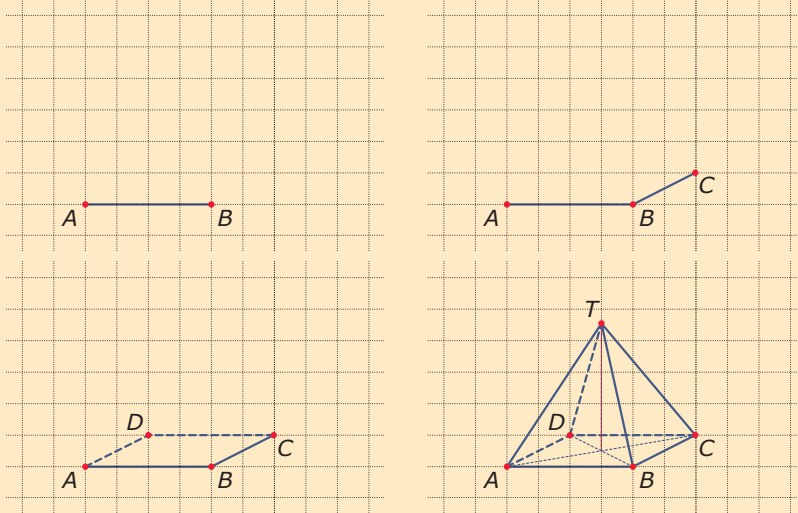


Opgave 3 Opgave 4

**Voorbeeld 2**

Hoe teken je een piramide? Vaak is het grondvlak van een piramide een vierkant en zit de top van de piramide recht boven het midden van dit grondvlak. Je kunt de top niet zomaar ergens neerzetten, hij moet wel op de goede plaats zitten.

Je ziet hoe je zelf op roosterpapier zo'n regelmatige vierzijdige piramide kunt tekenen. Het grondvlak $ABCD$ is een vierkant van 4 bij 4 en de top T ligt 4 boven het midden van het grondvlak.

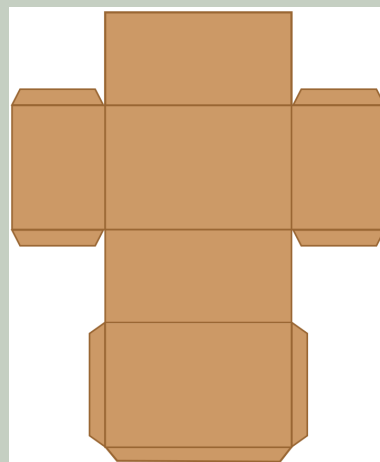
**Opgave 5**

2.4 Uitslagen

Inleiding

Voor de ontwerpwedstrijd moet je ook een manier verzinnen om je ontwerp te (laten) maken.

Ruimtelijke figuren kun je vaak zelf maken vanuit een bouwplaat(je) zoals dat hiernaast. Enig idee hoe je hiervan een doosje maakt? En welke vorm het doosje dan heeft?



Je leert in dit onderwerp

- uitslagen van ruimtelijke figuren herkennen en/of beoordelen op juistheid;
- correcte uitslagen van ruimtelijke figuren maken;
- ruimtelijke figuren bouwen met behulp van bouwplaten.

Voorkennis

- de belangrijkste namen van ruimtelijke figuren, zoals kubus, balk, piramide, prisma, cilinder, kegel en bol en deze figuren herkennen;
- hoekpunten, grensvlakken en ribben van ruimtelijke figuren herkennen en benoemen;
- het aantal hoekpunten, grensvlakken en ribben van ruimtelijke figuren berekenen.

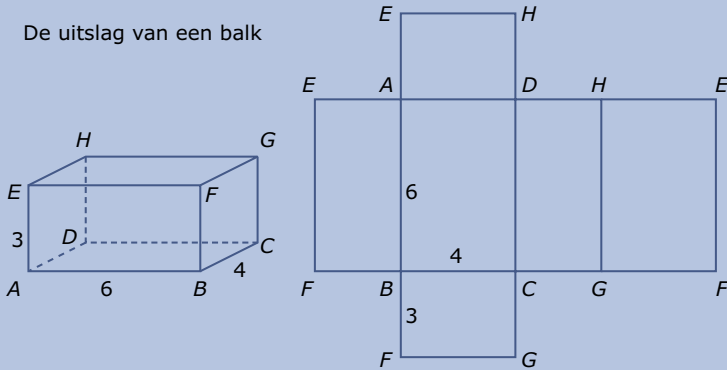
Opgave V1



Uitleg

Hier zie je een uitslag van een balk. Een uitslag bestaat uit alle grensvlakken aan elkaar en wordt op ware grootte getekend. De uitslag moet met terugvouwen altijd weer het oorspronkelijke ruimtelijke figuur opleveren. Van een ruimtelijke figuur kun je verschillende uitslagen maken. Maar je kunt ook gemakkelijk een foute uitslag maken.

De uitslag van een balk



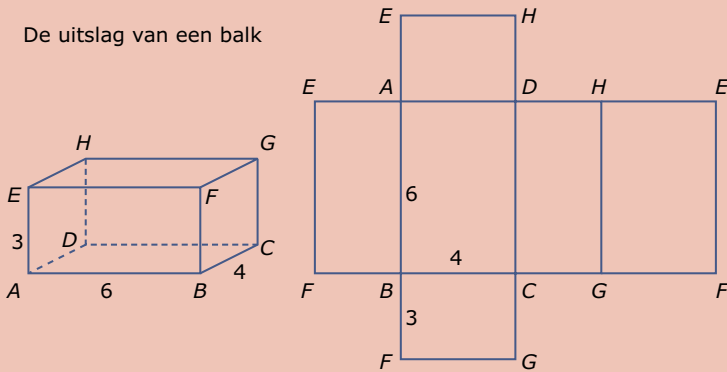
Als je de uitslag op geschikte plaatsen van plakrandjes voorziet, kun je (als het goed is) de ruimtelijke figuur zelf bouwen. Je noemt zo'n uitslag met plakrandjes een bouwplaat.

Opgave 1 **Opgave 2**

Theorie

Een ruimtelijke figuur kun je openknippen en uitvouwen tot één plat figuur. Je hebt dan een soort **bouwplaat**. Een echte bouwplaat heeft echter plakranden en kan uit meerdere losse onderdelen bestaan. De bouwplaat van een ruimtelijke figuur zonder plakranden heet **uitslag**. Een uitslag bestaat uit alle grensvlakken aan elkaar en wordt op ware grootte getekend. De uitslag moet met terugvouwen altijd weer het oorspronkelijke ruimtelijke figuur opleveren. Van een ruimtelijke figuur kun je verschillende uitslagen maken.

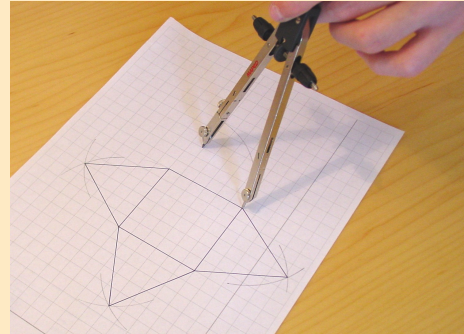
De uitslag van een balk



**Voorbeeld 1**

Het tekenen van een uitslag van een kubus of een balk is niet moeilijk. Elk grensvlak is immers een rechthoek of een vierkant.

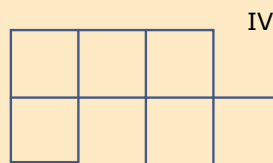
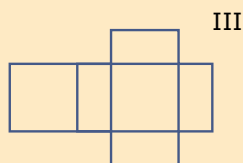
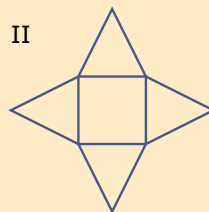
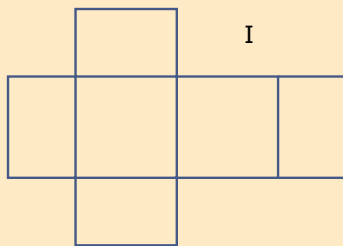
Maar het tekenen van een uitslag van een prisma of piramide is lastiger. Op de foto zie je iemand met behulp van een passer een uitslag construeren van een regelmatige vierzijdige piramide waarvan alle ribben 6 cm lang zijn en waarvan het grondvlak een vierkant is. De passer is nodig om de top van de piramide op de juiste plaats in de uitslag te krijgen. De top van de piramide zie je vier keer in de uitslag.



Opgave 3 Opgave 4

Voorbeeld 2

Sommige 'uitslagen' lijken wel goed, maar blijken bij het vouwen niet de gewenste ruimtelijke figuur te vormen. Je ziet twee goede en twee foute uitslagen. Zie je dat de uitslagen I en IV nooit in elkaar kunnen worden gezet?



Opgave 5 Opgave 6 Opgave 7

2.5 Inhoud

Inleiding

Je hebt nu voor je ontwerpwedstrijd diverse verpakkingen voorbij zien komen. En je hebt ze al zelf gemaakt met behulp van bouwplaatjes.

Maar soms moet je weten hoeveel er in kan. Bijvoorbeeld als het een verpakking van melk of suiker of hagelslag moet worden. Je gebruik dan de eenheidskubus van 1 cm^3 , dus van 1 cm bij 1 cm bij 1 cm. En je probeert te bedenken hoeveel van die eenheidskubusjes er in zouden passen.



Je leert in dit onderwerp

- de inhoud (het volume) van een balk, een halve balk, een cilinder en daaruit samengestelde figuren berekenen;
- eenheden voor inhoud gebruiken en ze naar elkaar omrekenen.

Voorkennis

- de belangrijkste namen van ruimtelijke figuren, zoals kubus, balk, piramide, prisma, cilinder, kegel en bol en deze figuren herkennen;
- hoekpunten, grensvlakken en ribben van ruimtelijke figuren herkennen, berekenen en benoemen;
- correcte uitslagen van ruimtelijke figuren herkennen en maken.

Opgave V1



Uitleg 1

De inhoud of het volume van deze balk $ABCD.EFGH$ bepaal je door te tellen hoeveel eenheidskubussen van 1 bij 1 bij 1 er in passen.

In balk $ABCD.EFGH$ passen $4 \times 3 \times 5 = 60$ eenheidskubussen.

Als een eenheidskubus 1 m bij 1 m bij 1 m voorstelt, dan heeft een eenheidskubus een inhoud van 1 m^3 (spreek uit: kubieke meter).

De balk $ABCD.EFGH$ heeft dan een inhoud van 60 m^3 .

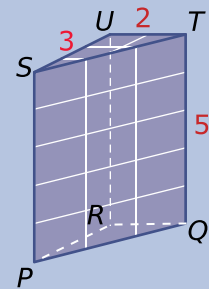
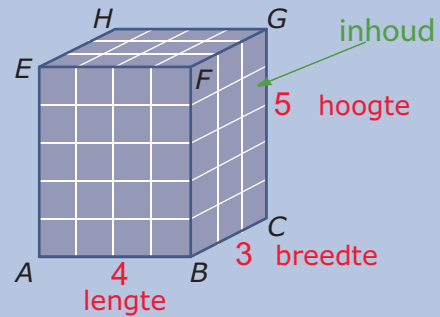
Om de inhoud van de halve balk $PQR.STU$ te berekenen, kun je er een hele balk omheen tekenen met een grondvlak van 2 bij 3 en een hoogte van 5. De inhoud van $PQR.STU$ is $\frac{1}{2} \times 2 \times 3 \times 5 = 15$ eenheidskubussen.

Van een balk en een halve balk kun je de inhoud berekenen door de oppervlakte van het grondvlak met de hoogte te vermenigvuldigen.

Veel prisma's kun je in balken en halve balken verdelen.

Dan is: $\text{inhoud (prisma)} = \text{oppervlakte grondvlak} \times \text{hoogte}$.

Let er wel op dat het grondvlak van een prisma niet altijd het ondervlak is. Een prisma kan op zijn kant liggen!



Uitleg 2

De kubieke meter (m^3) is de standaardmaat voor inhoud (volume). Een kubieke meter is eigenlijk een kubus van 1 m bij 1 m bij 1 m.

Een kubus van 1 m bij 1 m bij 1 m kun je opdelen in kleinere kubussen van. Bijvoorbeeld van 1 dm bij 1 dm bij 1 dm.

Je ziet: $1 \text{ m}^3 = 10 \text{ dm} \times 10 \text{ dm} \times 10 \text{ dm} = 1000 \text{ dm}^3$.

Ook: $1 \text{ m}^3 = 100 \text{ cm} \times 100 \text{ cm} \times 100 \text{ cm} = 1000000 \text{ cm}^3$.

Omrekenen van volume-eenheden gaat in stappen van 1000.

Een andere belangrijke inhoudsmaat is de liter (L).

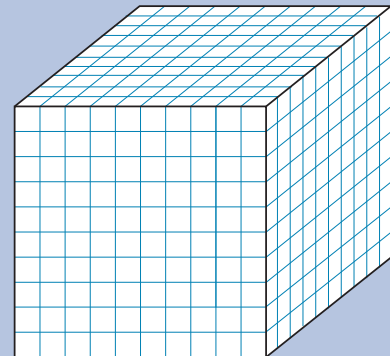
1 liter is precies 1 dm^3 .

Dus: $1 \text{ m}^3 = 1000 \text{ dm}^3 = 1000 \text{ L}$.

Bij de liter kun je weer met voorvoegsels werken, zoals:

$1 \text{ L} = 10 \text{ dL} = 100 \text{ cL} = 1000 \text{ mL}$.

Merk op: $1 \text{ mL} = 0,001 \text{ L} = 0,001 \text{ dm}^3 = 1 \text{ cm}^3$.



[Opgave 1](#) [Opgave 2](#) [Opgave 3](#) [Opgave 4](#)



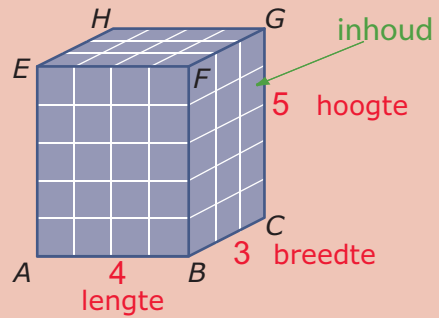
Theorie

Om de **inhoud** van een lichaam te bepalen, tel je hoeveel kubusjes van 1 bij 1 bij 1 erin passen. In plaats van inhoud zeg je ook wel **volume**.

Bij een balk kun je het aantal **eenheidskubussen** snel tellen.

Je vindt het volume zo:

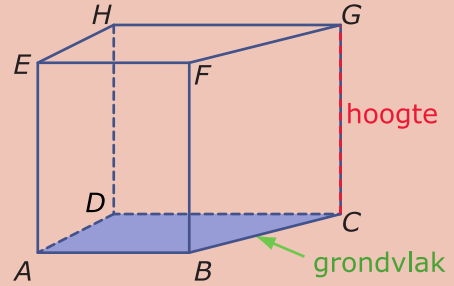
$$\begin{aligned} \text{inhoud} &= \text{lengte} \times \text{breedte} \times \text{hoogte} \\ &= \text{oppervlakte grondvlak} \times \text{hoogte}. \end{aligned}$$



De inhoud van veel ruimtelijke figuren kun je berekenen door ze op te delen in hele en halve balken. Ook voor dit prisma geldt:

$$\text{inhoud (prisma)} = \text{oppervlakte grondvlak} \times \text{hoogte}.$$

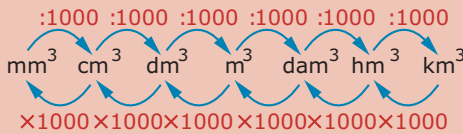
De standaard **inhoudseenheid** of **volume-eenheid** is de kubieke meter (m^3). Een **kubieke meter** is een kubus van 1 m bij 1 m bij 1 m.



En dus is: $1 \text{ m}^3 = 10 \text{ dm} \times 10 \text{ dm} \times 10 \text{ dm} = 1000 \text{ dm}^3$.

Zo is ook: $1 \text{ dm}^3 = 10 \text{ cm} \times 10 \text{ cm} \times 10 \text{ cm} = 1000 \text{ cm}^3$.

Je kunt dus stapsgewijs omrekenen door met 1000 te vermenigvuldigen of erdoor te delen.



Een andere belangrijke inhoudsmaat is de **liter** (L).

1 liter is precies 1 dm^3

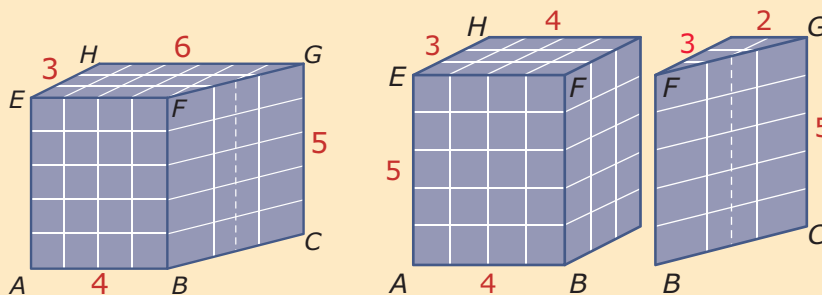
En: $1 \text{ m}^3 = 1000 \text{ dm}^3 = 1000 \text{ L}$.

Bij de inhoudsmaat liter kun je weer met voorvoegsels werken, dus: $1 \text{ L} = 10 \text{ dL} = 100 \text{ cL} = 1000 \text{ mL}$.



Voorbeeld 1

Om de inhoud van prisma $ABCD.EFGH$ te bepalen, kun je hem te verdelen in een hele balk en een halve balk. Je kunt ook gebruik maken van grondvlak en hoogte.



Bereken het volume van dit prisma.

Antwoord

De inhoud van prisma $ABCD.EFGH$ kun je bepalen door het volume van de balk en dat van de halve balk apart uit te rekenen:

- de inhoud van de balk van 4 bij 3 bij 5 is $4 \times 3 \times 5 = 60$;
- de inhoud van de halve balk van 2 bij 3 bij 5 is: $\frac{1}{2} \times 2 \times 3 \times 5 = 15$.

De totale inhoud van prisma $ABCD.EFGH$ is dus: $60 + 15 = 75$ eenheden.

Je kunt ook gebruik maken van *inhoud (prisma) = oppervlakte grondvlak × hoogte*.

Als elke eenheidskubus 1 m bij 1 m bij 1 m is, heeft een eenheidskubus een inhoud van 1 m^3 . Dus het volume van $ABCD.EFGH$ is dan $75 \times 1 = 75 \text{ m}^3$.

Opgave 5 Opgave 6 Opgave 7

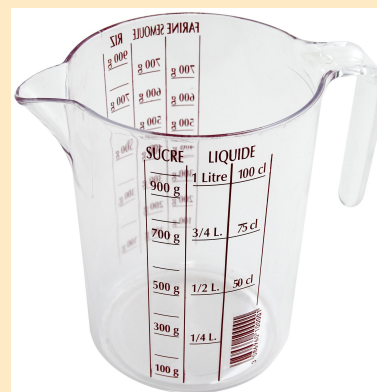
Voorbeeld 2

Een handige manier om de inhoud van een (niet al te groot) lichaam te bepalen is met behulp van een maatbeker. Je vult een maatbeker voor een deel met water en leest de inhoud af. Dan dompel je het lichaam in het water onder en lees je nogmaals de inhoud af. Het verschil tussen beide waardes is de inhoud van het lichaam.

Voorals de afmetingen van een lichaam onregelmatig zijn, is dit een handige methode. Het voorwerp moet wel helemaal onder water zitten en er mag geen water over de rand weglopen!

Je werkt dan met liters (L) of milliliters (mL).

Er geldt: $1 \text{ L} = 10 \text{ dL} = 100 \text{ cL} = 1000 \text{ mL}$ en $1 \text{ L} = 1 \text{ dm}^3$.



Opgave 8 Opgave 9 Opgave 10

2.6 Diagonaalvlakken

Inleiding

In dit drinkpakje zit vlak bij een hoekpunt van het bovenvlak een plek waar je het rietje in kunt steken. Zo'n rietje moet wel tot op de bodem komen. Hoe bepaal je hoe lang zo'n rietje minstens moet zijn?



Je leert in dit onderwerp

- (lichaams)diagonalen en diagonaalvlakken in ruimtelijke figuren herkennen en benoemen;
- (lichaams)diagonalen en diagonaalvlakken op ware grootte tekenen en zo lengtes meten.

Voorkennis

- de belangrijkste namen van ruimtelijke figuren, zoals kubus, balk, piramide, prisma, cilinder, kegel en bol en deze figuren herkennen en deze tekenen (op roosterpapier);
- hoekpunten, grensvlakken en ribben van ruimtelijke figuren herkennen, berekenen en benoemen;
- correcte uitslagen en aanzichten van ruimtelijke figuren herkennen en maken;
- vanuit gegeven aanzichten een figuur herkennen en de figuur of zijn uitslag tekenen.

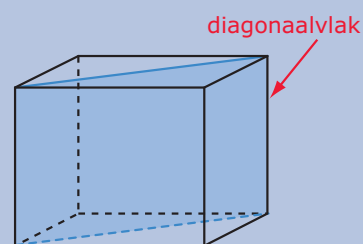
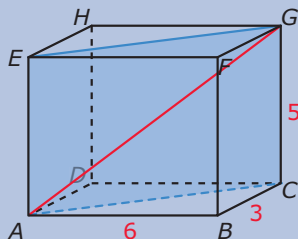
Opgave V1

Uitleg

In deze balk is een diagonaalvlak getekend. Een diagonaalvlak verbindt twee ribben met elkaar, maar is geen grensvlak.

Een lichaamsdiagonaal van een ruimtelijke figuur is een diagonaal van een diagonaalvlak. Het mag geen ribbe van de figuur zijn. In de balk hieronder is AG een lichaamsdiagonaal. Het is een diagonaal van het diagonaalvlak $ACGE$.

Een diagonaal zoals AC is geen lichaamsdiagonaal, maar een zijvlaksdiaagonaal.



Om de lengte van een lichaamsdiagonaal te bepalen, teken je een diagonaalvlak op ware grootte.

Opgave 1 Opgave 2 Opgave 3



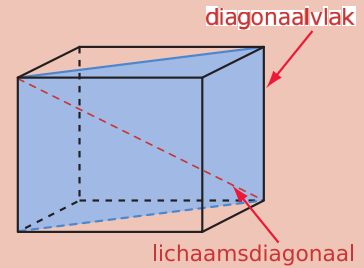
Theorie

Je ziet een **diagonaalvlak** getekend in een balk. Een diagonaalvlak verbindt twee ribben met elkaar, maar is geen grensvlak van de figuur. Je kunt in veel ruimtelijke figuren diagonaalvlakken tekenen.

Een **lichaamsdiagonaal** van een ruimtelijke figuur is een diagonaal van een diagonaalvlak. Het mag geen ribbe van de figuur zijn.

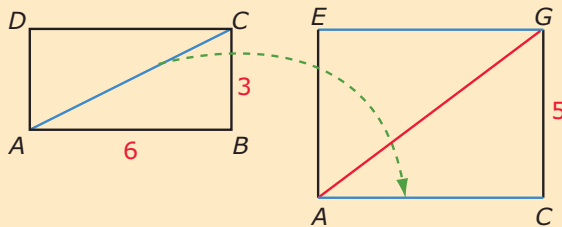
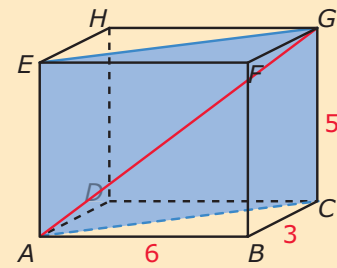
Als je de lengte van een lichaamsdiagonaal wilt meten, moet je een diagonaalvlak **tekenen op ware grootte**.

Een diagonaal die in een grensvlak van de figuur ligt heet een **zijvlaksdiaagonaal**. Als je van zo'n zijvlaksdiaagonaal de lengte wilt meten, dan teken je dit zijvlak op ware grootte.



Voorbeeld 1

Het diagonaalvlak $ACGE$ in deze balk heeft in werkelijkheid de vorm van een rechthoek. De breedte van dit diagonaalvlak is gelijk aan de lengte van lijnstuk AE . De lengte van dit diagonaalvlak is gelijk aan de lengte van de diagonaal AC van grensvlak $ABCD$. Om het diagonaalvlak te kunnen tekenen zoals het er in werkelijkheid uitziet, moet je de lengte van AC meten. En daarvoor teken je eerst $ABCD$ zoals hij in werkelijkheid is: een rechthoek van 6 bij 3. Dat heet 'op ware grootte tekenen'.



In rechthoek $ACGE$ kun je nu de lichaamsdiagonaal AG meten.

Opgave 4 **Opgave 5**

**Voorbeeld 2**

Van piramide $ABCD.T$ is het grondvlak $ABCD$ een vierkant met zijden van 4 cm. De top T van de piramide ligt 6 cm boven het snijpunt S van de diagonalen van $ABCD$. Je wilt een uitslag van deze piramide maken.

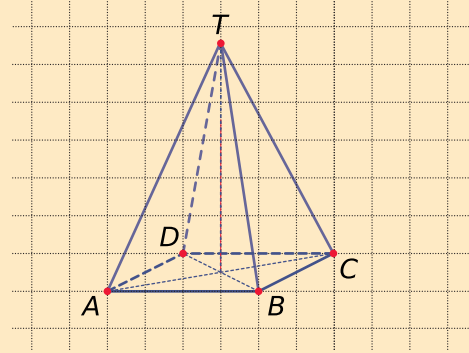
Hoe doe je dat?

Antwoord

Teken het grondvlak van de piramide op ware grootte en meet de lengte van AC .

Teken daarna diagonaalvlak TAC op ware grootte en bepaal de lengte van de ribbe AT van de piramide.

Maak nu een uitslag van de piramide, gebruik je passer voor de schuine opstaande ribben.

**Opgave 6**

Register

b

balk **23, 26**
bol **23, 27**
bouwplaat **32**

c

cilinder **23, 27**

d

diagonaalvlak **39**

e

eenheidskubus **36**

g

grensvlak **26**
grondvlak **26**

h

hoekpunt **26**

i

inhoud **36**
inhoudseenheid **36**

k

kegel **23, 27**
kubieke meter **36**
kubus **23, 26**

l

lichaam **23, 26**
lichaamsdiagonaal **39**
liter **36**

p

parallelprojectie **29**
percentage **12, 13, 15**
percentage eraf **18**

percentage erbij **18**

piramide **23**
prisma **23, 26**
procent **12, 13**
procentrekenen **15**

r

recht driezijdig prisma **26**
regelmatige (vierzijdige) piramide **26**
ribbe **26**
ruimtelijke figuren **23**
ruimtelijke tekening **29**

s

samengesteld lichaam **27**
samengesteld ruimtelijk figuur **27**
scheef prisma **26**

t

tekenen op ware grootte **39**
top **26**

u

uitslag **32**

v

verhoudingen vergelijken **10**
verhoudingstabel **7**
verhoudingstabel, rekenen **10**
via 1rekenen **13**
vierzijdig piramide **26**
volume **36**
volume-eenheid **36**

z

zijvlakdiagonaal **39**

Het lesmateriaal in deze reader is gebaseerd op het materiaal dat ook op de Math4All website staat.

De reader is gegenereerd met de Math4All maatwerkdienst. De inhoud en de volgorde van de onderwerpen in deze reader zijn gekozen door docenten van het ConTeXt College.

Stichting Math4All

Inhoud Katern 3

7. Verhoudingen

8. Ruimtelijke figuren



www.math4all.nl

